

論文 91-28B-10-3

여유자유도 로봇에 있어서 성능지수 제한계적을 이용한 부작업의 성능에 관한 연구

(A Study on the Subtask Performance Using Measure Constraint Locus for a Redundant Robot)

崔秉旭*, 元鍾華*, 鄭明振*

(Byoung Wook Choi, Jong Hwa Won, and Myung Jin Chung)

要 約

본 논문은 여유자유도 로봇에 있어서 부작업 성능의 특성화를 위하여 성능지수 제한계적을 제안한다. 이러한 성능지수 제한계적은 자세공간에서 성능지수의 최적화를 위한 필요제한식을 만족하는 점들의 집합이다. 유일한 역기구학해를 선정하기 위해서는 성능지수 제한계적과 일반해 집합인 자체운동 매니폴드를 동시에 고려하여야 한다. 조작성능지수에 대한 제한계적을 이용하여 특이점이 없는 가역공간과 평형자세를 찾기 위하여 자세공간의 위상적 특성에 대하여 해석한다. 그리고 제한계적의 위상적 특성에 기초하여 주기작업에 대한 역기구학 알고리즘의 제한을 논하며, 자체운동 매니폴드에서 전체적 최대점 계적을 이용한 역기구학 알고리즘을 제시하고 그 특성에 대하여 연구한다.

Abstract

This paper suggests a measure constraint locus for characterization of the performance of a subtask for a redundant robot. The measure constraint locus are the loci of points satisfying the necessary constraint for optimality of measure in the joint configuration space. To uniquely obtain an inverse kinematic solution, one must consider both measure constraint locus and self-motion manifolds which are set of homogeneous solutions. Using measure constraint locus for manipulability measure, the invertible workspace without singularities and the topological property of the configuration space for finding equilibrium configurations are analyzed. We discuss some limitations based on the topological arguments of measure constraint locus, of the inverse kinematic algorithm for a cyclic task. And the inverse kinematic algorithm using global maxima on self-motion manifolds is proposed and its property is studied.

I. 서 론

로봇이 n 자유도를 갖고 m 차원의 작업을 수행할

때 비선형 함수인 기구학식은 n 차원의 자세공간(configuration space)에서 m 차원의 직교좌표 공간, 또는 조작공간(operational space)으로의 비선형 사상으로

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}(t)) \quad (1)$$

으로 나타난다. 기구학식에서 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ 는 로봇의 end-effector의 위치와 방향을 나타내는 벡터이며, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n$

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字: 1991年 7月 4日

는 독립적인 관절벡터가 된다. 반면에 주어진 작업의 수행에 필요한 관절값을 구하기 위하여 다음과 같은 역기구학 식을 풀어야 한다.

$$\theta(t) = f^{-1}(x(t)) \quad (2)$$

여유자유도 로봇(redundant robot)은 $n > m$ 으로 주어진 하나의 작업에 대하여 관절벡터의 수는 무한히 많이 존재하므로 주목적인 작업 $x(t)$ 를 수행하면서 부가적인 목적, 즉 특이점 회피나 장애물 회피 등을 할 수 있다.^{2,3} 이와 같은 장점에 비하여 여유자유도의 추가는 반대로 역기구학해를 구하는 문제와 제어에 어려움을 낳고 있다. 즉 주어진 작업에 대하여 역기구학해가 무한히 많이 존재함에 따라 일반해(homogeneous solution) 집합 중에서 부가된 목적을 만족하는 하나의 해를 구하는 문제가 된다.^{4,5}

여유자유도 로봇을 위한 역기구학 알고리즘은 광역의 경로정보를 이용하거나 국부적 경로정보를 이용하여 수행되어 왔다. 국부적 경로정보를 이용하는 방법은 크게 세가지로 나눌 수 있는데, 첫째, 의사 역행렬에 기초한 방법과^{3,6} 두번째로 부작업에 대한 최적화 필요조건을 이용하여 최적해를 구하는 방법이 있다.^{7,8} 그리고 하나의 역기구학식을 정의하여 해를 구할 수도 있는데, 이 방법은 직교좌표 공간에서 특정한 영역에서만 역기구학해를 구할 수 있다.⁹⁻¹¹ 여유자유도 로봇에 있어서 역기구학해를 구하는 대부분의 연구는 자세공간과 조작공간간의 미분관계를 이용하여 진행되었다.⁶ 미분 기구학은

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (3)$$

형태로 주어지며, $J \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 는 식(1)의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)로 일반적으로 정방행렬이 아니다. 따라서 자코비안 행렬의 역행렬을 바로 구할 수 없기 때문에 Moore-Penrose 의사 역행렬(pseudoinverse)을 이용하게 된다. 의사 역행렬과 자코비안의 널공간(null space)으로 투영시키는 투영 연산자(projection operator)를 이용하여 주어진 직교좌표 공간에서의 작업을 수행하면서 부가적인 목적을 수행하기 위한 일반적인 형태의 해는

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + k(I - J^+ J) \nabla H \quad (4)$$

으로 나타나며, 여기서 $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 단위행렬이며, $J^+ = J^T(JJ^T)^{-1}$ 로 J 의 의사 역행렬이고, ∇H 는 자세공간에서 최적화 되어야 할 부작업 H 의 경사벡터(gradient vector)가 된다. 그리고 k 는 상수로서 부작업이 최대화일 경우는 양의 값이고 최소화일 경우는 음의 값이 된다.

국부적 경로정보를 이용하여 여유자유도 로봇의 운동계획(motion planning)을 하는 또 하나의 방법은 여유자유도 만큼의 필요조건식을 첨부하여 최적화하는 방법으로 마치 여유자유도가 없는 로봇처럼 제어하는 방법이 제시되었다.^{7,8} 이와 같은 방법에서는 최적화 필요조건식을 만드는데, 일반적인 형태는

$$N^T \nabla H = 0 \quad (5)$$

으로 표현된다.⁸ 여기서 N 은 자코비안 행렬의 널공간 기저벡터(basis vector)이므로 최적화 조건은 목적함수의 경사벡터를 널공간으로 투영할 때 그 값이 영이 되어야 함을 의미한다. 그러나 이러한 방법을 이용하여 주어진 작업을 수행하면서 부작업을 최적화하는 역기구학해를 결정하는데는 여러가지의 해결되지 않은 문제점이 있다. 예를 들어 역기구학해의 존재성과 유일성, 그리고 전체 자세공간에서 최적화 조건을 만족하는 부작업의 특성에 대한 해석이 이루어지지 않았다.¹² 이와 같은 전체적 해석이 이루어지지 않은 상황에서 국부적 경로를 이용한 최적해가 단지 필요조건에 의하여 구해진다면, 이 해는 주어진 작업을 수행하는 중에 기구적 특이점이나 알고리즘적 특이점 등을 만날 수 있다. 따라서 이와 같은 국부적 경로를 이용한 해에서 발생하는 국부적 최적해의 특성을 전체 자세공간에서 해석할 필요가 있다. 따라서 본 논문에서는 순시적 최적화 방법으로 여유자유도 로봇의 경로를 계획할 때 발생하는 여러가지 문제점을 성능지수 제한체적이라는 새로운 개념을 이용하여 논의하고자 한다.

본 논문에서는 이와 같은 국부적 최적해의 전체적 특성을 특정화 지을 수 있는 방법으로 성능지수 제한체적(measure constraint locus)을 제안하고 이 체적을 이용하여 국부적 최적해의 전체적 특성을 해석하고자 한다. 식(5)를 이용하여 성능지수 제한체적을 다음과 같이 정의한다.

[정의] 성능지수 제한체적은 최적화 필요조건을 만족하는 관절의 집합으로서

$$M = \{ \theta : N^T \nabla H = 0, \text{ for } \theta \in T^n \}$$

을 만족한다. 여기서 T^n 은 자세공간을 이루는 n -torus를 나타낸다.

정의에서 보듯이 제한체적은 주어진 작업에 무관하며, 자세공간에서 부작업의 최적화를 만족하는 관절의 집합이 된다. 따라서 자세공간에서 부작업의 위상적 특성을 결정할 수 있으며 기구학식을 이용하여 작업공간으로 투영시키면 작업공간에서 부작업의 위상적 특성도 해석할 수 있다. 이러한 체적을 이용

하면 지금까지 해석의 필요성은 강조되어 왔으나 단지 몇가지의 특별한 경우에 연구된 역기구해학을 결정할 수 있는 가역 작업영역(invertible workspace)에 대한 연구를 수행할 수 있다.^{9,10} 특이점 회피를 위한 성능지수로서는 여러가지가 제안되어 왔으나,^{12,13} 본 연구에서는 로봇의 특이점 회피에 가장 많이 사용되어진 조작성능지수(manipulability measure)를 사용하고자 한다.³ 이는 로봇에 대한 물리적 의미의 지수이며 특이점 해석을 위해서도 사용될 수 있다.

조작성능지수에 대한 성능지수 제한계적은 다음과 같은 목적에 의하여 연구가 수행되어 진다.

- 1) 역기구해학을 구할 수 있는 가역 작업공간의 해석
- 2) 주어진 작업에서의 해의 존재성과 그 수의 규명
- 3) 일반해 집합과 작업과의 관계 해석

II. 조작성능지수 제한계적

1. 제한계적의 생성 방법

본 절에서는 자세공간에서 정의된 성능지수 제한계적을 생성하는 효과적인 방법을 설명한다. 그리고 제안된 방법은 일반적인 여유자유도와 로봇($n-m > 1$)에서도 적용될 수 있으나 제한계적의 이해를 돕기 위하여 여유자유도가 1일 경우만 다루도록 하겠다.

역기구해학의 일반적인 형태인 식(4)에 널공간 기저벡터N을 앞에서 내적하면

$$N^t \theta = k N^t P h \tag{6}$$

으로 나타난다. 여기서 $h = \nabla H$ 이며, $P = (J^+ J)$ 로 널공간으로의 투영 연산자이다. 식(4)에서 작업에 관련된 첫째항은 작업에 대한 최소화 관결속도 노름(norm)에 대한해이나, J^+ 와 N 은 서로 직교의 기저벡터를 갖고 있기 때문에 식(6)에서는 나타나지 않게된다. 그리고 투영 연산자 P 는 널공간 기저벡터 N 을 이용하면

$$P = N(N^t N)^{-1} N^t \tag{7}$$

으로 표시된다. 따라서 식(6)은 다음과 같이 간단하게 나타나게 된다.

$$N^t \theta = k N^t h \tag{8}$$

계적을 얻기 위하여 식(8)을 널공간 기저벡터 N^t 에 대하여 의사 역행렬을 취하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\theta = k (N^t)^+ N^t h + (I - (N^t)^+ N^t) v \tag{9}$$

여기서 $(N^t)^+ = (N^t N)^{-1} N^t$ 이며 v 는 임의의 벡터로서 계적의 샘플링 구간이나 자세공간에서의 방향을 선정하게 된다. 식(9)에서 보듯이 계적은 부작업의 경사함수를 따라 생성된다. 따라서 일반적인 경사투영법(gradient projection method)에 기초하고 있으며, 한 점으로의 평형상태를 방지하면서 계적을 생성하기 위하여 작은 값의 임의의 벡터인 v 를 이용하게 된다. 여기서 유의할 사항은 상수 k 의 부호에 따라 계적은 부작업의 최대값을 따라 가거나 최소값을 따르는 계적을 생성하게 된다. 이러한 최대값 계적(maxima loci(MAXL))과 최소값 계적(minima loci(MINL))이 역기구학 알고리즘에 미치는 영향은 다음 절에서 논하도록 한다.

2. 특이점 회피를 위한 성능지수 제한계적

특이점 회피를 위하여 부작업으로는 여러가지의 성능지수가 제안되었으나 Yoshikawa의 조작성능지수는 제시된 이래 국부적 경로를 이용한 운동계획에 가장 많이 사용되었다.³ 조작성능지수는 end-effector의 위치와 방향을 선정하는데 있어서 로봇의 조작성에 대한 성능지수가 된다.

본 절에서는 정의된 성능지수 제한계적을 Yoshikawa의 조작성능지수

$$H = \sqrt{\det(JJ^t)} \tag{10}$$

에 대하여 적용하도록 한다. 그리고 앞으로는 조작성능지수에 대한 제한계적을 조작성능지수 제한계적(manipulability measure constraint locus(MMCL))이라 하겠다. 특이점 회피를 위한 부작업으로 조작성능지수를 사용할 때, 조작성능지수 제한계적인 MMCL은 다음과 같이 정의된다.

$$M_{sa} = \{ \theta : N^t h = 0, \text{ for } \theta \in T^m \} \tag{11}$$

여기서 $h = \nabla H$ 이며 H 는 식(10)과 같다.

해의 전체적 특성을 규명하는 조작성능지수 제한계적을 그림1과 같은 3축 평면 로봇(3-link planar robot)에 대하여 수행시키면, 작업은 직교좌표 공간에서 end-effector의 위치로 주어지므로 $x \in R^2$ 이고, 관결벡터는 $\theta \in R^3$ 이므로 여유자유도는 1이 된다. 여기서 로봇의 관결의 길이는 $l_1=3, l_2=2, l_3=2$ 단위로 한다.

식(11)로 표현된 MMCL의 생성을 위하여 제안된 식(9)를 이용한다. 초기값을 선정하여 임의의 벡터인 v 를 이용하여 식(5)의 값이 원하는 범위내에 들어오는 값을 선택하면 계적이 생성되며 값이 범위 밖으로 벗어나면 계적 생성을 중단하게 된다. 따라서 이와 같은 방법으로 구하면 3축 평면 로봇의 경우에

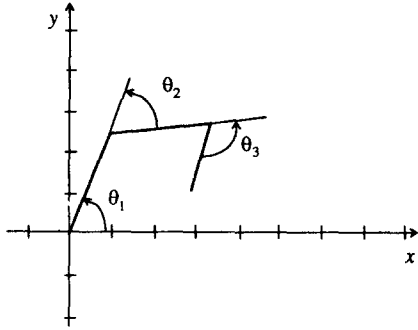


그림 1. 3축 평면 로봇의 구조
Fig. 1. Geometry of a 3-link planar robot.

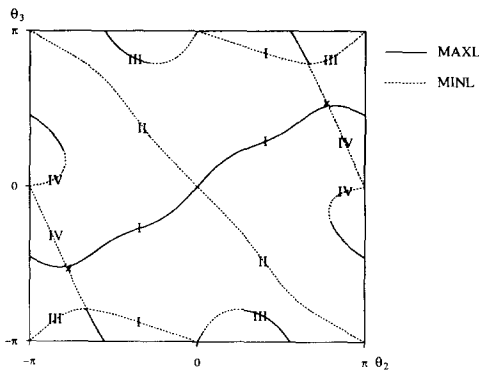


그림 2. 조작성능지수의 제한체적
Fig. 2. Manipulability measure constraint locus.

MMCL의 그림2와 같이 나타낼 수 있다. 그림 2에 나타낸 체적은 자세공간에서 부작업인 조작 성능지수를 최적화하는 점들의 집합이 된다. 일반적인 회전 관절을 갖는 로봇의 경우에 모든 가능한 관절 운동은 자세공간을 이루는데 이 자세공간은 간단한 원으로의 위상동형인 메니폴드의 구조를 이룬다.^{[5][15]} 따라서 관절이 n개인 경우 자세공간 C는 관절운동에 의해 생성되는 원 S의 곱공간(product space)을 이룬다.

$$C = S^1 \times S^2 \times \dots \times S^n \quad (12)$$

그러므로 MMCL은 C인 Tⁿ인 공간상에서 나타나야 되는데 조작성능지수는 평면 로봇의 경우 θ_1 에 독립적인 특성을 갖고 있다. 그리고 자코비안의 널공간 기저벡터인 N도 θ_1 의 함수가 아니다. 그러므로 조작성능지수 제한체적은 θ_1 에 독립적이며, 자세

공간에서 원점에 대칭의 특성을 갖는다. 따라서 본 논문에서는 T³의 torus에서 제한체적을 나타내지 않고 $(\theta_2 - \theta_3)$ 를 자세공간으로 이용하도록 하였다.

그림2에 보인 바와 같이 제한체적은 원점에 대하여 대칭의 성격을 가진다. 그리고 그림1과 같은 3축 평면 로봇은 회전 관절에 의하여 $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ 의 운동을 수행한다. 그러므로, 관절값 π 와 $-\pi$ 는 같은 위치를 나타낸다. 따라서 그림2와 같이 특이점으로 구분하면 제한체적을 4개의 그룹으로 분리할 수 있다. 앞으로 이러한 그룹을 이용하여 역기구학 알고리즘의 가역공간을 해석하도록 하겠다. 그리고 상수k의 부호가 음일 경우인 최소값 체적(MINL)과 양의 상수에 대응하는 최대값 체적(MAXL)으로 MMCL을 분리할 수 있다. 이와 같은 분리는 식(9)와 같이 경사 투영법에 기초한 식을 이용하여 제한체적을 생성했기 때문에 가능하며, 필요조건식은 이와 같은 최대값과 최소값을 분리할 수 없게 된다. 부작업의 특성에 따른 MINL과 MAXL의 영향은 다음 장에서 주작업을 이용하여 설명하도록 한다.

MMCL과 기구적 특이점의 관계를 이해하기 위하여 자세공간에서 기구적 특이점을 고려해 보자. 그림1의 로봇에서 기구적 특이점은 관절2와 3이 동일 선상(collinear)에 있을 때 존재하게 되며, 이러한 기구적 특이점에서도 필요조건인 식(11)을 만족하게 된다. 따라서 제한체적에 특이점이 존재하며 조작공간에서의 특이점은 자세공간에서 회피가 가능하다. 예를 들면 $\theta_2 = \pm\pi$ 이고 $\theta_3 = 0$ 일 경우 특이점이 되며, 이러한 특이점은 MINL에 존재한다. 그림2에서 그룹I의 MAXL은 특이점인 $\theta_2 = \theta_3 = 0$ 에 도착한다. 그러나 이점은 로봇의 경계를 나타내며 자세공간에서도 회피할 수 없는 특이점이 된다. 따라서 회피가능한 특이점을 이용하면 자세공간에서 MMCL을 MAXL과 MINL로 쉽게 구분할 수 있다. 그림2에 자세공간에서 로봇의 베이스에 대응하는 관절값을 나타내기 위하여 (x)의 표시를 나타내었다.

자세공간에서도 가역공간에 대한 해석을 할 수 있으나 이해를 쉽게 하기 위하여 조작성능지수 제한체적을 조작공간으로 투영하도록 한다. 그림2에 나타낸 제한체적을 조작공간으로 투영하기 위해서는 기구학식이 필요하게 되는데 제한체적은 단지 θ_2, θ_3 의 함수이므로 임의로 $\theta_1 = 0$ 을 이용한다. 따라서 그림3은 $\theta_1 = 0$ 일 때 조작공간에서의 조작성능지수를 최적화하는 체적을 나타낸다. 평면 로봇의 경우 관절1은 특이점과는 무관하므로 단일 작업이 조작공간에서 주어지면 θ_2, θ_3 는 제한체적에서 정해지며 작업을 수행하기 위하여 θ_1 을 결정하게 된다. 그러면 그

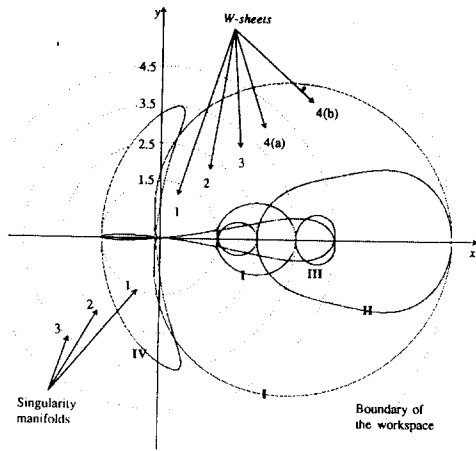


그림 3. 조작공간에서의 조작성능지수 제한계적
Fig. 3. MMCL on the operational space.

림3은 작업에 따라 θ_1 만큼 회전하면 된다.

그림3에서 점선은 조작공간에서의 기구적 특이점을 나타내는데, 여기서도 θ_1 에 무관하므로 원으로 표시된다. 자세공간에서 모든 관절의 운동은 조작공간에서 매니폴드를 이루는데, 특이점에 따른 매니폴드를 특이점 매니폴드라 한다. 특이점 매니폴드는 링크 길이에 따라 그 수가 결정되며, 그림1과 같이 링크 길이가 서로 다른 경우는 그림3과 같이 3개의 특이점 매니폴드를 형성한다. 각각의 반지름은 $r_1 = -l_1 + l_2 + l_3 = 1.5$, $r_2 = l_1 - l_2 + l_3 = 2.5$ 이며 $r_3 = l_1 + l_2 - l_3 = 3.5$ 이다. 그리고 작업공간의 경계는 링크 길이에 의해 제한되어 반지름은 $r_4 = l_1 + l_2 + l_3 = 7.5$ 이다. 그러므로 그림3과 같이 $\theta_1 = 0$ 일 때는 특이점 매니폴드와 제한계적이 x축에서 만나는 점이 특이점이 되며, 각 그룹의 경계를 이루게 된다. 따라서 그룹을 이동할 때는 기구적인 특이점을 만나게 된다.

그리고 그림2에서 4개의 그룹은 조작공간에서도 4개의 그룹으로 나누어진다. 따라서 역기구학 알고리즘을 연속 경로에 응용할 때는 각각의 그룹은 제한된 작업영역에서만 특이점을 회피하면서 작업을 수행할 수 있다. 조작공간에서 특이점으로 구성된 집합 사이의 가역영역은 제한되며, 위상적 특성(topological property)은 특이점을 넘어갈 때 변화한다. 그리고 특이점들로 경계를 이루는 작업공간을 W-sheet라고 하면 하나의 W-sheet 내의 작은 작업은 기구적 특이점을 회피하면서 수행할 수 있으나 다른 W-sheet로 이동할 경우는 특이점을 만나게 된다.⁵⁾ 그리고 제한계적에 의해서 반지름 4.5인 매니폴드에 의

하여 W-sheet4는 4(a)와 4(b)로 분리된다. 이와 같이 기구적 특이점에 따른 위상적 특성뿐 아니라 최적화에 따른 제한계적에 의하여 조작공간의 특성이 분리되어지며 가역 작업영역도 제한된다. 이러한 가역 작업영역을 표1에 나타내었다. 반지름은 조작공간에서의 매니폴드의 반지름을 나타낸다. 표1에서 보듯이 만일 작업이 W-sheet1에서 W-sheet 4(b)에 걸쳐 있다면 그룹III에서의 초기 자세로는 이와 같은 작업을 수행할 수 없게 된다. 따라서 우리는 조작성능지수를 부작업으로 할 때에 있어서 특이점을 만나지 않고 역기구학해를 구할 수 있는 가역 작업영역을 구할 수 있다.

표 1. 가역 작업영역
Table 1. Invertible workspace.

그룹	W-sheet	반지름
I	1 - 4 (b)	0 - 7.5
II	3 - 4 (b)	3.5 - 7.5
III	2 - 4 (a)	1.5 - 4.5
IV	1 - 3	0 - 3.5

III. 작업과 조작성능지수 제한계적의 관계

일반적으로 여유자유도 로봇의 역기구학해를 구하기 위해서는 주어진 작업에 대한 기구학적 제한과 부작업에 대한 최적화 필요조건을 동시에 고려해야 한다. 그런데 자체운동 매니폴드(self-motion manifold)는 역기구학해의 일반해 집합을 나타내고, 제한계적은 제한조건의 집합을 표현하므로 이 두가지를 동시에 고려하여야 일반해 집합중에서 부작업을 최적화하는 유일한 해를 결정지을 수 있다. 따라서 여기서는 자체운동 매니폴드와 조작성능지수 제한계적을 이용하여 주어진 작업에 대한 역기구학 알고리즘의 제한점을 살펴보기로 한다.

1. 자세공간의 위상적 특성

여유자유도가 없는 로봇의 경우에 주어진 작업에 대한 역기구학해는 한정된 수의 로봇 자세들로 결정된다. 그러나 여유자유도 로봇의 경우에는 특이점이 없는 작업에 대하여 자세공간에서 여유자유도 만큼의 부-매니폴드(sub-manifold)를 이룬다. 각 부-매니폴드를 자체운동 매니폴드라 하며, 이것은 end-effector의 위치나 방향에 영향을 주지않고 관절의 운동으로 이루어지는 일반해 집합이 된다.⁶⁾ 따라서 자체운동 매니폴드는 일반해 집합을 나타내므로, 역

기구학해를 결정하기 위해서는 부목적을 추가하여 하나의 자세를 결정하여야 한다. 그리고 2장에서 제시된 조작성능지수 제한계적은 부목적 함수인 조작성능지수의 최적화 조건을 만족하는 계적이므로, 작업에 대한 해인 자체운동 메니폴드와 조작성능지수 제한계적을 자세공간에서 겹치면 주어진 작업도 수행하면서 부목적을 최적화하는 자세들에 대한 해석이 가능하게 된다.

먼저 자세공간의 위상적 특성을 결정하기 위하여 앞에서와 같이 기구적 특이점을 고려한다. 그림 3에서의 특이값 메니폴드는 3축이 일직선일 경우에만 특이점이 된다. 그러나 각 특이점에 대하여 자세공간에서는 특이점 회피가 가능한 관절 집합을 얻을 수 있는데 앞서 설명한 바와 같이 θ_1 이 특이점에는 독립적이기 때문에 특이값 메니폴드에 대한 역기구학해는 자세공간에서 θ_1 에 대하여 평면을 이루게 된다. 따라서 $(\theta_2 - \theta_3)$ 평면으로 투영하여 나타내면 그림4에서와 같이 하나의 선을 이루게 되며 이러한 해를 해집합(solution set) 1, 2, 3으로 나타내었다.

그리고 가역공간을 구분하기 위해 사용된 반지름 4, 5일 메니폴드에 대한 자체운동 메니폴드를 함께 표시하면 자세공간이 위상적 특성이 다른 5개의 영역으로 구분되어 진다. 이러한 영역안에서는 특이점이 존재하지 않는다. 따라서 그림3에서 W-sheet와 동일한 개념으로 각 영역을 C-bundle로 정의하고 그림4에 나타내었다.⁵⁾ 주어진 C-bundle의 수에 따라서 일반해 집합인 자체운동 메니폴드의 수도 결정된다. 따라서 W-sheet1과 3에 대응해서 2개가 존재하고 나머지는 C-bundle의 수도 1개이고 자체운동 메니폴드도 1개가 된다. 이러한 특징은 여유자유도가 없는 2축 로봇의 자세에 대한 일반적인 표현이라고 할 수

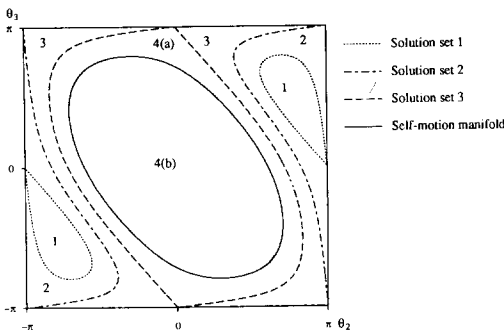


그림 4. 자세공간에서의 C-bundle
Fig. 4. C-bundles in the configuration space.

있다.

그림4와 같이 특이값에 대한 일반해 집합과 제한계적의 가역 영역을 구분하는 메니폴드에 대한 자체운동 메니폴드를 이용하여 자세공간을 구분하였다. 따라서 그림4에 그림2로 주어진 제한계적을 자세공간에서 겹치면 작업의 위치에 따라 부목적인 특이점 회피의 최적화 조건인 식(11)을 만족하는 평형자세(equilibrium configuration)의 수를 결정할 수 있다. 단지 이러한 평형자세만이 확장된 자코비안 방법(extended jacobian method)의 초기값으로 사용될 수 있는 것이다. 표2에서 보듯이 만일 작업의 초기위치가 W-sheet2에 존재하면 식(11)을 만족하는 평형자세는 12개가 존재하며 이 중에서 하나를 선정하여 초기값으로 이용하여야 한다. 그러나 표2는 식(11)을 만족하는 자세의 수이므로 최대값과 최소값으로 구성된다. 따라서 주어진 부작업의 특성이 본 논문에서 사용된 조작성능지수와 같이 최대화가 목적이라면 이 중에서 최대값 계적인 MAXL에서 초기값을 선정하여야 한다. 그렇지 않을 경우의 영향은 다음 절에서 주기작업을 이용하여 설명하겠다. 여기서 그림2에서 보듯이 로봇의 베이스에 가까운 영역에서는 평형자세의 수가 4개로 나타나나 이 영역은 매우 작기 때문에 여기서는 따로 분리하지 않기로 하였다.

표 2. 평형자세
Table 2. Equilibrium configurations.

W-sheet	반지름	수
1	0-1.5	8
2	1.5-2.5	12
3	2.5-3.5	12
4 (a)	3.5-4.5	8
4 (b)	4.5-7.5	4

2. 주기작업에의 응용

작업공간에서의 주기작업(cyclic task)을 수행하는데 우리는 관절운동도 주기적이 되기를 원한다. 즉, 주기작업에 대하여 자세공간에서의 궤적은 시작된 초기위치에서 주어진 작업을 수행하면 다시 초기 위치로 되돌아와야 한다. 국부적 경로정보를 이용하여 주어진 주기작업을 특이점도 회피하면서 수행하는 일반적인 방법이 있는가 하는것이 현재까지 진행된 연구들에 대한 의문점이다. 이와 같은 의문에 대한 하나의 해답으로서 조작성능지수 제한계적이 사용되어질 수 있다는 점을 본 절에서 논하도록 한다.

본 논문에서는 수치적인 예로써 주기작업을 다음

과 같이 기술하도록 하겠다.

$$x = \begin{bmatrix} -r_1 \cos(2\pi t) + c_x \\ -r_1 \sin(2\pi t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 r_1 은 수행할 원의 반지름이며 c_x 는 작업의 원점으로 x 축의 값이 된다. 즉, 원점이 $(c_x, 0)$ 이고 반지름이 r_1 인 원을 단위 시간 동안 반시계 반시계 방향으로 수행하는 것이다. 따라서 초기위치는 $(c_x - r_1, 0)$ 이고, 초기시간은 $t_0=0$ 이며 $t_1=1$ 이 된다.

작업 1(Task 1)을 원점이 $c_x=3$ 이고 반지름이 $r_1=1$ 이라고 하자. 그러면 초기 위치는 $(2, 0)$ 이고 $t=1/2$ 인 중간위치에서 $(4, 0)$ 을 지나가야 한다. 원으로 이루어진 작업이므로 초기위치와 중간위치에서의 일반해 집합인 자체운동 메니폴드를 구해보면 그림5와 같다. 작업1의 초기위치는 W-sheet 1에 속하므로 2개의 자체운동 메니폴드를 이루고, 중간위치는 W-sheet4에 속하므로 가운데 있는 하나의 자체운동 메니폴드가 중간위치에 대한 일반해 집합을 나타낸다. 따라서 특이점을 회피하면서 관절운동의 보존성, 즉 주기작업에 대한 주기적 관절운동을 유지하려면, 초기위치에 대한 자체운동 메니폴드에서 조작성능지수 제한계적을 만족하는 한 점에서 시작하여 제한계적을 따라 중간위치에 대한 자체운동 메니폴드의 한 점에 다다른 후 다시 제한계적을 따라 초기위치로 되돌아와야 한다.

그림5에서 보듯이 초기위치에서 일반해 집합인 자체운동 메니폴드와 MMCL과의 평형자세는 12개가 존재한다. 그런데 MMCL은 자세공간에서 원점에 대칭이므로 $\theta_3 \geq 0$ 인 자세만을 고려하기로 한다. 각 평형자세를 그림5에 나타내었고 이러한 자세를 초기

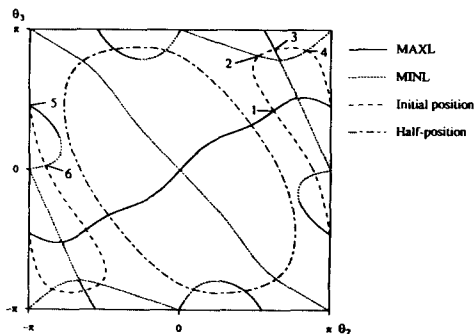


그림 5. 작업1에서의 MMCL과 자체운동 메니폴드
Fig. 5. MMCL and self-motion manifolds for task 1.

값으로 하여 확장된 자코비안 방법을 이용한 역기구학해를 그림6에 나타내었다. 그리고 자세공간에서 관절의 운동을 관찰하기 위하여 그림7에 자체운동 메니폴드와 관절계적을 나타내었다. 앞에서 설명했듯이 부작업의 최대화가 목적인 경우는 초기값을 MAXL에서 선택하여야 한다. 따라서 자세 1, 3, 5가 작업1을 수행할 수 있는 초기값이 될 수 있다. 그리고 자세 2, 4, 6은 MINL이고 이때의 영향은 그림6에서 보듯이 작업을 수행하는 중간에 특이점을 만나게 된다.

그런데 MAXL인 자세 1, 3의 경우는 부작업을 최대화 하면서 작업을 수행하였다. 여기서는 로봇 관절운동이 $-\pi \leq \theta_i \leq \pi$ 로 제한되었지 않다는 가정하에서 얻은 결과이다. 그러나 자세5는 최대값이면서도 주어진 작업을 수행하지 못했다. 이는 역기구학의 또 하나의 제한점인 가역 작업영역의 제한에 의해서

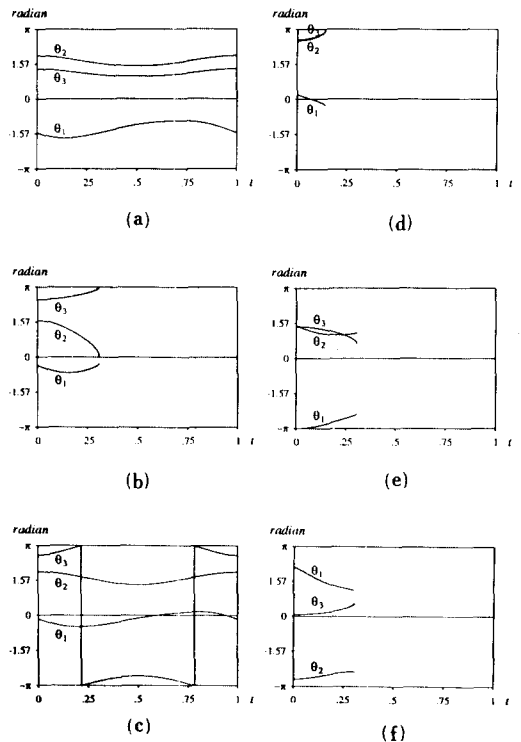


그림 6. 작업1에 대한 관절계적

- (a) 자세 1 (b) 자세 2 (c) 자세 3
- (d) 자세 4 (e) 자세 5 (f) 자세 6

Fig. 6. Joint trajectories for task 1.

- (a) Configuration 1, (b) Configuration 2,
- (c) Configuration 3, (d) Configuration 4,
- (e) Configuration 5, (f) Configuration 6.

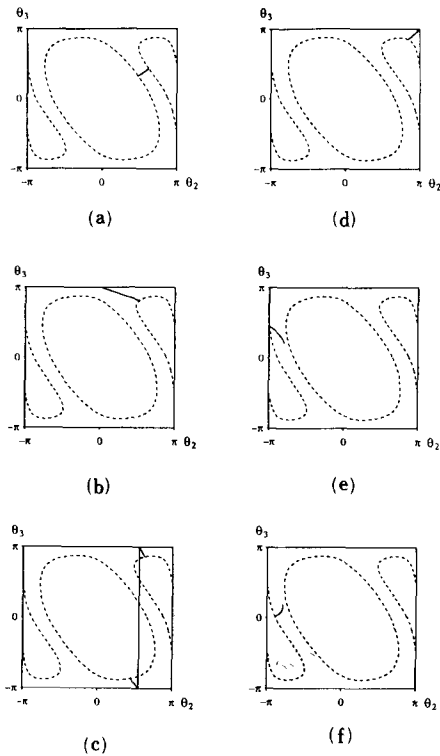


그림 7. 그림6과 자체운동 매니폴드의 $\theta_2-\theta_3$ 평면으로의 투영
 (a) 자세 1 (b) 자세 2 (c) 자세 3
 (d) 자세 4 (e) 자세 5 (f) 자세 6

Fig. 7. Projection of fig. 6 and self-motion manifolds onto $\theta_2-\theta_3$ plane.
 (a) Configuration 1, (b) Configuration 2,
 (c) Configuration 3, (d) Configuration 4,
 (e) Configuration 5, (f) Configuration 6.

발생하였다. 자세5가 그림5에서 보듯이 그룹IV에 존재하고 그룹IV의 가역 작업영역은 표1에서 보듯이 반지름이 1.5에서 3.5로 제한된다. 그런데 작업 1의 중간위치는 (4, 0)으로써 그룹IV의 가역 작업영역 밖에 존재한다. 따라서 최대화 조건을 만족하지 못하고 작업을 계속 수행할 수 없게 된다.

이러한 결과는 반복작업에서 초기값이 MAXL에 존재하고 그 초기값의 가역 작업영역이 주어진 작업을 수행할 수 있는 경우에만 중간경로에서 특이점을 만나지 않으면서 관절의 반복적 운동을 수행할 수 있음을 의미한다. 따라서, 조작성능지수 제한체적과 작업에 대한 일반해 집합을 이용하여 반복작업에 대한 해의 존재성과 그 수를 알 수 있다. 일반해 집합만으로 해의 특성을 설명해 온 지금까지의 방법에서

는, 여유자유도를 유용하기 위하여 필수적인 부목적의 특성이 배제 되었는데, 본 논문에서 제안된 제한체적에 의하여 제한지어지는 경로가 실질적 의미에서 여유자유도 로봇의 역기구학 해이며, 여유자유도가 없는 로봇의 자세들에 대한 일반적인 여유자유도 로봇의 자세라 하겠다.

작업1은 작업영역이 (2, 0)에서 (4, 0)에 걸친 작업이었다. 그런데 작은 작업의 효과를 관찰하기 위하여 $c_x=2.4$ 이고 $r_1=0.4$ 인 작업2를 고려해 보자. 그러면 초기 위치는 작업1과 같으나 작업영역은 작업1에 비하여 매우 작게된다. 이러한 작은 작업에 대하여 가역 작업영역의 효과를 관찰하기 위하여 그림6과 7에서 최대값임에도 작업을 수행하지 못한 자세4를 고려해 보기로 한다. 이때의 결과를 그림8에 나타내었다. 그림8에서 중간점인 위치 (2.8, 0)은 W-sheet3에 존재하여 자체운동 매니폴드가 2개 존재하게 된다. 그림8을 살펴보면 자세5를 초기값으로하여 작업2를 수행하였음을 알 수 있다. 이는 작업2가 그룹IV의 가역 작업영역내에 존재하기 때문이다. 그리고 자세1, 3에서도 앞서서와 같이 역기구학해를 결정

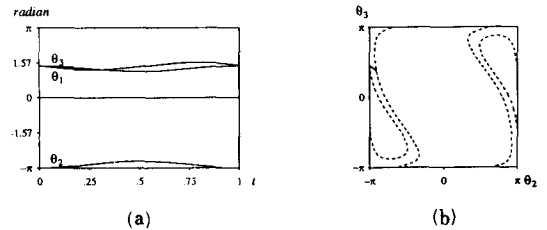


그림 8. 작업2에 대한 자세 5에서의 관절궤적
 (a) 시간영역 (b) $(\theta_2-\theta_3)$ 영역

Fig. 8. Joint trajectory from configuration 5 for task 2.
 (a) time domain, (b) $(\theta_2-\theta_3)$ domain.

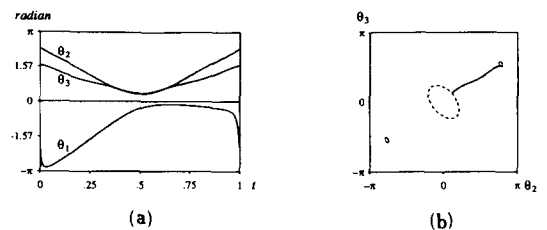


그림 9. 작업3에 대한 관절궤적
 (a) 시간영역 (b) $(\theta_2-\theta_3)$ 영역

Fig. 9. Joint trajectory for task 3.
 (a) time domain, (b) $(\theta_2-\theta_3)$ domain.

할 수 있게 된다.

그러면 작업공간 전체에 걸쳐져 있는 작업에 대하여 특이점을 회피하면서 부작업도 최대화할 수 있는 역기구학해가 존재하는가를 관찰하기 위하여 주어진 로봇의 구조에 비하여 대단히 큰 작업을 고려해 보자. 작업3은 $c_x=3.7$ 이고 $r_1=3.5$ 으로 거의 전 영역에 걸쳐있게 된다. 그러면 초기위치는 (0.2, 0)이고 중간점은 (7.2, 0)으로 이러한 작업은 작업공간에서는 모든 W-sheet에 걸쳐져 있다. 그러므로 작업3을 수행하는 관절운동은 자세공간에서는 모든 C-bundle을 거쳐야 될 것이다. 따라서 위상적 특성이 다른 공간을 지나야 하므로 기구적 특이점을 만날 수 있으며, 지금까지는 단지 어느 초기 위치에서는 해가 가능하며, 중간에서 특이점을 만나는 초기 위치는 배제되어야 한다는 정도로 연구가 진행되었다.

앞에서도 설명했듯이 초기 위치인 (0.2, 0)에 대한 일반해 집합은 그림9에서 1, 3상한에 작은 2개의 원으로 나타난다. 그리고 중간점인 (7.2, 0)에서는 1개의 일반해 집합이 되며 그림9(b)에서는 가운데에 큰 원으로 나타내었다. 따라서 앞에서 설명한 가역 작업영역을 고려하면 작업3을 수행하기 위해서는 그룹 I에서 최대값을 초기자세로 하여야 함을 쉽게 알 수 있다.

그러나 그룹 I의 특성을 살펴보면 우리는 매우 중요한 사실을 발견할 수 있다. 하나의 작업에 대하여 일반해 집합인 자체운동 메니폴드가 형성됨은 앞에서 설명한 바와 같은데, 이러한 자체운동 메니폴드에서 조작성능지수의 전체적 최대점(global maxima)을 찾으며 이러한 궤적이 그룹 I의 MAXL 궤적임을 알 수 있다. 따라서 주어진 작업의 초기위치에 대응하는 자체운동 메니폴드에서 전체적 최대점을 초기값으로 선정하면 거의 모든 작업공간에 걸쳐 있는 작업을 기구적 특이점이나 가역 작업영역의 제한 없이 역기구학해를 구할 수 있다. 이러한 결과는 확장된 자코비안 방법이 국부적 경로정보를 이용한다는 사실을 생각하면 매우 놀라운 결과라 할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서 국부적 경로를 이용하여 부작업을 최적화하는 여유자유도 로봇의 경로제어 방법에 있어서 지금까지 연구되지 않았던 여러가지 문제를 성능지수 제한궤적이라는 새로운 개념을 이용하여 살펴 보았다. 즉, 조작성능지수를 부작업으로 이용하여 초기값의 존재성과 작업을 수행할 수 있는 조건에 대하여 관찰하였고, 가역 작업영역이 역기구학 알고리

즘에 미치는 영향에 대하여 해석하였다. 그리고 주기작업을 이용하여 부작업의 특성에 따라 최대값과 최소값이 역기구학해에 가하는 제한을 연구 하였다. 이러한 주기 작업을 이용하여 최적화 방법의 국부적 주기성과 자체운동 메니폴드와 조작성능지수 제한궤적을 동시에 고려한 관절궤적의 조건도 논의하였다.

그리고 비록 국부적 경로정보를 이용하지만 마치 광역의 최적해와 같은 역기구학해를 선정하는 방법을 제시하였다. 이러한 결과는 다른 부작업에 대하여서도 연구가 가능하며, 특이점 회피를 위한 여러가지의 성능지수에 대한 연구는 현재 진행되고 있다.

參 考 文 獻

- [1] J.M. Hollerbach, "Optimum Kinematic Design for a Seven Degree of Freedom Manipulator," in *Robotics Research: The 2nd Intern. Symp.*, ed. Hideo Hanfusa and Hirochika Inoue, pp. 215-222, 1985.
- [2] D.H. Gottlieb, "Robots and Topology," in *Proc. IEEE Int. Conf on Robotics and Automation* pp. 1689-1691, 1986.
- [3] T. Yoshikawa "Analysis and Control of Robotic Manipulators with Redundancy," in *Robotics Research: The 1st Intern. ed.* M. Brady and R. Paul, pp. 735-748, 1984.
- [4] D.R. Baker, and C.W. Wampler II, "On the Inverse Kinematics of Redundant Manipulators," *Int J. Robotics Research*, vol. 7, no. 2, pp. 2-21, 1988.
- [5] J.W. Burdick, "On the Inverse Kinematics of Redundant Manipulators: Characterization of the Self-motion Manifolds," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 264-270, 1989.
- [6] C.A. Klein and C.H. Huang, "Review of Pseudoinverse control for Use with Kinematically Redundant Manipulators," *IEEE Trans. Sys., Man, and Cyber.*, vol. 13, no. 2, pp. 245-250, 1983.
- [7] J. Baillieul, "Kinematic Programming Alternatives for Redundant Manipulators," in *Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 722-728, 1985.
- [8] P.H. Chang "A Closed-Form Solution for the Control of Manipulators with Kinematically Redundancy," in *Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 9-14, 1986.

- [9] A. Ghosal and B. Roth, "Instantaneous Properties of Multi-degrees-of freedom motions Point Trajectories" *Trans. ASME J. Mech., Trans., and Automat., in Design*, vol. 109, pp. 107-115, 1987.
- [10] C.W. Wampler II, "Winding Number Analysis of Invertible Workspaces for Redundant Manipulators," *Int. J. Robotics Research*, vol. 7, no. 5, pp. 22-31, 1988.
- [11] D.N. Nenchev, "Redundancy Resolution Through Local Optimization: A Review," *Int. J. Robotic Systems*, vol. 6, no. 6, pp. 769-798, 1989.
- [12] J. Baillieul, "Avoiding Obstacles and Resolving Kinematic Redundancy," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1698-1704, 1986
- [13] C.A. Klein and N.E. Blaho, "Dexterity Measures for the Design and Control of Kinematically Redundant Manipulator," *Int. J. Robotics Research*, vol. 6, no. 2, pp. 72-83, 1987.
- [14] I.D. Walker and S.I. Marcus, "Subtask Performance by Redundancy for Redundant Manipulators" *IEEE J. Robotics and Automation*, vol. 4, no. 3, pp. 350-354, 1988.
- [15] J.R. Munkres, *Topology: A First Course*, Prentice-Hall, 1975.

 著 者 紹 介



崔 秉 旭 (正會員)

1963年 2月 13日生. 1986年 2月 한국항공대학교 항공전자공학과 졸업(공학사). 1988年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사). 1988年 3月~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정에 재학중.

1988年 3月~현재 금성산전(주) 연구단 소속. 주관심분야는 로봇의 기구학 및 여유자유도 로봇의 자세제어 그리고 공장 자동화 등임.



元 鍾 華 (正會員)

1959年 9月 22日生. 1982年 2月 서울대학교 제어측정공학과 졸업(공학사). 1984年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(전문석사). 1988年 3月~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정에 재학중.

1981年 12月~현재 삼성전자 주임 연구원. 주관심분야는 자동화 등임.

鄭 明 振 (正會員) 第26卷 第7號 參照

한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수