

論文91-28A-9-3

# 접지된 유전체층 위에 위치한 스트립 격자구조의 회절에 대한 급속한 수렴해에 관한 연구

(On the Fast Convergent Solution for Diffraction by a Strip  
Grating with a Grounded Dielectric Layer)

趙 鎮 均\*, 李 相 勳\*, 趙 榮 基\*\*

(Jin Gyoon Cho, Sang Hoon Lee, and Young Ki Cho)

## 要 約

본 논문에서는 접지면 위 유전체판 상의 스트립 격자에서 TE 산란을 모멘트법으로 구하였다. 등가 원리에 의하여 슬롯의 표면 자기 전류밀도를 가장자리 조건을 만족하는 Chebyshev 다항식으로 전개하였다. 등가원리와 경계조건을 이용하여 구한 전자장 반사계수의 수치적 결과들을 다른 논문의 결과와 비교하였다. 본 논문에서 제시한 방법의 결과와 다른 논문의 결과는 거의 일치하였다.

## Abstract

The scattering problem of a transverse electric (TE) plane wave by strip grating with a dielectric slab over a ground plane is analyzed by the method of moments. By use of equivalence principle, surface magnetic current density on the shorted slot is expanded in a series of Chebyshev polynomial a satisfying the appropriate edge condition. Numerical results for reflection coefficient are obtained and compared with other available results. Our numerical results obtained from the present method are in good agreement with other results available in the literature.

## I. 서 론

스트립 격자에 의한 전자파 산란은 광학, 음향학, 전자기분야에서는 중요시 되어 왔고 산란 성질을 규명하기 위해 해석적, 수치적 방법이 많은 사람들에 의해 연구되었다.<sup>1-9)</sup>

Baldwin과 Heins<sup>1)</sup>는 격자요소 사이의 간격이 스트

립 폭과 동일한 구조에 대하여 수직 입사를 연구 하였다. 그리고 Agronovich<sup>2)</sup>는 스트립사이의 간격과 스트립 폭이 동일하지 않은 경우에 대하여 해를 구 하였다. Luneberg와 Westpfahl<sup>3)</sup>는 임의의 각으로 입사한 경우에 대하여 해석하였다. 그리고 Adonina와 Shestopalov<sup>4)</sup>는 유한한 두께의 유전체판 상의 도체 격자에 임의의 각으로 입사할 때 회절문제를 연구했다. 몇몇 사람은<sup>3,4,5)</sup> 좀 더 개선된 반사성질을 얻기 위해 접지면 위의 유전체 판에 주기적인 스트립 격자를 배열하였다. Jacobsen<sup>6)</sup>은 도체 접지면 위 유전체 판에 주기적인 스트립이 있는 경우를 다루었다. 최근에 Kalthor<sup>6)</sup>는 접지면 위 유전체 판에 주기적인 스트립이 있는 경우에 대하여 MMM(mode matching method)을 사용하여 수렴도를 조금 개선하였다. 그러

\*準會員, \*\*正會員, 慶北大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

接受日字: 1991年 4月 12日

(※ 이 논문은 1990년도 문교부지원 한국학술진흥재단의 지방대육성 학술 연구 조성비에 의하여 연구 되었음.)

나 스트립 격자에서의 산란문제의 해를 구함에 있어서 빠른 수렴이 요구되어 왔다. 그래서 본 논문에서는 수렴성을 개선하기 위해 접지면 위 유전체 판상의 스트립 격자에서의 TE 산란의 해를 모멘트법과 등가원리를 이용하여 구하였다. 단락된 슬롯의 위 아래에 등가표면 자기전류 밀도를 가장자리 조건을 만족하는 Chebyshev 다항식으로 전개하였다.<sup>8,9)</sup> 수치적 방법의 정확성과 수렴성을 다른 논문의 결과와 비교 평가하였다. 그리고 스트립 격자는 완전도체, 무한길이, 무한소의 두께로 가정하였다. 또한 시간 종속 인자는  $e^{j\omega t}$ 인 것으로 가정하여 본 논문에서는 생략하였다.

II. 접지면 위 주기적인 스트립 격자에서의 산란

접지면 위의 유전체 판상의 주기적인 회절격자의 구조를 그림1에 나타내었다. 그림1에서 회절격자는 X-Y 평면상에 놓여져 있고, X방향으로 길이는 무한하다. 스트립 격자의 모서리에 평행한 자계성분을 가진 H-편향된 평면파가 유전체 판 아래에 놓여진 스트립 격자에 수직으로부터 입사각  $\theta_1$ 로 입사한다. 인접한 스트립 사이의 거리는  $d(=2a)$ 이고, 스트립 격자의 주기는  $s$ 이다. 그리고 유전체 판은 상대 유전상수가  $\epsilon_r$ 이며 유한한 두께  $t$ 를 갖는다.

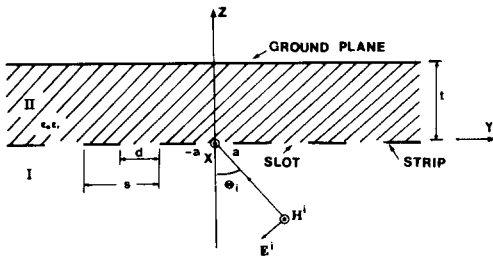


그림 1. 문제의 구조  
Fig. 1. Geometry of the problem.

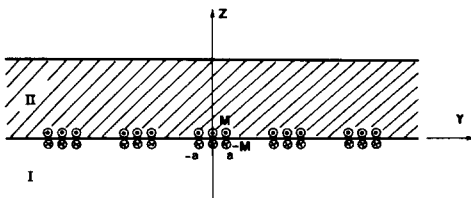


그림 2. 등가 모델  
Fig. 2. Equivalent model.

본 논문에서는 슬롯 부분을 완전도체로 대체하고, 단락된 슬롯의 내부와 외부의 면에 적절한 값의 등가 표면 자기전류를 놓는 등가원리를 이용하였다. 그림2는 그림1에 대한 등가모델이다.

그림2의 영역 (I)에서 입사파와 반사파의 자장  $H^i, H^r$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$H^i = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} e^{-jk_0 \cos \theta_1 z} \quad (1)$$

$$H^r = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} e^{jk_0 \cos \theta_1 z} \quad (2)$$

영역 (I)에서의 산란자장을 Floquet 모우드로 전개하면 다음과 같다.

$$H^s = -\hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{\gamma_n z} e^{j2n\pi y/s} \quad (3)$$

여기서

$$\gamma_n^2 = \left(\frac{2n\pi}{s} + k_0 \sin \theta_1\right)^2 - k_0^2 \quad k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$$

그리고  $a_n$ 은 미지의 계수이다.

식(3)과 Maxwell 방정식 ( $\nabla \times H = j\omega \epsilon_0 E$ )을 이용하여 영역 (I)에서의 전장의 접선성분  $E^s$ 를 구하면 다음과 같다.

$$E^s = -\hat{y}_0 \frac{H_0}{j\omega \epsilon_0} e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_n e^{\gamma_n z} e^{j2n\pi y/s} \quad (4)$$

영역 (II)에서의 자장  $H^s$ 와 전장의 접선성분  $E^s$ 을 Floquet 모우드로 전개하면 다음과 같이 표현된다.

$$H^s = -\hat{x}_0 H_0 e^{jk \sin \theta y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_n e^{-\gamma_n z} + d_n e^{\gamma_n z}] e^{j2n\pi y/s} \quad (5)$$

$$E^s = -\hat{y}_0 \frac{H_0}{j\omega \epsilon} e^{jk \sin \theta y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n [c_n e^{-\gamma_n z} - d_n e^{\gamma_n z}] e^{j2n\pi y/s} \quad (6)$$

여기서

$$\gamma_{n1} = \left(\frac{2n\pi}{s} + k \sin \theta\right)^2 - k^2$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$$

그리고  $c_n$ 과  $d_n$ 은 미지의 계수이다.

미지의 계수인  $a_n, c_n, d_n$ 를 구하기 위하여  $z=0$ 와  $z=t$ 에서 경계조건을 적용한다.  $z=t$ 에서 전장의 접선성분이 0이 된다는 경계조건을 식(6)에 적용하면 식(7)을 얻는다.

$$d_n = c_n e^{-2\gamma_{n1} t} \quad (7)$$

단락된 슬롯위에서의 자기 전류밀도를 Chebyshev 다항식과 가장자리 조건을 만족하는 항으로 표현하면 다음식으로 나타난다.

$$\underline{M} = \hat{x}_0 e^{jk_0 s \sin \theta_1 y} \sum_{i=0}^{\infty} f_i \frac{T_1(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} \quad (8)$$

여기서  $f_i$ 은 미지의 계수이고,  $T_1(y)$ 은 제1종 Chebyshev 다항식이다.

영역 (I)에서 표면 자기 전류밀도  $\underline{M}$ 과 산란전장  $\underline{E}^s$ 사이의 관계인  $\underline{M} = z_0 \times \underline{E}^s$ 로부터 다음의 표현식을 얻을 수 있다.

$$H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_n e^{j2n\pi y/s} = \begin{cases} -\frac{jk_0}{\eta_0} \sum_{i=0}^{\infty} f_i \frac{T_1(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}}, & -a < y < a \\ 0, & \text{on the strip.} \end{cases} \quad (9)$$

여기서  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 은 자유공간의 특성 임피던스이다.

$a_n$ 을 구하기 위해 식(9)의 양변에  $e^{-j2n\pi y/s}$ 를 곱하고,  $-s/2 < y < s/2$ 의 구간에서 적분을 하면 다음 식과 같다.

$$a_0 = -\frac{\pi a}{H_0 \eta_0 s \cos \theta_1} f_0 \quad (10)$$

$$a_n = -\frac{jk_0}{H_0 \gamma_n \eta_0 s} \sum_{i=0}^{\infty} f_i H_{in} \quad (11)$$

여기서

$$H_{in} = \int_{-a}^a \frac{T_1(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} e^{-j2n\pi y/s} dy \quad (12)$$

슬롯 위에서 전장의 접선성분이 연속이라는 경계조건을 이용하면 식(13)을 얻는다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n + c_n + d_n) e^{j2n\pi y/s} = 2, \quad -a < y < a \quad (13)$$

$z=0$ 에서 전장의 경계조건과 식(7)을 이용하여  $c_n$ 과  $d_n$ 을  $a_n$ 으로서 표현하면 다음과 같다.

$$c_n = \frac{\epsilon_r \gamma_n}{(1 - e^{-2\gamma_n t}) \gamma_{n1}} a_n \quad (14)$$

$$d_n = \frac{\epsilon_r \gamma_n e^{-2\gamma_n t}}{(1 - e^{-2\gamma_n t}) \gamma_{n1}} a_n \quad (15)$$

식(14)와 식(15)를 식(13)에 대입하여 정리하면 다음식을 얻는다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n a_n e^{j2n\pi y/s} = 2, \quad -a < y < a \quad (16)$$

여기서

$$\beta_n = \frac{\gamma_{n1}(1 - e^{-2\gamma_{n1}t}) + \epsilon_r \gamma_n(1 + e^{-2\gamma_{n1}t})}{\gamma_{n1}(1 - e^{-2\gamma_{n1}t})}$$

식(16)의 양변에  $T_1(y/a)/\sqrt{1-(y/a)^2}$ 를 곱하고,  $-a < y < a$ 의 구간에서 적분을 하면 식(17)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n a_n H_{in}^* = \begin{cases} \pi d, & \text{if } i=0 \\ 0, & \text{if } i \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

여기서 \*는 공액 복소수를 의미한다.

식(11)을 식(17)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 선형 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=0}^{\infty} f_i Y_{ii} = I_i, \quad i=0, 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

$$Y_{ii} = \frac{jk_0}{s \eta_0 \pi d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_n H_{in}^* H_{in}}{\gamma_n} \quad (19)$$

여기서  $I_i$ 는  $i$ 가 0일때  $-H_0$ 이고 그외는 0이다.

위의 행렬식에 역변환을 이용하면  $f_i$ 의 값을 구할 수 있다.

문제의 구조에서 전장의 반사계수는 식(10)의  $a_0$  항으로 표현하면 식(20)이 된다.

$$\Gamma_R = 1 - a_0 \quad (20)$$

### III. 수치적 결과

본 논문에서 제시한 방법의 수렴·정확도를 검증하기 위해 본 논문에 따른 결과와 다른 논문의 수치적 결과를 비교하였다.

표1은 주기  $s=0.75\lambda$ , 슬롯폭  $d=s/2$ , 유전체 두께  $t=s$ , 유전율  $\epsilon_r=3.0$ 의 구조에 H-편파된 파가 입사 각  $60^\circ$ 로 입사한 경우에 모우드 수 증가에 따른 입사전력으로 정규화된 전력을 나타낸다. 그리고 Kalhor<sup>[7]</sup>의 결과와 비교하였다. 표1에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제시한 방법에 따른 방법의 결과는 모

표 1. 모우드 수 증가에 따른 차수 영인 반사파의 정규화된 전력  
단,  $s=0.75\lambda$ ,  $d=s/2$ ,  $t=s$ ,  $\epsilon_r=3.0$ ,  $\theta_1=60^\circ$

Table 1. Normalized power in order zero reflected wave for increasing number of modes for the case of  $s=0.75\lambda$ ,  $d=s/2$ ,  $t=s$ , and  $\epsilon_r=3.0$  with  $\theta_1=60^\circ$ .

모우드 수	차수 0 반사파의 정규화된 전력	
	OURS	KALHOR[7]
3	0.29	
7	0.31084	0.2968
11	0.31089	0.2925
15	0.31097	0.2955
19	0.31098	0.2981
27	0.31098	0.3013
39	0.31098	0.3039

우드 수가 7에 좋은 수렴이 나타남을 알 수 있다.

그림3은 슬롯폭  $d=s/2$ , 유전체 두께  $t=s$ , 유전율  $\epsilon_r=3.0$ , 입사각  $\theta_i=60^\circ$ 일 때 주기  $s$ 에 따른 정규화된 전력의 변화를 나타낸다. 그리고 본 논문에서 제시한 방법의 정확성을 확인 하기위해 PMM(point matching method)<sup>[6]</sup> MMM(mode matching method)<sup>[7]</sup>의 결과와 비교하였다. 본 논문에서 제시한 방법의 결과와 PMM, MMM을 사용한 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.

그림4는 주기  $s=1.2\lambda$ , 유전체 두께  $t=0.4\lambda$ , 유전율  $\epsilon_r=1.0$ 일 때 스트립폭의 변화에 따른 정규화된 전력을 Kalhor[7]의 결과와 비교 하였고, 정규화된 전력이  $(s-d)=0.7\lambda$ 일 때 최소값을 가짐을 알 수 있다.

IV. 결 론

전자파가 임의의 각으로 입사할 때 접지면 위 주기적인 스트립 격자에서의 산란문제를 해석하였다.

주기적으로 배열된 스트립 격자의 배열의 산란문제를 등가원리를 사용하여 미지의 등가표면 자기 전류밀도  $M$ 에 대하여 전개하였고, 미지의 계수는 모멘트법을 이용하여 구하였다. 이때 미지의 등가 자기 전류밀도는 주어진 가장자리 조건을 만족하는 Chebyshev 다항식으로 전개하였다. 표면 자기 전류밀도  $M$ 을 구한 후 중요한 파라미터인 반사계수 값을 계산하여 정확성과 수렴도를 조사하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 작은 모우드 수에서도 수렴성이 좋으므로 수렴성을 개선하는데 도움이 될 것이다. 그리고 본 논문의 구조는 편파기, 회절격자 그리고 반사기등에 이용할 수 있으며 주기적인 패치 격자와 같은 이차원 배열 구조의 문제에 적용될 수 있다.

参 考 文 献

- [1] G. Baldwin and A. Heins, "On scattering of a plane wave by a infinite plane grating," *Math. Scand.* 2. pp. 103-118, 1954.
- [2] Z.S. Agronovich, V.A. Marchenko, and V.P. Shestopalov, "The diffraction of electromagnetic waves from plane metallic lattices," *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol. 7, pp. 277-286, 1962.
- [3] E. Lüneberg and K. Westpfahl, "Diffraction of plane waves by an infinite strip grating," *Ann . Physik*, 7, Folge, Bd. 27, pp. 257-288, 1971.
- [4] A.I. Adonina and V.P. Shestopalov, "Diffraction of electromagnetic waves obliquely incident on a metallic grating with a dielectric layer," *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol. 8, pp. 479-486, 1963.

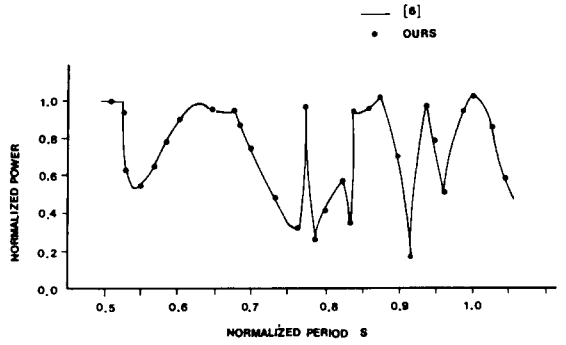


그림 3. 주기에 따른 정규화된 전력의 변화 ( $d=s/2, t=s, \epsilon_r=3.0, \theta_i=60^\circ$ )  
 Fig. 3. Variation of normalized power of order zero reflected wave with period for the case of  $d=s/2, t=s, \epsilon_r=3.0$  for H-polarized incident wave at  $\theta_i=60^\circ$ .

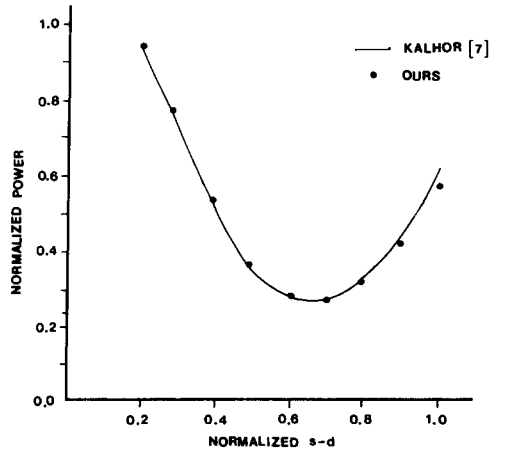


그림 4. 스트립 폭의 변화에 따른 정규화된 전력의 변화 ( $s=1.2\lambda, t=0.4\lambda, \epsilon_r=1.0, \theta_i=0^\circ$ )  
 Fig. 4. Variation of normalized power of order zero reflected wave with strip width for the case of  $s=1.2\lambda, t=0.4\lambda, \epsilon_r=1.0$  for a normal incident.

action of electromagnetic waves obliquely incident on a metallic grating with a dielectric layer," *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol. 8, pp. 479-486, 1963.

- [5] J. Jacobsen, "Analytical, numerical and experimental investigation of guided waves on a periodically strip loaded dielectric

- slab," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-18, pp. 379-388, 1970.
- [6] T. Yamasaki and T. Hinata, "Scattering of electromagnetic waves by plane grating with reflectors," *Trans. IECE Japan*, vol. 61-B, pp. 52-60, 1978.
- [7] H.A. Kalhor, "Electromagnetic scattering by a dielectric slab loaded with a periodic array of strips over a ground plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36, no. 1, pp. 147-151, Jan. 1988.
- [8] S.H. Lee and Y.K. Cho, "Solution for TE scattering by a periodic strip grating with a dielectric slab," *Journal of KITE*, vol. 27, no. 11, pp. 20-24, Nov. 1990.
- [9] S.H. Lee and Y.K. Cho, "TE scattering by strip grating: solution by the moment methods with inclusion of edge condition," *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 1, no. 2, pp. 7-11, Dec. 1990.
- [10] P.M. Morse and H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, New York:McGraw-Hill, pp. 619-631, 1953.

---

 著 者 紹 介
 

---



趙 鎮 均 (準會員)  
 1968年 3月 10日生. 1989年 2月  
 경북대학교 전자공학과 졸업.  
 1990年 3月~현재 경북대학교  
 대학원 전자공학과 석사과정 재  
 학중. 주관심분야는 전자파산란,  
 마이크로파 및 안테나공학 등임.

李 相 勳 (準會員) 第27卷 第11號 參照  
 현재 경북대학교 대학원 전  
 자공학과 재학중

●

趙 榮 基 (正會員) 第27卷 第11號 參照  
 현재 경북대학교 전자공학과  
 교수