

大韓造船學會論文集
 第28卷 第2號 1991年 10月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol.28, No.2, October 1991

Receptance 방법에 의한 골조구조계의 진동해석

한성용*, 김극천**

Vibration Analysis of Frame Structural Systems by the Receptance Method

by

S.Y. Han* and K.C. Kim**

요 약

해상 및 육상구조물에는 다수의 보 및 봉요소들로 구성된 골조구조계 또는 이에 감쇠가 있는 스프링-질량계로 유추될 수 있는 부가물이 부가된 복합적구조계가 있다. 이와 같은 계의 진동해석을 효율적으로 수행하기 위해 receptance방법을 근간으로 하는 해석적 방법을 제시했다.

자유진동특성 및 집중기진력에 대한 응답을 계산하기 위해 균일단면 Timoshenko보 및 봉의 receptance를 유도하고 이들을 각종 부가물들의 receptance와 함께 합성하는 방법을 제시했다. 이때 복합계의 감쇠특성도 각 구성요소 감쇠특성의 합성에 의해 산정된다. 또한 지지부에 변위기진이 작용하는 경우에 대한 동적응답계산을 수행할수 있도록 균일단면 Timoshenko보 및 봉의 Support Displacement Transfer Ratio를 유도하고 이를 다른 구성요소들의 receptance와 합성하는 방법도 제시했다. 이와같은 방법은 특히 부분적 설계변수변경에 따른 동특성치 재산정에 있어서 매우 편리하다.

Abstract

There exist many frame structural systems which may be regarded as a combined structural system composed of beam/bar elements and attachments reducible to damped spring-mass systems. In this paper, analytical methods based on the receptance for the vibration analysis of such a system are presented.

For the free vibration analysis and response calculations to point excitations, receptances of a uniform Timoshenko beam and a bar are derived in closed and spectral forms, and the method to obtain the system receptance by synthesizing the receptances of the elements and other subsystems is presented. The system damping property is also obtainable by synthesizing the components' damping prop-

발표: 1991년도 대한조선학회 춘계연구발표회 ('91. 4. 13)

접수일자: 1991년 4월 24일, 재접수일자: 1991년 7월 15일

* 정회원, 삼성중공업(주)

** 정회원, 서울대 조선공학과

erties. For calculations of the system responses to support motion, the Support Displacement Transfer Ratio(SDTR) of a uniform Timoshenko beam and a bar conceptually similar to the receptance is defined, and the method of synthesizing them with other subsystems' receptances is also presented. Such a method is very convenient especially in dynamic reanalysis subject to changes of some design variables.

1. 서 언

해상 및 육상구조물에는 다수의 보 및 봉요소들로 구성된 골조구조계 또는 이에 감쇠가 있는 스프링·질량계로 등가치환될 수 있는 부가물이 있는 복합적구조계가 있다. 이와같은 계의 진동해석 특히, 설계변수변경에 따른 진동특성 재해석을 효율적으로 수행할 수 있는 방법이 요망된다.

복합적구조계의 진동해석을 효율적으로 수행하기 위해서는 각 구성요소에 대한 진동특성을 먼저 구한 후 이를 합성하는 방법이 주로 이용되고 있는데, 이는 크게 전달 함수 합성법과 진동형 합성법으로 나누어진다. 본 연구에서는 전자에 속하는 방법으로서 비교적 정식화가 간편한 receptance 방법을 응용한다.

Receptance 방법은 각 구성요소의 receptance를 연결부에서 힘의 평형조건과 변위의 적합조건이 만족되도록 합성함으로써 복합계의 진동특성을 얻는 방법이다. 이 방법을 적용한 연구로서 Bishop 등 [1, 2](1960, 1965)은 Euler보의 결합 또는 이에 집중질량이 부가된 경우를 취급하였고, Azimi 등[3, 4](1984, 1986)은 여러개의 직사각형 평판이 결합된 판 구조물에 대하여 고유진동해석을 수행했다. Zhang 등[5](1984)은 무한평판에 solid circular cylinder가 부착된 경우에 대해 receptance 및 impedance를 얻었으며, Kelkel[6](1987)은 직사각형 보강판을 평판과 Euler보가 결합된 복합계로 취급하여 고유해를 구했다. 또 한 등[7,8](1989)은 직사각형 보강판에 거어더 및 감쇠가 있는 질량-스프링계가 부가된 복합계에 대하여 진동

특성, 감쇠특성 및 동적응답을 얻었다. 이때 한등은 receptance에 준하는 개념의 support displacement transfer ratio (SDTR)을 도입함으로써 보강판의 지지부에 변위기진이 작용하는 경우에 대한 동적응답을 얻었다.

본 연구에서는 Timoshenko보 및 봉의 receptance 및 SDTR을 closed form과 spectral form으로 각각 구하여 이들을 합성함으로써 골조구조물 또는 이에 감쇠가 있는 질량-스프링계, 집중질량, 지지스프링 등이 부가된 복합적 구조물에 대하여 진동특성 및 동적응답을 효율적으로 얻는 방법을 제시한다. 이때 동적응답은 계 내부의 임의의 위치에 집중기진력이 작용하는 경우와 지지부에 변위기진이 작용하는 경우에 대해 각각 얻어진다. 전자의 동적응답 해석은 각 부재 또는 부가물의 receptance를 합성하여 복합계의 receptance를 얻으므로써 이루어지고, 후자는 지지부 부재의 SDTR과 나머지 구성요소들의 receptance를 합성하여 복합계의 SDTR을 얻으므로써 이루어진다.

본 연구에서 제시한 방법의 유용성을 보이기 위해 일련의 수치계산을 수행했으며 그 결과를 유한요소법에 의한 결과와 비교 검토한다.

2. 균일단면보의 Receptance 및 Support Displacement Transfer Ratio(SDTR)

2.1 Receptance

Receptance는 임의의 위치에 작용하는 조화기진력에 대한 임의의 위치에서의 정상상태응

*** 참고문헌 번호

답의 비로 정의된다[1]. 균일 단면 Timoshenko 보의 좌표계를 Fig.1과 같이 정의할 때 이의 receptance는 횡방향기진력 및 기진굽힘모멘트와 이들 각각에 대한 변위응답성분의 조합에 의해 4가지 형태로 정의된다. 즉 $x=h$ 에 작용하는 횡방향 조화기진력 $Fe^{i\omega t}$ 에 대한 횡방향 및 굽힘각 변위응답성분으로부터

$$\alpha_{sh}(\omega) = \frac{W(x)}{F}, \hat{\alpha}_{sh}(\omega) = \frac{\Psi(x)}{F} \quad (1)$$

와 $x=h'$ 에 작용하는 조화기진굽힘모멘트 $Me^{i\omega t}$ 에 대한 변위응답성분으로부터

$$\alpha_{sh'}(\omega) = \frac{W(x)}{M}, \hat{\alpha}_{sh'}(\omega) = \frac{\Psi(x)}{M} \quad (2)$$

로 각각 정의된다. 여기서 $W(x), \Psi(x)$ 는 각각 횡방향 및 굽힘각 변위성분의 정상상태응답의 진폭을 나타내며, 이들과 전단변위진폭 $\Gamma(x)$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$\Psi(x) = \frac{dW(x)}{dx} - \Gamma(x) \quad (3)$$

Fig.1에서와 같이 $x=h$ 에 조화기진력 $Fe^{i\omega t}$, $x=h'$ 에 조화기진모멘트 $Me^{i\omega t}$ 가 작용하는 경우에 재료의 내부 마찰에 대해 굽힘에 대한 점탄성계수 αE 및 전단에 대한 점탄성계수 βG 를 도입하고, 또 무차원 길이좌표

$$\xi = \frac{x}{l}, c_1 = \frac{h}{l}, c_2 = \frac{h'}{l} \quad (4)$$

를 도입할 때 운동방정식은 다음과 같이 표현된다[9, 10].

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = kAG(1 + \beta \frac{\partial}{\partial t}) \left(\frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{1}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \frac{F}{l} \delta(\xi - c_1) e^{i\omega t}$$

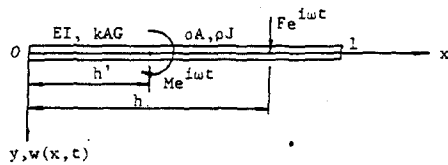


Fig. 1 Coordinate system of uniform beam subjected to the point excitation force and moment

$$\rho I \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = EI(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}) \frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + kAG(1 + \beta \frac{\partial}{\partial t}) \cdot \left(\frac{1}{l} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \psi \right) + \frac{M}{l} \delta(\xi - c_2) e^{i\omega t} \quad (5)$$

여기서 $w(\xi, t)$ 횡변위, $\psi(\xi, t)$ 굽힘각 변위, ρ 재료밀도, A 보 단면적, ρI 회전강성, EI 굽힘강성, kAG 전단강성, $\delta(x)$ Dirac delta 함수이다. (5)의 정상상태응답

$$w(\xi, t) = W(\xi) e^{i\omega t}, \Psi(\xi, t) = \psi(\xi) e^{i\omega t} \quad (6)$$

를 구하면 (1),(2)에 의해 receptance가 정의되는데, 재료의 내부마찰을 무시할 경우에는 closed form receptance가 정의되나 내부마찰을 고려할 경우에는 (5)의 엄밀해를 구하기 어려우므로 spectral form receptance를 정의하게 된다.

재료의 내부마찰을 무시할 경우 즉, (5)에서 $\alpha E = 0 = \beta G$ 로 취하고 (6)을 대입하여 얻어지는 방정식의 해는 Laplace 변환방법에 의해 구할 수 있다. 따라서 동결과를 (1) 및 (2)에 대입하므로써 여러가지 경계조건에 대한 closed form receptance 산식[7]이 얻어진다.

재료의 내부마찰을 고려할 경우에는 고전적 modal 해석방법에 의해 정상상태응답의 근사해를 얻을 수 있다. 즉, Timoshenko보의 경계조건별 고유함수[예로서 11] $W_r(\xi)$ 및 $\Psi_r(\xi)$, $r=1,2,\dots$ 를 이용하여 해를

$$w(\xi, t) = \sum_{r=1}^n W_r(\xi) q_r(t) \quad (7)$$

$$\Psi(\xi, t) = \sum_{r=1}^n \Psi_r(\xi) q_r(t)$$

로 가정하고, 재료내부감쇠의 cross mode 효과를 무시하면 $q_r(t)$, 따라서 $w(\xi, t), \psi(\xi, t)$ 가 결정되며, 동결과를 (1) 및 (2)에 대입하여 spectral form receptance 산식[7]이 얻어진다.

2.2 SDTR

Fig.2에 보인 바와 같이 보의 지지부에 횡방향 및 점 O에 대한 회전방향의 조화변위기진, $w_o(t) = W_o e^{i\omega t}$ 및 $\theta_o(t) = \Theta_o e^{i\omega t}$ 이 작용할 때 임의의 위치에서의 정상상태 응답으로부터

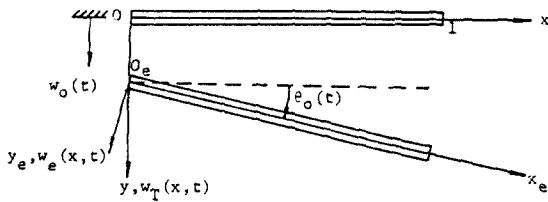


Fig. 2 Coordinate system of uniform beam subjected to the translational and rotational displacement excitations along boundary

receptance에 준하는 개념을 도입하여 다음과 같은 4가지 형태의 SDTR을 정의한다.

$$\begin{aligned} \tau_s(\omega) &= \frac{w_T(x, t)}{w_o(t)}, & \tau_{s'}(\omega) &= \frac{\psi_T(x, t)}{w_o(t)} \\ \tau'_s(\omega) &= \frac{w_T(x, t)}{\theta_o(t)}, & \tau'_{s'}(\omega) &= \frac{\psi_T(x, t)}{\theta_o(t)} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $w_T(x, t)$ 및 $\psi_T(x, t)$ 는 강체변위응답 및 탄성변위 응답의 합으로서 θ_o 를 미소각으로 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} w_T(x, t) &= w_o(t) + x\theta_o(t) + w_e(x, t) \\ \psi_T(x, t) &= \theta_o(t) + \psi_e(x, t) \end{aligned} \quad (9)$$

한편, 운동방정식은 (5)에 준하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 w_e}{\partial t^2} - kAG(1 + \beta \frac{\partial}{\partial t}) (\frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 w_e}{\partial \xi^2} - \frac{1}{l} \frac{\partial \psi_e}{\partial \xi}) \\ = -\rho A (l\xi \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} + \frac{d^2 w_o}{dt^2}) \\ \rho I \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial t^2} - EI(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}) \frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial \xi^2} - kAG \\ \cdot (1 + \beta \frac{\partial}{\partial t}) (\frac{1}{l} \frac{\partial w_e}{\partial \xi} - \psi_e) = -\rho I \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} \end{aligned} \quad (10)$$

SDTR도 receptance의 경우와 마찬가지로 감쇠를 무시하는 경우에는 closed form으로 정의될 수 있으나, 감쇠를 고려하면 spectral form으로 정의될 수 밖에 없다.

감쇠를 무시하는 경우 (10)에서 $\alpha E=0=\beta G$ 로 취하고, Laplace 변환방법을 적용하여 여러 가지 경계조건에 대한 $w_e(\xi, t)$ 및 $\psi_e(\xi, t)$, 따라서 $w_T(\xi, t)$ 및 $\psi_T(\xi, t)$ 가 결정될 수 있으며, 다시(8)에 의해 closed form SDTR 산식[7]이 얻어진다.

감쇠를 고려할 경우에는 2.1에서와 같이 Timoshenko보의 고유함수 $W_r(\xi), \Psi_r(\xi), r=1, 2, \dots$

를 이용하여 정상상태 탄성 응답 $w_e(\xi, t)$ 를

$$\begin{aligned} w_e(\xi, t) &= \sum_{r=1}^n W_r(\xi) q_r(t) \\ \psi_e(\xi, t) &= \sum_{r=1}^n \Psi_r(\xi) q_r(t) \end{aligned} \quad (11)$$

로 가정하고, 감쇠의 cross mode 효과를 무시하면 $q_r(t)$ 를 쉽게 산정할 수 있다. 그리하여 (11),(9) 및 (8)로부터 spectral form SDTR 산식[7]이 얻어진다.

3. 균일단면봉의 Receptance 및 SDTR

3.1 Receptance

균일단면봉의 receptance는 Fig.3에서와 같이 $x=h$ 위치에 조화진력 $F e^{i\omega t}$ 가 작용할 때 임의의 위치에서의 정상 상태응답 $w(x, t)$

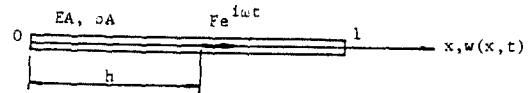


Fig. 3 Coordinate system of uniform bar subjected to the point excitation force and the translational displacement excitation along boundary.

$= W(x) e^{i\omega t}$ 부터

$$\alpha_{xb}(\omega) = \frac{W(x)}{F} \quad (12)$$

와 같이 정의된다. 한편, 종진동방정식은 점탄성계수 αE 를 도입하여

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - EA(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ = F \delta(x - h) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (13)$$

와 같이 표현한다. 이 경우에도 감쇠를 무시하면 closed form receptance를 얻게된다.

재료의 내부마찰을 무시할 경우 (13)에서 $\alpha E=0$ 으로 취하고 Laplace 변환방법을 적용하면 $W(x)$ 의 엄밀해를 얻을 수 있어 closed form receptance 산식[7]이 결정된다.

재료의 내부마찰을 고려할 경우에는 보의 종진동에 대한 고유함수 $\phi_r(x), r=1, 2, \dots$ 를 이용하여

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x)q_r(t) \quad (14)$$

로 가정하고 감쇠의 cross mode 효과를 무시하면 $q_r(t)$ 를 쉽게 계산할 수 있다. 따라서 (14) 및 (12)로부터 spectral form receptance 산식[7]이 결정된다.

3.2 SDTR

봉의 SDTR은 지지부에 조화변위기진 $w_o(t) = W_o e^{i\omega t}$ 가 작용할 때 임의의 위치에서 정상상태응답 $w_r(x,t) = W_r(x)e^{i\omega t}$ 로 부터 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_r(\omega) = \frac{w_r(x,t)}{w_o(t)} \quad (15)$$

여기서 전체변위응답 $w_r(x,t)$ 는 변위기진과 동일한 크기의 강체변위응답과 이에 대한 상대적인 탄성변위응답 $w_c(\xi,t)$ 의 합으로서

$$w_r(x,t) = w_o(t) + w_c(x,t) \quad (16)$$

와 같이 나눌 수 있다. 한편 supporting motion을 하는 봉의 종진동방정식이 다음과 같다.

$$\rho A \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} - EA(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 w_c}{\partial x^2} = -\rho A \frac{\partial^2 w_o}{\partial t^2} \quad (17)$$

(17)에서 감쇠를 무시하면 $w_c(x,t)$ 의 엄밀해를 얻을 수 있어 closed form SDTR 산식[7]이 얻어진다.

감쇠를 고려할 경우에는 3.2에 준하여 봉의 종진동 고유함수 $\phi_r(x)$, $r=1,2,\dots$,를 이용하여

$$w_c(x,t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x)q_r(t) \quad (18)$$

와 같이 가정하고, 감쇠의 cross mode 효과를 무시하여 $q_r(t)$ 를 계산한다. 따라서 (18),(16) 및 (15)로부터 spectral form SDTR 산식[7]이 얻어진다.

4. 골조구조계의 진동특성

Fig.4에 예시한 바와 같이 여러개의 보 및 봉요소의 결합으로 이루어진 골조구조물 또는 이에 질량-스프링계, 지지스프링등이 추가된 계

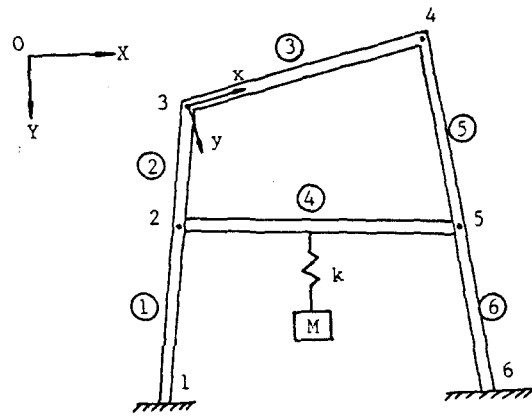


Fig. 4 2-D frame structure having spring-mass system

의 진동특성은 각 부재 및 부가계의 receptance 및 SDTR을 합성하여 구할 수 있다.

Fig.4에 보인 바와 같이 각 요소에 대해서 요소번호 및 절점번호를 부여하고, 좌표계는 국부좌표계 (x,y) 와 전체좌표계 (X,Y) 로 정의한다.

4.1 요소부재의 국부좌표계 Receptance 및 SDTR

요소부재에 대해 Fig.5에 보인 바와 같이 $x=h$ 에 조화기진력 $F_j e^{i\omega t}$, $j=1,2,3$ 이 작용할 때 $x=x$ 에서의 정상상태응답을 $U_j e^{i\omega t}$, $j=1,2,3$ 로 정의한다. 여기서 $j=1,2,3$ 은 차례로 축방향, 횡방향 및 점 O에 대한 회전방향을 뜻한다. 축방향 및 횡방향 거동의 상호연성을 무시할 때, 요소부재의 receptance 매트릭스 $[a]_{x,h}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}_x = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{x,h} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}_h \quad (19)$$

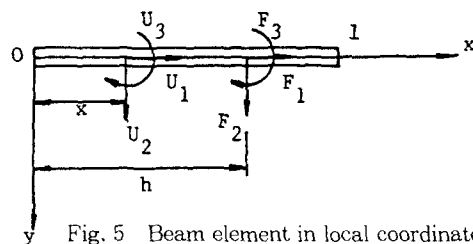


Fig. 5 Beam element in local coordinate

즉,

$$\{U\}_x = [a]_{xh} \{F\}_h$$

여기서 $a_{ij} = \frac{U_i(x)}{F_j}$, $i, j = 1, 2, 3$

한편, 요소부재의 지지부에 조화변위기진 $D e^{-i\omega t}$, $j=1, 2, 3$ 이 작용하는 경우 보요소 SDTR 매트릭스 $[\tau]_x$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}_x = \begin{bmatrix} \tau_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tau_{22} & \tau_{23} \\ 0 & \tau_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}_x \quad (20)$$

즉,

$$\{U\}_x = [\tau]_x \{D\}$$

여기서 $\tau_{ij} = \frac{U_i(x)}{D_j}$, $i, j = 1, 2, 3$

(19), (20)에서 α_{33} 및 τ_{11} 은 균일단면봉에 대한 것이고 나머지는 균일단면보에 대한 것이다.

4.2 요소부재의 전체좌표계 receptance 및 SDTR

Fig.6에 보인 바와 같이 국부좌표계가 전체 좌표계에 대해 시계방향으로 각 θ 만큼 회전된 경우, 국부좌표계에서의 힘 F_i 및 변위 U_i 는 좌표변환 매트릭스

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

에 의해 전체좌표계에서의 힘 \bar{F}_i 및 \bar{U}_i 로 변환시킬 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \{U\} &= [T] \{\bar{U}\} \\ \{F\} &= [T] \{\bar{F}\} \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 (22)를 (19) 및 (20)에 대입하여 보요

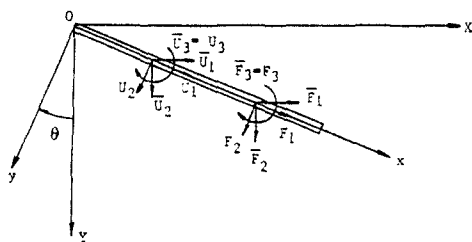


Fig. 6 Beam element in global coordinate

소의 전체좌표계에서의 receptance 매트릭스 $[a]_{xh}$ 및 SDTR 매트릭스 $[\tau]_x$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} [a]_{xh} &= [T]^T [a]_{xh} [T] \\ [\tau]_x &= [T]^T [\tau]_x [T] \end{aligned} \quad (23)$$

4.3 골조구조계의 자유진동특성

Fig.7에 보인 바와 같이 n_k 개의 요소부재가

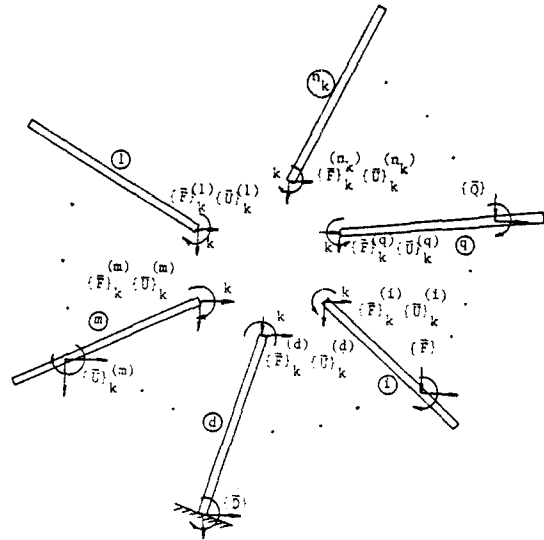


Fig. 7 Free body diagram of n_k beam elements connected at the common node k

공통절점 k에서 결합되어 있다고 가정하자. i 번째 요소의 $x=h_i$ 위치에 기진력 $\bar{F}_i e^{-i\omega t}$, $j=1, 2, 3$ 이 작용하고 d 번째 요소의 지지점인 단독절점 d에 변위기진 $D_j e^{-i\omega t}$, $j=1, 2, 3$ 이 작용할 때 m 번째 요소 내의 임의의 x 에서의 정상상태응답을 구하므로써 골조구조계의 receptance 및 SDTR을 얻을 수 있다.

우선, 분리된 각 요소에 대해 공통절점 k에서의 변위 $\{\bar{U}\}_k^{(i)}$ 와 반력을 나타내는 힘 $\{\bar{F}\}_k^{(i)}$ 을 정의한다. 상첨자 (i)는 요소 번호, 하첨자 k는 절점번호이다. 이제 m 번째 요소에서의 힘과 변위의 관계는 요소의 receptance 및 SDTR 매트릭스 (23)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \{\bar{U}\}_k^{(m)} \\ \{\bar{U}\}_x^{(m)} \end{cases} = \begin{bmatrix} [\bar{\alpha}]_{kk}^{(m)} \\ [\bar{\alpha}]_{xk}^{(m)} \end{bmatrix} \{\bar{F}\}_k^{(m)} \quad (m \neq d,i)$$

$$\begin{cases} \{\bar{U}\}_k^{(d)} \\ \{\bar{U}\}_x^{(d)} \end{cases} = \begin{bmatrix} [\bar{\alpha}]_{kk}^{(d)} & [\bar{\tau}]_{xk}^{(d)} \\ [\bar{\alpha}]_{xk}^{(d)} & [\bar{\tau}]_x^{(d)} \end{bmatrix} \begin{cases} \{\bar{F}\}_k^{(d)} \\ \{\bar{D}\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \{\bar{U}\}_k^{(i)} \\ \{\bar{U}\}_x^{(i)} \end{cases} = \begin{bmatrix} [\bar{\alpha}]_{kk}^{(i)} & [\bar{\alpha}]_{k,hf}^{(i)} \\ [\bar{\alpha}]_{xk}^{(i)} & [\bar{\alpha}]_{x,hf}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{cases} \{\bar{F}\}_k^{(i)} \\ \{\bar{F}\} \end{cases}$$

(24)

(24)에서 공통절점 k에 대한 변위들만 취하여 다음과 같이 반력과 외부기진에 의한 성분을 분리하여 나타낼 수 있다[7].

$$\{\bar{U}\} = [\beta]_{kk} \{\bar{F}\}_k + [\beta]_{kf} \{\bar{R}\} \quad (25)$$

여기서

$$\{\bar{F}\}_k = \left[\{\bar{F}\}_k^{(1)T} \{\bar{F}\}_k^{(2)T} \cdots \{\bar{F}\}_k^{(n_k)T} \right]^T$$

$$\{\bar{R}\} = \left[\{\bar{D}\}^T \{\bar{F}\}^T \right]^T$$

한편 공통절점 k에서의 힘과 변위는 각각 평형조건

$$\sum_{i=1}^{n_k} \{\bar{F}\}_k^{(i)} = \{0\} \quad (26)$$

과 적합조건

$$\{\bar{U}\}_k^{(1)} = \{\bar{U}\}_k^{(2)} = \cdots = \{\bar{U}\}_k^{(n_k)} \quad (27)$$

을 만족해야 한다. (26)을 공통절점 k에서의 구속 매트릭스 $[C]_k$

$$[C]_k = \begin{bmatrix} [I]_3 & & & & & \\ & [I]_3 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & [I]_3 \\ -[I]_3 & -[I]_3 & \cdot & \cdot & \cdot & -[I]_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{단, } [I]_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

를 도입하여

$$\{\bar{F}\} = [C]_k \{\bar{F}\}_k^R \quad (29)$$

와 같이 나타낸다. 여기서

$$\{\bar{F}\}_k^R = \left[\{\bar{F}\}_k^{(1)T} \{\bar{F}\}_k^{(2)T} \cdots \{\bar{F}\}_k^{(n_k-1)T} \right]^T$$

이다. 또 (27)은

$$[C]_k^T \{\bar{U}\} = \{0\} \quad (30)$$

과 같이 나타낼 수 있다.

(29),(30)을 (25)에 대입하면

$$\begin{aligned} \{0\} &= [C]_k^T [\beta]_{kk} [C]_k \{\bar{F}\}_k^R \\ &\quad + [C]_k^T [\beta]_{kf} \{\bar{R}\} \end{aligned} \quad (31)$$

을 얻을 수 있다. (29),(31)로부터 각 요소부재의 공통절점 k에서 반력을

$$\begin{aligned} \{\bar{F}\} &= -[C]_k ([C]_k^T [\beta]_{kk} [C]_k)^{-1} \\ &\quad \cdot [C]_k^T [\beta]_{kf} \{\bar{R}\} \end{aligned} \quad (32)$$

와 같이 얻을 수 있다. 한편 (25)에서 $[\beta]_{kf} \{\bar{R}\}$ 를 각 기진 성분에 따라 분리하여 다음과 같이 나타낸다.

$$[\beta]_{kf} \{\bar{R}\} = [\beta]_{kd} \{\bar{D}\} + [\beta]_{ki} \{\bar{F}\} \quad (33)$$

(33)을 (32)에 대입하면

$$\begin{aligned} \{\bar{F}\} &= -[C]_k ([C]_k^T [\beta]_{kk} [C]_k)^{-1} \\ &\quad \cdot [C]_k^T ([\beta]_{kd} \{\bar{D}\} + [\beta]_{ki} \{\bar{F}\}) \end{aligned} \quad (34)$$

가 되며, 이로부터 Fig.7과 같은 복합적구조물의 receptance 및 SDTR을 이들의 정의에 의해 각각 다음과 같이 얻을 수 있다. 즉 i번째 요소 상의 $x = h_i$ 위치에서 작용하는 조화기진력 $\{\bar{F}\} e^{i\omega t}$ 에 대한 m번째 요소 상의 임의의 점 x에서의 정상상태응답을 (34)를 (24)에 대입하여 얻으므로써 receptance $[r]_{xf}^{(mi)}$ 는

$$[r]_{xf}^{(mi)} = \begin{cases} [\bar{\alpha}]_{xk}^{(m)} [A]_f^{(m)}, & m \neq i \\ [\bar{\alpha}]_{xk}^{(m)} [A]_f^{(m)} + [\alpha]_{x,hf}^{(m)}, & m = i \end{cases}$$

(35)

여기서 $[A]_j^{(m)}$ 는

$$-[C]_k ([C]_k^T [\beta]_{kk} [C]_k)^{-1} [C]_k^T [\beta]_{ki}$$

에서 m 번째 요소에 대한 것이다. 한편 골조구조계의 지지부인 d 번째 보요소의 단독절점 d 에 작용하는 조화 변위기진 $\{\bar{D}\}_e$ 에 대한 m 번째 요소 상의 임의의 점 x 에서의 정상상태응답은 (34)를 (24)에 대입하여 얻으므로써 SDTR $[\bar{\eta}]_x^{(md)}$ 는

$$[\bar{\eta}]_x^{(md)} = \begin{cases} [\bar{\alpha}]_{xk}^{(m)} [A]_d^{(m)} & , m \neq d \\ [\bar{\alpha}]_{xk}^{(m)} [A]_d^{(m)} + [\bar{\tau}]_{x(m)} & , m = d \end{cases} \quad (36)$$

여기서 $[A]_d^{(m)}$ 는

$$-[C]_k ([C]_k^T [\beta]_{kk} [C]_k)^{-1} [C]_k^T [\beta]_{kd}$$

에서 m 번째 요소에 대한 것이다.

일반적인 경우로써 Fig.7에서와는 달리 총절점수 N 가운데 두개 이상의 요소부재가 결합된 공통절점의 개수가 N_c 이고 그 절점번호를 L_i ($i=1,2,\dots,N_c$)라 하고, 임의의 공통절점 L_i 에 연결된 보요소의 수는 E_i 이고 그 요소번호를 $K_{i,j}$ ($j=1,2,\dots,E_i$)로 한다. 또 공통절점의 수는 $N_c (=N-N_e)$ 이고 그 절점번호를 M_i ($i=1,2,\dots,N_c$)로 하며 이 절점을 갖는 요소의 번호를 J_i ($i=1,2,\dots,N_e$)로 한다. 이와 같은 일반적인 경우에 대하여 Fig.7에서와 같이 각 보요소를 분리하여 각각에 대한 힘과 변위의 관계를 receptance 및 SDTR 매트릭스를 이용하여 (24)와 같이 나타낸 후 공통절점에 대한 변위들만 취하여 각 공통절점에서의 반력과 외부기진력에 의한 성분들로 분리하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\bar{U}\}_c = [\beta]_{cc} \{\bar{F}\}_c + [\beta]_{cf} \{\bar{R}\} \quad (37)$$

여기서

$$\{\bar{U}\}_c = \begin{Bmatrix} \{\bar{U}\}_{L_1} \\ \vdots \\ \{\bar{U}\}_{L_{N_c}} \end{Bmatrix}, \{\bar{U}\}_{L_k} = \begin{Bmatrix} \{\bar{U}\}_{L_k}^{K_{k,1}} \\ \vdots \\ \{\bar{U}\}_{L_k}^{K_{k,E_k}} \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{F}\}_c = \begin{Bmatrix} \{\bar{F}\}_{L_1} \\ \vdots \\ \{\bar{F}\}_{L_{N_c}} \end{Bmatrix}, \{\bar{F}\}_{L_k} = \begin{Bmatrix} \{\bar{F}\}_{L_k}^{K_{k,1}} \\ \vdots \\ \{\bar{F}\}_{L_k}^{K_{k,E_k}} \end{Bmatrix}$$

한편 임의의 공통절점 L_k 에서 이에 연결되는 분리된 각 요소부재에서의 힘과 변위의 관계는 (26),(27)을 만족해야 하므로 모든 공통절점에 대하여 이들을 고려하면 계전체에 대한 구속매트릭스 $[C]_G$

$$[C]_G = \begin{bmatrix} [c]_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \circ & \\ & & & \cdot \\ & \circ & & & \\ & & & & & \cdot \\ & & & & & & [C]_{N_c} \end{bmatrix} \quad (38)$$

를 도입하므로써 공통절점에 반력이 작용하지 않는 경우에

$$\{\bar{F}\}_c = [C]_G \{\bar{F}\}_c^R \quad (39)$$

$$\{0\} = [C]_G^T \{\bar{U}\}_c$$

의 관계를 얻을 수 있다. (39)를 (37)에 대입하면

$$\{0\} = [C]_G^T [\beta]_{cc} [C]_G \{\bar{F}\}_c^R + [C]_G^T [\beta]_{cf} \{\bar{R}\} \quad (40)$$

이 되며, 공통절점에서의 미지의 반력 $\{\bar{F}\}_c$ 는

$$\{\bar{F}\} = -[C]_G ([C]_G^T [\beta]_{cc} [C]_G)^{-1} \cdot [C]_G^T [\beta]_{cf} \{\bar{R}\} \quad (41)$$

으로 얻을 수 있으므로 골조구조계의 receptance 및 SDTR은 (35) 및 (36)에서와 같은 방법으로 얻을 수 있다.

한편 골조구조계의 자유진동에 대해서는 (40)에서 기진항이 없으므로

$$\{0\} = [C]_c^T [\beta]_{cc} [C]_c \{\bar{F}\}_c^R \quad (42)$$

와 같은 latent root problem을 얻게 되며, 이로부터 골조구조계의 진동수방정식

$$\det([C]_c^T [\beta]_{cc} [C]_c) = 0 \quad (43)$$

을 얻을 수 있다. 또 감쇠가 없는 경우에 임의의 r번째 고유진동수에 해당하는 고유진동형은 (42)로부터 얻어지는 r번째 $\{\bar{F}\}_c^{R(i)}$ 를 (39)에 대입하고 각 보요소에 대해 (24)의 관계를 적용하여 얻을 수 있다.

4.4 부가계를 갖는 경우

Fig.4에서와 같이 골조구조계에 질량-스프링계, 집중질량 또는 지지스프링 등의 부가계를 갖는 경우 (Fig.4 참조) receptance, SDTR 및 고유진동특성을 4.3절에서 설명된 골조구조계의 receptance 및 SDTR과 부가계의 receptance를 합성하여 얻는다.

집중질량 및 지지스프링은 각각 스프링상수 및 질량을 무한대로 취하므로써 유추될 수 있으므로 이와 같은 부가계는 질량-스프링계 일반론에 의해 취급될 수 있다. 또 골조구조의 한 점에 부가되는 부가계는 X-Y 평면내에서 X 및 Y축방향과 회전방향으로 Fig.8과 같은 질량-스프링계가 각각 부가되는 것으로 간주하고 각 방향에 대한 연성효과는 무시한다. 이러한 부가계에 대해 부가점에서의 receptance 매트릭스를

$$[\beta] = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{bmatrix} \quad (44)$$

로 나타낸다. 여기서 각 방향에 대한 질량-스프링계의 receptance는 각각 다음과 같이 표현

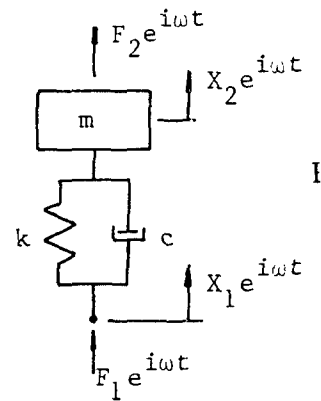


Fig. 8 Coordinate system of damped spring-mass system

된다[5].

$$\beta_{ii} = \frac{k_i + j\omega c_i - m\omega^2}{m\omega^2(k_i + j\omega c_i)}, \quad (i = 1, 2, 3; j = \sqrt{-1}) \quad (45)$$

한편 질점에서의 receptance 매트릭스를

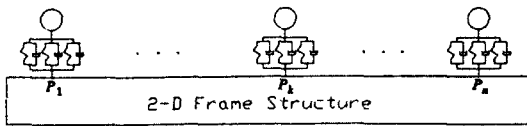
$$[\beta_{oo}] = \begin{bmatrix} \beta_{o1} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{o2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{o3} \end{bmatrix} \quad (46)$$

로 나타낸다. 여기서

$$\beta_{oi} = -\frac{1}{m\omega^2}, \quad (i = 1, 2, 3)$$

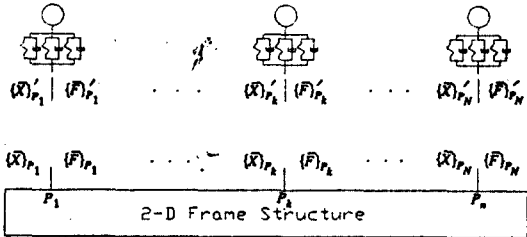
N 개의 부가계가 점 P_k (k=1,2,...,N)에 부가된 계를 생각한다. 이를 Fig.9 (a)에서와 같이 block diagram 으로 나타내고 점 q 및 지지부에 각각 3방향의 조화기진력 $\{\bar{F}\}e^{i\omega t}$ 및 $\{\bar{R}\}e^{i\omega t}$ 를 작용시킨다. 이러한 계를 골조구조계의 점 P 및 S 번째 부가계 질점에서의 정상상태응답으로부터 receptance 및 STDR 을 얻기 위해 Fig.9(b)에서와 같이 각 부가계를 분리시키고, 각 연결점에서 변위응답크기 및 반력을 정의한다. 여기서 편의상 시간에 대한 조화함수 $e^{i\omega t}$ 는 그 기호를 생략한다.

각 연결점 및 응답점에서의 정상상태응답크기를 골조구조계의 receptance 및 SDTR과 부가계의 receptance를 사용하여 중첩의 원리에 의해 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.



(a)

(a) Block diagram of the composite system



(b)

(b) Free body diagram of the composite system

Fig. 9 Block diagram of 2-D frame structure having damped spring-mass systems

점 P 에서:

$$\begin{aligned} \{\bar{X}\}_P &= [\bar{Y}]_{P_0} \{\bar{F}\}_c + [\bar{\eta}]_P \{\bar{R}\}_c \\ &+ \sum_{k=1}^N [\bar{Y}]_{P_k} \{\bar{F}\}_{P_k} \end{aligned} \quad (48)$$

점 P_k (k=1,2,...,N)에서:

$$\begin{aligned} \{\bar{X}\}_{P_k} &= [\bar{Y}]_{P_k} \{\bar{F}\}_c + [\bar{\eta}]_{P_k} \{\bar{R}\}_c \\ &+ \sum_{j=1}^N [\bar{Y}]_{P_k} \{\bar{F}\}_{P_j} \end{aligned}$$

$$\{\bar{X}\}_{P_k} = [\beta]_{P_k} \{\bar{F}\}_{P_k} \quad (49)$$

k 번째 질량-스프링계의 질점에서:

$$\{\bar{X}_0\}_{P_k} = [\beta_0]_k \{\bar{F}\}_{P_k}, \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (50)$$

한편 각 연결점에서 힘의 평형조건과 변위의 적합조건을 만족해야한다. 즉

$$\{\bar{F}\}_{P_k} + \{\bar{F}\}'_{P_k} = 0 \quad (51)$$

$$\{\bar{X}\}_{P_k} = \{\bar{X}\}'_{P_k} \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (52)$$

(51)을 (49)에 대입하여 다시 (52)에 대입하면 각 연결점에서의 미지반력 $\{\bar{F}\}_{P_k}$ (k=1,2,...,N)를 얻을 수 있는 연립방정식을 다음과 같이 매트릭스형태로 얻을 수 있다[7].

$$[A] \{\bar{F}\}_c = -[B] \{\bar{F}\}_c - [C] \{\bar{R}\}_c \quad (53)$$

$$\text{여기서 } \{\bar{F}\}_c = \left[\{\bar{F}\}_{P_1}^T \dots \{\bar{F}\}_{P_k}^T \dots \{\bar{F}\}_{P_N}^T \right]^T$$

(53)으로부터 각 연결점에서의 반력을 $\{\bar{F}\}_c = -[A]^{-1}([B] \{\bar{F}\}_c + [C] \{\bar{R}\}_c)$ (54) 와 같이 얻을 수 있으며 이를 (48),(50)에 대입하면 골조구조계 상의 점 P 및 질량-스프링계의 질점에서의 정상상태응답크기를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\bar{X}\}_P &= ([\bar{Y}]_{P_0} - [D][A]^{-1}[B]) \{\bar{F}\}_c \\ &+ ([\bar{\eta}]_P - [D][A]^{-1}[C]) \{\bar{R}\}_c \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{X}_0\} &= [E][A]^{-1}[B] \{\bar{F}\}_c \\ &+ [E][A]^{-1}[C] \{\bar{R}\}_c \end{aligned} \quad (56)$$

여기서

$$[D] = \left[[\bar{Y}]_{P_1} \dots [\bar{Y}]_{P_k} \dots [\bar{Y}]_{P_N} \right]$$

$$[E] = \begin{bmatrix} [\beta_0]_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & & [\beta_0]_N \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{X}_0\} = \left[\{\bar{X}_0\}_1^T \dots \{\bar{X}_0\}_k^T \dots \{\bar{X}_0\}_N^T \right]^T$$

따라서 부가계가 추가된 골조구조계의 receptance 및 SDTR을 이들의 정의에 의해 (55) 및 (56)으로부터 얻을 수 있다.

자유진동의 경우에 (53)으로부터 다음과 같은 latent root problem을 얻을 수 있다.

$$[A] \{\bar{F}\}_c = \{0\} \quad (57)$$

(57)에서 유용한 해를 갖기 위한 조건으로부터 복합계의 진동수방정식은

$$\det([A])=0 \quad (58)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

골조구조계 또는 부가계의 감쇠를 고려하는 경우 (58)의 해는 복소근이 얻어진다. (58)의 변수를 $\lambda = j\omega$ 로 사용하면 이의 근을

$$\lambda_r = -\sigma_r + j\omega_d^{(r)}, \quad (r=1,2,\dots,j=\sqrt{-1}) \quad (59)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $\sigma_r, \omega_d^{(r)}$ 는 양의 실수이다. 복합적 구조계에서 각 감쇠의

cross mode 효과를 무시하면 복합적구조계의 modal 감쇠비 ζ_r 은 근사적으로 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\zeta_r \approx \frac{\sigma_r}{\sqrt{\sigma_r^2 + \omega_d^{(r)2}}}$$
 (60)

한편 복합적구조계의 고유진동형은 (57)에서 감쇠를 무시한 결과로부터 얻어지는 $\{\bar{F}\}_c^{(r)}$ 을 외력이 없는 경우에 대한 (48) 및 (50)에 대입하여 임의의 점 P 및 질량-스프링계의 질점에서 변위응답크기를 구하므로써 얻어질 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} \{\bar{X}\}_p^{(r)} &= [D]\{\bar{F}\}_c^{(r)} \\ \{\bar{X}_0\}_p^{(r)} &= -[E]\{\bar{F}\}_c^{(r)} \end{aligned}$$
 (61)

여기서 $[D]$, $[E]$ 및 $\{\bar{X}_0\}_p^{(r)}$ 은 (55), (56)에서와 같다.

4.5 부가계를 갖는 골조구조계의 동적응답

집중기진력 또는 지지부에 작용하는 변위기진에 대한 동적응답은 4.3절 또는 4.4절에서 얻어진 복합적구조계의 해당 진동특성 즉 receptance 또는 SDTR로부터 구한다.

조화기진이 작용하는 경우 계의 임의의 점 P에서의 정상상태응답 $\{\bar{X}\}_p e^{i\omega t}$ 는 복합계의 receptance 또는 SDTR로부터 직접 구할 수 있다. 점 Q에 조화기진 $\{\bar{F}\}_q e^{i\omega t}$ 가 작용하는 경우

$$\{\bar{X}\}_p = [\bar{Y}]_{pq} \{\bar{F}\}_q$$
 (62)

이고, 지지부에 조화변위기진 $\{\bar{R}\} e^{i\omega t}$ 가 작용하는 경우

$$\{\bar{X}\}_p = [\bar{\eta}]_p \{\bar{R}\}$$
 (63)

와 같이 얻어진다. 여기서 $[\bar{Y}]_{pq}$ 및 $[\bar{\eta}]_p$ 는 각각 복합적구조물의 임의의 한 점에 대한 receptance 및 SDTR 매트릭스이다.

한편 비주기적 기진에 대한 점 P에서의 과도응답 $\{\bar{X}(t)\}_p$ 는 Fourier 변화방법을 적용하여 복합적구조계의 receptance 또는 SDTR로부터 얻는다. 즉, 점 Q에 비주기적 기진력

$\{\bar{f}(t)\}_q$ 가 작용하는 경우

$$\{\bar{x}(t)\}_p = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{r}]_{pq} \{\bar{F}(\omega)\}_q e^{i\omega t} d\omega$$
 (64)

이고, 지지부에 작용하는 비주기적 변위기진 $\{\bar{r}(t)\}$ 에 대해서는

$$\{\bar{x}(t)\}_p = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{\eta}]_p \{\bar{R}(\omega)\} e^{i\omega t} d\omega$$
 (65)

와 같이 얻어진다. 여기서 $\{\bar{F}(\omega)\}_q$ 및 $\{\bar{R}(\omega)\}$ 는 각각 $\{\bar{f}(t)\}_q$ 및 $\{\bar{r}(t)\}$ 의 Fourier 변환을 의미한다.

5. 수치계산에 및 고찰

수치계산 예로서 Fig.10에 보인 바와 같이 3개의 균일단면 Timoshenko 보 요소부재로 이

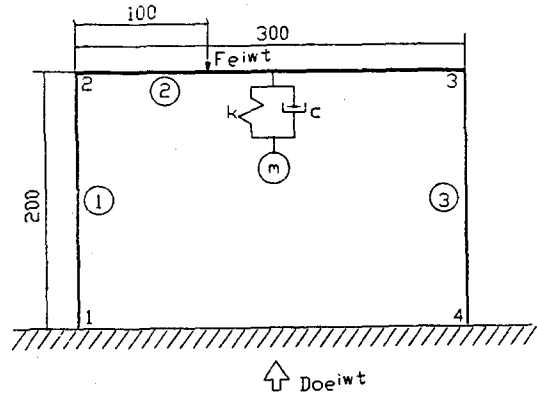


Fig. 10 2-D frame structure having a damped spring-mass system subjected to point excitation or base excitation

루어진 골조구조계에 질량-스프링계가 추가된 경우를 대상으로 한다.

재료는 일반구조용 연강으로 하고 단면특성은 직사각형 단면으로서 폭 및 깊이가 요소 ① ③에 대해서는 2cm x 3cm, 요소 ②에 대해서는 2cm x 6cm로 한다. 각 요소의 receptance는 요소의 감쇠를 고려하지 않기로 하여 closed form과 spectral form이 각각 사용되었다. 질량-스프링계에 대해서는 질량크기를 구조계 자체 질량의 1/10로 하고 스프링상수는 질량-스프링계 자체 고유진동수 f_s 의 구조계자체의 2차고유진동수 f_2 에 대한 비 $f_s/f_2=1.0$ 에 대응시

켰다. 동적응답계산에 있어서는 부가계의 감쇠비를 0.1로 가정한다.

질량-스프링계의 감쇠가 없는 경우의 고유진동특성을 (42) 또는 (57)로부터 얻었으며 그 결과는 Table 1 및 Fig.11에 각각 보인 바와 같다. 비교목적으로 유한요소법에 의한 수치계산도 함께 수행하여 Table 1 및 Fig.11에 함께 보였다. 31개의 절점에 의해 30개의 보요소로, 질량-스프링계는 truss 요소와 집중질량으로 모델링하고 범용 전산프로그램인 SAP4를 사용하여 계산했다. Table 1 및 Fig.11로부터 receptance 방법에 의한 결과는 유한요소법에 의한 결과와 부합성이 매우 양호하다.

Table 1 Natural frequencies of the frame structure having a spring-mass system : refer to Fig.10

(unit : Hz)

Model	Frame structure		Frame structure having a spring-mass system	
	R.M.*	F.E.M.	R.M.	F.E.M.
1	4.30	4.30	4.30	4.30
2	17.05	17.05	12.90	12.90
3	38.69	38.61	22.40	22.40
4	39.14	39.10	38.69	38.61
5	65.42	65.43	39.28	39.24

* R.M. : the receptance method

동적응답의 계산예에서는 Fig.10에서 부가계가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 각각 조화기진에 의한 정상상태응답을 계산하였는데, 전자에 있어서는 부가계의 감쇠비를 0.1로 가정했다. 이때 기진상태는 Fig.10에 보인 바와 같이 요소부재②상의 집중조화기진력과 지지부에서의 조화변위기진이 각각 작용하는 것으로 한다. 또 기진크기는 단위기진 ($F_0=D_0=1$)으로 하고 기진진동수는 1 Hz부터 45 Hz까지 0.2 Hz 간격으로 취하면서 수치계산을 수행하였다. 이와같이 얻어진 정상상태응답을 Fig.12 및 13에 보였다. 비교목적으로 집중 조화기진력이

작용하는 경우에는 유한요소법에 의한 계산은 함께 수행하여 그 결과를 Fig.12에 나타내었다. 이로부터 상호간 부합성이 매우 양호함을 알 수 있다.

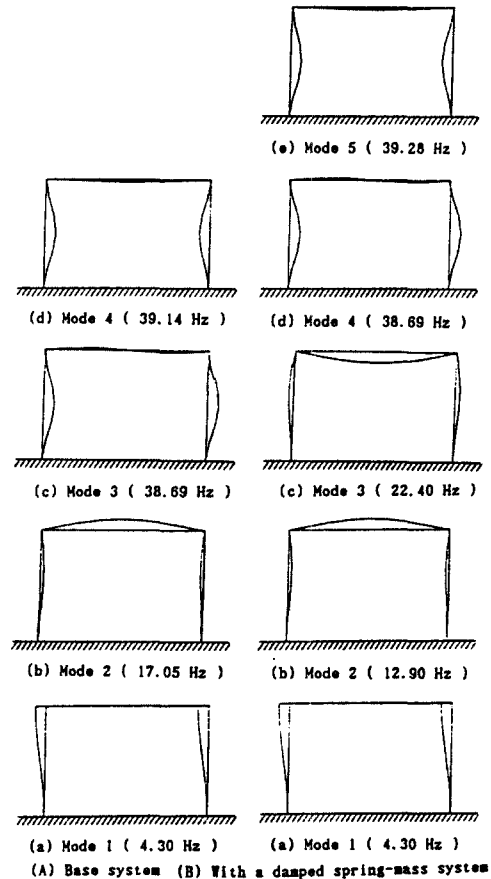


Fig. 11 Mode shapes of 2-D frame structure having a spring-mass system :receptance method coincides with FEM

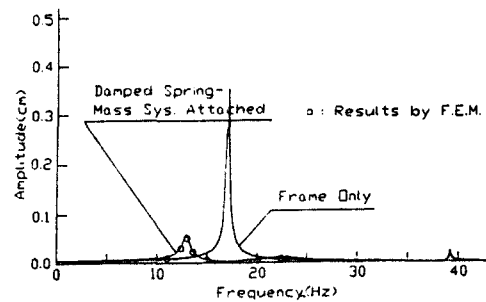


Fig. 12 Steady-state response at the midpoint of beam 2 (Excitation : F=1Kgf, Do=0. in Fig. 10)

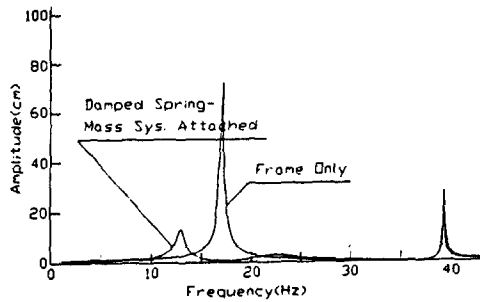


Fig. 13 Steady-state response at the midpoint of beam 2 (Excitation : $F=0.$, $D_0=1\text{cm}$ in Fig. 10)

6. 결 론

균일단면 Timoshenko보 및 봉의 receptance 및 이에 준하는 개념의 support displacement transfer ratio (SDTR)를 closed form 또는 spectral form으로 산정하고, 골조구조계 또는 이에 부가물이 부가된 복합계의 자유진동특성 및 계 내부에 작용하는 기진력에 대한 응답은 요소부재 및 부가물의 receptance를 합성하여 계 전체 receptance를 산정하므로써 효율적으로 계산할 수 있음을 보였다. 또 계 지지부 변위기진에 대한 응답은 지지부 부재의 SDTR과 나머지 구성요소들의 receptance를 합성하여 계 전체 SDTR를 산정하므로써 효율적으로 계산할 수 있음을 보였다. 이와같은 방법은 특히 부분적 설계변수변경에 따른 동특성치 재산정에 있어서 매우 편리하다.

참 고 문 헌

- [1] Bishop, R.E.D. and Johnson, D.C., *The Mechanics of Vibration*, Cambridge University Press, London, 1960.
- [2] Bishop, R.E.D. and Johnson, D.C., *The Matrix Analysis of Vibration*, Cambridge University Press, London, 1965.
- [3] Azimi, S., Hamilton, J.F. and Soedel, W., "The Receptance Method Applied to the Free Vibration of Continuous Rectangular Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.93, No.1, 1984.
- [4] Azimi, S., Soedel, W. and Hamilton, J.F., "Natural Frequencies and Modes of Cylindrical Polygonal Ducts using Receptance Methods", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.109, No.1, 1986.
- [5] Zhang, Z.C. and Clarkson, B.L., "The Driving-Point Impedance of a Plate with an Attached Subsystems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.94, No.2, 1984.
- [6] Kelkel, K., "Green's Function and Receptance for Structures Consisting of Beams and Plates", *AIAA Journal*, Vol.25, No.11, 1987.
- [7] 한 성용, Receptance방법에 의한 복합적 구조계의 진동해석, 서울대학교 공학박사 학위논문, 1989.
- [8] Han, S.Y. and Kim, K.C., "Vibration Analysis of a Stiffened Plate with Attached Subsystems by the Receptance Method", *Proc. of PRADS'89*, Vol.2, Varna, Bulgaria, 1989.
- [9] Huang, C.C. and Huang, T.C., "Forced Vibrations of Viscoelastic Timoshenko Beams", *Jour. of Engineering for Industry*, Trans. of ASME, 1976.
- [10] Bishop, R.E.D. and Price, W.G., *Hydroelasticity of Ships*, Cambridge Univ. Press, London, 1979.
- [11] Huang, T.C., "The Effect of Rotary Inertia and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams with Simple End Conditions", *Jour. of Applied Mechanics*. Vol.28 No.4, ASME, 1961.