

大韓造船學會論文集  
 第28卷 第1號 1991年 4月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 28, No. 1, April 1991

## 축 대칭 물체 주위의 점성유동 계산

류 재 문\*

### A Computation of Viscous Flows on an Axisymmetric Body

by

Jae Moon Lew\*

#### 요 약

난류유동 지배 방정식인 타원형 레이놀즈 방정식을 수치계산에 의해 계산하였다. 계산 대상으로는 실험결과가 많이 알려진 축 대칭 물체를 택하였다. 수치적으로 얻어지는 물체접합 좌표계를 사용하였고, 난류모형으로는  $k-\epsilon$  모형으로써 경계면 근처의 복잡한 유동특성을 추정할 수 있도록 영역을 2개로 나누어 계산하는 2층모형(two-layer model)을 사용하였다.

입구면의 경계조건을 사용하여 물체의 중앙부 이후부터 계산을 수행하였다. 입구면에서의 속도와 난류량 등은 경계층 방정식을 풀어 얻어진 결과와 평판의 경계층 자료로부터 얻어진 결과를 사용하였으며, 이로부터 입구면 조건이 점성유동 해석 결과에 미치는 영향을 조사하였다.

#### Abstract

The complete, fully-elliptic Reynolds-averaged Navier-Stokes equations have been solved using a two-layer model, in the  $k-\epsilon$  turbulence model, for the axisymmetric body. Numerically generated boundary-fitted coordinate system and the finite analytic methods are used to solve the governing equations.

Calculations are started after the middle body with given inlet conditions. The velocities and the turbulent quantities at the inlet section are specified by solving the boundary layer equations or by standard flat-plate boundary profiles. The effects of the inlet conditions on the solution are investigated.

접수일자 : 1990년 4월 23일, 재접수일자 : 1990년 12월 4일

\*정회원, 충남대학교 선박해양공학과

## 1. 서 언

점성 유동해석 방법으로는 지금까지 자유수면이 없는 무한유체중에서의 3차원 경계층 이론에 의한 연구가 많이 이루어져 왔다. 그러나 경계층의 두께가 커지는 물체의 끝부분에서는 경계층 이론에서의 가정의 불합리성, 난류 모형, 수치 해석상의 문제 등으로 해서 아직까지 정확한 유동의 해석이 어려운 실정이다.

이에 반해 최근에는 난류유동의 지배 방정식인 레이놀즈 방정식을 적절한 난류모형을 사용하여 수치계산에 의해 직접 푸는 연구가 활발히 이루어지고 있다. 레이놀즈 방정식은 3차원 타원형 편미분 방정식이므로 이를 계산하는데는 많은 기억용량과 계산시간이 필요 하게 되나 최근 supercomputer의 등장으로 이에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 이러한 연구중 레이놀즈 방정식을 푸는데 물체 표면주위에서 벽함수(wall function)를 사용하는  $k-\epsilon$  모형을 난류모형으로 사용하는 연구가 Patel(1), Kang(2) 등의 여러학자들에 의해 발표되었다. 이 방법은 물체표면에서 no-slip 조건을 만족시키는 대신 벽으로부터 적정거리만큼 떨어진 곳에서 벽함수와 국부평균 가정으로부터 주어지는 경계치를 만족 시킴으로써 경제적인 계산이 가능하다는 장점이 있으며 대체로 만족스러운 결과를 주는 것으로 알려져 있다. 그러나 이 방법은 유동의 박리가 발생하거나 마찰응력이 0에 가까워 지게되면 해를 구할 수 없는 단점이 있다. 이에 반해 물체표면 주위의 영역을 2개로 나누어 각 영역에 적당한 난류모형을 적용하는 2층모형이 Chen(3) 등에 의해 제안되었다. 이 방법은 물체표면 바로 주위의 영역에서는 난류운동 에너지 항만을 계산하는 단일 방정식(one-equation)의 난류모형을 적용하고 그 밖의 영역에서는  $k-\epsilon$  난류모형을 적용하여 유동을 해석하는 방법이다.

이 방법에서는 속도와 난류량의 변화가 심한 물체표면 주위의 유동현상을 고려하여 해를 구하며 물체표면상의 마찰응력을 사용하여 경계조건을 만족시키지 않으므로 박리가 발생하는

유체유동 해석에도 비교적 좋은 결과를 주는 것으로 알려져 있다.

본 논문에서는 축대칭물체 주위의 난류유동 해석을 위해 2층 모형을 난류모형으로 택하여 타원형 레이놀즈 방정식을 계산하였다. 레이놀즈 방정식을 수치계산에 의해 푸는데는 유동이 완전히 발달된 난류유동으로 보아 층류 및 천이가 일어나는 물체의 앞부분은 계산에서 제외시키는 방법을 사용하였다. 이 방법에서는 물체 앞부분의 유동현상을 입구면 경계조건으로 고려하게 되므로 입구면 경계조건의 추정이 중요한 문제가 된다. 지금까지 입구면 경계조건은 대체로 실험결과나 평판의 경계층 이론 또는 이들로부터 얻어진 경험식 등을 사용하여 추정하여 왔다. 그러나 본 계산에서는 입구면 경계조건을 추정하는데 물체 앞부분부터 입구면까지의 유동현상을 계층 이론에 의한 수치계산 결과를 사용하여 보았다. 또한 지금까지 널리 사용되고 있는 평판의 경계층 자료로부터 얻어진 입구면조건으로 계산한 결과와 비교함으로써 입구면 조건이 점성유동 해석결과에 미치는 영향을 조사하였다.

## 2. 지배 방정식 및 body-fitted좌표계

### 2.1 지배방정식

좌표계는 축대칭 물체주위의 유동해석에 편리한 원통좌표계( $x, r, \theta$ )를 택하였다.

비정상, 비압축성 축대칭 유동에 관한 연속 방정식 및 레이놀즈 방정식은 원통좌표계에서 다음식으로 표시된다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (p + \overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial r} (\overline{uv}) + \frac{\overline{uv}}{r} - \frac{1}{Re} \nabla^2 U = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial r} (p + \overline{vv}) + \frac{1}{r} (\overline{vv} - \overline{ww}) - \frac{1}{Re} (\nabla^2 V - \frac{V}{r^2}) = 0 \quad (3)$$

여기서  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$

$(U, V) : (x, r)$  방향으로서 평균속도 성분  
 $(u, v, w) : (x, r, \theta)$  방향의 fluctuating속도 성분

$$Re : \frac{U_0 L}{\nu}$$

$U_0$  : freestream속도

$L$  : 물체의 길이

위의 식은  $U_0, L$  및 밀도  $\rho$ 로 무차원화된 식이다.

식(2) 및 식(3)에 나타나는 레이놀즈 응력 ( $\overline{uu}, \overline{vv}$  등)은 난류 동점성 계수  $\mu$ 를 써 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -\overline{uu} &= \mu (2 \frac{\partial U}{\partial x}) - \frac{2}{3} k \\ -\overline{vv} &= \mu (2 \frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{2}{3} k \\ -\overline{ww} &= \mu (2 \frac{V}{r}) - \frac{2}{3} k \\ -\overline{uv} &= \mu (\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $k = (\overline{uu} + \overline{vv} + \overline{ww})/2$ 는 난류운동에너지를 뜻한다. 식(4) 관계를 사용하여 얻어지는 연속방정식 및 지배 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U - 2 \frac{\partial \mu}{\partial x}) \frac{\partial U}{\partial x} + (V - \frac{\partial \mu}{\partial r}) \frac{\partial U}{\partial r} \quad (6)$$

$$+ \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} - \frac{\partial \mu}{\partial r} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{R_{eff}} \nabla^2 U = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (U - \frac{\partial \mu}{\partial x}) \frac{\partial V}{\partial x} + (V - 2 \frac{\partial \mu}{\partial r}) \frac{\partial V}{\partial r} \quad (7)$$

$$+ \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial r} - \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{R_{eff}} \cdot$$

$$(\nabla^2 V - \frac{V}{r^2}) = 0$$

여기서  $\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_0} + \nu'$

$k-\epsilon$ 모형에서 난류동점성계수  $\mu$ 는 난류운동에너지  $k$ 와 그 소산율  $\epsilon$ 에 의해 다음과 같이 표시한다.

$$\mu = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

또한  $k$ 와  $\epsilon$ 는 다음의 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + (U - \frac{1}{\sigma_k} \frac{2\mu}{2x}) \frac{\partial k}{\partial x} + (V - \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial \mu}{\partial r}) \frac{\partial k}{\partial r}$$

$$- \frac{1}{R_k} \nabla^2 k - G + \epsilon = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + (U - \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu}{\partial x}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + (V - \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu}{\partial r}) \frac{\partial \epsilon}{\partial r}$$

$$- \frac{1}{R_\epsilon} \nabla^2 \epsilon - \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon_1} G - C_{\epsilon_2} \epsilon) = 0 \quad (10)$$

여기서  $\frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_0} + \frac{\mu}{\sigma_k}, \frac{1}{R_\epsilon} = \frac{1}{R_0} + \frac{\mu}{\sigma_\epsilon}$

$$G = \mu \{ 2(\frac{\partial U}{\partial x})^2 + 2(\frac{\partial V}{\partial r})^2 + 2(\frac{V}{r})^2 + (\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x})^2 \}$$

식(8)-(10)에 사용된  $C_\mu, C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ 은 경험상수로 각각 0.09, 1.44, 1.92, 1.0, 1.3을 택하였다.

### 2.2 Two layer model

물체 경계면 주위의 복잡한 유동 현상을 해석하기 위해 경계면 근처에서는 단일 방정식만을 풀고 물체로부터 떨어진 곳에서는 일반적인  $k-\epsilon$ 모형을 푸는 2층모형의 난류모형을 적용하였다.

2층 모형에서는 Fig.1에서와 같이 영역을 2개로 나누어 각 영역의 특성에 적합한 난류모형을 적용하게 된다.

영역 I은 sublayer, buffer layer 및 logarithmic layer의 일부가 포함된다. 이 영역에서는 벽 근처에서의 유동특성을 해석하는데 난류유동에너지만을 푸는 단일방정식모형을 난류모형으로 택하여 풀며 난류동점성계수는 다음 방법에 의해 계산된다.

영역 I에서의 에너지 소산율은

$$\epsilon = (k^{3/2}/l) \quad (11)$$

로 주어지며 난류동점성계수  $\mu$ 는 다음식으로 얻어진다.

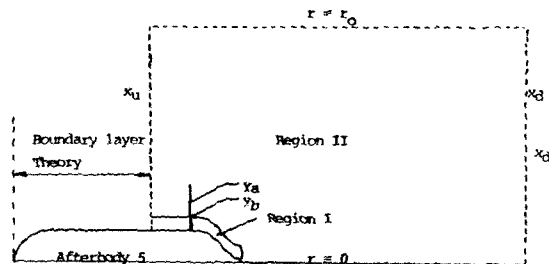


Fig.1 Solution domain and notation

$$\nu = C\mu\sqrt{k}l \quad (12)$$

여기서 길이의 차원을 가지는  $l\epsilon$ ,  $l\mu$ 는 난류 Reynolds수  $Rr$ 을 포함하며, 물체표면에서 필요한 감쇠효과를 가지도록 다음식으로 표시된다

$$l\mu = Cr[1 - \exp(-Rr/A_\mu)]$$

$$l\epsilon = C_\epsilon r[1 - \exp(-Rr/A_\epsilon)] \quad (13)$$

단  $R_r = Re\sqrt{k}r$

식(13)의  $l_\mu$ 와  $l_\epsilon$ 은 벽으로부터 멀리 떨어져  $R_r$ 이 커지면  $C_l \cdot r$ 로 수렴하게 된다.

한편, 식(13)을 적용하는데 필요한  $C_l$ ,  $A_\mu$ ,  $A_\epsilon$ 은 다음과 같다.

$$C_l = k C_\mu^{-3/4}$$

$$A_\epsilon = 2C_l \quad (14)$$

$$A_\mu = 70$$

영역 II에서는 일반적인  $k-\epsilon$ 모형을 사용하여 속도와 난류량을 구하게 되어 전체 영역에 대해 해를 구할 수 있게된다.

이 방법은 벽함수를 사용하는 난류모형과 달리 내부영역에서는 단일 방정식만을 풀게 되므로 박리가 발생하는 유동에 대해서도 계산이 가능하게 된다.

영역 I과 II의 경계는 식(13)에서의 감쇠효과가 무시될 수 있도록  $Rr$ 의 값이 250이 되도록 하였다.

### 2.3 물체적합 좌표계 및 지배 방정식의 좌표 변환

복잡한 형상주위의 유동해석을 위해서는 계산 영역상 모든 경계면이 좌표면과 일치하는 것이 편리하며 이를 위해 물체적합 좌표계를 사용한다. 이 방법은 해석하고자 하는 실제 영역의 모든 경계면이 특정 좌표면과 일치하도록 곡선 좌표계를 수치적으로 형성하는 방법이다. 이 방법은 경계조건을 쉽게 적용할 수 있으며 물체 주위에 계산 격자를 밀집시켜 분포함으로써 물체 경계면 주위의 복잡한 유동을 상세히 해석할 수 있는 장점이 있다. 이 좌표계는 수치계산에 의해 만들어 지게되므로 좌표계를 계산할 때 경계조건인 형상 및 조건에 따라 수치오차가 최소가 되도록 하는 것이 필요하다.

실제영역( $x, r$ )을 계산영역( $\xi, \eta$ )으로 좌표변환하는 관계식은 다음과 같은 2차편미분 방정식으로 나타낼 수 있다.[4]

$$g^{11}x_{\xi\xi} + g^{22}x_{\eta\eta} + 2g^{12}x_{\xi\eta} + f^1x_\xi + f^2x_\eta = 0$$

$$g^{11}r_{\xi\xi} + g^{22}r_{\eta\eta} + 2g^{12}r_{\xi\eta} + f^1r_\xi + f^2r_\eta = \frac{1}{r} \quad (15)$$

$$\text{여기서 } g^{11} = r^2(x\eta^2 + r\eta^2)/g$$

$$g^{22} = r^2(x\xi^2 + r\xi^2)/g \quad (16)$$

$$g^{12} = g^{21} = -r^2(x_\xi x_\eta + r_\xi r_\eta)/g$$

$$g = r^2(x_\xi r_\eta - x_\eta r_\xi)^2$$

$f^1, f^2$ 는 격자의 간격을 조정하는 조절함수이다.

### 3. 수치 해석방법 및 경계조건

식(15)로 표시되는 물체적합 좌표계 변환식이나 식(6-10)으로 표시되는 운동량 및 난류 유동 방정식은 수치계산에 의해 해를 얻을 수 있다. 수치계산법으로는 유한차분법(finite difference method), 유한요소법(finite element method), 유한해석법(finite analytic method)등 여러가지가 사용되고 있다. 본 연구에서는 식(15)의 물체적합 좌표에의 계산에는 지수적 유한차분(exponential finite difference) 방법[7]을 사용하였다. 식(15)에서  $f^1, f^2$ 는 격자의 간격을 조정하는 기능을 가지고 있으므로 여기서는 먼저 축 방향과 반경방향의 격자분포를 정하여 조절함수  $f^1, f^2$ 의 값을 결정하되 이 값을 사용하여 물체적합 좌표계를 계산하였다.

$x$ 축 방향으로서는 물체의 끝부분에서 격자가 조밀하고, 물체로부터 어느 정도 떨어진 반류 영역에서는 격자 분포가 넓어지도록 하였다. 반경방향으로는 물체 경계면과 첫번째 grid의 간격을 초항으로 하는 기하급수를 사용하여 분포를 결정하였다. 계산영역의 격자 크기는 편의상  $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ 로 하였다.

본 연구는 회전체 주위의 유동을 해석하고자 하므로 축 방향의 단면이 계산영역의 특정좌표와 일치 하도록  $\xi = \epsilon(x)$ 로 놓으면 편리하다. 이렇게 하면 식(15)의 첫식이 간략히 표시 될 수 있으며, 단면에서 거의 직교하는 좌표계를

을 수 있고 계산결과와 실험결과 등을 비교하기 편리한 장점이 있으므로 본 연구에서도  $\epsilon = \epsilon(x)$ 가 되도록 물체적합 좌표계를 정하였다.

이상의 좌표계 변환에 따라 연속방정식 및 지배 방정식을 변환해 주어야 한다. 좌표 변환은 독립변수( $x, r$ ) 및 종속변수( $U, V, k, \epsilon$ )를 모두 계산영역의 좌표계로 변환시키는 완전변환(full transformation)법과 독립변수( $x, r$ )만을 변환시키는 부분변환(partial transformation)으로 나누어 진다. 완전변환은 곡률의 변화가 심한 경우에 적용되어야 하나 좌표변환과정 및 수치해석과정이 복잡하게 된다. 따라서 길이 방향으로의 곡률 변화가 심하지 않은 유동해석에는 부분변환방법이 사용되고 있다. 참고문헌 (4), (5)의 변환관계를 이용하면 전절의 연속 방정식과 운동방정식은 각각 다음 형태로 변환된다.

연속방정식 :

$$\frac{1}{J} \{ (b_1^2 U + b_2^2 V) \epsilon + (b_1^2 U + b_2^2 V) \eta \} = 0 \quad (17)$$

운동량 및 난류유동 방정식 :

$$g^{11} \phi_{xx} + g^{22} \phi_{rr} = D\phi \phi_x + 2B\phi \phi_r + E\phi \phi_t + S\phi \quad (18)$$

여기서  $\phi = U, V, k, \epsilon$ 을 각각 의미하며

$J$ 는 Jacobian이고,

$b_i^j$ 는 associated geometric coefficient이다.

계수  $B\phi, D\phi, E\phi$  및 source항  $S\phi$ 는 참고문헌 (5)에 유도과정이 상세히 기술되어 있어 여기서는 생략한다.

식(18)의 지배방정식을 푸는때는 모든 경계면에서의 경계조건이 주어져야 하며, 여기서 사용한 경계조건은 다음과 같다.

(1) 입구면 ( $x = x_u$ )

$u, k, \epsilon$ 을 경계층 이론 또는 평판의 경계층 자료로부터 추정하여 구한다.

$$V_x = 0$$

(2) 출구면 ( $x = x_d$ )

$$p_x = u_{xx} = v_{xx} = k_{xx} = \epsilon_{xx} = 0$$

(3) 바깥경계 ( $r = r_o$ )

$$U = 1, k_r = \epsilon_r = p = 0$$

(4) 후류중심선 ( $r = 0, x > 1.0$ )

$$u_r = k_r = \epsilon_r = v = 0$$

(5) 물체경계면 ( $r = r_s, x < 1.0$ )

$$U = V = 0$$

이상의 경계조건을 사용하여 식(18)을 푸는데는 Chen[6] 등의 유한해석법을 사용하였다. 이 방법은 각각의 격자 내부의 점에서 계수  $B\phi, D\phi$ 를 계산하여 식(18)를 각 격자 내에서 선형화 시킴으로써 해석적인 해를 얻게 되므로 해의 안정성(stability)이 높은 것으로 알려져 있다. 이에대한 자세한 설명은 참고문헌(6)에 기술되어 있다.

$U, V, k, \epsilon$ 에 대한 지배 방정식은 압력을 알면 유동방향을 따라 계산할 수 있다. 그러나 압력을 초기에 알 수 없으므로 가정된 압력에 대하여 속도를 구하고 계산된 속도량이 연속 방정식을 만족 시키도록하는 Patankar 등의 SIMPLER 방법 (7)을 사용하여 압력보정을 하였으며, 이에 대한 상세한 설명은 생략하기로 한다.

#### 4. 계산 예 및 검토

전절에서 기술한 수치해석 방법을 축대칭 물체에 적용하여 계산하였다. 계산 모형로는 Huang[8] 등에 의해 실험치가 많이 알려져 있는 Afterbody 5를 사용하였으며 Reynolds 수는 실험이 수행된  $9.3 \times 10^6$ 으로 정하였다.

물체적합 좌표계 계산을 위해 격자계는 길이 방향으로  $0.6 < x < 13.2$ 까지 60개의 스테이션으로 분할하였으며, 반경방향으로는  $r = 3.48$ 까지 27개로 나누었다.

2층모형을 적용하기 위해 물체표면 근처의 영역 I에 12개의 격자를 분포하였고, 영역 I 과 영역 II의 접합경계는  $\eta = 12$ 로 하였다. 일반적으로 벽함수를 사용할 때는 영역 I 내의 격자가 필요치 않으며 Fig.1의  $ya$ 부터 계산에 사용되게 된다. 따라서 2층모형을 사용하여 유체유동 해석을 수행할 때에는 벽 함수를 사용하는 방법에 비하여 더 많은 격자를 배치하여야 함을 알 수 있다. Fig.2에는 이렇게 얻어진 물체적합 좌표계를 도시하였다. 물체적합 좌표계의 계산이 끝나면 지배 방정식의 해를 구할

수 있게 되며, 여기서는 입구면의 경계조건( $x = x_u$ )을 3차원 경계층 이론에 의해 직접 풀어 사용하여 보았다. 계산결과는 평판의 경계층 분포로부터 입구면 조건을 추정하여 해를 구한 Chen(3) 등의 결과 및 Huang(8) 등의 실험치와 비교를 함으로써 입구면 경계조건이 레이놀즈 방정식의 해에 미치는 영향을 조사하고자 하였다. 계산에 사용한 경계층 이론계산 program은 Stern(9)이 선박에 적용한 3차원 경계층 계산 program이다. 본 계산에 이용된 물체는 회전타원체이나 이처럼 3차원 경계층 계산 program을 사용한 것은 본 연구를 앞으

로 선박과 같이 복잡한 기하학적 특성을 가지는 3차원 물체에 대한 연구로 확장할 예정으로 있기 때문이다. Fig.3-5에는 입구면에서의 경계조건인  $u$ ,  $k$ ,  $\epsilon$ 을 3차원 경계층 이론으로 계산하여 구한 결과와 Chen 등이 평판의 자료를 써서 추정한 결과를 도시하였다.

Fig.3에는 평균속도  $U$ 를 도시하였으며, 경계층 이론에 의한 속도분포가 추정된 속도 분포

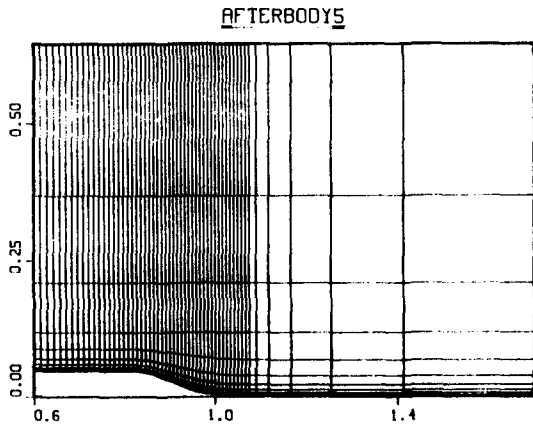


Fig. 2 Partial view of the numerical grid

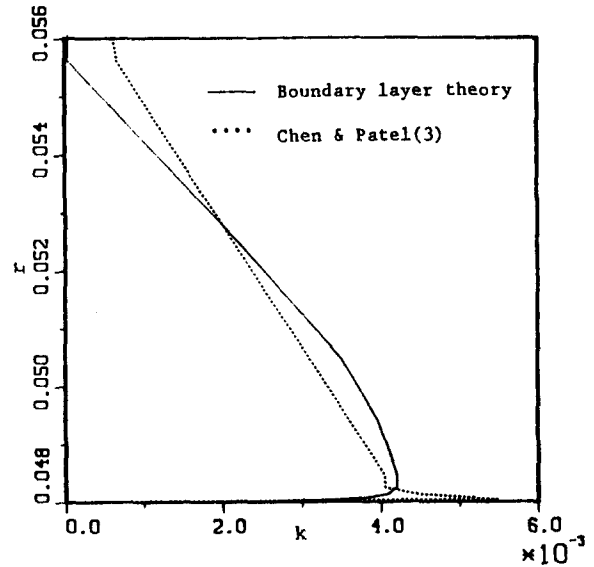


Fig. 4 Inlet condition of turbulent kinetic energy

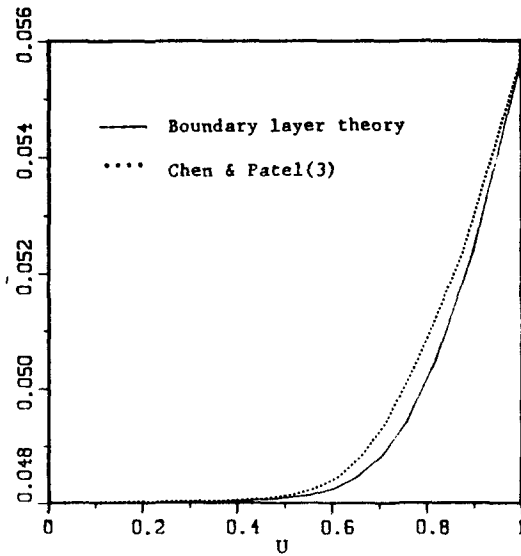


Fig. 3 Inlet condition of mean velocity  $U$

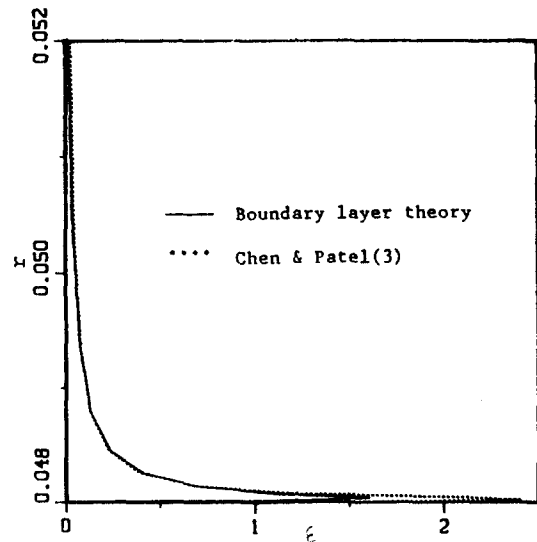


Fig. 5 Inlet condition of energy dissipation

보다 다소 크게 나타남을 알 수 있다. 그러나 경계층의 두께는 거의 차이가 없음을 알 수 있다. Fig.4에는 난류운동에너지  $k$ 를 도시하였으며 추정된 결과는 물체표면 근처에서 심한증가를 나타내고 있으나 계산된 결과는 완만히 변화함을 알 수 있다.

Fig.5에는 난류운동에너지의 소산율  $\epsilon$ 을 도시하였으며, 식(11)로부터 알 수 있듯이  $\epsilon$ ,  $k$ 의 변화와 유사하게 변화되는 것을 볼 수 있다.

이러한 입구면조건을 써어 레이놀즈 방정식을 풀었으며 이때 반복계산을 300번 수행함으로써 수렴된 해를 얻을 수 있었다. Fig.6에는 압력분포의 수렴정도를 도시하였다. Fig.7에는 압력분포를 실험치와 함께 도시하였다. 계산결과는 대체로 실험치와 정성적으로는 잘 맞는 편이나 아직까지 정량적으로는 다소 차이가 있

음을 알 수 있다.

Fig.8에는 물체표면에서의 마찰속도를 도시하였다. 이 결과로부터 입구면 경계조건의 영향이  $x=0.85$  근처까지 나타나고 있음을 볼 수 있다. 그러나  $x=0.85$  이후의 결과는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 마찰속도는 역시 실험치와 정성적으로 잘 맞으나 정량적으로는 차이가 있음을 알 수 있다. 이러한 차이는 입구면 조건의 부정확, 난류모형 등에 기인 하는 것으로 생각되며 특히 난류모형에 관해서는 앞으로 많은 연구가 이루어져야 하겠다. 한편 Fig.7-8의 결과로부터 평판으로부터 추정한 입구면 조건을 사용한 결과가 경계층 이론 계산 결과를 써서 입구면 조건을 계산한 결과 보다 실험치와 보다 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 경계층

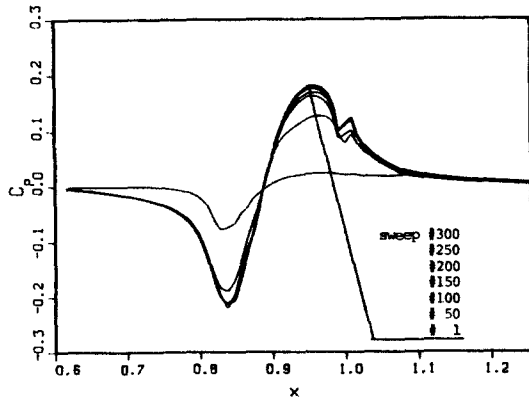


Fig. 6 Convergence of the pressure distribution

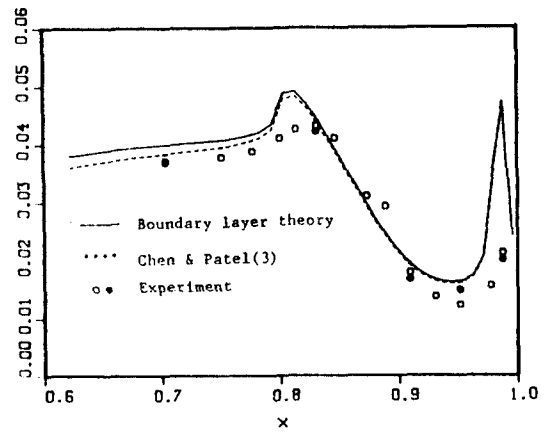


Fig. 8 Friction velocity with experiment

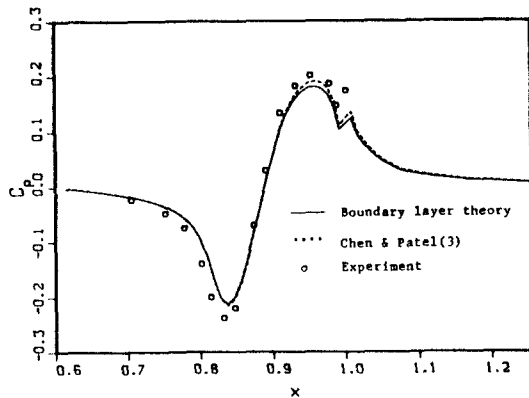


Fig. 7 Pressure distribution with experiment

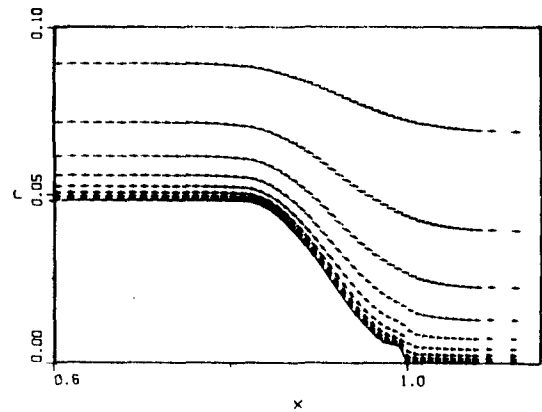


Fig. 9 Velocity vectors in longitudinal planes

이론의 계산에서 나타나는 오차로 인한 것으로 생각된다. 그러나 경계층 이론의 계산결과를 사용하여 계산한 결과 역시 실험치와 정성적으로 비슷한 결과를 주고 있음은 매우 고무적인 결과라 할 수 있다. Fig.9에는 축방향으로의 속도 분포를 도시하였다. 계산 대상 물체가 축대칭 물체로써 박리가 발생하지 않는 유동임을 알 수 있다. 특히 본 계산에서 사용한 난류모형이 물체 표면 근처에서의 유동현상을 보다 상세히 계산할 수 있는 2층 모형이므로 표면 근처의 속도분포를 자세히 나타낼 수 있다.

## 5. 결 언

타원형 레이놀즈 방정식을 축대칭 물체 유동해석에 적용하였다. 물체적합 좌표계를 사용하였으며, 난류모형으로는 2층모형을 사용하였다. 입구면 조건으로는 3차원 경계층 이론으로부터 직접 계산한 결과를 사용하였다. 경계층 이론으로부터 입구면 조건을 계산하여 레이놀즈 방정식을 풀 결과는 실험치와 정량적으로는 차이가 있으나 정성적으로는 타당한 결과를 주는 것이 확인되었다. 또한 입구면의 경계조건이 레이놀즈 방정식을 물체의 중간부분부터 풀 때는 대단히 중요한 요소가 되는 것을 알 수 있었다.

앞으로 본 연구는 선박 등과 같이 입구면 조건을 쉽게 정하기 어려운 복잡한 3차원 물체주위의 난류유동 해석에 적용하는 연구가 필요한 것으로 생각된다. 또한 레이놀즈 방정식을 물체의 앞 부분부터 직접 푸는 연구가 이루어져야겠다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 1989년 전반기 해외연수과제의 기초연구로 연수기관인 University of Iowa의 프로그램을 사용하여 이루어졌다.

해외연수의 기회를 준 한국과학재단과 프로그램을 제공해준 University of Iowa의 Patel

교수에 심심한 사의를 표합니다.

## 참 고 문 헌

1. Patel, V. C. and Chen, H. C., "Turbulent Wake of a Flat Plate", AIAA Journal, Vol. 25, Aug. 1987, p.1078~1085
2. Kang, S.-H. and Oh, K.-J., "Numerical Calculation of Three-Dimensional Viscous Flow over a Stern by Semi-Elliptic Equations", Journal SNAK, Vol. 26, No. 1, 1989
3. Chen, H. C. and Patel, V. C., "Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation", AIAA Journal, Vol. 26, Jun. 1988, p.641~648
4. Thompson, J. F. and Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W., "Numerical Grid Generation", North-Holland, 1985
5. Chen, H. C. and Patel, V. C., "Calculation of Stern Flows by a Time Marching Solution of the Partially-Parabolic Equations", Iowa Institute of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, IIHR Rept. No. 285, 1987
6. Chen, C. J. and Chen, H. C., "The Finite Analytic Method", Iowa Institute of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, IIHR Rept. No. 232-IV, 1982
7. Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, 1977
8. Huang, T. T. et. al, "Boundary Layer Flow on an Axisymmetric Body with an Inflected Stern", DTNSRDC Rept. 801064, 1980
9. Stern, F., "Effects of Waves on the Boundary Layer of a Surface-Piercing Body", JSR, Vol. 30, DEc. 1986