

계층적 구조를 이용한 효율적인 변위 추정 방법

(An Efficient Motion Estimation Method Using Hierarchical Structure)

黃 臣 煥*, 李 商 郁*

(Shin Hwan Hwang and Sang Uk Lee)

要 約

본 논문에서는 계층적 구조를 이용한 변위 추정 알고리즘을 제시하였다. 본 논문의 알고리즘의 Gaussian 필터링 및 간축(decimation)에 의한 영상 피라미드를 사용하여 각 계층별 변위 추정 결과의 계층간 전파를 통해 변위 추정을 수행한다. 계층적 구조를 이용한 변위 추정 알고리즘은 광역정보(global information)와 국부 정보(local information)의 결합을 통해 효율적인 변위 추정이 가능하며, 여러 가지 영상 데이터에 대한 실험을 통해, Horn과 Schunck의 알고리즘에 비해 빠른 수렴속도와 정확한 변위 추정 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

Abstract

In this paper, we propose a motion estimation algorithm using hierarchical structure. The algorithm uses the image pyramids obtained from the repetitive application of Gaussian filtering and decimation, and performs an inter-level displacement propagation in its motion estimation process. The motion estimation algorithm based on the hierarchical structure is shown to be very effective since this scheme utilizes the local information as well as the global information. The experimental results on the various data indicate that compared to the Horn and Schunck's method, the proposed algorithm yields an accurate motion estimation with a fast convergence behaviour.

I. 서 론

시각 인식은 인간의 사고와 지각 작용에 있어서 커다란 비중을 차지하고 있다. 이러한 시각 인식에 대해서는 그 동안 많은 연구가 이루어져 왔으며 일반적으로 물체의 움직임 정보가 시각 인식에 지대한 영향을 미침이 알려져 왔다.^{1,2)}

물체의 움직임 정보 추출을 위한 시변 영상(time varying images)의 분석은 크게 영상 데이터로부터 물체의 변위를 추정하는 것과 변위 추정 결과로부터

물체의 구조 및 움직임에 대한 정보를 취득하는 것의 두가지 단계로 나눌 수 있다. 그런데 이들 두 과정을 해결하는 데에는 수학적인 관점에서 보았을 때 커다란 문제점이 존재하고 있다. 즉 시변영상의 분석에 사용되는 영상 데이터는 3차원 공간상의 물체의 움직임을 2차원 평면에 투영한 형태가 되며 이 과정에서 3차원 깊이 정보(depth information)의 손실이 따르게 되고, 이러한 정보의 손실로 말미암아 정확한 변위의 추정 및 구조 해석이 불가능하게 된다. 3차원 깊이 정보의 손실은 컴퓨터를 이용한 물체의 움직임 정보 추출에 있어서 두가지 커다란 문제점을 유발한다. 그 하나는 aperture problem 으로서, 시변 영상의 국부적인 데이터만을 이용한 움직임

*正會員, 서울大學校 制御計測工學科
(Dept. of Cont. Inst. Eng., Seoul Nat'l Univ.)
接受日字: 1991年 5月 22日

추정에서 일반적으로 2차원적인 변위 대신 오직 한 가지 방향성만을 추정할 수 있게 되는 것을 말한다.^{3,4,5} 두번째 문제점은 영상내의 각 물체의 3차원 공간상의 움직임이 2차원 영상의 밝기 변화로서 유일하게 결정되지 않는다는 것이다.^{4,6} 본 논문에서는 이러한 문제중에서 첫번째 문제인 aperture problem의 해결에 중점을 두어, 효율적인 변위 추정 알고리즘에 대해 기술하였다.

그림1은 aperture problem을 나타낸 것으로, 물체의 윤곽 E의 움직임을 제한된 영역(aperture)의 데이터만을 이용하여 국부적으로 계산할 경우 벡터c와 같은 윤곽선에 수직인 방향의 변위 성분밖에 구할 수 없음을 보여준다. 즉, 변위 계산에 사용되는 데이터가 원A(aperture) 내부로 제한될 경우 각각 b, c 및 d로 표시되는 방향의 움직임들을 구분할 수 없게 된다. 이러한 Aperture problem의 해결을 위해서는 국부 연산(local operation)에 의해 얻어진 결과를 전체적으로 종합하여 변위를 계산하는 과정이 필요하다. 국부 변위 정보의 결합을 위한 방법으로는 부가적인 제약 조건을 가하여 최적화 기법을 통해 변위를 구하는 방법이 일반적이다.^{4,5} 그러나 이들 방법은 밝기 변화가 거의 없는 균일 밝기 영역에서는 국부 변위의 오차가 크게되고, 윤곽 부분에서의 국부 변위 정보를 순환적인 방법(iterative method)을 통해 균일 밝기 영역으로 전파하므로 수렴이 늦어지는 단점이 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 국부정보(local information)의 체계적인 통합과, 국부 정보와 광역 정보(global information)의 효율적인 결합이 필요하다. 최근, 국부 변위 정보와 광역 정보의 통합을 위한 방법으로 계층적 움직임 추정(hierarchical motion estimation) 기법에 대한 연구가 이루어지고 있다.⁷ 이는 각 영상을 공간 해상도에 따른 피라미드 구조로 구성하여 각 피라미드 단계별 변위 추정 결

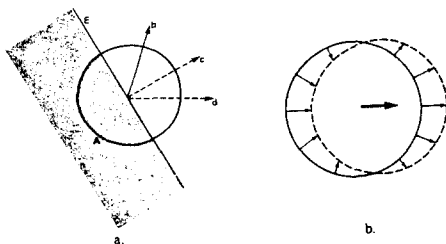


그림 1. Aperture problem
Fig. 1. Aperture problem.

과를 다음 단계에서의 변위추정에 이용하고자 하는 것이다. 이러한 시도는 주로 저해상도로부터 고해상도(coarse-to-fine)로의 변위정보 전달 형태로 이루어지며, 저해상도에서의 정보는 고해상도에서 보았을 때 광역 정보에 해당되므로 저해상도로부터 고해상도로의 정보 전달을 통해 광역 정보와 국부 정보의 통합이 이루어지게 된다.

본 논문에서는 Gaussian 필터링과 간축(decimation)을 통해 그림2와 같은 영상 피라미드 구조를 구성하여, 최저 해상도 단계로부터 최고해상도 단계까지의 정보를 이용한 변위 추정 방법을 제시하였다. 기존의 계층적 움직임 추정 방법⁷의 Horn과 Schunck의 motion smoothness 가정을 제약 조건(constraint)으로 사용하여 multigrid 방법을 적용하고, 단순히 저해상도에서의 추정결과를 고해상도에서의 초기값으로 사용하여 수렴 속도를 높이고자 한 것임에 반하여, 본 논문에서는 계층간 변위 투영값들 사이의 관계를 relaxation 과정의 제약 조건에 이용하여 변위가 전체적으로 완만(smooth)해지는 현상을 방지하도록 하였으며, 이를 multigrid relaxation에 효율적으로 적용하여 빠른 수렴속도와 함께 균일 밝기 영역의 변위를 보다 효율적으로 추정하고자 하였다.

본 논문에서는 제안된 알고리즘들의 성능 파악을 위해 기존의 알고리즘 중에서 가장 대표적이라고 할 수 있는 Horn과 Schunck의 알고리즘⁸을 제안된 알고리즘과 함께 인위적인 영상 데이터와 실제 시변 영상 데이터에 적용하여 변위 추정 정확도 및 수렴 속도 면에서의 성능 비교를 수행하였다.

II. 변위 추정

변위 추정이란 시변 영상 시퀀스 내에 내재되어 있는 물체의 움직임 정보를 추출해 내는 과정으로서, 이 경우 움직임 정보는 3차원 공간상의 물체의 움직

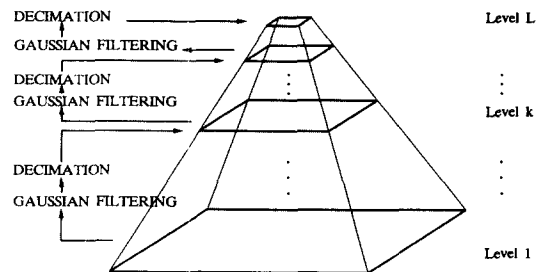


그림 2. Gaussian 영상 피라미드 구조
Fig. 2. Gaussian image pyramid structure.

임이 2차원 평면에 투영되어 나타난 변위가 된다. 이러한 2차원 변위를 추정하기 위한 방법에는 기본적으로 영상 시퀀스 내에 특징점(feature)들을 추출하여 그들 사이의 정합 관계로부터 변위를 구하는 feature-based 방법^{9,10,11,12}과 두 영상 사이의 밝기 차이나 밝기 변화등을 이용한 intensity-based 방법^{3,4,5,13,14,15}의 두가지가 있다.

Feature-based 방법은 시변 영상내의 특징점을 추출한 후 각 영상에서 특징점들의 상관관계(correlation)를 조사하여 특징점의 위치 변화를 추출함으로써 변위를 추정한다. 따라서, 이 방법의 주요 관건은 샘플 윈도우 내의 특징점 추출 및 각 특징점간의 정합 문제가 된다. 그런데 샘플 윈도우의 크기를 결정하는데 있어서, 이들 두가지 문제는 서로 상반되게 작용한다. 즉 특징점 추출의 관점에서 보았을 때 샘플 윈도우내의 특징점이 다른 특징점들과 구분되는 특이성을 갖기 위해서는 샘플 윈도우의 크기가 클수록 유리하다. 그러나 각 특징점들간의 정합을 고려할 때 미세한 변위 분포 변화에 대응하고 계산량을 줄이기 위해서는 샘플 윈도우의 크기가 작을 필요가 있다. 따라서 샘플 윈도우의 크기를 결정하기 위해서는 특징점 추출과 특징점 정합 사이의 적절한 절충이 있어야 한다.

한편 intensity-based 방법은 각 영상간의 밝기 차이나 밝기 변화를 이용하여 움직임 정보를 추정하는 방법으로서 계산량이 작고 간단한 차영상을 이용한 방법^{14,15,16,17,18}으로부터 gradient를 이용한 방법^{3,4,5,13,19}까지 여러가지 방법에 대한 연구가 이루어지고 있다. 차영상을 이용한 방법은 움직임이 있는 물체에 대해서만 계산하므로 효율적이고 신속한 처리가 가능한 반면, 관측자의 움직임 및 균일한 밝기를 갖는 영역에 대해서는 적용이 불가능한 단점이 있다. Gradient를 이용한 변위 추정 방법은 optical flow^{13,4,5}의 계산에 광범위하게 사용되는 것으로서 밝기의 시간 경사(temporal gradient) 및 공간 경사(spatial gradient)를 이용한 방법이다. 이러한 Gradient를 이용한 방법은 기본적으로 국부 연산에 사용하는 이웃(local neighborhood) 화소들의 밝기 분포를 Taylor 급수의 저차항으로 근사화 할 수 있다는 가정하에서 출발한 것으로 이러한 가정이 성립되지 않을 경우에는 정확한 변위의 추정이 불가능하다. 즉, 시간 t에서 위치 (x, y)의 화소 밝기를 나타내는 함수를 $I(x, y, t)$ 라고 할 때, 변위 (dx, dy) 및 시간 변화 dt에 대해 밝기 함수를 Taylor 급수로 확장하면

$$I(x+dx, y+dy, t+dt) = I(x, y, t) + \nabla I(x, y, t) \cdot (dx, dy, dt) + R_2 \quad (1)$$

가 된다. 여기서 R_2 는 2차 이상의 오차항을 나타내는 것으로, 화면의 공간상 밝기 변화가 오직 물체의 이동에 의해 발생한다고 가정하면 위치 (x, y)의 화소가 시간 dt 동안에 (dx, dy)의 변위를 갖는다고 할 때

$$I(x+dx, y+dy, t+dt) = I(x, y, t) \quad (2)$$

가 되어 결국 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\nabla I(x, y, t) \cdot (dx, dy, dt) + R_2 = \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt + R_2 = 0 \quad (3)$$

식(3)에서 밝기 함수 $I(x, y, t)$ 가 Taylor 급수에 의해 충실히 근사화 되었다는 가정하에 R_2 를 무시하면 결국

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (4)$$

$$\text{여기서, } I_x = \frac{\partial I}{\partial x}, I_y = \frac{\partial I}{\partial y}, I_t = \frac{\partial I}{\partial t}, u = \frac{dx}{dt}, v = \frac{dy}{dt}$$

와 같은 optical flow 식을 얻게 된다. 그런데, 이러한 가정은 다음과 같은 두가지 경우에 성립하지 않게 된다: 1) 변위가 큰 경우; 2) 밝기가 선형적으로 변하는 범위가 작은 경우. 식(1)에서, 충분히 작은 ϵ 에 대하여

$$R_2 < \epsilon \quad (5)$$

이 성립되는 범위의 반경을 r이라 할 때 optical flow 식이 성립하는 경우는

$$\| (dx, dy) \| < r \quad (6)$$

인 경우가 되며, 식(6)은 1) $\| (dx, dy) \|^2$ 가 너무 크거나 2) r이 너무 작은 경우 성립하지 않게 된다. 즉, 충분히 큰 변위를 추정하기 위해서는 r이 충분히 커야 하는데, 고대역 영상 데이터의 경우 일반적으로 r이 작게 됨으로써 문제점이 발생함을 알 수 있다. 일반적으로 gradient-based 방법에서 연산에 사용되는 이웃 화소의 범위는 r의 크기에 의해 결정되며, 따라서 이웃의 범위 결정 문제는 feature-based 방법의 sample window 크기 결정 문제와 동일한 맥락에서 해석이 가능함을 알 수 있다. 이러한 문제점들을 해결하기 위해서는 r의 크기 또는 sample window의 크기를 영상의 상태에 따라 가변적으로 변화시키고 그에 따른 처리 결과들을 효율적으로 통합할 수 있는 알고리즘들이 필요하다. 계층적 구조(hierarchical structure)를 이용한 알고리즘은 영상을 대역에 따라 나누어 처리함으로써 이러한 문제점을 해결하고

있다.²¹ 즉, 저역에서는 화면내의 밝기 변화가 점진적으로 일어나게 되므로 r 이 커지게 되며 또한 화면내 변위의 변화도 거의 없으므로 sample window의 크기를 크게할 수 있다. 따라서 이 경우 변위 추정을 위해 사용하는 데이터는 광역 정보(global information)의 성향을 지니게 된다. 물론 이 경우 화면내 상세한 형태에 대한 정보 손실이 있게 되나, 이러한 정보는 계속적인 고대역 데이터에 대한 처리 과정을 통해 보상할 수 있으며, 궁극적으로 광역 정보와 국부 정보를 모두 이용하는 결과를 얻을 수 있다. 이러한 계층별 연산은, 영상 데이터의 계층적 구조 구성시 Gaussian 필터링 및 간축(decimation)에 의한 영상 피라미드를 구성함으로써, 이론적으로 각 계층별로 동일한 크기의 sample window 또는 반경 r 인 범위 내에 동일한 대역 성분의 데이터를 동일한 방법으로 처리하도록 하여 전체 알고리즘을 크게 단순화시킬 수 있도록 한다.

한편, 광역 정보 및 국부 정보의 통합을 통해 최종적인 변위 추정 결과를 얻기 위해서는 각 계층별 연산 결과의 계층간 전파가 필요하다. 정신 물리학(psychophysics)적인 측면에서 현재까지 이루어진 많은 연구 결과들을 살펴보면 인간의 시각 인식 구조도 물리적 및 정신적으로 계층적 형태를 이루고 있음이 알려져 있다.^{20,21} 특히 물체의 움직임 관측시 물체의 국부적인 정보와 함께 광역적인 정보를 동시에 사용함으로써 aperture problem을 극복할 수 있음도 알려져 있다. 이러한 점을 고려할 때 변위 추정에 있어서도 각 계층별로 특징 있는 정보를 추출하여 다음 단계로 전파함으로써, 효율적인 변위 추정이 가능할 것이다.

III. 계층적 구조를 이용한 변위 추정 알고리즘

계층적 구조를 이용한 변위 추정을 위해서는 영상 데이터를 계층적 구조로 재구성할 필요가 있다. 영상 데이터를 계층적으로 처리하는 방법으로는 나무 구조(tree structure)와 영상 피라미드 등이 주로 사용되는데, 본 논문에서는 aperture 또는 sample window 내의 주파수 대역성분을 aperture 또는 sample window의 크기로 정규화(normalize)하는 효과를 얻을 수 있는 영상 피라미드 구조를 사용하였다. 이와 같이 구성된 영상 피라미드의 각 계층에서는 이웃 계층으로부터 투영(projection)되어 온 변위 정보를 이용하여 regularization을 통해 변위를 추정된 후 그 결과를 다음 계층으로 투영한다. 이와 같은 계층간 연산은 최상위 계층으로부터 최하위 계층까지를 순

차적으로 왕복하면서 수렴조건이 만족될 때까지 반복된다.

1. 영상 피라미드 구성

영상 피라미드란 영상을 복수의 해상도로 나타낸 것으로 저해상도부터 고해상도까지의 영상 데이터를 포함하고 있다. 본 논문에서는 그림2와 같이 Gaussian 필터링과 간축(decimation)에 의해 영상 피라미드를 구성하였다.

영상 피라미드의 구성에 있어서 중요한 문제중의 하나로서 필터의 선택 문제를 들 수 있다. 필터는 영상 피라미드의 각 계층별 데이터의 대역 제한을 위해 사용되며, 이론적으로 동일 크기의 aperture 또는 sample window 사용시 동일한 주파수 대역 성분의 영상 데이터 처리가 가능하기 위해서는 필터의 대역 제한 특성과 간축비가 일치해야 한다. 그러나 실제의 경우 알고리즘의 적용 목적상 그 정도의 정밀도를 필요로 하지 않으므로 본 논문에서는 2:1간축을 사용하였다.

한편 필터의 선택에 있어서 필터의 주파수 응답과 kernel의 크기에 대한 세심한 고려가 필요하다. 일반적으로 주파수 응답을 좋게 하려면 kernel의 크기가 커야하는 반면 계산량 및 병렬처리 하드웨어 구현등을 고려할 때 kernel 크기의 적절한 제한이 필요하다. 이러한 주파수 응답과 kernel 크기에 관한 절충은 불확정성 관계(uncertainty relation)²²에 의해 정량적으로 주어지고 있다. 이 관계에 따르면 Gaussian 함수가 low-pass 영상 필터로서 최적의 절충효과를 보임²³을 알 수 있으며, seperable하고 회전 대칭인 성질을 보유하고 있기 때문에 본 논문에서는 Gaussian 필터를 이용하여 영상 피라미드를 구축하였다.

일반적으로 각 계층별로 각기 다른 대역폭을 갖는 Gaussian 필터를 적용하는 것은 매우 비효율적이다. 더구나 그림2의 피라미드 구성 과정을 살펴볼 때, 각 계층에서 다음 계층을 생성할 때 동일한 형태의 Gaussian kernel을 사용함으로써 그 구조를 단순화할 수 있음을 알 수 있다. Burt²⁴는 이러한 사실에 착안하여 low-pass 필터링 및 간축(decimation)을 수행한 영상에 동일한 kernel의 low-pass 필터링 및 간축을 반복적으로 적용하여 얻은 net convolution mask가 Gaussian 형태에 근접하도록 하였다. 식(7)은 본 논문에서 사용한 Gaussian filter kernel로서 두개의 1차원 mask의 convolution 형태로 됨을 알 수 있다.

$$G' \equiv \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} [1 \ 3 \ 3 \ 1] * \frac{1}{8} [1 \ 3 \ 3 \ 1]^T \quad (7)$$

여기서, *는 convolution 연산을 나타낸다.

2. 변위 추정 알고리즘

Gradient를 이용한 변위 추정은 ill-posed 문제²⁵⁾로서 올바른 변위의 추정을 위해서는 기본적인 optical flow 식 외에 부가적인 제약 조건 (constraint)을 통한 해공간 (solution space)의 제약이 필요하다. 실제로 식(4)의 optical flow식에서 구하고자 하는 미지수는 u, v 두개인데 반해 식은 하나이므로, 올바른 해를 구하기 위해서는 식(8)과 같은 제약 조건이 필요하다.

$$C(u, v) = 0 \quad (8)$$

위 식(8)의 의미는 optical flow 식의 해공간을 식(8)을 만족하는 공간으로 제한하고자 하는 것으로, Lagrange multiplier α 를 이용하여 제약 조건을 optical flow 식과 통합한 에너지 함수는 다음과 같이 된다.

$$E(u, v) = \iint [(I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha |C(u, v)|^2] dx dy \quad (9)$$

따라서, 변위 (u, v)를 추정하는 문제는 식(9)로 표현되는 에너지 함수를 최소화 하는 (u, v)를 구하는 문제로 귀착된다.

이와 같이 구하게 된 변위 (u, v)는 식(8)을 만족하는 공간에 가까운 값으로서 궁극적으로 α 가 무한대가 됨에 따라 식(8)을 만족하는 값으로 수렴하게 된다.

이상의 과정은 ill-posed 문제를 regularization²⁵⁾을 통해 해결하는 과정으로서, Horn과 Schunck 방법의 경우 식(8)의 제약 조건으로서 motion smoothness 가정⁴⁵⁾을 사용하여 추정 변위가 공간적으로 점진적으로 변화하는 결과를 보이는 경향이 있다. 따라서, 화면내에 변위 불연속이 존재하거나 세밀한 변위 변화 등에 대응하기 위해서는 제약 조건으로 무엇을 선택할 것인가가 매우 중요하게 된다.

본 논문에서는 계층적 구조의 장점을 살려 이웃 계층으로부터의 변위 투영값 (u^{proj}, v^{proj})을 이용한 다음과 같은 제약 조건을 사용하였다.

$$C(u^k, v^k) = \sqrt{(u^{proj} - u^k)^2 + (v^{proj} - v^k)^2} \quad (10)$$

식(10)은 변위 투영값 (u^{proj}, v^{proj})을 사용한 제약조건으로 k번째 계층의 변위 (u^k, v^k)와 이웃 계층으로부터의 투영값 (u^{proj}, v^{proj})과의 Euclidean distance를 나타내는 함수이다. 따라서 본 논문의 알고리즘은 각 계층별 변위 추정에 있어서, 이웃 계층으로부터의 투영값과의 차이를 작게하는 방향으로 변위를 추정함을 알 수 있다. 이와 같이 함으로써 얻게되는 장점은 다음과 같다. 첫째로, 제약 조건으로써 공간상의 변위 분포의 급격한 변화를 금지하는 motion smoothness 가정을 사용하지 않음으로써, 변위 추정 결과가 완만(smooth)해지는 것을 방지한다. 물론, 변위 투영 단계에서, 저해상도에서 고해상도로의 투영시에는 변위의 보간(interpolation), 고해상도에서 저해상도로의 투영시에는 변위의 low-pass 필터링등의 smoothing 연산이 필요하다. 그러나 이는 영상 전반에 걸쳐 작용하는 motion smoothness 가정에 비해 상대적으로 변위 불연속 및 세밀한 변위 변화에 좋은 결과를 보인다. 둘째로, 변위 투영 단계에서 변위 분포 상태에 따라 변위의 보간 또는 low-pass 필터링 범위의 경계를 둠으로써 변위 불연속(motion discontinuity)에의 적극적인 대처가 가능하다. 본 논문에서는 변위 투영시 변위 보간 및 low-pass 필터링에 있어서 변위의 (x, y) 각 성분별로 보간 및 필터링을 수행한다. 이는 물체의 3차원 공간상 움직임이 강체의 움직임이라는 가정하에서만 성립하는 것으로서, 본 논문에서는 3차원 공간상에서의 물체의 움직임이 강체의 움직임을 보인다는 가정하에 변위 추정을 수행하였다.

식(10)과 같은 제약 조건을 이용하여 변위를 추정하기 위해서는 식(9)와 (10)에 의해 표현되는 에너지 함수를 최소화하는 변위 (u^k, v^k)를 구해야 한다. 이러한 에너지 함수를 최소화 시키기 위한 변위 (u^k, v^k)는 다음과 같은 Euler-Lagrange식으로 부터 구할 수 있다.

$$\alpha^2 + (I_x^k)^2 u^k + I_x^k I_y^k v^k = \alpha^2 u^{proj} - I_x^k I_t^k \quad (11a)$$

$$I_x^k I_y^k u^k + \alpha^2 + (I_y^k)^2 v^k = \alpha^2 v^{proj} - I_y^k I_t^k \quad (11b)$$

식(11)로부터, 에너지 함수를 최소화 시키는 (u^k, v^k)는 Jacobi relaxation을 통해 식(12)에 의한 순환적인 연산에 의해 구할 수 있다.

$$u^k = u^{proj} - I_x^k \frac{P}{D} \quad (12a)$$

$$v^k = v^{proj} - I_y^k \frac{P}{D} \quad (12b)$$

여기서, $P = I_x u^{proj} + I_y v^{proj} + I_t$
 $D = \alpha^2 + I_x^2 + I_y^2$.

그런데 식(12)를 살펴보면 변위를 구하는 데 있어서 같은 계층 내에서의 다른 화소의 변위와는 무관하게 계산됨을 알 수 있다. 따라서 정보의 전파는 계층간에만 이루어지므로 계산 결과를 인접 계층간에 투영하여 순환적(iterative) 연산을 수행하게 된다. 본 논문에서는 Jacobi relaxation을 수행하는데 있어서, 상위 계층에서의 relaxation 수행 결과를 하위 계층에 투영하여 relaxation을 수행한 후 다시 상위 계층으로 투영하는 것을 하나의 iteration으로 간주하였다. 식(12)에서 Lagrange multiplier α 는 식(9)의 에너지 함수를 최소화 하는데 있어서 optical flow 식과 식(8)의 제약조건의 영향을 적절히 조합하기 위한 것으로, 식(12)에 의한 순차적 연산을 수행하는데 있어서 알고리즘의 안정도(stability)에 영향을 미친다. 즉 α 값이 작을 경우 식(12)에서 D를 계산하는데 있어서 영상으로부터 계산한 공간 경사 I_x 와 I_y 의 영향을 많이 받게 되고, α 값이 클 경우 D가 커지게 되어 변위 추정값이 이웃 계층으로 부터의 투영값의 영향을 많이 받게 된다. 따라서 α 값의 결정은 영상의 성질에 따라 결정되어야 하며, 영상으로부터 계산된 공간 경사의 신뢰도에 따라 그 값을 결정해야 할 필요가 있다.

3. Multigrid algorithm을 이용한 변위 추정

본 논문에서 사용하는 영상 피라미드 구조는 영상을 해상도별로 계층적으로 구성한 것으로 볼 수 있으며, 따라서 multigrid relaxation 방법^(8,26,27)을 적용하기에 적합하다. Multigrid방법은 수치 해석을 이용한 문제 해결에 있어서, 고정된 크기의 mesh를 사용하는 대신 다양한 크기의 mesh를 사용하여 문제를 근사화(approximation)하여 연산을 수행하는 것으로, 그 기본 원리는 다음과 같다. 일반적으로 relaxation을 수행할 경우 오차 성분중에서 고주파 성분은 급속히 감소하는 반면 저주파 성분은 그 감소 속도가 매우 느리다. 따라서, relaxation의 수행 결과 저주파 오차 성분만이 남게 되므로, 이들 오차에 대한 보정값(correction)을 저해상도 단계(coarser level)에서 효율적으로 구할 수 있다. 이와 같은 과정을 보다 저해상도 단계들에 대해 반복적으로 적용함으로써, 상대적으로 적은 계산을 통해 해를 구할 수 있다.

본 논문에서는 앞에서 설명한 영상 피라미드에 직접 multigrid 방법을 적용하였으며, 다음과 같은 투영 연산자(projection operator)를 사용하였다.

$$P_k^{k+1} \equiv \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$P_k^{k+1} \equiv \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (13b)$$

여기서, 식(13b)의 [] 연산자는 저해상도 계층 k+1의 임의의 함수 w_{k+1} 을 고해상도 계층 k의 함수 w_k 로 대응(mapping) 시키는 것을 의미하며, 식(13b)에 의한 w_k 과 w_{k+1} 사이의 대응관계는 다음과 같다.

$$w_k(m, n) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \times w'_{k+1}(m-1, n-1) + 2 \times w'_{k+1}(m, n-1) \\ + 2 \times w'_{k+1}(m-1, n) + 4 \times w'_{k+1}(m, n) \\ + 1 \times w'_{k+1}(m-1, n+1) + 2 \times w'_{k+1}(m, n+1) \\ + 1 \times w'_{k+1}(m+1, n-1) \\ + 2 \times w'_{k+1}(m+1, n) \\ + 1 \times w'_{k+1}(m+1, n+1) \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, $w'_{k+1}(m, n) = \begin{cases} w_{k+1}(i, j) : k \text{ 계층에서의 위치 } (m, n) \text{에 해당되는} \\ \quad k+1 \text{ 계층의 위치 } (i, j) \text{가 존재할때} \\ 0 : k \text{ 계층에서의 위치 } (m, n) \text{에 해당되는} \\ \quad k+1 \text{ 계층의 위치 } (i, j) \text{가 존재하지} \\ \quad \text{않을 때} \end{cases}$

식(14)의 의미를 보다 쉽게 파악하기 위해 본 논문에서 적용하여 보면 다음과 같다. 본 논문의 계층 구조에서 계층 k+1의 위치에서 위치 (i, j)에 해당되는 계층 k의 위치는 (m=2i+1, n=2j+1)이 된다. 이 경우 식(14)에서 $w'_{k+1}(m, n)$ 은 $w_{k+1}(i, j)$ 가 되고 그 이외의 값은 0이 되어 결과적으로 $w_k(m, n)$ 은 $w_{k+1}(i, j)$ 가 된다. 그 이외의 경우, 즉 (m=2i, n=2j), (m=2i+1, n=2j), (m=2i, n=2j+1) 등의 경우에는 적절한 w'_{k+1} 값들이 0이 되어 선형 보간형태를 이룬다. 식(13a)는 고해상도 계층 k에서 저해상도 계층 k+1로의 투영 연산자로서 고해상도 계층의 값들에 대한 가중 평균을 의미하고, 식(13b)는 저해상도 계층 k-1로부터 고해상도 계층 k로의 투영에 사용되며 식(13a)와 adjoint 관계를 갖는 선형 보간(bilinear interpolation) 연산자이다.^{26,28)} 한편, 식(11)의 Euler-Lagrange 식을 행렬식 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$L^k u^k = F^k \quad (15)$$

여기서,

$$L^k = \begin{bmatrix} \alpha^2 + (I_x^k)^2 & I_x^k I_y^k \\ I_x^k I_y^k & \alpha^2 + (I_y^k)^2 \end{bmatrix}$$

$$u^k = \begin{bmatrix} u^k \\ v^k \end{bmatrix} \quad F^k = \begin{bmatrix} \alpha^2 u^{proj} - I_x^k I_t^k \\ \alpha^2 v^{proj} - I_y^k I_t^k \end{bmatrix}$$

식(15)에 multigrid 방법중 FAS(full approximation

storage) 방법^[27]을 적용할 때의 각 계층간의 투영 관계는 다음과 같다.

$$u^k \leftarrow u^k + P_{k+1}^k (u^{k+1} - P_k^{k+1} u^k) \quad (16a)$$

$$F^k \leftarrow P_{k-1}^k (F^{k-1} - L^{k-1} u^{k-1}) + L^k u^k \quad (16b)$$

위 식에서 식(16a)는 저해상도 계층에서 relaxation 을 통해 구한 보정값 ($u^{k+1} - P_k^{k+1} u^k$)을 고해상도로 투영하는 것을 의미하며, 식(16b)는 고해상도 계층에서 relaxation 후에 남아 있는 저주파 오차에 의한 residual ($F^{k-1} - L^{k-1} u^{k-1}$)을 저해상도 계층으로 투영하는 것을 의미한다. 그런데 식(16a)를 다시 쓰면

$$u^k \leftarrow u^k - P_{k+1}^k P_k^{k+1} u^k + P_{k+1}^k u^{k+1} \quad (17)$$

이 되고, ($u^k - P_{k+1}^k P_k^{k+1} u^k$)는 high-pass 필터와 같은 역할을 하므로 결국 투영값은 고주파 성분을 많이 포함하게 된다. 따라서, multigrid 방법은 저주파 오차 성분이 저해상도 계층에 투영될 때 mesh 크기에 비해 상대적으로 고주파 성분으로 간주할 수 있는 점과, 고해상도 계층으로의 투영시 식(17)에서 볼 수 있는 바와 같이 고주파 성분이 투영되는 점을 이용하여, 고주파 성분을 relaxation을 통해 효율적으로 감소시킴으로써, 수렴 속도를 빠르게 할 수 있다. 위와 같은 투영식을 이용하여 M계층의 $N \times N$ 영상 피라미드 데이터에 대해 전체적인 순환(iteration) 구조를 구성하면 다음과 같다.

```

uprol = vprol = 0; k ← 1 ; start at finest level
Until ul has converged Do ;
  Begin ;
    P = Ixuprol - Iyvprol + Iz ; do relaxation sweep
    D = a2 + Ix2 + Iy2 ;
    uk = uprol - Ix-1 D-1 ;
    vk = vprol - Iy-1 D-1 ;
    uprol = Pxk+1 (uk) ;
    vprol = Pyk+1 (vk) ;
    k ← k + 1 ;
    P = Ixuprol + Iyvprol + Iz ;
    D = a2 + Ix2 + Iy2 ;
    uk = uprol - Ix-1 D-1 ;
    vk = vprol - Iy-1 D-1 ;
    uprol = Pxk-1 (uk) ;
    vprol = Pyk-1 (vk) ;
    k ← k - 1 ;
  If (uk has converged) Then ; check if convergence has
    If k > 1 Then ; obtained on the first level

```

```

k ← k - 1 ; go down one level
uk ← uk + Px+1k (uk+1 - Pk+1k uk) ; add correction
End If
Else If convergence is slow Then
  If k < M Then ; check if coarsest level
    k ← k + 1 ; go up one level
    uk ← Px+1k uk-1 ; initialize estimate
    Fk ← Px+1k (Fk-1 - Lk-1 uk-1) + Lk uk ; project residual
  End If
End If
End

```

이 알고리즘에서 계층 수 M은 최저해상도와 최고 해상도 사이의 관계로부터 구하게 되는데, 일반적으로 최저해상도의 크기가 추정 결과에 미치는 영향은 그리 크지 않으며 본 논문에서는 32×32 의 해상도를 사용하였다.

위의 계층적 변위추정 알고리즘은 최하위(최고해상도) 계층에서부터 시작한다. 각 계층에서는 수렴 조건을 만족하거나 또는 수렴속도가 느려질때까지 relaxation을 반복 수행한다. 이때 수렴 조건으로 여러가지를 사용할 수 있으나 본 논문에서는 보정값 ($u^{k+1} - P_k^{k+1} u^k$)의 norm을 수렴조건으로 사용하였으며, 매번 relaxation이 수행되었을 때마다 norm의 변화율을 측정하여 이를 수렴 속도 기준치와 비교한다. 알고리즘의 동작을 위해서는 수렴 여부를 가리기 위한 기준치와 수렴 속도 기준치의 두가지가 필요하다. 일반적으로 multigrid 방법중 FAS 방법을 적용할 경우 이들 두가지 기준치의 변화는 알고리즘의 전체 동작에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있으며, 보통 수렴 기준치로는 최하위계층을 제외하고는 이전 계층에서의 norm 값의 30%, 수렴 속도 기준치로는 relaxation 수행전의 norm에 대한 수행 후 norm의 비율로 0.7정도를 사용한다.^[27] 어느 한 계층에서 relaxation을 반복하던중에 수렴 속도가 기준치 보다 느려지면 상위(저해상도) 계층으로 결과를 투영한 후 상위 계층에서 relaxation을 다시 수행하면 norm 값이 수렴 기준을 만족하지 않는 한 이와 같은 과정을 최상위 계층이 될 때까지 반복한다. 물론 이 과정 중에 norm값이 수렴 기준치를 만족하면 하위 계층으로 결과를 투영하여 하위 계층에서 relaxation을 수행하며 따라서 수렴 기준과 수렴속도 기준에 의해 최하위 계층으로부터 최상위계층까지 사이를 적응적으로 이동하며 relaxation을 수행한다. 그리고 최종적으로, 최하위계층에서 영상의 성질에 따라 별도로 정해진 수렴 기준을 만족하게 되면 알고리즘의 수행이 끝나게 된다.

IV. 실험결과

본 논문에서는 제안한 알고리즘의 성능 측정을 위해 인위적인 영상 및 실제 영상에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 본 논문에서는 두가지 영상데이터에 대해 시뮬레이션을 수행하였는데, 그림3은 변위 추정 정확도 및 수렴 특성 측정을 위해 사용한 영상데이터로 구성된 영상 피라미드로서, 본 논문에서는 정확한 변위를 알기위해 512×512의 영상 구성을 갖는 이들 원 영상을 x방향으로 2화소, y방향으로 3화소 이동시킨 후 256×256 크기의 윈도우를 취하여 시변 영상을 생성하였다. 이와 같이 생성된 시변 영상에 대해 본 논문의 알고리즘과 기존의 Horn과 Schunck의 알고리즘^[5]을 적용하여 그 정확도 및 수렴속도를 측정하였다. 그림4와 5는 각각 제안한 알고리즘 및 Horn과 Schunck 알고리즘의 변위 추정 결과로서, 추정된 변위를 원영상위에 흰색 선 형태로 겹쳐 표시하였다. 그림4는 각 계층별 변위 추정 결과를 도시한 것으로 저해상도에서의 변위 추정 결과가 보간되어 고해상도에 전파된 것을 볼 수 있다. 그림4와 5를 살펴보면, Horn과 Schunck 알고리즘을 적용한 결과인 그림5에서 여자 얼굴의 볼 부분등 균일한 밝기를 갖는 영역에서는 변위가 충분히 전파되지 못하여 변위가 0에 가까운 반면, 그림4에서는 저해상도 계층에서 광역정보에 의한 변위 추정 결과가 고해상도로 전파됨으로써, 균일한 밝기를 갖는 영역까지 전체적으로 변위가 균등하게 참값 (2, 3)에 가까운 것을 볼 수 있다. 그림6의 그래프는 제안한 알고리즘과 Horn과 Schunck 알고리즘의 변위 추정 결과 중에서 x방향 변위 성분의 평균 및 오차의 표준 편차를 각 iteration 별로 도시한 것으로, 계층적 구조를 이용한 방법에서의 각 계층간의 변위 투영을 한번의 iteration으로 정규화한 결과를 도시하였다. 각 iteration별 계산량을 비교해보면, 최하위 (최고해상도) 계층에서는 제안한 알고리즘들의 계산량이 Horn



그림 3. Lena 영상 피라미드
Fig 3. Pyramid image of Lena.

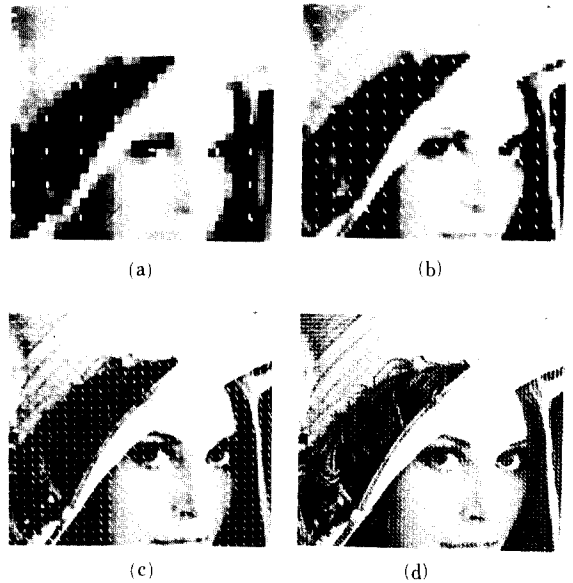


그림 4. Lena에 대한 제안한 알고리즘의 각 계층별 변위 추정 결과

- (a) level 4
- (b) level 3
- (c) level 2
- (d) level 1

Fig. 4. The estimation results of the proposed algorithm for Lena.

- (a) level 4,
- (b) level 3,
- (c) level 2,
- (d) level 1.



그림 5. Lena에 대한 Horn and schunck 방법의 변위 추정 결과

Fig. 5. The estimation results of Horn and Schunk for Lena.

과 Schunck 방법이 비해 약 2배 정도가 되나 상위 계층으로 갈수록 계산량이 1/4씩 줄며 알고리즘 수행의 대부분이 상위 계층에서 이루어지므로 전체적인 계산량도 Horn과 Schunck 방법에 비해 적고, 수렴이 빠르므로 전체적인 수행 시간이 매우 적게 된

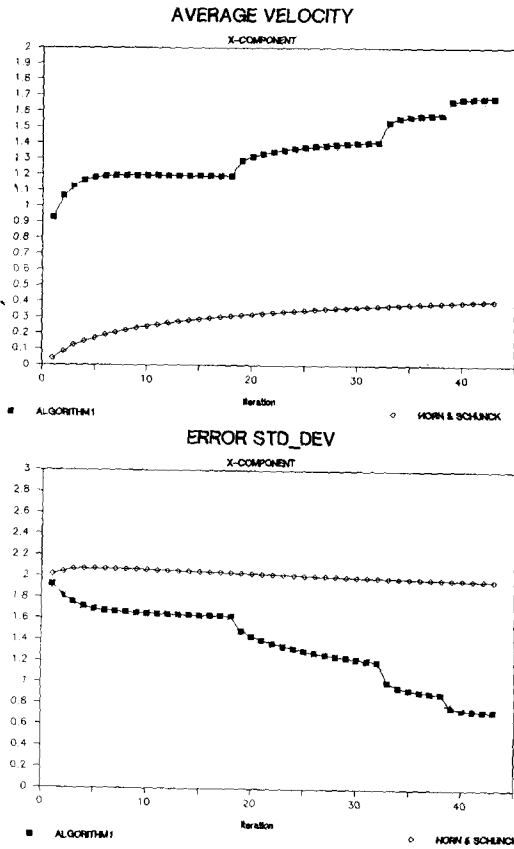


그림 6. 각 알고리즘의 변위 추정 및 오차 변화
Fig. 6. The estimated displacement and error graph for each algorithm.

다. 그리고 그림7에 각 알고리즘의 공간상 변위 추정오차 분포를 보였다. 그림6, 7을 살펴보면 제안한 알고리즘이 Horn과 Schunck의 알고리즘에 비해 참값 2에 가까운 변위 추정 결과를 보이며 보다 빠른 속도로 수렴함을 알 수 있다. 그림7에서는 제안한 알고리즘들이 가장자리에서 큰 오차를 보임을 알 수 있다. 이는 가장자리에서의 광역정보 전파가 한쪽 방향으로만 일어남으로써 수렴이 늦어진데 기인하는 것으로 전체적인 오차는 Horn과 Schunck의 알고리즘에 비해 적음을 알 수 있다.

그림8은 제안한 알고리즘의 실제 영상에 대한 적용 가능성을 알아보기 위해 시뮬레이션에 사용한 영상 데이터 시퀀스로 256×240의 영상 구성을 갖는 4 프레임의 시퀀스이다. 이 영상 시퀀스는 도로상의 곡선 구간을 여러대의 차량이 지나가는 모습을 담은 것으로 병진운동 뿐만 아니라 회전 및 카메라의 원근 운동등 복합적인 움직임을 내포하고 있다. 이 영

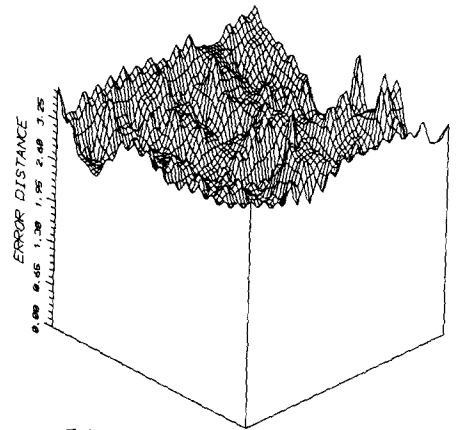
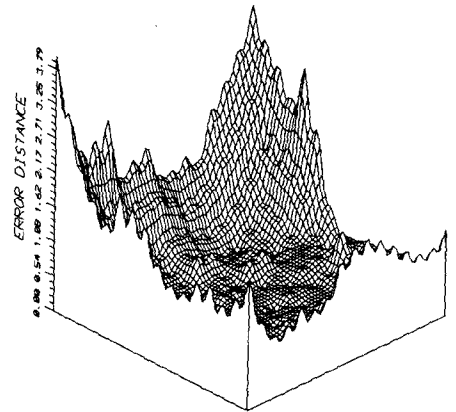


그림 7. 각 알고리즘의 변위 추정 오차의 공간 분포
Fig. 7. Spatial distribution of estimation error for each algorithm.

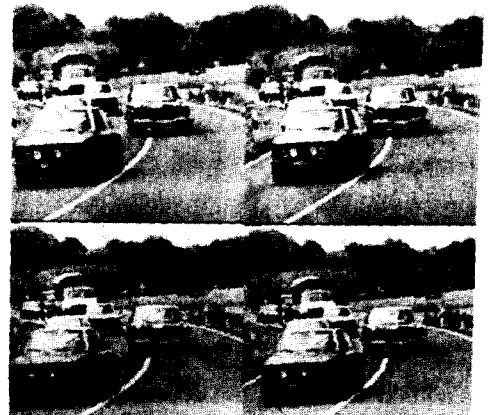


그림 8. Car sequence
Fig. 8. Car sequence.

상 시퀀스에 대한 제안한 알고리즘의 계층별 변위 추정 결과는 그림9와 같다. 최종 변위 추정 결과인 그림 9(d)를 살펴보면, 선두의 승용차 2대의 움직임이 추정된 것을 볼 수 있다. 이들 추정 변위의 정확도를 측정하기 위해서는 영상데이터 시퀀스내의 물체의 정확한 변위를 알 필요가 있다. 그런데, 일반적으로 실제 영상에서는 물체의 정확한 변위를 정확히 아는 것이 불가능하다. 따라서, 본 논문에서는 물체의 정확한 변위를 구하기 위한 차선의 방법으로 변위 판단이 용이한 물체의 특징점에 대해 사람의 눈에 의한 변위 추정을 수행하였다. 또한, 이러한 수작업에 의한 변위 추정에 있어서, 각 프레임에서의 특징점의 위치를 객관적으로 결정하기 위해 Marr와 Hildreth의 zero-crossing 연산^[23]을 적용하여 zero-crossing point 중에서 소수의 특징점을 선택하여 변위를 추정하였다. 그림10은 이상의 과정을 통해 수작업으로 구한 특징점들의 변위와 각 알고리즘에 의한 변위 추정 결과를 비교하기 위한 것으로서 영상 시퀀스 중에서 움직임이 많은 차량 부분의 선택된 소수의 특징점의 변위를 환색 선형태로 표시하였다. 그림10을 살펴보면, 그림10(a)의 수작업에 의한 변위

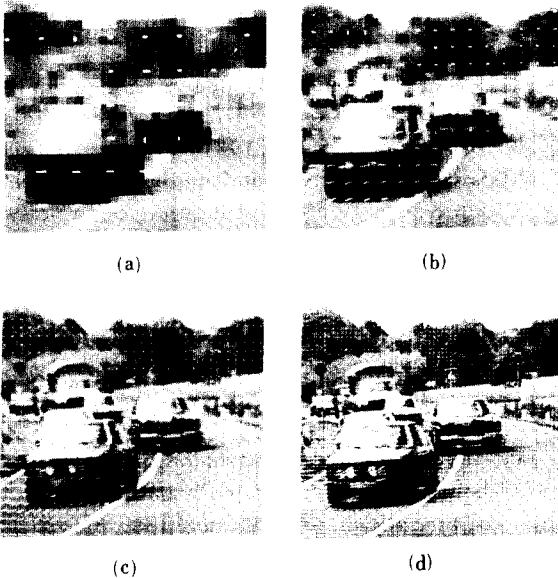


그림 9. Car sequence에 대한 제안한 알고리즘의 각 계층별 변위 추정 결과

- (a) level 4 (b) level 3
- (c) level 2 (d) level 1

Fig. 9. The estimation results of the proposed algorithm for car sequence.

- (a) level 4, (b) level 3,
- (c) level 2, (d) level 1.

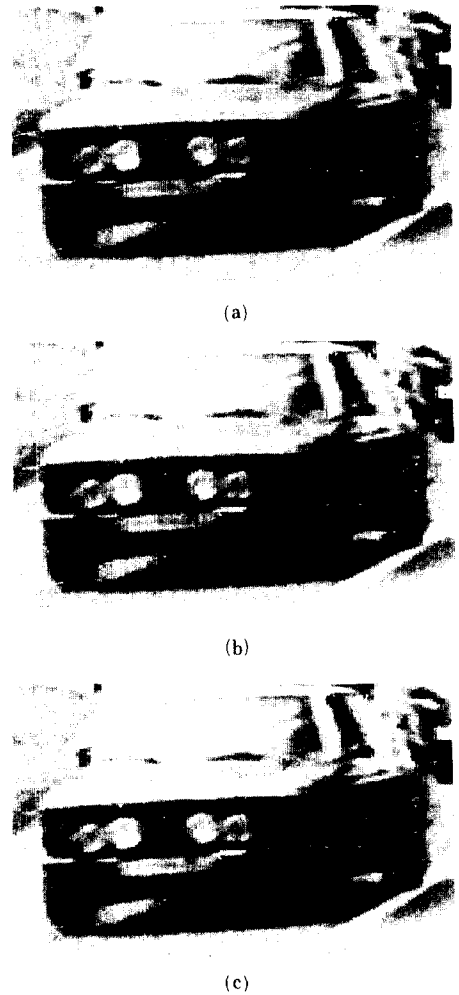


그림 10. 차량 부분 확대부에 대한 각 알고리즘의 변위 추정 결과 비교

- (a) 수작업에 의한 변위 추정 결과
- (b) 제안된 방법에 의한 결과
- (c) Horn과 Schunck 방법에 의한 결과

Fig. 10. The comparison of the motion estimation results on the enlarged section around the car.

- (a) interactive method,
- (b) proposed method,
- (c) horn schunck method.

추정 결과가 실제 변위에 가깝다고 가정할 때, 그림 10(b)의 제안된 알고리즘에 의한 변위 추정 결과는 차량의 지붕 부분에서는 다소 오차가 있으나 헤드라이트 및 바퀴 부분등에서는 수작업에 의한 변위와 유사하게 실제 변위에 가까운 추정 결과를 보임을 알 수 있다. 그러나, 그림10(c)의 Horn과 Schunck 방

법에 의한 결과는 수렴 속도의 변화가 충분히 작아 질때까지 반복수행 하였음에도 불구하고, 밝기 변화가 뚜렷한(밝기 경사가 존재하는) 차량 외곽부에서만 변위가 실제 값에 유사하게 추정되었을 뿐 밝기 변화가 거의 없는 부분에까지 외곽의 변위 정보가 충분히 전파되지 못하여, 차량 내부의 위치에 대해서는 올바른 변위 추정이 이루어지지 않은채 변위가 거의 없는 것으로 추정된 것을 볼 수 있다. 이상의 결과를 종합하여 볼때, 제안된 알고리즘은 계층적 구조와 계층간 데이터 교환을 통해 광역 정보와 국부 정보를 효율적으로 결합함으로써, 밝기 분포의 균일여부에 관계없이 Horn과 Schunck의 방법에 비해 보다 참값에 가까운 변위 추정 결과를 보임을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 계층적 구조를 이용한 변위 추정 알고리즘을 제시하였다. 계층적 변위 추정 알고리즘은 하나의 영상 데이터에 대하여 다양한 크기의 aperture 또는 sample window를 동시에 적용하는 효과를 얻을 수 있으므로 Horn과 Schunck 알고리즘에 비해 빠른 수렴속도 및 정확한 변위 추정 결과를 얻을 수 있다.

일반적으로 변위 추정을 비롯한 대부분의 초기 시각 문제들은 inverse 문제로서 ill-posed의 성질을 갖는다. 따라서, 이들 문제의 해결을 위해서는 적절한 제약 조건의 선택이 중요하다. 본 논문에서는 계층적 구조를 이용하여, 각 계층간 투영값과 추정값간의 차이가 작아야 함을 제약 조건으로 사용하였으며, 이와같이 함으로써 기존의 motion smoothness 가정에 의한 방법이 지니고 있던 smoothing 효과를 감소시킬 수 있도록 하였다. 본 논문의 결과를 보면 전체적으로 변위의 smoothing 현상은 감소한 것을 볼 수 있으나 여전히 움직임 경계에서의 변위는 많은 오차를 보인다. 이를 해결하기 위해 본 논문에서 제시한 알고리즘은 변위 데이터의 계층간 전파시 움직임 경계(motion boundary)에 의해 데이터를 선택적으로 투영에 사용함으로써 움직임 경계에서도 정확한 변위 추정을 도모할 수 있도록 되어 있다. 그러나, 이를 위해서는 각 계층간 연산 과정에서 사용되는 데이터들을 통해 움직임 경계를 효율적으로 검출하는 방법과 이를 현 알고리즘에 통합시키는 과정이 필요하며, 따라서, 이에 대한 계속적인 연구가 수행되어야 할 것이다.

변위 추정을 비롯하여, 컴퓨터를 이용한 제반 시각

인식을 수행하는데 있어서 이용 가능한 모든 정보를 통합하는 것은 매우 중요한 일이다. 일반적으로, 대부분의 초기 시각 알고리즘들은 국부 정보만을 이용하여 연산을 수행하며, 순환적(iterative)인 알고리즘의 경우 광역 정보가 전달되기까지 긴 수렴시간을 필요로 한다. 따라서, 이들 시각 인식의 제 분야에도 계층적 구조를 사용함으로써 지대한 성능 향상을 가져올 수 있을 것으로 생각되며, 수렴성 분석등 지속적인 연구가 계속되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

- [1] J.Y. Lettvin, H.R. Maturana, W.S. McCulloch, and W.H. Pitts, "What the frog's eye tells the frog's brain," *Proceedings of IRE*, vol. 47, pp. 1940-1951, 1959.
- [2] D. Marr, *Vision*. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1982.
- [3] C.L. Fennema and W.B. Thompson, "Velocity determination in scenes containing several moving objects," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 9, pp 301-315, 1979.
- [4] E.C. Hildreth, *The Measurement of Visual Motion*. The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1984.
- [5] B.K. P. Horn and B.G. Schunck, "Determining optical flow," *Artificial Intelligence*, vol. 17, pp. 185-204, 1981.
- [6] G. Adiy, "Inherent ambiguities in recovering 3-D motion and structure from a noisy flow field," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, No. 5, pp. 477-489, 1989.
- [7] F.C. Glazer, *Hierarchical Motion Detection*. Ph. D dissertation, Dept. of Computer and Information Science, University of Massachusetts, 1987.
- [8] A. Brandt, "Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems," *Mathematics of computation*, vol. 31, no. 138, pp. 333-390, 1977
- [9] S.T. Barnard and W.B. Thompson, "Disparity analysis of images," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 2, no. 4, pp. 333-340, 1980.
- [10] W.E. Snyder, "Computer analysis of time varying images," *Computer*, vol. 21, no. 8, pp. 7-9, 1981.

- [11] L.S. Davis, Z. Wu, and H. Sun, "Contour-based motion estimation," *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 23, pp. 313-326, 1983.
- [12] C.J. Jacobus, R.T. Chien, and J.M. Selander, "Motion detection and analysis by matching graphs of intermediate level primitives," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 2, no. 6, pp. 495-510, 1980.
- [13] C. Cafforio and F. Rocca, "Methods for measuring small displacements of television images," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 22, no. 5, pp. 573-579, 1976.
- [14] R. Jain, W.N. Martin, and J.K. Aggarwal, "Segmentation through the detection of change due to motion," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 11, no. 1, pp. 13-34, 1979.
- [15] R. Jain and H.H. Nagel, "On the analysis of accumulative difference pictures from image sequences of real world scenes," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 1, no. 2, pp. 206-214, 1979.
- [16] R. Jain, "Extraction of motion information from peripheral processes," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 3, no. 5, pp. 489-503, 1981.
- [17] R. Jain, "Dynamic scene analysis using pixel-based processes," *Computer*, vol. 14, no. 8, pp. 12-18, 1981.
- [18] R.M. Onoe, N. Hammano, and K. Ohba, "Computer analysis of traffic flow observed by subtractive television," *Computer Graphics and Image Processing*, pp. 377-399, 1973.
- [19] J.O. Limb and J.A. Murphy, "Estimating the velocity of moving images in television signals," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 4, pp. 311-327, 1975.
- [20] M.A. Fischler and O. Firschein, *Intelligence; The Eye, the Brain, and the Computer*, Addison-Wesley Publishing Co., 1987.
- [21] J. A. Marshall, "Self-organizing neural network architectures for computing visual depth from motion parallax," *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*, pp. II-227-234, 1989.
- [22] R.N. Bracewell, *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill, New York, 1978.
- [23] D. Marr and E.C. Hildreth, "Theory of edge detection," *Proceeding of R. Soc. Lond.*, vol. 207, pp. 187-217, 1980.
- [24] P.J. Burt, "Fast filter transforms for image processing," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 16, pp. 20-51, 1981.
- [25] A. Tikhnov and V.Y. Arsenin, *Solution of Ill-Posed Problems*. John Wiley and Sons, 1977.
- [26] K. Stuben and U. Trottenberg, "Multigrid methods: Fundamental algorithms, model problem analysis and applications," in *Multigrid Methods*, W. Hackbusch and U. Trottenberg (Ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1982.
- [27] A. Brandt, "Multi-level adaptive techniques (MLAT) for partial differential equations: ideas and software," in *Mathematical Software III*, J.R. Rice (ED.), Academic Press, New York, 1977.
- [28] W. Hackbusch, "Multi-grid convergence theory," in *Multigrid Methods*, W. Hackbusch and U. Trottenberg (ED.), Springer-Verlag, Berlin, 1982.

 著 者 紹 介

黄 臣 煥 (正會員) 第27卷 第6號 参照
 현재 서울대학교 제어계측공
 학과 박사과정 재학중

李 商 郁 (正會員) 第25卷 第7號 参照
 현재 서울대학교 제어계측공
 학과 부교수