

# Zernike 多項式을 이용한 오프셋 複 反射鏡 안테나의 解析

## (Analysis of Offset Dual Reflector Antennas Using the Zernike Polynomials)

崔 學 根\*

(Hak Kuen Choi)

### 要 約

衛星通信用 오프셋 複 反射鏡 안테나의 輻射패턴 解析을 빠르게 할 수 있는 방법을 제시하고 PO / PO, GO/PO, 등가의 파라볼라 안테나로 변환하여 해석하는 방법들과 비교함으로써 그 타당성을 입증했다. 본 논문에서 제시한 방법은 Zernike 多項式을 이용한 級數展開法으로서 PO/PO에 의한 해석결과와는 약간의 차이가 있고, GO/PO나 등가의 파라볼라 안테나로 변환하여 해석하는 방법과는 그 결과가 거의 일치한다.

### Abstract

Fast analysis method for calculating the radiation pattern of offset dual reflector antenna are presented. The validity of proposed method was verified by comparing with results of PO/PO, GO/PO, and the equivalent paraboloid method. Proposed method is the series expansion method using the Zernike polynomials. The calculated results by using the Zernike polynomials are in good agreement with obtained results by GO/PO and equivalent paraboloid method except PO/PO.

### I. 序 論

1980년대 초반 國內 獨自衛星의 적용분야 및 타당성에 관한 전반적인 검토가 시작된 이래, 현재 國內 獨自衛星을 확보하려는 계획이 수립되고 추진중에 있으며, 연구 또한 박차를 가하고 있다. 따라서 머지않아 우리나라도 國際通信으로서의 衛星通信은 물론이고 國內通信으로서의 衛星通信 시대를 맞이하게 될 것이다.

衛星通信에서는 통신회선 증가에 따른 상호 간섭을 줄이기 위하여 사이드로브 레벨이 낮은 안테나가 요구된다. 사이드로브 레벨이 낮은 안테나로는 1次 輻射器와 副反射鏡 및 이들 지지대에 의한 브로킹이 없는 오프셋 형식<sup>1-13</sup>의 안테나가 적합하다. 오프셋 형식의 안테나에는 單一反射鏡의 오프셋 파라볼라 안테나(offset parabolic antenna)와 複反射鏡으로 구성된 오프셋 카세그레인 안테나(offset cassegrain antenna) 및 오프셋 그레고리안 안테나(offset gregorian antenna)가 있다. 오프셋 파라볼라 안테나는 구조가 간단하지만 비대칭 구조로 인해서 開口面 電界分布가 비대칭이 되어 交叉偏波 성분이 매우 높다.

\*正會員, 檀國大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Dankook Univ.)  
接受日字: 1991年 6月 7日

높은 交叉偏波 성분은 직교하는 두 偏波를 공용하여 周波數를 재 이용하는 경우에는 특히 문제가 된다. 그러나 오프셋 複 反射鏡 안테나는 구조가 복잡하고 비 대칭이지만, 副反射鏡과 主反射鏡의 交叉偏波 성분이 서로 역이 되도록 설계하면 축대칭 안테나처럼 낮은 交叉偏波 성분을 갖도록 할 수 있다.

反射鏡 안테나의 輻射特性 解析法으로는 物理光學法(PO:physical optics)과 幾何光學的 回折理論(GTD:geometrical theory of diffraction)이 주로 사용<sup>11-14)</sup>되고 있다. PO는 反射鏡 표면에 유기되는 電流密度의 적분 형태로 주어진다. 이 방법은 안테나 정면 방향에서는 비교적 정확한 결과를 주지만 계산시간이 오래 걸리고 안테나의 정면 방향에서 멀어질 수록 정확도가 떨어진다. 이와 반대로 GTD에 의한 계산법은 계산시간이 짧고, 廣角 輻射特性은 정확하게 구해지나 주빔 근방의 輻射特性에는 오차가 많다. 따라서 여러 사람들에 의해 비교적 짧은 시간에 廣角 輻射特性을 정확히 계산하는 방법이 연구 발표되어 현재 널리 사용되고 있다. 이 방법은 輻射電界에 대한 적분식을 최대 빔 방향을 고려하여 변형한 다음, 級數로 변환하는 Sampling법<sup>15)</sup>이나 Jacobi-Bessel 級數<sup>16-18)</sup> 展開法으로서 1장의 反射鏡으로 구성된 오프셋 파라볼라 안테나의 해석에 널리 사용되고 있다.

오프셋 複 反射鏡 안테나의 解析法으로는 副反射鏡과 主反射鏡 모두에 PO를 적용하여 far-field를 구하는 방법<sup>9-13)</sup>이 일반적이다. 이 방법은 주빔 방향에서 비교적 정확한 결과를 주지만, 電界式이 副反射鏡 및 主反射鏡에 대한 4중 적분으로 되어 계산 시간이 매우 오래 걸린다. 따라서 계산 시간을 줄이기 위한 방법으로 副反射鏡의 크기가 10λ 이상인 경우에는 副反射鏡의 電磁界를 幾何光學(GO:geometrical optics) 또는 GTD를 이용하고 主反射鏡에 대해서만 PO를 적용하는 방법이 사용된다.<sup>11)</sup> 또한 최근에는 오프셋 複 反射鏡 안테나를 등가의 파라볼라 안테나로 변환하여 해석하는 방법도 제시되고 있다.<sup>12)</sup> 이처럼 오프셋 複 反射鏡 안테나에 대하여 여러가지 해석 방법이 연구 발표되었으나, 계산시간을 줄이기 위하여 적분식을 級數 형태로 전개하는 해석법에 대하여는 單一反射鏡 안테나처럼 다양하게 이루어지고 있지 않다.

따라서 本 論文에서는 오프셋 複 反射鏡 안테나의 복사패턴을 짧은 시간에 비교적 정확하게 계산하기 위하여 輻射電界式을 級數로 전개하는 방법을 제시하고, 이를 이용하여 오프셋 카세그레인 안테나와 오프셋 그레고리안 안테나를 해석한다. 輻射電界를 級數로 전개할 때 單一反射鏡 안테나의 해석에 주로

사용하는 Jacobi-Bessel 級數 대신에 Zernike<sup>14,15)</sup> 多項式을 새롭게 적용한다. 아울러 本 論文에서 제시된 방법에 의한 해석 결과와 副反射鏡과 主反射鏡에 GO/PO를 적용하여 해석된 결과<sup>11)</sup> PO/PO를 적용한 결과, 그리고 등가의 파라볼라 안테나로 변환하여 해석한 결과<sup>12)</sup>들과 比較 檢討하여 本 論文에서 제시한 방법의 타당성을 입증한다.

## II. 幾何學的 構造

오프셋 複 反射鏡 안테나는 主反射鏡과 副反射鏡 그리고 1次輻射器로 구성되어 있다. 主反射鏡은 파라볼라 곡면이고, 副反射鏡은 카세그레인 형인 경우는 쌍곡면, 그레고리안 형인 경우는 타원면이다. 副反射鏡의 한 초점은 1次輻射器의 위상중심에 있고 다른 한 초점은 主反射鏡의 초점과 일치한다. 오프셋 複 反射鏡 안테나는 1次輻射器로부터 오는 球面波를 副反射鏡에서 반사시켜 主反射鏡의 초점으로부터 오는 球面波처럼 변환한다. 이 파는 主反射鏡에서 다시 반사되어 平面波로 변환된다.

그림1은 交叉偏波 소거 조건을 만족하는 오프셋 카세그레인 안테나와 오프셋 그레고리안 안테나의 기하학적 구조를 나타낸다. 그림1에서 f와 h는 主反射鏡의 초점거리와 오프셋 높이이고 D는 개구면의 직경이고, f<sub>s</sub>는 副反射鏡의 초점거리를 나타낸다.

그림1의 오프셋 複 反射鏡 안테나의 좌표계는 다음과 같다. (z<sub>r</sub>, y<sub>r</sub>, z<sub>r</sub>)와 (x<sub>s</sub>, y<sub>s</sub>, z<sub>s</sub>)는 1次輻射器의 위상중심에서 설정된 1次輻射器의 좌표계와 副反射鏡의 좌표계이고, (x<sub>p</sub>, y<sub>p</sub>, z<sub>p</sub>)는 파라볼라 초점에 설정한 파라볼라 反射鏡의 좌표계, (z<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>)는 오프셋 파라볼라 反射鏡의 開口面 중심에서 설정한 開口面의 좌표계이다. 그림1에서 副反射鏡의 회전축은 파라볼라 反射鏡의 회전축에 대하여 β만큼 기울어져 있고 1次輻射器의 중심축은 副反射鏡의 회전축에 대하여 α만큼 기울어져 있다. 여기서 α와 β는 交叉偏波 소거 조건

$$\tan \alpha = \frac{|1-e^2| \sin \beta}{(1+e^2) \cos \beta - 2e} \quad (1)$$

을 만족하는 각도이다.<sup>13)</sup> 여기서 e는 副反射鏡의 이심률이다. 主反射鏡의 오프셋 높이와 開口面の 직경은 다음과 같다.

$$h = 2f \tan(\theta_a/2) = \frac{4f \sin \beta}{1+e^2-2e \cos \beta} \quad (2)$$

$$D = 4fM \tan(\theta_a/2) \quad (3)$$

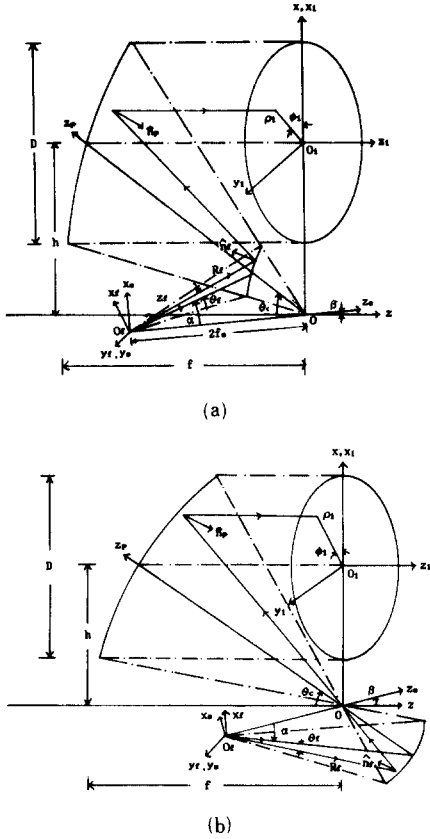


그림 1. 오프셋 複 反射鏡의 構造

- (a) 카세그레인 형
- (b) 그레고리안 형

Fig. 1. Geometry of offset dual reflector.

- (a) Cassegrain type,
- (b) Gregorian type.

$$M = \frac{|1 - e^2|}{1 + e^2 - 2e \cos \beta} \quad (4)$$

여기서,  $\theta_c$ 는 主反射鏡의 오프셋 각,  $\theta_a$ 는 副反射鏡의 半開口角이고,  $M$ 은 magnification이다. 1次副射器의 위상중심에서 副反射鏡 표면의 임의의 점까지의 거리를 구 좌표계로 나타내면

$$R_r = \frac{f_s/e(1 - e^2)}{1 - e(\cos \theta_r \cos \alpha + \sigma \sin \theta_r \cos \phi_r \sin \alpha)} \quad (5)$$

가 된다. 단,  $\sigma$ 는 쌍곡면일 때는  $-1$ 이고 타원면일 때는  $1$ 이다. 또한 이 점에서의 법선 단위벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{n}_r = -\frac{n_1 \hat{r}_s + n_2 \hat{\theta}_r + n_3 \hat{\phi}_r}{\sqrt{e^2 + 1 - 2e(\cos \theta_r \cos \alpha + \sigma \sin \theta_r \cos \phi_r \sin \alpha)}} \quad (6)$$

단,

$$\begin{aligned} n_1 &= 1 - e(\cos \theta_r \cos \alpha + \sigma \sin \theta_r \cos \phi_r \sin \alpha) \\ n_2 &= e(\sin \theta_r \cos \alpha - \sigma \cos \theta_r \sin \phi_r \sin \alpha) \\ n_3 &= \sigma e \sin \alpha \sin \phi_r \end{aligned} \quad (7)$$

이다. 主反射鏡의 파라볼라 곡면은

$$z_1 = f \left[ -1 + \frac{(x_1 + h)^2 + y_1^2}{4f^2} \right] \quad (8)$$

이고 임의의 점에서의 법선 단위벡터  $\hat{n}_p$ 는

$$\hat{n}_p = -\frac{(\rho_1 \cos \phi_1 + h) \hat{x}_1 + \rho_1 \sin \phi_1 \hat{y}_1 - 2f \hat{z}_1}{\sqrt{4f^2 + \rho_1^2 + 2h\rho_1 \cos \phi_1 + h^2}} \quad (9)$$

가 된다

## II. 輻射電界解析

오프셋 複 反射鏡 안테나에서 主反射鏡에 유기된 電流密度(induced current density)를  $\mathbf{J}_m$ 이라 할 때, 이에 의해 輻射되는 電界  $\mathbf{E}$  및 磁界  $\mathbf{H}$ 는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega \epsilon} \nabla \times \mathbf{H} \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (11)$$

단,  $\mathbf{A}$ 는 벡터포텐셜로서 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{A} = \iint_S \frac{\mu \mathbf{J}_m \exp(jk|\mathbf{R}_p - \mathbf{R}|)}{4\pi|\mathbf{R}_p - \mathbf{R}|} ds_p \quad (12)$$

여기서,  $s_p$ 는 反射鏡 表面,  $\mathbf{R}_p$ 는 主反射鏡의 초점으로부터 主反射鏡 表面의 한점까지의 거리 벡터이고,  $\mathbf{R}$ 은 관측점을 향하는 거리 벡터이다. 식(12)에서 far-field 근사,  $|\mathbf{R}_p - \mathbf{R}| \approx R - \mathbf{R}_p \cdot \hat{\mathbf{R}}$ 을 대입하고 정리하면 輻射電磁界는 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$\mathbf{E} = -jk\eta \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} (T_\theta \hat{\theta} + T_\phi \hat{\phi}) \quad (13)$$

$$\mathbf{H} = jk \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} (T_\theta \hat{\theta} - T_\phi \hat{\phi}) \quad (14)$$

단,

$$\mathbf{T}(\theta, \phi) = \iint_S \mathbf{J}_m \exp(jk\mathbf{R}_p \cdot \hat{\mathbf{R}}) ds_p \quad (15)$$

이고  $T_\theta, T_\phi$ 는 각각  $\mathbf{T}(\theta, \phi)$ 의  $\theta$  및  $\phi$  방향 성분이다.

식(15)의 電流密度  $\mathbf{J}_m$ 은 1次輻射器로부터 오는 球面波에 의해 副反射鏡에 유기된 電流密度를 구하고, 이 電流密度에 의하여 副反射鏡에 산란되는 電磁界를

구한 다음, 이것에 의해 다시 主反射鏡에 유기되는 電流密度를 구함으로써 얻어진다. 이때 副反射鏡의 電界도 副反射鏡의 誘起 電流密度에 대한 2중 적분으로 주어짐으로 결과적으로 오프셋 複 反射鏡의 far-field는 4중 적분이 되어 계산 시간이 매우 오래 걸린다. 따라서 여기서는 副反射鏡의 電界를 다음 반사법칙

$$\mathbf{E}_{rR} = 2(\hat{n}_r \cdot \mathbf{E}_r) \hat{n}_r - \mathbf{E}_r \quad (16)$$

에 의해 구함으로써 副反射鏡 電界의 계산 시간을 단축한다. 식(16)에서  $\mathbf{E}_{rR}$ 은 副反射鏡에서의 反射電界,  $\hat{n}_r$ 는 식(6)으로 주어지는 副反射鏡의 법선 단위벡터이고,  $\mathbf{E}_r$ 는 1次輻射器의 輻射電界이다. 主反射鏡에 입사하는 電磁界는 전파경로와 主反射鏡의 좌표계 및 1次輻射器의 좌표계사이의 관계

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_r \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\phi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_r \cos\phi_r & \sin\theta_r \sin\phi_r & \cos\theta_r \\ \cos\theta_r \cos\phi_r & \cos\theta_r \sin\phi_r & -\sin\theta_r \\ -\sin\phi_r & \cos\phi_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sigma \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sigma \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta + \theta_c) & 0 & \sin(\beta + \theta_c) \\ 0 & -1 & 0 \\ \sin(\beta + \theta_c) & 0 & -\cos(\beta + \theta_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta_p \cos\phi_p & \cos\theta_p \cos\phi_p & -\sin\theta_p \\ \sin\theta_p \sin\phi_p & \cos\theta_p \sin\phi_p & \cos\theta_p \\ \cos\phi_p & -\sin\phi_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{R}_p \\ \hat{\theta}_p \\ \hat{\phi}_p \end{bmatrix} \quad (17)$$

을 이용하여 구해지며,<sup>[11]</sup> 그 결과를 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{E}_p = |\mathbf{E}_{rR}| \frac{R_r}{(R_r + \sigma R_o + R_p)} e^{-jk(R_r + \sigma R_o + R_p)} \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_p = \frac{1}{\eta} (\hat{R}_p \times \mathbf{E}_p) \quad (19)$$

여기서  $\mathbf{E}_p$ 와  $\mathbf{H}_p$ 는  $(R_p, \theta_p, \phi_p)$ 의 좌표로 주어지는 主反射鏡의 入射電界 및 入射磁界이고,  $R_o$ 는 主反射鏡의 초점으로부터 副反射鏡 표면까지의 거리이다. 또한  $k$ 는 傳播常數이고,  $\eta$ 는 自由空間의 波動 임피던스로서  $120\pi$ 이다.

主反射鏡에 입사하는 電磁界에 의해 유기되는 電流密度  $\mathbf{J}_m$ 은 物理光學 近似

$$\mathbf{J}_m = 2\hat{n}_p \times \mathbf{H}_p \quad (20)$$

에 의해 구해진다.<sup>[6]</sup> 여기서  $\hat{n}_p$ 는 식(9)로 주어지는 主反射鏡의 법선단위 벡터이다. 식(20)에서  $\mathbf{H}_p$ 를 開口面의 좌표계  $(x_1, y_1, z_1)$ 으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\eta} \begin{bmatrix} \cos\theta_c & 0 & \sin\theta_c \\ 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_c & 0 & -\cos\theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta_p \cos\phi_p & \cos\theta_p \cos\phi_p & -\sin\phi_p \\ \sin\theta_p \sin\phi_p & \cos\theta_p \sin\phi_p & \cos\phi_p \\ \cos\theta_p & -\sin\theta_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{H}_p \cdot \hat{\theta}_p \\ \mathbf{H}_p \cdot \hat{\phi}_p \end{bmatrix} \quad (21)$$

단,  $H_x, H_y, H_z$ 는 각각 入射磁界의  $x_1, y_1, z_1$  성분이다.

식(15)를 오프셋 複 反射鏡 안테나의 開口面에 대한 적분으로 바꾸면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{T}(\theta, \phi) = \exp(jkhs \sin\theta \cos\phi) \int_{S_1} \mathbf{J}_e(\rho_1, \phi_1) \exp(jkz_1 \cos\theta) \exp[jk\rho_1 \sin\theta \cos(\phi - \phi_1)] \rho_1 d\rho_1 d\phi_1 \quad (22)$$

단,  $S_1$ 는 개구면적을 나타내고,  $\mathbf{J}_e$ 는 表面 等價 電流密度로  $\mathbf{J}_e = \mathbf{J}_m \sqrt{1 + (\partial z_1 / \partial x_1)^2 + (\partial z_1 / \partial y_1)^2}$ 이다. 따라서 식(13)과 식(22)를 이용하면 輻射電界를 계산할 수 있다. 그러나 식(22)는 적분식내에 적분변수와 관측점의 좌표가 함께 포함되어 있으므로 모든 관측점에 대하여 적분계산을 해야하며 특히 반사경이 큰 경우 라든지, 1차 복사기가 초점으로부터 벗어나 있는 경우에는 계산시간이 매우 오래걸리고, 빔이 왜곡되며, 주 로브로부터 멀리 떨어져 있는 사이드로브는 정확히 계산되지 않는다.<sup>[6-8]</sup> 따라서 넓은 관측각에 걸쳐서 비교적 정확한 결과를 줄 수 있을 뿐만 아니라, 빠르게 계산될 수 있는 형태로 적분식을 변형할 필요가 있다. 식(22)의 적분식에서 관측점의 좌표를 적분기호 밖으로 빼내기 위하여 안테나의 최대 빔의 방향을  $(\sin\theta_m \cos\phi_m, \sin\theta_m \sin\phi_m, \cos\theta_m)$ 로 가정하고 변형하면

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\theta, \phi) = & \exp[jk(h \sin\theta_m \cos\phi_m + \frac{h^2}{4f} - f) \cos\theta_m] \int_0^a \int_0^{2\pi} \mathbf{J}_e(\rho_1, \phi_1) \\ & \cdot \exp[jk \frac{\rho_1^2}{4f} \cos\theta] \exp[jk\rho_1 (C_u \cos\phi_1 + C_v \sin\phi_1)] \\ & \cdot \exp[jk\rho_1 B \cos(\phi - \phi_1)] \rho_1 d\rho_1 d\phi_1 \quad (23) \end{aligned}$$

단,

$$C_u = \sin\theta_m \cos\phi_m + \frac{h}{2f} \cos\theta_m$$

$$C_v = \sin\theta_m \sin\phi_m$$

$$B = \sqrt{(\sin\theta \sin\phi - C_v)^2 + (\sin\theta \cos\phi + \frac{h}{2f} \cos\theta - C_u)^2}$$

$$\tan \Phi = \frac{\sin \theta \sin \phi - C_v}{\sin \theta \cos \phi + \frac{h}{2f} \cos \theta - C_u}$$

이다. 식(23)에서 적분기호 내의 첫번째 지수항만 관측각에 관계하고 있으므로 이 항이 관측각의 어느 범위에서 일정하게 된다면 이 항의 영향은 무시할 수 있을 것이다.<sup>6-8)</sup> 그러므로  $\Delta = (\rho_1^2 - a^2)(\cos \theta - \cos \theta_m)/4f$ 라 놓고 이것을 식(23)에 대입하여 정리하면

$$T(\theta, \phi) = \exp[jk(h \sin \theta_m \cos \phi_m + (\frac{h^2}{4f} - f) \cos \theta_m) + \frac{a^2}{4f}(\cos \theta - \cos \theta_m)] \cdot \int_0^a \int_0^{2\pi} K_e(\rho_1, \phi) \exp[jk\Delta] \exp[jk\Delta B \cos(\phi - \phi_1)] \rho_1 d\rho_1 d\phi_1 \quad (24)$$

$$K_e = J_e \exp[jk \frac{\rho_1^2}{4f} \cos \theta] \exp[jk\rho_1(C_u \cos \phi + C_v \sin \phi)] \quad (25)$$

가 된다. 여기서 a는 개구면의 반경이다. 식(24)에서  $\Delta$ 는 적분변수와 관측각에 모두 관계하지만, 0이거나 매우 작으므로  $\exp(jk\Delta)$ 를 Taylor 급수로 전개하고  $\rho_1 = as$ 를 대입하여 정리하면

$$T(\theta, \phi) = a^2 \exp[jk(h \sin \theta_m \cos \phi_m + (\frac{h^2}{4f} - f) \cos \theta_m) + \frac{a^2}{4f}(\cos \theta - \cos \theta_m)] \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(jk)^p}{p!} [\frac{a^2}{4f}(\cos \theta - \cos \theta_m)]^p \int_0^1 \int_0^{2\pi} K_e \cdot (s^2 - 1)^p \cdot \exp[jkas B \cos(\phi - \phi_1)] s ds d\phi_1 \quad (26)$$

처럼 나타낼 수 있다. 식(26)는 최대 빔 방향 근처의 관측점에서 급격히 수렴함을 알 수 있다.

### III. Zernike 多項式의 적용

식(25)는 적분식내에 관측각을 포함하고 있지 않으므로 주어진 反射鏡에 대하여 일단 적분 계산이 되면 모든 관측각에 공통으로 사용될 수 있다. 식(26)의 적분식을 급수 형태로 나타내기 위하여 적분 부분을 다음과 같이 나타낸다.<sup>6)</sup>  $I_p$ 로 나타낸다.<sup>6)</sup>

$$I_p = \int_0^1 \int_0^{2\pi} Q_p(s, \phi) \exp(jkas B \cos(\phi - \phi_1)) s ds d\phi_1 \quad (27)$$

단,  $Q_p(s, \phi) = K_e \cdot (s^2 - 1)^p$ 이다. 식(27)에서  $Q_p(s, \phi)$ 을 Fourier 級數와 Zernike 多項式을 사용하여 다음과 같이 나타낸다.<sup>14,15)</sup>

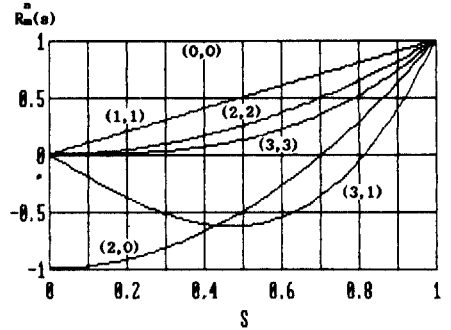
$$Q_p(s, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \rho B_m^n R_m^n(s) \exp(jn\phi_1) \quad (28)$$

단,  $R_m^n(s)$ 는 Zernike 多項式으로 다음과 같이 정의된다.<sup>14)</sup>

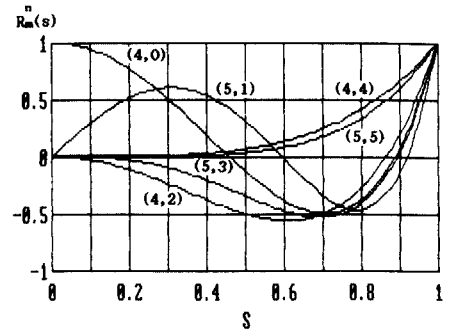
$$R_m^n(s) = \sum_{k=0}^{(m-n)/2} \frac{(-1)^k (m-k)! s^{m-2k}}{[(m+n-2k)/2]! [(m-n-2k)/2]! k!}$$

여기서 Zernike 多項式  $R_m^n(s)$ 는  $(m-n)/2$ 이 양의 정수일 때만 그 값을 갖고 그 외의 경우는 0이다. 그림2는  $(m, n)$ 에 따른 Zernike 多項式을 나타낸 것이다.

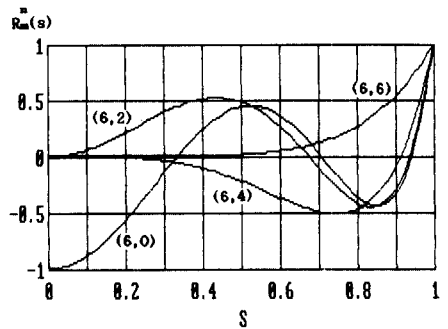
식(28)을 식(27)에 대입하고, Bessel 함수에 관한 적분



(a)



(b)



(c)

그림 2 (m, n)에 따른 Zernike 多項式  
Fig. 2. Zernike polynomials as function of (m, n).

공식

$$\int_0^{2\pi} \exp[j(z\cos(\Phi-\Phi') + n\Phi')] d\Phi' = 2\pi^n \exp(jn\Phi) J_n(z)$$

와 Zernike 多項式과 Bessel 함수의 곱에 대한 적분 관계식

$$\int_0^1 R_m^n(s) J_n(us) s ds = (-1)^{(m-n)/2} \frac{J_{m+1}(u)}{u}$$

을 이용하여 정리하면

$$I_p = 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} j^n \rho B_m^n \exp(jn\Phi) \frac{J_{m+1}(kaB)}{kaB} \quad (29)$$

가 된다.<sup>14)</sup> 식(29)의 계수  $\rho B_m^n$ 은 Zernike 多項式的 직교 성질로부터 구해진다. Zernike 多項式的 직교 성질에 관한 관계식

$$\int_0^1 R_m^n(x) R_{m'}^{n'}(x) x dx = \frac{\delta_{mm'}}{2(m+1)}$$

을 이용하여 계수  $\rho B_m^n$ 을 구하면

$$\rho B_m^n = \frac{m+1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 Q_p(s, \phi_1) R_m^n(s) \exp(-jn\phi_1) s ds d\phi_1 \quad (30)$$

이 된다.<sup>13),14)</sup> 단,  $\delta_{mm'}$ 는 kroneker delta이다.

이상으로 식(29)를 식(27)의 적분식 대신에 식(26)에 대입하여  $T(\theta, \phi)$ 를 나타내면

$$T(\theta, \phi) = 2\pi^2 \exp[jk(h\sin\theta_m \cos\phi_m + (\frac{h^2}{4f} - f)\cos\theta_m) + \frac{a^2}{4f} (\cos\theta - \cos\theta_m)] \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(jk)^p}{p!} \left\{ \frac{a^2}{4f} (\cos\theta - \cos\theta_m) \right\}^p \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} j^n \rho B_m^n \exp(jn\Phi) \frac{J_{m+1}(kaB)}{kaB} \quad (31)$$

이 된다.

#### IV. 計算 및 檢討

오프셋 複 反射鏡 안테나의 해석을 빠르게 하기 위한 방법으로 제시한 Zernike 多項式 法에 대하여 그 타당성을 검토한다. 타당성 검토를 위하여 本 論 文에서 제시한 방법으로 계산한 輻射패턴과 PO/PO, GO/PO를 적용한 결과 그리고 등가의 파라볼라로 변환하여 계산한 결과와를 비교 검토한다. 비교 검토를 위해 사용한 오프셋 카세그레인 안테나와 오프셋 그레고리안 안테나는 각각 참고문헌 [1]과 [12]의 안테나로서 제원은 표1과 같다.

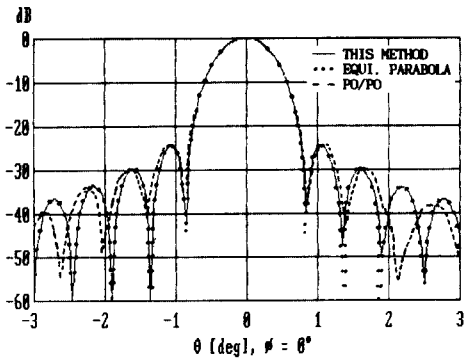
표 1. 오프셋 複 반사경 안테나의 제원  
Table 1. Configuration of offset dual reflector.

제 원		카세그레인 형	그레고리안 형
주 반사경	초점거리	96λ	62.5λ
	오프셋 높이	70λ	75λ
	오프셋 각 직 경	37.95° 100λ	61.93° 100λ
부 반사경	이 심 물	5	0.501
	초점거리	12.5λ	16.41λ
	경 사 각 반개구각	0° 18.648°	9° 15.89°

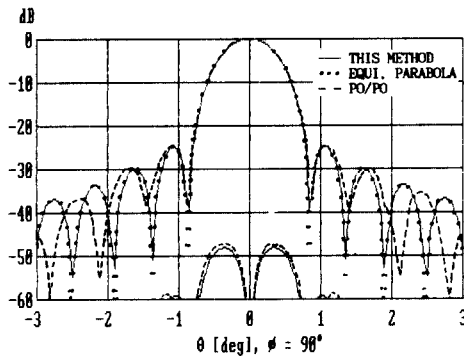
표1의 안테나의 해석을 위한 1次 輻射器는 副反射鏡의 半開口角에서 -10dB edge taper를 갖는 cosine 분포로 하고 副反射鏡 초점에 놓여 있는 것으로 한다. 그림3은 표1의 제원을 갖는 오프셋 그레고리안 안테나를 Zernike 多項式을 이용하여 계산한 輻射패턴을 다른 방법에 의해 구한 결과들과 (참고문헌 [12]의 그림5와 비교한 것이다. 副反射鏡과 主反射鏡에 PO/PO를 적용하여 계산한 결과와를 비교할 때 주빔으로부터 멀리 떨어져 있는 사이드로브에 대하여 다소 차이가 난타난다. 이것은 副反射鏡의 反射電界를 구할 때 적용한 PO 및 GO의 차이로 볼 수 있다. 또 등가의 파라볼라 反射鏡으로 변환하여 구한 결과와는 완전히 일치하는 것으로 나타났다. 그림4는 오프셋 카세그레인 안테나를 GO/PO를 적용하여 계산한 결과 (참고문헌 [1]의 그림3)와 Zernike 多項式을 이용하여 복사패턴을 계산한 결과와를 나타낸 것이다. 交叉偏波에서 약간의 차이가 있었을 뿐 主 偏波패턴은 차이가 없음을 알 수 있다. 따라서 오프셋 複 反射鏡 안테나의 해석법으로 본 논문에서 제시한 Zernike 多項式을 이용하는 방법은 계산 결과가 GO/PO나 등가의 파라볼라 反射鏡으로 변환하여 해석한 결과와 거의 일치함을 알 수 있다.

Zernike 多項式을 이용하여 輻射電界를 계산할 때 식(31)에서 보는 바와 같이 輻射電界는 p, n, m의 무한 갯수 합으로 나타나 있으나 여기서는 p=P, n=N, m=M (단, (m-n)/2는 양의 정수)의 유한 갯수로 한정한다. 그림3과 4는 P=3, N=6, M=6으로 하여 계산된 결과이다.

그림5는 표1의 오프셋 그레고리안 안테나의 복사패턴을 P, N, M의 값에 따라 나타낸 것이다. P, N, M이 증가할 수록 정확한 결과가 얻어 지겠지만, 그림에서 보는 바와 같이 P=2이면서 N=M=6이상이면 M, N에 따른 복사패턴의 변화는 거의 나타나지 않는다. 또한 M=N=6이면서 P값을 변화시켜도 輻射패



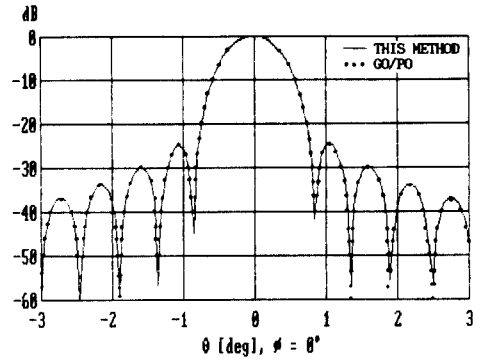
(a)



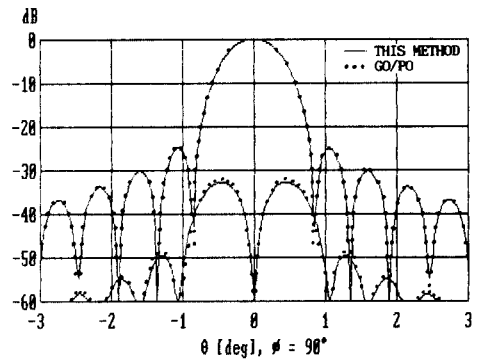
(b)

그림 3. 오프셋 그레고리안 안테나의 輻射패턴  
(a)  $\phi=0^\circ$  면 (b)  $\phi=90^\circ$  면

Fig. 3. Radiation pattern of offset gregorian antenna.  
(a)  $\phi=0^\circ$  plane, (b)  $\phi=90^\circ$  plane.



(a)



(b)

그림 4. 오프셋 카세그레인 안테나의 輻射패턴  
(a)  $\phi=0^\circ$  면 (b)  $\phi=90^\circ$  면

Fig. 4. Radiation pattern of offset cassegrain antenna.  
(a)  $\phi=0^\circ$  plane, (b)  $\phi=90^\circ$  plane.

턴의 변화는 없음을 알 수 있다.

다음은 복수개의 혼으로 구성된 오프셋 複反射鏡 안테나의 輻射패턴을 해석한다. 그림6은 표1의 오프셋 그레고리안 안테나를 복수개의 혼으로 급전했을 때 輻射패턴을 계산하기 위하여 구성한 혼의 배열과 합성 패턴이다. 각각의 혼은 동일위상, 동일진폭으로 급전되었고, 副反射鏡 edge에서의 edge taper는 E 및 H면에서 각각 1dB와 2dB를 갖는 것으로 가정했다. 1次輻射器들은 1次輻射器의 축  $z_r$ 를 향하고 있고  $x_r$ - $y_r$  면상에 배열되어 있고, 배열간격은  $1.5\lambda$ 이다. 그림7은 그림6의 배열 혼을 사용한 경우 오프셋 그레고리안 안테나의 輻射패턴을 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 1次輻射器를 배열하면 사이드로브 레벨을 줄일 수 있고, 빔 폭을 조절할 수 있다. 따라서 1次輻射器의 위치 및 급전 전력을 적당히 조정하

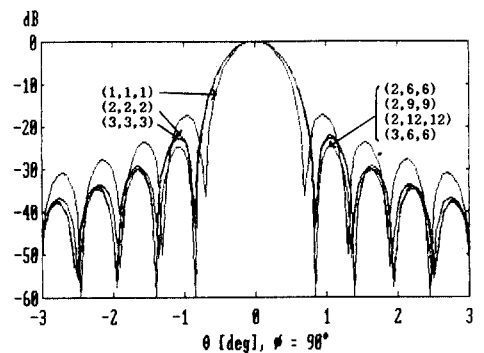


그림 5. (P, N, M)에 따른 輻射패턴  
Fig. 5. Radiation pattern as a fuction of (P, N, M).

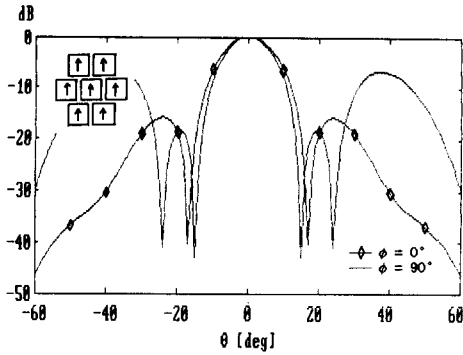


그림 6 1次輻射器의 配列 및 패턴  
Fig. 6. Feed array and radiation pattern.

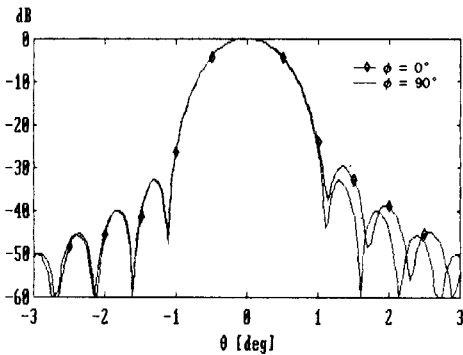


그림 7. 복수개의 혼을 갖는 오프셋 그레고리안 안테나의 복사패턴  
Fig. 7. Radiation pattern of offset gregorian antenna with multiple feeds.

면 원하는 成形 빔이 만들어질 수 있다.

## V. 結 論

최근 국내에서도 國內 獨自衛星 보유에 대한 計劃 및 그 準備로 인하여 衛星通信에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 本 論文에서는 이를 위하여 衛星通信용 안테나로 널리 사용되는 오프셋 複 反射鏡 안테나에 대하여 輻射特性을 빠른 시간내에 계산할 수 있도록 Zernike 多項式을 적용하는 방법을 제시하고 기존 방법들과 比較 檢討했다.

Zernike 多項式을 이용하여 계산한 오프셋 그레고리안 안테나와 오프셋 카세그레인 안테나의 輻射패턴은 PO/PO에 의하여 계산된 패턴과 비교할 때 사이드로브에 있어서 다소 차이가 있었으나, GO/PO나

등가의 파라볼라 안테나로 변환하여 계산한 결과와는 거의 일치하는 것으로 나타났다. 또한 輻射패턴 계산시 P, N, M의 값은 開口面의 직경이  $100\lambda$  정도 일 때 3, 6, 6정도이면 만족할 만한 결과를 주는 것으로 나타났다.

이상으로부터 本 論文에서 제시된 Zernike 多項式을 이용한 오프셋 複 反射鏡 안테나의 해석 방법은 反射鏡 안테나의 해석에 매우 유효하게 사용 되리라 생각된다.

## 參 考 文 獻

- [1] Y. Rahmat-Samii, "Subreflector Extension for Improved Efficiencies in Cassegrain Antennas-GTD/PO Analysis," *IEEE Trans.*, AP-34, pp. 1266-1269, Oct., 1986.
- [2] S.A. Skyttemyr, "Cross Polarization in Dual Reflector Antennas-A PO and PTD Analysis," *IEEE Trans.*, AP-34, pp. 849-853, June 1986.
- [3] S.W. Lee, P. Cramer, JR. K. Woo and Y. Rahmat-Samii, "Diffraction by an Arbitrary Subreflector : GTD Solution," *IEEE Trans.*, AP-27, pp. 305-316, March 1979.
- [4] Y. Rahmat-Samii, "A Comparison between GO/aperture field and Physical Optics Methods for Offset Reflector," *IEEE Trans.* AP-32, pp. 301-306, March 1986.
- [5] O.M. Bucci, G. D'elia, G. Franceschetti, R. Pierri, "Efficient Computation of the Far Field of Parabolic Reflectors by Pseudo Sampling Algorithm," *IEEE Trans.*, AP-31, pp. 931-937, Nov. 1983.
- [6] 崔學根의 2인, "國內 放送衛星을 위한 오프셋 파라볼라 안테나의 設計에 관한 研究," 大韓電子工學會 論文誌, 제26권, 제2호, pp. 66-75, 1989년 2월.
- [7] Y. Rahmat-Samii and V. Galindo-Israel, "Shaped Reflector Antenna Analysis using the Jacobi-Bessel Series," *IEEE Trans.*, AP-28, pp. 425-435, July 1979.
- [8] R. Mittra, Y. Rahmat-Samii, V. Galindo-Israel and R. Norman, "An Efficient Technique for the Computation of Vector Secondary Pattern of Offset Paraboloid Reflectors," *IEEE Trans.*, AP-27, pp. 294-304, May 1980.
- [9] A.W. Rudge and N.A. Datia, "Offset Parabolic Reflector Antennas : A Review," *Proc. IEEE*, vol. 66, pp. 1592-1618, Dec, 1978.



- [10] J.J. Lee, L.I. Parad and R.S. Chu, "A Shaped Offset-Feed Dual Reflector Antennas," *IEEE Trans.*, AP-27, pp. 165-171 March 1979.
- [11] 崔學根 외 2인, "鏡面 修整 오프셋 카세그레인 안테나의 設計 및 輻射特性," 大韓電子工學會 論文誌, 제27권, 제10호, pp. 16-23, 1990년 10월
- [12] W.V.T. Rusch, A. Prata, JR., Y. Rahmat-Samii, R.A. Shore, "Derivation and Application of the Equivalent Paraboloid for Classical Offset Cassegrain and Gregorian Antennas," *IEEE Trans.*, AP-38, pp. 1141-1149, Aug. 1990.
- [13] H. Tanaka and M. Mizusawa, "Elimination of Cross-polarization in Offset Dual Reflector Antennas," *Trans. Inst. Electron. Commun. Eng. Japan*, vol. 58-B, no. 12, pp. 634-650, Dec. 1975.
- [14] S. Cornbleet, *Microwaves Optics*, Academic Press, New York, 1976.
- [15] J.V. Wang and D.E. Silva, "Wave-front Interpretation with Zernike Polynomials," *Applied Optics*, vol. 19, no. 9, May 1980.

---

 著 者 紹 介
 

---



崔 學 根 (正會員)

1956年 3月 18日生. 1979年 2月 고려대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1981年 2月 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1988年 8月 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1991年~현재 단국대학교 전자공학과 조교수. 주관심 분야는 Microwave, 위성통신 및 위성관련 안테나, 레이다 안테나 등임.