

# 사 면 안 정(X)

이 인 모\*1

## 4.2 사면안정의 신뢰도 해석법

### 4.2.1 서 론

사면안정을 해석하는 방법은 주로 한계평형상태 이론으로부터 안전율 개념으로 그 정량화를 이루는 것이 보통이다. 이 안전율은 경험이나 선례를 바탕으로 기준을 정한 것이므로 일관된 논리적 근거가 약하다고 볼 수 있다. 더우기, 사면안정 여부를 판별하기 위해서는 지반의 전단강도등의 제반 Properties를 구하여 이를 토대로 안전율을 구하게 되는데 이 자연상태의 토질은 그 자체가 공간적으로 크게 변함을 보이고 있으며, 또한 토질의 Property를 구하기 위하여는 Sampling 및 실험을 하게 되는데 이로 인한 시료 교란이나 계측오차는 많은 불확실성을 내포하고 있다. 단순히 안전율 개념을 사용하게 되면, 정교한 실험에 의하여 흙의 강도정수를 구했던지, 표준관입시험과 같은 Rough한 방법에 의하여 강도정수를 구했던지 차이없이 구해진 강도정수를 바탕으로 안전여부를 가리게 된다.실상으로 말하자면 정교한 실험결과로부터 강도정수를 구한 쪽의 안전율이 그렇지 못한 경우보다 더 믿을만한 결과를 얻을 수 있다는 것은 자명한 일이다. 이러한 불확실성을 고려할 수 있는 사면안정 해석방법으로 신뢰도 해석(Reliability Analysis) 방법이 새로이 대두되게 되었다. 본 방법에서는 사면안정의 척도로서 안전율 대신, 파괴확률(Probability of Failure)개념을 이용하게 된다. 본 고에서는 사면안정의 신뢰도 해석방

법의 개략을 설명하고 이를 이용한 간단한 예에 대하여 서술하고자 한다.

### 4.2.2 사면안정에서 불확실성 요소의 구분.

사면안정 해석에서 불확실한 요소들을 크게 나누어 보면 다음과 같다.

① Soil Property의 불확실성 : 흙의 전단강도, 단위중량, 투수계수, 수압등

② Load의 불확실성 : 사면안정의 Load는 대부분 자중으로 단위중량의 불확실성에 기인하여 Load의 불확실성을 갖게 되며, 이로 인한 불확실성은 크지 않다. 다만 지진하중등 외부하중으로 인한 불확실성은 크다고 볼 수 있다.

③ 수학적 Model의 불확실성 : 사면안정 해석 방법으로 한계상태이론을 이용한 Bishop의 간편법등을 이용해야 되게 마련이므로 이러한 수학적 Model도 불확실성을 띠게 된다.

### 4.2.3 신뢰도 해석의 기본이론

신뢰도 해석을 하기 위해서는 사면안정 해석에 소요되는 하중과 흙에 의한 저항력의 Frequency Distribution을 알아야 한다. 예를 들어서 그림 1에 하중(Load)과 저항(Resistance)을 보여준다. 여기에서  $Q_0$  및  $R_0$ 는 각각 하중과 저항의 평균값을 의미한다. 이 그림으로부터 사면안정 여부는 다음의 두가지로 표현할 수 있다.

○ Safety Margin : 이것은  $M=R-Q$ 로 정의되어 지는 것으로  $M$  값이 0보다 작으면 즉 저항 값이 하중값보다 작으면 이를 파괴로 볼 수 있으며, 이때의 파괴 확률은 다음식과 같다.

$$P_f = P(M < 0) = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm \quad (1)$$

\*1 정희원, 고려대학교 공과대학 토목공학과 부교수

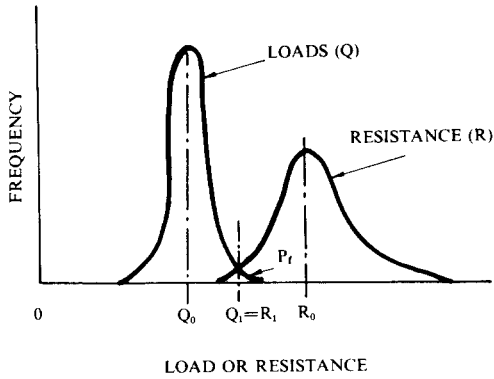


그림 1 Frequency distributions of loads and resistance.

○ Safety Factor : 안전율은  $F_s=R/Q$ 로 정의되며, 이 경우는  $F_s$  값이 1 보다 작으면 파괴 상태이다.

따라서

$$P_f = P(F_s < 1) = \int_0^1 f_{F_s}(F_s) dF_s \quad (2)$$

이다.

Safety Margin 이나 Safety Factor 는 필연코 하중항과 저항항을 포함하기 때문에 이들항의 Frequency Distribution 을 알아야 한다. 허나 이들 두항을 자세히 살펴보면 이들 두항 역시 흙의 전단강도, 단위중량, 수압등의 요소로 구성 된다고 할 수 있다. 따라서, 이러한 세부요소들의 Distribution 으로 부터 하중과 저항의 Distribution 을 구하게 되며, 이로부터 M 과  $F_s$  의 Distribution 을 구하게 되나, 각 요소들의 Distribution 을 알 수 없을 뿐만 아니라 안다고 해도 Distribution 의 조합이 거의 불가능하기 때문에 실제로 각 요소들을 Random Variable 로 보고 이의 Statistical Parameter 로서 평균, 표준편차와, 표준편차를 평균으로 나누어 그 오차의 정도를 표현한 변동계수의 세개의 Term 으로 표현하게 되며, 각 요소들의 오차로부터 M 혹은  $F_s$  의 확률변수를 구하는 것은 Taylor Series 를 근간으로 한 소위 1 차 근사해법에 따른다.(Ang and Tang, 1975)

#### 4.2.4 점토사면의 신뢰도 해석 모델

본 고에서는 간단한 예를 들어서 사면안정에서

신뢰도 해석모델 이용법에 대하여 설명하고자 한다. 그림 2가 간단한 예로서 절토사면의 단면을 보여주고 있다. 본 사면안정을 위한 전단강도는 비배수 전단강도를 이용하고, 그에 따라 전응력해석법 ( $\phi=0$  Analysis)을 택하여 안정해석을 하는 것으로 가정한다. 특히 전단강도를 추정하기 위하여, 비교한 시료를 Sampling 하여 실내에서 비배수 삼축압축 실험만을 실시한 것으로 한다. 이러한 사면은 주로 파괴면이 원형이라고 가정하여 절편법을 이용하여 해석하게 된다. (그림 2)

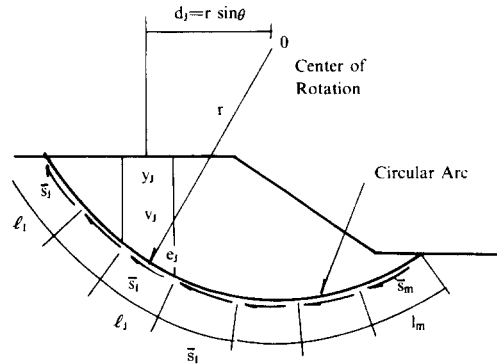


그림 2 Circular arc analysis of slope stability.

그림 2에서 하중항 즉 Driving Moment Q 는  $Q=M_d = \sum_{j=1}^m V_j \gamma_j d_j$  (3) 로 표시되며, 저항항 즉 Resisting Moment R 은

$$R=M_r = r \sum_{j=1}^m l_j s_j \quad (4)$$

로 표시할 수 있다. 하중항에서의 불확실 요인은  $\gamma_j$  즉 단위 중량일 수 있으나 일반적으로 단위중량의 불확실도는 그리 크지 않기 때문에 하중항에는 불확실성이 없는 것으로 가정한다. 가장 불확실한 요소는 저항항의  $s_j$  즉 비배수 전단강도로서 이에겐 공간적 변화에 의한 오차, 현장과 실험실시험 사이에서 발생하는 모델 오차, 및 Sampling 한 시편의 제한에서 오는 오차등의 많은 불확실성을 내포하게 된다. 비배수 전단강도는 다음식으로 Modelling 할 수 있다.

$$s = N_0(N_1 N_2 \cdots N_{n_0}) \bar{s} \quad (5)$$

여기서  $N_0$ 는 그 평균이 1.0으로 시료수의 제한

실내에서는 주로 주동상태시험(Active Test)을 행하나 실재는 파괴면에 따라 수동 및 Direct Shear의 전단강도를 갖는 효과를 말한다.

⑤ Plane Strain Failure( $N_6$ )

실내에서는 Axial Symmetry 조건에 의해 실험하나 실재는 주로 plane strain 조건에서 생기는 오차이다.

⑥ Progressive Failure Effect( $N_7$ )

파괴가 서서히 일어나기 때문에 모든 파괴면에서 peak 강도를 갖는 것이 아니고 peak, residual 혹은 그 중간 강도를 갖는 것에 따른 오차이다.

이러한 6가지 오차에 대하여 여러 문헌조사 및 실험에 의하여 수정계수( $N_j$ )의 평균( $\nu_j$ ) 및 변동계수( $\Delta_j$ )를 정리해 놓은 것이 표 1이다.

이 표로부터 각 점토의 종류에 대하여 맞는

수정계수를 적용하여 비배수 전단강도에 대한 수정계수의 평균 및 변동계수를 구할 수 있다. 예를 들어서 stiff-fissured clay이며, 수평전단강도가 수직보다 적은 anisotropy, 또한 rate of shearing 효과에 그리 민감하지 않은 경우

$$\bar{N}_s = (1.05)(1.30)(0.70)(0.80)(0.90)(1.05)(0.95) = 0.69$$

$$\Delta_s = \sqrt{0.03^2 + 0.13^2 + 0.12^2 + 0.14^2 + 0.06^2 + 0.03^2 + 0.03^2} = 0.24$$

가 된다.

바꾸어 말하여 수정계수의 평균이 0.69로서 이 경우 수정없이 실험결과를 그대로 사용하는 경우 약 30% 정도 전단강도를 과대평과하는 결과를 낳게 된다. 각 점토의 종류에 대하여 수정계수의 평균과 변동계수를 구하여 정리해 놓은 것이 표 2이다.

표에서 보면 대부분의 경우 수정계수가 1보다

표 1 Summary of Uncertainty Factors

Factor	Effect	Soil Type	Range of $N_j$	$\nu_j$	$\Delta_j$
$N_1$	Change in stress state	Low sensitivity ( $s_t=1-2$ )		1.03	0.02
		Medium sensitivity ( $s_t=2-4$ )	1.0-1.1	1.05	0.02
		Sensitive ( $s_t=4-8$ )		1.07	0.02
		Unknown sensitivity ( $s_t=1-8$ )		1.05	0.03
$N_2$	Mechanical disturbance	Shelby tube specimen	1.0-1.6	1.3	0.13
		Borehole specimen	1.15-2.25	1.7	0.19
$N_3$	Size of specimen	Stiff-fissured clay	0.55-0.85	0.70	0.12
		Intact clay	0.85-1.00	0.93	0.05
$N_4$	Rate shearing	Slightly sensitive to sensitive (strength reduction 3-10% per log increment of time)	0.6-1.0	0.80	0.14
		Very sensitive (10-14%)	0.45-0.7	0.58	0.12
		Unknown Sensitivity(3-14%)	0.45-1.0	0.73	0.22
$N_5$	Sample orientation and anisotropy	Isotropic	0.97-1.08	1.0	0.03
		C-anisotropy	0.85-1.20	1.03	0.10
		M-anisotropy	0.8-1.0	0.9	0.06
$N_6$	Plane strain failure	All soil types	1.0-1.1	1.05	0.03
$N_7$	Progressive failure	Stiff clay	0.9-1.0	0.93	0.03
		Medium clay	0.9-1.0	0.97	0.03

에 따른 오차를 나타내며, 특히  $N_1 \sim N_{n_0}$ 는 실내 실험과 현장차이에 따른 여러가지 오차에 따른 수정계수를 의미한다. 비배수 전단강도의 평균  $\bar{S}_u$ 는 다음식과 같다.

$$\bar{S}_u = \bar{N}_1 \bar{N}_2 \cdots \bar{N}_{n_0} \bar{s} = \bar{N}_s \bar{s} \quad (6)$$

여기서  $\bar{s}$ 는 실내 실험 결과의 평균값을 의미한다. 또한 전단강도의 불확실성을 나타내는 변동계수  $\Omega_s$ 는

$$\Omega_s = (\Delta_0^2 + \sum_{j=1}^{n_0} \Delta_j^2 + \delta_n^2)^{0.5} \quad (7)$$

여기서,  $\Delta_0$ : 시료수의 제한에 따른 오차

$\Delta_j$ : 수정계수에 따른 변동계수

$\delta_s$ : 지반의 공간적 변화에 따른 변동계수

만일 사면이 단일 점토로 이루어져 있다면 평균 Resisting Moment R는

$$\bar{R} = \bar{N}_f L \bar{N}_s \quad (8)$$

로 나타낼 수 있고, 변동계수는 다음과 같다.

$$\Omega_r = \sqrt{\Omega_f^2 + \Omega_s^2} \quad (9)$$

여기서, L: 파괴면의 길이

$N_f$ : Slope stability model 자체에서 오는 수정계수

한편, 하중항의 Driving Moment에는 단위중량  $\gamma$ 만이 불확실성 요인이 되나, 전술한 대로 이의 불확실성은 상당히 작아 무시하여도 큰 지장은 없다.

하중항과 저항항의 평균과 변동계수를 구한 경우, 안전율의 분포를 Log-normal이라고 가정하면 파괴 확률은 다음과 같이 구할 수 있다. (Ang and Tang : 1975)

$$P_f = 1 - \Phi \left[ \frac{\ln(\bar{N}_f F) - \frac{1}{2}(\Omega_r^2 - \Omega_0^2)}{\sqrt{\Omega_r^2 + \Omega_0^2}} \right] \quad (10)$$

여기서,  $\Phi$ : 표준정규분포의 누적함수

$F_s = R/Q$  (수정계수를 고려해 주지 않은)

반면에, 파괴확률  $P_f$ 에 맞은 안전율 F를 구하고자 하면 다음식으로 구할 수 있다.

$$F_s = \frac{1}{N_r} \exp \left[ \Phi^{-1}(1 - P_f) \sqrt{\Omega_r^2 + \Omega_0^2} + \frac{1}{2}(\Omega_r^2 - \Omega_0^2) \right] \quad (11)$$

#### 4.2.5 불확실한 요소들의 고찰

##### 1) 지반의 공간적 변화

지반은 균질하지 않기 때문에 공간적으로 비배수 전단강도는 바뀌게 마련이다. 실제로 공간적인 변화에 의한 변동계수는 통상 0.11~0.41 사이에 있다고 알려져 있으며, 평균적으로 0.3 정도 된다. 이 공간적인 변화가 영향을 미치는 것이 식 7에서  $\Delta_0$  및  $\delta_s$ 이다. 변동계수가 보다 크더라도 실제로 전단강도는 파괴면에 이르는 비배수 전단강도의 평균값을 쓰기 때문에 파괴면은 길이가 30m 이상 긴 경우  $\delta_s$ 는 아주 작아져서 0.03 정도 밖에 되지 않는 것이 보통이다.

##### 2) 전단강도를 구하기 위한 실험에서의 Model Error

전단강도를 구하기 위하여는 필연코 실험을 동반해야 하는 바 이 과정에서 여러 종류의 Model Error를 내포하게 된다. 한 예로 점토의 비배수 전단강도를 실내에서 UU삼축압축실험이나 일축압축강도실험으로 구하는 경우에는 다음과 같은 종류의 Error들을 내포하고 있어 각각에 수정계수를 적용해야 할 것이다.

###### ① Sampling Disturbance

시료를 Sampling 할 때 필연적으로 생기는 오차이며 이에 Stress State의 Release에 따르는 오차( $N_1$ )와 Mechanical Disturbance에 따르는 오차( $N_2$ )로 구분된다.

###### ② Size of Specimen( $N_3$ )

실내에서 할 수 있는 시편은 그 크기가 작을 수 밖에 없기 때문에 이로 인한 오차이다. 시편의 크기가 작을 수록 현장에서 존재하는 fissure 등의 함유율이 적기 때문에 시료 크기가 작을 수록 전단강도는 과대평가 된다.

###### ③ Rate of Shearing( $N_4$ )

실내 UU Test는 15분 정도에 파괴되나 실제로 현장에서는 훨씬 긴시간에 걸쳐 파괴된다. 이로 인한 전단속도의 차이로 인한 수정계수가  $N_4$ 이다.

###### ④ Sample Orientation and Anisotropy( $N_5$ )

표 2 Corrections to Computed Shear Strength for Various Soil Conditions

Type of Clay	Sensitivity to Rate of Shearing	Type of Anisotropy	$N_s$	$\Delta_s$
Stiff-fissured	Slightly sensitive to sensitive	M-anisotropy	0.69	0.24
Stiff-fissured	Slightly sensitive to sensitive	C-anisotropy or isotropic	0.76	0.24
Stiff-fissured	Very sensitive	M-anisotropy	0.50	0.23
Stiff-fissured	Very sensitive	C-anisotropy or isotropic	0.55	0.23
Intact	Slightly sensitive to sensitive	M-anisotropy	0.93	0.21
Intact	Slightly sensitive to sensitive	C-anisotropy or isotropic	1.03	0.21
Intact	Very sensitive	M-anisotropy	0.68	0.20
Intact	Very sensitive	C-anisotropy or isotropic	0.75	0.20

적어 수정없이 사용할 경우 전단강도의 과대평가가 염려된다. 그 변동계수는 0.2-0.24로서 약 0.21 정도로 보면 될 것 같다.

### 3) 사면 안정해석 Model의 오차

사면 안정해석을 위하여는 필연적으로 여러 가정하에 안전율을 구하게 된다. 예를 들어서 비배수전단강도를 사용하는 것은  $\phi=0$  Analysis로서, 전응력해석법을 사용하는 것으로 부터 오는 오차, 파괴면이 원형이라고 가정하는 사실에서 부터 오는 오차등을 포함한다. 여러 연구에 의하면, 사면 안정해석 Model에 의한 오차는 그리 크지 않다고 알려져 있다. 모델오차의 평균  $\bar{N}_f=1.0$ , 변동계수  $\Omega_f=0.09$  정도이다.

### 4) 불확실성의 비교

이제까지 서술한 여러 불확실성 요인들을 정리해 보면 다음과 같다.

불확실 요인	변동계수
Spatial Variability (자료수의 제한포함)	0.05
Model Error (실험실과 현장사이의 차이에 의한)	0.21
사면안정해석 Model Error	0.09
합 계	0.23

이상에서 보면 전체 사면안정에 가장 큰 영향을 미치는 것이 전단강도 실험상의 Model Error로서, 사면안정해석을 좀더 신뢰성 있게 하기위

해서는 그 Model Error를 줄이고자 하는 노력이 경주되어야 할 것이다.

### 4.2.6 사면안정해석의 신뢰성 해석 및 신뢰성을 고려한 설계법.

이제까지의 여러가지 불확실한 요소들을 근거로 하여 식 10을 이용하여 사면안정에 대한 파괴확률을 구할 수 있다. 예를 들어서 흔히 안전율의 척도로 이용되는  $F_s=1.3$  혹은  $F_s=1.5$ 의 경우 각각에 대하여 파괴확률을 구하여 보면  $P_f=9.0 * 10^{-3}$ 과  $P_f=6 * 10^{-5}$ 를 얻게 된다.

이와는 별도로 설계의 표준으로 파괴확률이 주어진 경우 이러한 파괴확률을 갖기 위한 안전율을 식 11을 이용하여 구할 수도 있다. 예를 들어서, Meyerhof는(1920) 실제 일어난 모든 가능한 Data를 근거로 토질구조물에 적용될 수 있는 파괴확률을 제시하였다(그림 3). 그의 제안에 의하면 대략 파괴확률이  $10^{-3}$ 이면 토질구조물 설계로서 큰 문제가 없다고 제안하였다. 여러가지 파괴확률을 근거로 식 11을 이용하여 이에 맞는 안전율을 제시한 예가 표 3이다.

### 4.2.7 결론 및 제언

본 강좌에서는 사면안정의 최신기법의 하나로써 신뢰성 해석방법에 대하여 가장 간단한 예를 근거로 서술하였다. 사면안정이란 매커니즘이 워낙 복잡하고 또한 전통적으로 확정론적 해석방

표 3 파괴확률에 근거한 설계용 안전율

Type of clay	Strain rate sensitivity*	Type of anisotropy	Safety Factor corresponding to $P_f =$		
			$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
Stiff-fissured	Slightly sensitive to sensitive	M-anisotropy	1.67	2.19	2.69
Stiff-fissured	Slightly sensitive to sensitive	C-anisotropy or isotropic	1.52	1.99	2.44
Stiff-fissured	Very sensitive	M-anisotropy	2.27	2.96	3.58
Stiff-fissured	Very sensitive	C-anisotropy or isotropic	2.06	2.69	3.26
Intact	Slightly sensitive to sensitive	M-anisotropy	1.19	1.52	1.82
Intact	Slightly sensitivet	C-anisotropy or isotropic	1.08	1.38	1.64
Intact	Very sensitivet	M-anisotropy	1.62	2.03	2.42
Intact	Very Sensitivet	C-anisotropy or isotropic	1.46	1.85	2.18

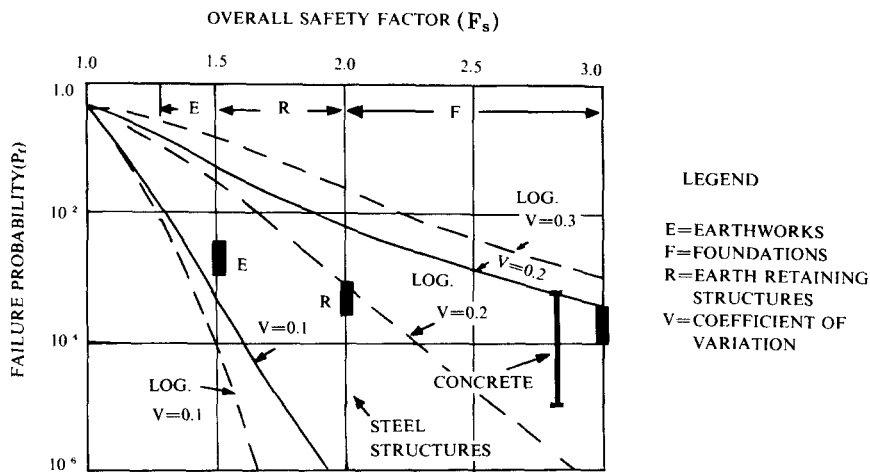


그림 3 Comparison between safety factor and probability of stability failure.

법에 워낙 불확실성이 많기 때문에 모든 불확실성을 고려할 수 있는 신뢰성 해석법이 대두된 것이다. 다만 수학적으로 복잡하고 또 아직 개발 단계에 있어 실용화되지 못하는 형편으로 차후 이에 연구를 계속하여 이를 실설계에 사용할

때가 도래할 것으로 생각된다. 아직 실용화단계는 되지 못하였으나, 현재의 단계에서 신뢰성 해석법의 이점을 보면 다음과 같이 결론 지을 수 있다.

1) 사면의 신뢰성 해석법은 그 자체로서 절대

적인 파괴확률의 값으로 설계의 표준치로 사용하기 보다는, 같은 정도의 신뢰성을 갖기 위하여 각각의 경우에 어느 정도의 안전율을 가져야 하는가를 결정할 수 있는, 소위 설계의 표준화에 이용될 수 있다.

2) 불확실성이 다른 두 사면에 같은 안전율을 적용하는 것이 바람직하지 못함은 이미 본 바와 같다. 따라서 본 해석방법을 행함으로써 사면안정의 상호비교 연구에 이용될 수 있다.

3) 사면안정 해석에서의 불확실한 요소들을 규명하므로 말미암아 어느 요소가 가장 불확실한가를 가늠하고 이에 따라 차후의 해석과정에서 신경을 써서 구해야 하는 요소를 찾아낼 수 있다. 예를 들어서, 본 절토사면의 비배수전단강도에 의한  $\phi=0$  Analysis에서는 전술한 대로 전단강도의 Model Error의 규명에 초점을 맞추어 설계를 해야 함을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌

- Ang, A. H. -S. and Tang, W.H.(1975, 1984), Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. 1 & 2, John Wiley, New York, N. Y.
- Meyerhof, G. G.(1970), Safety Factors in Soil Mechanics, Canadian Geotechnical J., Vol.7, p. 349.
- Tang, W.H., Yucemen, M.S., and Ang, A.H.-S.(1976), Probability-based Short Term Design of Soil, Canadian Geotechnical J., Vol. 13, p.201.
- Whitman, R. V.(1984), Evaluating Calculated Risk in Geotechnical Engineering, J. of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 110, No.2,