論 文

加算性雜音에서 信號를 檢波할때 쓰이는 準最的 量子化器

正會員 吳 澤 相* 正會員 金 善 勇** 正會員 金 炯 明** 正會員 宋 翊 鎬**
正會員 金 相 燁** 正會員 柳 興 均***

A Suboptimum Quantizer for Detection of Signals in Additive Noise

Taek Sang OH* Sun Yong KIM** Hyung Myung KIM** Iickho SONG** Sangyoub KIM**
Heung Gyoon RYU*** *Regular Members*

要 約 雜音에 견주어 세기가 작은 信號를 檢波할 때에는 局所 最的 檢波器가 쓸모있는데, 이 檢波器를 이루는 局所 最的 非線形性 函數는 때때로 具現하기 어렵다. 이 論文에서는 局所 最的 非線形性 函數를 均一量子化器와 符號化器로 바꾸는 準最的 量子化 檢波 方式을 提案하였다.
이 方式은 量子化器 媒介 變數를 쉽게 얻을 수 있고 具現하기 쉽다는 좋은 점을 가지고 있다.

ABSTRACT Locally optimum detectors are useful for detection of signals with small strength, but it is often difficult to implement the exact form of the locally optimum nonlinearity. In this paper, a suboptimum quantizer detection system in which the locally optimum nonlinearity is replaced by a uniform quantizer and a coder is proposed. The proposed system does not require iteration to obtain the quantizer parameters and is easily implementable.

I. 머 릿 말

信號의 세기에 견주어 雜音의 세기가 클 때에는 信號를 檢波하기 어렵다. 局所 最的 檢波器는 이와 같은 약한 信號를 檢波하는 데에 쓸모있는 檢波器이다. 加算性 雜音이 있을 때 약한 信號를 檢波하는 局所 最的 檢波器는 局所 最的 非線形性 函數, 合算器와 문턱 比較器로 이루어진다.

한편, 局所 最的 檢波器의 가장 중요한 要素 가운데에서 하나인 局所 最的 非線形性은 일반적으로 具現하기가 어려우므로 이를 近似化하여 信號를 檢波하는 研究가 활발히 進行되어 왔다.[1-6]. 그가운데에는 局所最的 非線形性을 量子化器로 바꾸어 信號를 檢波하는 데에 쓰고자 하는 研究도 있는데, 이 方法은 實際 雜音 環境이 推定한 雜音 環境과 다를 때에도 좋은 檢波性能을 보여준다.

알려진 信號를 檢波하는 最的 量子化器는[2]에 쓸모있지만 量子化器 出力 準位가 많아지면 量子化器 媒介 變數값을 얻기 어렵고 量子化器를 具現하기 어렵다는 短點을 지니고 있다.[3]에서는 最的量子化器를 入力 크기 壓縮器와 均一量子化器로 바꾸는 檢波 方式을 提案하였으나[2]에서와 마찬가지로 具現하기 어려운 非線形性을 入力 크기 壓縮器로 쓰고 있다.

이 論文에서는 局所 最的 非線形性을 均一量子化器와 符號化器로 바꾸는 準最的 量子化 信號 檢波方式을 提案하고자 한다. 새로 提案한 準最的 量子化 檢波 方式을 따르면 量子化器의 媒介變數를 얻기 쉬울 뿐 아니라 量子化器도 쉽게 具現할 수 있다.

* 金星中央研究所 家電1室
Gold Star
** 韓國科學技術院 電氣및 電子工學科
Department of Electrical and Electronic Engineering, KAIST
*** 忠北大學校 電子工學科
Dept. of Electronics Eng., Choongbuk University
論文番號 : 91-105 (接受1991. 6. 12)

Ⅱ. 약한 信號 檢波

2.1. 局所 最的 檢波器

加算性 雜音 環境에서 알려진 信號를 檢波하는 데 쓰이는 觀測값을 $\{X_i\}^n_{i=1}$ 이라 하면

$$X_i = \theta e_i + N_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2.1}$$

으로 나타낼 수 있다. (2.1)에서 θ는 信號對 雜音比를 나타내는 媒介 變數이고 $\{e_i\}^n_{i=1}$은 알려진 信號, $\{N_i\}^n_{i=1}$은 서로 獨立이고 같은 分布를 갖는, 平均 0, 確率 密渡 函數 f, 確率 分布 函數 F인 雜音性分이다. 이 論文에서 雜音確率 密度 函數 f는 偶函數이고 連續이라고 假定한다.

(2.1)에서 雜音만 있을 때에는 $\theta=0$ 이고 信號와 雜音이 함께 있을 때에는 $\theta>0$이다. 따라서 다음과 같은 두 가지 假說을 생각할 수 있다.

$$H_0 : X_i = N_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2.2}$$

$$H_1 : X_i = \theta e_i + N_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2.3}$$

이 때 알려진 信號局所 最的 檢波器의 檢定 統計量은 다음과 같다.[7]

$$T_{LO}(X) = \frac{\left.\dfrac{df(\mathbf{X} \mid H_1)}{d\theta}\right|_{\theta=0}}{f(\mathbf{X} \mid H_0)} = \sum_{i=1}^{n} e_i \, g_{LO}(X_i) \tag{2.4}$$

(2.4)에서 局所最的 非線形性 $g_{LO}(x)$는

$$g_{LO}(X) = -\frac{f'(X)}{f(X)} \tag{2.5}$$

이다. 檢定 統計量(2.4)가 미리 정해진 誤警報確率을 滿足시키는 문턱값보다 크면 局所最的 檢波器는 觀測값에 信號가 있다는 決定을 내리고 그렇지 않으면 觀測값에 雜音만이 있다는 決定을 내린다.

한편 檢波器의 性能을 견주는 데에 쓰이는 效能은 (efficacy) [18]

$$\xi = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \frac{\left[\left| \dfrac{d}{d\theta} E_1\{T\} \right|_{\theta=0} \right]^2}{Var_0\{T\}} \tag{2.6}$$

로 定義된다. (2.6)에서 T는 檢波器의 檢定 統計量, $E_1\{T\}$는 對立 假說 H_1에서 T의 平均이고 $Var_0\{T\}$는 歸無 假說 H_0에서 T의 分散이다.

2.2. 最的 量子化器

M準位 量子化器를 생각해보자. M이 짝수일 때 量子化器Q(·)는

$$Q(x) = y_k \;;\; \text{if } x \in [x_{k-1}, x_k), \; k = 1, 2, \cdots, m \tag{2.7}$$

라고 나타낼 수 있는데 여기서 $m=M/2$, $x_m=\infty$, $x_k=-x_{-k}$이고$Q(x)=-Q(-x)$이다. 이 때 檢定統計量

$$T = \sum_{i=1}^{n} e_i Q(X_i) \tag{2.8}$$

이 效能(2.6)을 가장 크게 하도록 Q(·)를 얻는 것이 (곧, x_k와 y_k를 얻는 것이) 우리가 할 일이다.

먼저 $E_1\{T\}$와 $Var_0\{T\}$를 얻은 다음 (2.6)을 가장 크게 하는 量子化器 媒介 變數를 얻으면 最的 量子化器 入力 區間間隔과 出力準位는

$$y_k = \frac{f(x_{k-1}) - f(x_k)}{F(x_k) - F(x_{k-1})}, \qquad k = 1, 2, \cdots, m \tag{2.9}$$

와

$$x_k = g_{LO}^{-1}\left(\frac{y_k + y_{k+1}}{2}\right), \qquad k = 1, 2, \cdots, m-1 \quad (2.10)$$

이 된다[2]. 雜音 確率 密渡 函數를 알고 있으면 (2.9)와 (2.10)으로 부터 最的 量子化器 媒介 變數 x_k와 y_k를 얻을 수 있다. 그리고, (2.9)과 (2.10)를 써서 최대 正規 效能(maximum normalized efficacy) η^*를 나타내면 다음과 같다.

$$\eta^* = 2\sum_{k=1}^{m} \frac{[f(x_{k-1}) - f(x_k)]^2}{F(x_k) - F(x_{k-1})}. \quad (2.11)$$

2.3. 檢波 方式에서 入力 크기 壓縮

2.2절에서 紹介한 最的 量子化器는 非均一量子化器이고 出力準位의 수가 많으면 (2.9)와 (2.10)을 풀기 어렵다. 그러므로 그림 1과 같이 均一量子化器 $Q_u(\cdot)$와 入力 크기 壓縮器 $g(\cdot)$를 쓰는 새로운 檢波 方式이 [3]에서 提案되었다.

그림 1의 均一量子化器에서 入力區間間隔은

$$x_k = k\Delta, \quad k = 1, 2, \cdots, m-1 \quad (2.12)$$

出力準位는

$$y_k = (k - 1/2)\Delta, \quad k = 1, 2, \cdots, m \quad (2.13)$$

이고 Δ는 均一量子化器의 區間間隔 크기이다.

이때 效能을 가장 크게하는 最的入力 壓縮器 $g(\cdot)$는

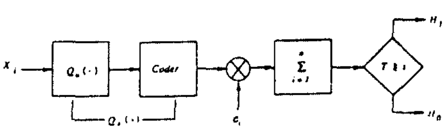


그림 1. 입력 압축기를 쓴 균일 양자화 검파기 얼개

$$g(x) = \frac{\Delta g_{LO}(x)}{A_m(g)} \quad (2.14)$$

인데, 여기서

$$A_m(g) = \frac{\frac{f(0)}{2} + \sum_{k=1}^{m-1} f(g^{-1}(k\Delta))}{\frac{1}{8} + m(m-1) - 2\sum_{k=1}^{m-1} kF(g^{-1}(k\Delta))} \quad (2.15)$$

이다.

雜音 確率 密渡 函數를 알고 있으면 區間間隔 크기는 다음 식을 풀어서 얻을 수 있다.

$$\Delta = A_m(g_{LO}) \quad (2.16)$$

그리고, 雜音 確率 密渡 函數가 정확히 알려져 있지 않을 때에 雜音의 推定 積率(moment)을 써서 最的量子化器 媒介 變數를 얻는 方法을 [6]에서 다루었다.

Ⅲ. 準最的 量子化 檢波 方式

(2.9)와 (2.10)의 方程式에서 알 수 있듯이 量子化器 媒介 變數값은 反復적인 方法을 써서 얻을 수 있다. 이 方法은 간단하지만 量子化器의 出力 準位 수가 많아지면 最的값에 收斂하지 않을 수도 있을 뿐만 아니라, 그렇게 얻은 量子化器는 非均一量子化器이기 때문에 均一量子化器보다 具現하기 어렵다. 한편 2.3절에 얘기한 均一量子化器와 入力 크기 壓縮器를 쓰는 檢波 方式도 具現하기 어려운 局所 最的 非線形性으로 入力 크기 壓縮器를 써야 한다는 短點을 지니고 있다.

그러므로 이와 같은 이제까지의 量子化 檢波方式의 어려운 점을 이겨내는 한 方法으로 均一量子化器와 均一量子化器의 出力에 대한 符號化器로 局所 最的 非線形性을 바꾸는 새로운 檢波 方式을 이제 提案하고자 한다. 그 얼개는 그림 2

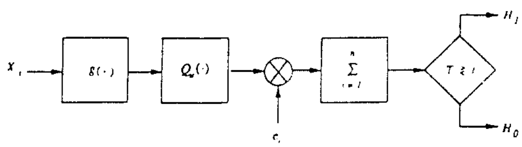


그림 2. 준최적 양자화기를 쓴 검파기 얼개

에 나타나 있다. 그림 2에서 均一量子化器와 符號化器를 함께 생각하면 入力區間은 같은 間隔이고 出力準位는 均一하지 않은 量子化器가 됨을 알 수 있다.

그림 2에서 準最的 量子化器 $Q_s(\cdot)$의 出力準位 y_k와 入力準位 x_k는

$$Q_s(x)=y_k \ ; \ \text{if } x \varepsilon \ [x_{k-1}, x_k), \quad k=1,2,\cdots,m, \tag{3.1}$$

과

$$x_k = k\Delta, \quad k=0,1,\cdots,m-1, \tag{3.2}$$

로 각각 定義되고 $x_m=\infty$이며, Δ는 入力區間間隔이다.

그림 2의 檢波方式에서 效能을 가장 크게 하는 準最的 量子化器의 媒介 變數를 얻으면[1]

$$y_k=\frac{f((k-1)\Delta)-f(k\Delta)}{F(k\Delta)-F((k-1)\Delta)}, \quad \text{for } k=1,2,\cdots,m-1, \tag{3.3}$$

과

$$y_m=\frac{f((m-1)\Delta)}{1-F((m-1)\Delta)} \tag{3.4}$$

가 되며 (3.3)과 (3.4)를 써서 正規 效能을 나타내면

$$\eta^* = 2\left|\frac{f^2((m-1)\Delta)}{1-F((m-1)\Delta)}+\sum_{k=1}^{m-1}\frac{[f((k-1)\Delta)-f(k\Delta)]^2}{F(k\Delta)-F((k-1)\Delta)}\right| \tag{3.5}$$

이 되는데 이 식으로 부터 數値 解析法을 [9] 써서 η^*를 가장 크게 하는 Δ_m을 얻을 수 있다.

그 다음으로 準最的 量子化器의 出力 $Q_s(\cdot)$와 局所 最的 非線形性 $g_{LO}(\cdot)$의 平均 제곱 誤差를 가장 작게 하는 量子化器를 생각해 보자. 먼저 平均 제곱 誤差는

$$\begin{aligned} e &= E\{[Q_s(x)-g_{LO}(x)]^2\} \\ &= E\{[Q_s(x)+\frac{f'(x)}{f(x)}]^2\} \\ &= 2\left|y_m^2[1-F((m-1)\Delta)]+\sum_{k=1}^{m-1}y_k^2[F(k\Delta)\right. \\ &\qquad \left. -F((k-1)\Delta)]\right| + 4\left|y_m f((m-1)\Delta)\right. \\ &\qquad \left. +\sum_{k=1}^{m-1}y_k[f((k-1)\Delta)-f(k\Delta)]\right| \\ &\qquad +\int_{-\infty}^{\infty} g_{LO}^2(x)f(x)\,dx \end{aligned} \tag{3.6}$$

인데 주어진 Δ에 대해 e를 가장 작게 하는 y_k를 얻으면 準最的 量子化器의 出力 y_k는

$$y_k=\frac{f((k-1)\Delta)-f(k\Delta)}{F(k\Delta)-F((k-1)\Delta)}, \quad \text{for } k=1,2,\cdots,m-1, \tag{3.7}$$

과

$$y_m=\frac{f((m-1)\Delta)}{1-F((m-1)\Delta)} \tag{3.8}$$

으로 나타난다. 여기서 (3.7)과 (3.8)은 각각

(3.3)과 (3.4)와 같음을 알 수 있다.

곧 準最的 量子化器의 出力과 局所 最的 非線形性 사이의 平均 제곱 誤差를 가장 작게 하는 準最的 量子化器는 效能을 가장 크게 하는 準最的 量子化器이다. 그 뿐만 아니라 準最的 量子化 檢波 方式은 量子化器의 媒介 變數를 얻는데 反復적 方法을 쓰지 않고 媒介 變數의 수도 m+1로 줄어든다는 것을 알 수 있다.

Ⅳ. 數値 解析 結果

여기서 加算性 雜音이 一般化된 正規 雜音일 때 이 論文에서 새로 提案한 準最的量子化檢波器, 局所 最的 檢波器 및 最的 量子化 檢波器의 媒介 變數를 얻어 견주어 본 結果를 보이고자 한다.

一般化된 正規 確率 密度 函數는[8]

$$f(x)=\frac{p}{2\Gamma(1/p)A(p)}\exp\{-[\frac{|x|}{A(p)}]^p\} \qquad (4.1)$$

이고 여기서

$$A(p)=[\,|\frac{\sigma^2\Gamma(1/p)}{\Gamma(3/p)}|\,]^{1/2} \qquad (4.2)$$

p는 減衰率을 調節하는 양의 값 媒介 變數이고 σ^2은 雜音의 分散, $\Gamma(\cdot)$는 다음과 같이 定義되는 Gamma 函數이다.

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}\,dx \qquad (4.3)$$

(4.1)은 p=2이면 正規 雜音을 나타내고 p=1일 때 Laplacian 雜音을 나타낸다. (4.1)을 (3.5)에 넣어서 正規화된 效能을 가장 크게 하는 入力 區間 間隔 크기 Δ_m을 數値 解析法으로 얻었다. (3.3)과 (3.4)의 結果를 써서 準最的 量子化器의 出力 準位 y_k의 값을 얻었다. 표1은 減衰率 p를 따라 바뀌는 準最的 量子化器의 入力區間間隔 크기와 出力準位의 값을 보여준다.

Ⅴ. 맺 음 말

이 論文에서는 局所 最的 非線形性을 均一量子化器와 符號化器로 바꾸는 準最的 量子化 信號 檢波 方式을 提案하였다. 이 提案된 信號 檢波 方式은 量子化器의 媒介 變數를 얻기 쉽고 均一量子化器를 쓰기 때문에 具現하기 쉽다. 雜音이 一般化된 正規 雜音일 때 準最的 量子化器 媒介變數를 얻었다. 앞으로는 이 論文에서 提案한 準最的 量子化器 檢波器의 性能을 다른 檢波器와 견주어 보고자 한다.

이 論文에서 量子化器 媒介變數를 얻은 方法과 비슷한 方法으로 確率 信號 檢波에 쓸 수 있는 量子化器의 媒介 變數도 얻을 수 있다.

표 1. 일반화된 정규 잡음일 때 준최적 양자화기의 매개 변수 (σ^2=1), (a) m=2, (b) m=4, (c) m=8, (d) m=16.

p	1.5	1.75	2	2.25	2.5
Δ	0.6784	0.8452	0.9815	1.0921	1.1815
y_1	0.6273	0.5170	0.4527	0.4114	0.3829
y_2	1.3412	1.4123	1.5103	1.6247	1.7496

(a)

p	1.5	1.75	2	2.25	2.5
Δ	0.4126	0.5024	0.5645	0.6036	0.6262
y_1	0.5009	0.3637	0.2748	0.2103	0.1609
y_2	0.9255	0.8658	0.8246	0.7833	0.7367
y_3	1.2015	1.2758	1.3746	1.4715	1.5342
y_4	1.5885	1.8239	2.1046	2.4059	2.7113

(b)

p	1.5	1.75	2	2.25	2.5
Δ	0.2486	0.2937	0.3198	0.3322	0.3369
y_1	0.3933	0.2470	0.1585	0.1016	0.0646
y_2	0.7226	0.5854	0.4756	0.3806	0.2998
y_3	0.9368	0.8614	0.7927	0.7173	0.6379
y_4	1.1100	1.1100	1.1098	1.0903	1.0520
y_5	1.2596	1.3410	1.4269	1.4910	1.5296
y_6	1.3932	1.5595	1.7440	1.9146	2.0627
y_7	1.5150	1.7682	2.0612	2.3578	2.6459
y_8	1.7847	2.1549	2.5856	3.0414	3.5120

(c)

p	1.5	1.75	2	2.25	2.5
Δ	0.1474	0.1689	0.1789	0.1815	0.1816
y_1	0.3044	0.1641	0.0892	0.0479	0.0256
y_2	0.5579	0.3883	0.2676	0.1800	0.1191
y_3	0.7229	0.5711	0.4461	0.3394	0.2540
y_4	0.8563	0.7357	0.6245	0.5163	0.4915

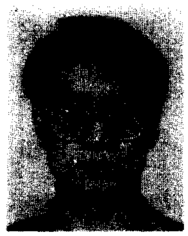
y_5	0.9714	0.8886	0.8029	0.7064	0.6107
y_6	1.0743	1.0332	0.9813	0.9075	0.8245
y_7	1.1681	1.1713	1.1598	1.1179	1.0587
y_8	1.2549	1.3041	1.3382	1.3366	1.3116
y_9	1.3361	1.4325	1.5166	1.5628	1.5819
y_{10}	1.4126	1.5573	1.6950	1.7956	1.8685
y_{11}	1.4852	1.6788	1.8735	2.0347	2.1705
y_{12}	1.5545	1.7975	2.0519	2.2795	2.4872
y_{13}	1.6207	1.9136	2.2303	2.5297	2.8179
y_{14}	1.6845	2.0274	2.4087	2.7848	3.1620
y_{15}	1.7459	2.1392	2.5872	3.0447	3.5189
y_{16}	1.9526	2.4347	2.9882	3.5645	4.1795

(d)

참 고 문 헌

1. T.S. Oh, *Signal Detection Using Suboptimum Quantization in Additive Noise*, M.S.E. Thesis, Dept. Elac. of Engr., KAIST, Seoul, Dec. 1990.
2. S.A. Kassam, "Optimum quantization for signal detection", *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-25, pp. 479-484, May 1977.
3. H.V. Poor and Y. Rivani, "Input amplitude compression in digital signal-detection systems", *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-29, pp. 707-710, May 1981.
4. S.V. Czarnecki and K.S. Vastola, "Approximation of locally optimum detector nonlinearities", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-31, pp. 835-838, Nov. 1985.
5. H.V. Poor, "Fine quantization in signal detection and estimation", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-34, pp. 960-972, Sep. 1988.
6. J. Kim and I. Song, "A suboptimum quantization-detection scheme using input amplitude compression", *Signal Processing*, vol. 21, pp. 315-321, Dec. 1990.
7. T.S. Ferguson, *Mathematical Statistics: A Decision Theoretic Approach*, Academic, New York, 1967.
8. S.A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, *Springer Verlag*, New York, 1988.
9. R.L. Burden and J.D. Faires, *Numerical Analysis*, Prindle, Weber and Schmidt-KENT, Boston, 1989.

金 炯 明(Hyung Myung KIM) 正會員
1952년 10월 24일생
1974년 2월 : 서울대학교 공학사
1982년 4월 : Pittsburgh대학 전기공학과 공학석사
1985년 12월 : Pittsburgh대학 전기공학과 공학박사
1986년 4월～현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수
※주관심분야는 디지탈 신호및 영상처리, 다차원 시스템이론, 비디오신호 전송 등임



宋 翊 鎬(Iick Ho SONG) 正會員
1960년 2월 20일생
1982년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업
1984년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업(석사)
1985년 8월 : Univ. of Pennsylvania 전기공학과 졸업(M.S.E)
1987년 5월 : Univ. of Pennsylvania 전기공학과 졸업(Ph. D.)
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

金 善 勇(Sun Yong KIM) 正會員
1968년 1월 30일생
1990년 2월 : 한국과학기술원 과학기술대학 정보통신과학과 졸업
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정 재학

柳 興 均(Heung Gyoon RYU) 正會員
1959年 7月 10日生
1982年 2月 : 서울大學校 電子工學科 (B.S)
1984年 2月 : 서울大學校 大學院 電子工學科 (M.S)
1989年 2月 : 서울大學校 大學院 電子工學科(Ph.D)
1983年 1月～1983年 10月 : 韓國電子通信研究所 委囑研究員
1988年 2月～現在 : 忠北大學校 工科大學 電子工學科 助教授
※ 主關心分野 : 通信工學, 光通信, 信號處理 等

金 相 燁(Sang Youb KIM) 正會員
1967년 8월 21일생
1990년 2월 : 경북대학교 전자공학과 졸업
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정 재학