

유한요소법을 이용한 슬래브 시스템의 설계 자동화

Design Automation of Slab System by the Finite Element Method

이 성 우*
Lee, Sung Woo

요 약

유한요소법을 이용하여 적용범위가 제한되고 부정확한 기존의 설계방법을 대체할 수 있는 새로운 철근 콘크리트 슬래브 설계법을 제시하였다. 제시된 방법을 이용하면 어떠한 기하형태의 슬래브 시스템에 대해서도 정확하고 효율적인 설계결과를 얻게된다. 슬래브 설계에 사용되는 등매개 판요소는 적분에 소요되는 계산시간을 절감할 수 있도록 매우 효율적으로 유도되었다. 슬래브 철근의 설계는 강도설계법을 이용하였고, 시방서 최소 철근량과도 비교하였다. 해석결과 모멘트와 설계철근량은 컴퓨터 그래픽을 이용하여 일목요연한 등고선으로 도시하여 설계편의를 제고시켰다. 등매개 판요소의 정확한 진단력을 이용하여 진단에 대한 적절한 검토도 할 수 있게 하였다. 철근과 콘크리트의 균열을 고려한 비탄성 처짐계수법을 개발하여 사용하중하의 처짐을 적합하게 계산할 수 있도록 하므로써 슬래브의 사용성도 검토할수 있도록 하였다. 개구부가 있는 원형 슬래브 예를 들어 비정형 슬래브 설계에도 제시하는 방법이 손쉽게 적용될 수 있음을 보여 주었다.

Abstract

New design method of R/C slab system based on finite element method has been presented. The proposed method can substitute inaccurate existing method, which has limitation in its application, and provide accurate and efficient design results for any type of slab system. Isoparametric plate element used in the slab design has been efficiently formulated to save computational time. Reinforcement has been determined by strength design method and compared with code minimum values. Graphical output through comprehensive contour map for resulting moments and designed steel areas has considerably facilitated design process. Accurate shear results from isoparametric plate element enabled to check punching shear in a proper manner. In addition to strength design criteria, serviceability has also been checked by utilizing newly developed inelastic deflection multiplier method. An example for circular slab with opening showed that the proposed method could be applied to design of irregular slab without any difficulty.

1. 서론

컴퓨터의 이용이 매우 활발한 오늘날 유한요소

법을 이용하여 복잡한 구조물의 응력해석을 하는 것은 일반화 되어가고 있는 추세이다. 그러나 콘크리트 슬래브의 해석 및 설계에는 평판해석의

* 정희원, 국민대학교 토목공학과 부교수

이 논문에 대한 토론을 1992년 3월31일까지 본학회로 보내주시면 1992년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

복사성 때문에 아직까지도 정확한 해를 주는 유한요소법을 쓰지않고 기존의 근사해법인 등가골조법¹⁻⁴⁾을 주로 이용하고 있는 실정이다. 이 방법은 규칙적인 기하학적 구조물에 대하여는 무리없이 적용될 수 있고 또 타당한 결과를 기대할 수 있으나 기둥의 배치가 불규칙적이거나 슬래브의 형태가 비정형일때 또는 슬래브에 큰개구부가 있을때는 이 방법의 적용이 거의 불가능 하고 설사 이 방법들이 적용된다 하더라도 그 해는 정확성을 기대하기 매우 어렵다. 본 연구에서는 이러한 등가골조법의 결함을 보완하고, 설계의 편의성과 정확성을 배가시키며 슬래브 설계과정을 자동화 시킴으로써 설계인력을 절감하고 경제적인 설계가 가능토록 하는 유한요소법을 이용한 새로운 설계 방법을 제시하고자 한다. 이 방법을 이용하면 임의의 기하학적인 형태나 경제조건을 갖는 어떠한 슬래브 시스템에도 신속하고 정확한 설계결과를 얻을 수 있다.

미국의 PCA(Portland Cement Association)등의 연구기관에서는 오래전부터 등가골조법을 이용하는 ADOSS⁵⁾와 같은 프로그램을 개발하여 널리 보급하고 있지만 앞서의 제한적인 적용범위를 벗어나지 못하고 있다. 유한요소법을 쓰는 방법으로는 평판요소를 쓰는 방법⁶⁾이 제시되고 있으나, 설계값의 부정확성과 전단력 및 비탄성 처짐에 대한 고려가 전혀 되지않아 실제사용에는 부적합한 실정이다. 이와 관련하여 최근 등매개 평판요소를 사용한 유한요소법 슬래브 설계의 기본이론이 정립되었다.⁷⁻¹⁰⁾ 본 연구에서는 앞서 개발된 이론을 더욱 효율적으로 발전시키고 이를 실용화시키기 위하여 저렴한 퍼스널 컴퓨터에서 이용할 수 있도록 개발하였다. 퍼스널 컴퓨터를 이용한 유한요소 해석 및 슬래브 설계의 그래픽 처리기법은 참고문헌(11), (12)등에 상세히 기술되어 있으므로 본 논문에서는 슬래브 설계과정을 중점적으로 다루고자 한다.

제시한 유한요소 방법을 사용하여 슬래브를 설계할 경우 근사해에 근거한 기존의 방법을 사용했을때 발생하는 과다설계로 인한 재료의 낭비나 구조상 안전하지 못한 설계로 인한 사고등을 예방할 수 있을 것으로 기대된다. 특히 2방향 슬래브

를 양방향으로 동시에 해석하여 그 결과를 얻을 수 있으므로 설계인력도 대폭 절감할 수 있을 것이다.

2. 슬래브 설계를 위한 판요소

2.1 등매개 판요소의 선택

지금까지 많은 유한요소관계 연구자들의 노력으로 수 많은 평판요소가 개발되었으나 본 연구에서는 다음과 같은 이유에서 철근콘크리트 슬래브의 해석과 설계에 적합한 등매개 평판요소^{13,14)}를 선택하였다.

1) 선택할 요소는 실설계에 사용될것 이므로 상당기간 사용되어서 신뢰도가 큰 요소라야 한다. 여기서 사용되는 8절점 요소를 이용하면 감차적분법을 적용하였을때 흔히 제로 에너지 모드가 발생하는 flat plate와 같은 모서리에서만 지지되는 박평판 모델에 대하여서도 믿을 수 있는 결과를 얻을 수 있는 안정된 요소이다.

2) 이 요소는 Mindlin 이론에 근거를 두어 전단 변형이 고려되었으므로 박평판 뿐만 아니라 후평판 모델에도 사용될 수 있다. 따라서 종래 기둥의 칫수를 무시하고 일점지지로 모델한 연결부를 기둥 실제 그대로의 칫수와 두꺼운 두께를 가진 요소로 모델 함으로써 기둥의 슬래브에 대한 강성 효과(stiffening effect)를 적절히 고려할 수 있다. 이 연결부는 drop panel이나 column capital등을 포함한다.

3) 콘크리트 슬래브 설계에서는 모멘트 뿐만 아니라 전단력에 대한 검증도 매우 중요한 사항중의 하나인데, 이 요소에서는 회전변위를 수직변위와 독립된 함수로 취급하였기 때문에 고전적인 Kirchoff이론에 근거한 평판 요소에 비해 훨씬 정확한 전단력을 계산할 수 있다. 따라서 슬래브의 천공 전단과 같은 전단 파괴에 대하여 적절한 검토가 가능해진다.

4) 곡선부의 모델에 고절점 등매개 요소를 이용함으로써 훨씬 정확하고 실제에 가까운 모델을 형성할 수 있다. 원형 슬래브에서는 사각형 슬래브의 M_x , M_y 에 상당하는 M_r , M_θ 을 직접 구할

수 있어 곧바로 반경방향과 회전방향에 필요한 철근을 계산할 수 있게 된다.

2.2 모멘트 및 전단력 계산

본 연구에서 사용한 등매개 평판요소의 강성행렬은 다음과 같이 유도된다.

$$[K] = [K_b] + [K_s] \tag{1}$$

여기서 $[K_b]$ 는 평판 강성행렬의 굽힘으로 인한 부분이고 다음과 같이 표시된다.

$$[K_b] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [S_b] |J| d\xi d\eta \tag{2}$$

$$[S_b] = i \begin{matrix} j=1 & \dots & j & \dots & j=3N \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \dots & [S_b]_{ij} & \dots & & \dots \\ i=3N \end{matrix} \tag{3}$$

여기서 N 은 고려하고 있는 요소의 결점수이고

$$[S_b]_{ij} = \begin{bmatrix} W_j & \theta_{vj} & \theta_{vj} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_1\beta_j\alpha_i + D_2\alpha_i\alpha_j & -D_3\alpha_i\beta_j - D_4\alpha_i\alpha_j \\ 0 & -D_3\alpha_i\beta_j + D_4\alpha_i\alpha_j & D_1\alpha_i\alpha_j - D_2\beta_j\beta_i \end{bmatrix}_{3 \times 3} \tag{4}$$

(1) 식의 $[K_s]$ 는 평판 강도행렬의 전단으로 인한 부분이고 식(4)와 같은 방법으로 표시하면 다음과 같다.

$$[S_s]_{ij} = D_4 \begin{bmatrix} W_j & \theta_{vj} & \theta_{vj} \\ \alpha_i\alpha_j + \beta_j\beta_i & -\beta_j\psi_i & \alpha_i\psi_j \\ -\beta_j\psi_i & \psi_i\psi_j & 0 \\ \alpha_i\psi_j & 0 & \psi_i\psi_j \end{bmatrix}_{3 \times 3} \tag{5}$$

식(4),(5)에서 $w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}$ 는 j 결점의 수직 및 x, y 방향 회전변위이고 ψ_i 는 i 결점의 형상함수, D_1, D_2, D_3, D_4 는 등방성 평판의 강성계수들로서 각각

$EI^3/12(1-\nu^2), \nu D_1, EI^3/24(1+\nu), EI/2.4(1+\nu)$ 이며 α_i 및 β_i 는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \psi_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \tag{6}$$

계산된 결점 변위로 부터 평판의 모멘트를 구할 수 있고 이는 다음과 같이 간결한 모양으로 유도된다.

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{Bmatrix} D_1\alpha_i\theta_{vi} - D_2\beta_i\theta_{xi} \\ D_2\alpha_i\theta_{vi} - D_1\beta_i\theta_{xi} \\ D_3(\beta_i\theta_{vi} - \alpha_i\theta_{xi}) \end{Bmatrix} \tag{7}$$

한편 전단응력은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{2.4(1+\nu)} \begin{Bmatrix} \alpha_i w_i + \psi_i\theta_{vi} \\ \beta_i w_i - \psi_i\theta_{xi} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

식(8)로 계산되는 전단응력은 평균값들로서 전단응력의 분포가 포물선임을 감안한다면 평판 단면의 중앙에서 최대전단응력은 식(8)의 값에 1.5배를 하여야 한다. 한편 전단력은 식(8)에 평판의 두께 t 를 곱하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \int \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz = t \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_{ave} \tag{9}$$

여기서 한가지 주의할 점은 평판의 두께가 얇은 경우 spurious zero 에너지 모우드를 방지하기 위해 감차적분을 해야하는데 이 경우 식(8)의 전단응력값은 반드시 적분점에서의 값을 취해야하며 요소내의 그밖의 지점에서는 믿을 수 없는 값이 된다. 한편 철근 콘크리트 슬래브의 경우에는 시방서의 허용공칭 전단응력과 비교하기 위하여 식(9)의 전단력을 슬래브의 유효고 d 로 나눈값으로 취하여 다음과 같이 표시한다.

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{d} \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} \tag{10}$$

여기서 유도된 등매개 판요소로 계산한 모멘트와 전단력은 이론치와 비교하여 매우 잘 일치하였

다.^{8,9)}

3. 유한요소법을 이용한 슬래브 설계

3.1 유한요소법 설계절차

시방서²⁻⁴⁾에 규정된 강도법을 이용한 슬래브 설계의 절차는 첫째 적절한 2방향 설계모멘트의 산정과 그에 따른 철근의 배치가 이루어 져야하고, 둘째 전단응력의 검증이 필요하며, 셋째 이렇게 설계된 슬래브의 사용하중(service load) 하의 사용성(serviceability)을 검토하여야 한다. 이러한 시방서 절차를 기준으로 하여 유한요소법을 이용한 슬래브의 설계절차를 제시하여 보면 다음과 같은 단계로 나누어 볼 수 있다.

1) 기본설계 단계에서 콘크리트 슬래브의 두께 및 사용할 콘크리트와 철근의 강도를 결정한다.

2) 주어진 문제에 대하여 3차원 바닥 모델을 대한 유한요소망을 짠다. 여기서 기둥은 보 요소를 이용하고, 슬래브는 슬래브요소와 판/셀요소를 이용한다. 슬래브와 기둥의 접합부는 슬래브요소나 판/셀요소를 사용하되 박판이 아닌 후판으로 취급하여 강성행렬 계산시 감차적분을 하지않고 정상적분을 수행한다.

3) 유한요소망에 적절한 경계조건을 부여한다.

4) 하중계수를 취한 경우와 취하지 않고 경우등 몇개의 조합된 복합하중에 대하여 해석하고 해석 결과로부터 모멘트, 전단력에 대한 설계지배값을 산정한다. 철근의 설계는 시방서의 최소철근과 설계모멘트로 계산된 값과 비교하여, 최종 설계 철근값을 결정한다. 전단에 대해서도 위험단면에서 설계지배값과 시방서 허용 최대 전단응력을 비교 검토한다. 일련의 설계작업은 일목 요연한 등고선을 통한 그래픽 출력으로 수행하여 설계편의성을 제고한다.

5) 설계된 철근값을 이용하여 비탄성 처짐계수 β 를 구하여 사용하중하의 처짐(service load deflection)을 계산한 후에 시방서의 허용치와 비교하여 사용성을 검토한다. β 값의 속독을 위하여 역시 그래픽 출력의 β 등고선도를 이용한다.

6) 이렇게 하여 수행된 설계결과가 시방서의

강도 설계법과 사용성에 부합되면 슬래브두께의 조정이라든가 재료성질의 변경등 더 이상의 설계 최적화가 필요한 것인지를 검토한다. 검토한 결과, 필요하다면 만족스러운 결과가 얻어질 때까지 상기과정을 반복한다.

7) 위의 결과를 이용하여 배근도면을 작성한다.

3.2 슬래브 철근 설계의 자동화

슬래브의 철근량은 유한요소법을 이용하여 탄성 해석한 결과로 얻어지는 설계 지배모멘트를 이용하여 결정하게 되며 강도설계법 기준에 따라서 계산한다. 콘크리트 슬래브의 단위폭에 대하여 고려해보면 압축력 C와 인장력 T를 등치시켜 등가응력 블록의 깊이 'a'를 계산할 수 있다.

$$a = A_s f_y / 0.85 f_c b \quad (11)$$

여기서 A_s 는 철근 단면적, f_y 는 철근의 강도, f_c 는 콘크리트 강도이고 b 는 슬래브의 단위폭이다.

공칭 모멘트 강도를 M_n 이라 하면

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) = A_s f_y [d - A_s f_y / (1.7 f_c b)] \quad (12)$$

식(12)를 정리하고 $M_n = Mu / \phi$ 을 대입시키면

$$[f_y^2 / (1.7 f_c b) A_s^2 - (f_y d) A_s - (Mu / \phi)] = 0 \quad (13)$$

여기서 M_u 는 하중계수를 감안하여 계산된 모멘트 값이고 ϕ 는 강도감소계수(건축학회 용어로는 강도저감계수)이며 휨재일 경우 ACI시방서 규정 적용시 $\phi = 0.9$ 를 사용한다(한국 토목학회 콘크리트 표준시방서는 $\phi = 0.85$, 건축구조 설계기준은 $\phi = 0.90$ 으로 규정하고 있다). 식(13)의 M_u 대신 설계지배값 M_x 또는 M_y 값을 대입하면 X또는 Y방향에 대하여 단위 폭당 필요한 철근량(A_{sx} , A_{sy})을 구할 수 있게된다.

모멘트값은 모든 하중 경우별로 모든 응력의 계산점에서 계산된다. 모든 하중경우에 대한 계산이 끝나면 설계지배 모멘트값이 프로그램 내에서 자동적으로 결정되고 그 값으로 계산된 철근과

시방서의 최소 철근을 비교해서 최종 설계값을 결정하게 된다. 만약 계산된 철근이 시방서의 최대 철근값보다 크면(N, G) 메시지를 출력화일에 인쇄하게 된다. 설계철근을 결정하고 나면, 이를 이용하여 비탄성 처짐계수(β)를 구하여 사용하중하의 처짐계산에 이용토록 한다.

슬래브 철근설계의 자동화 과정을 예시하기 위하여 참고문헌⁸⁾에서 예시된 flat plate(그림1)을 고려해 보기로 한다. 이 예에서는 ACI 시방서 기준과 비교하여 철근량을 결정하기 위해 $ft-lb$ 단위를 사용하였다. 그러나 이 예에 사용된 유한요소 해석 및 슬래브 설계 프로그램인 SADAS⁵⁾는 $ft-lb$ 단위 뿐만 아니라 MKS 단위와 한국 기준에 맞추어 철근량을 계산 할 수도 있게 개발되었다. 그림 1에는 대칭을 이용한 유한요소 모델도 함께 보여주고 있다. 유한요소 모델의 기둥 연결부는 기둥의 칫수대로 된 1개의 요소를 쓰고, 지간 사이에는 4개의 요소로 하되 기둥에 가까운 부분에 좀 더 조밀하도록 요소망을 구성하였다. 기둥과 슬래브의 연결부를 제외한 바닥 슬래브의 모든 요소는 8절점 요소를 사용하였다. 또한 슬래브 두께와 지간 비율이 작아($t/L=1/24$) 이러한 요소들은 박평판(thin plate)으로 간주되었고 강성행렬 형성시 전단항 계산에 감차적분을 하였다. 이와같은 바닥요소에 반해 슬래브-기둥 연결부는 기둥의 실 칫수대로 된 9절점 요소를 사용하였다. 이렇게 함으로써 지간에 비해 무시할 수 없는 기둥의 칫수가 바닥 슬래브 모델에 제대로 반영되었다. 또한 기둥의 슬래브에 대한 강성효과(Stiffening effect)를 적절히 고려하기 위해 슬래브-기둥연결부의 평판요소의 두께를 기둥의 양면 칫수중 긴쪽의 칫수와 같게 하였다. 따라서 이러한 연결부 요소들은 후평판(thick plate)으로 간주되고 전단항 계산시 감차적분을 하지않고 정상적분을 하였다. 이렇게해서 얻은 해는, 일반적으로 기둥을 일점으로 간주한 잘못 구성된 평판요소망의 해와 비교해볼때 상당한 차이가 발생함을 알 수 있었다. 기둥은 보 요소를 이용하였고 9절점 슬래브-기둥 연결요소의 중앙절점에서 바닥층의 상부와 하부로 연결되었다.

이 예에서 주어진 슬래브의 두께는 7 in(17.

8cm)이며 판넬의 x 방향 스패는 18 ft(5.49m), y 방향 스패는 14 ft(4.27 m)이다. 자중에 추가되는 사하중(고정하중)은 20 psf(96.9kg/m²)로 하고 활하중(적재하중)은 40 psf(193.8kg/m²)로 하였으며, 하중계수는 ACI 시방서에 따라 사하중에 대하여 1.4, 활하중에 대하여 1.7을 적용하였다. 한국의 건축학회 기준을 적용할 경우 ACI 기준과 같고, 토목학회 기준을 적용할 경우는 사하중 계수 1.2, 활하중 계수 1.8을 적용하면 된다. 이 모델은 정형 슬래브 모델이므로 등가골조법과 비교가 가능하며 x 방향에 대한 비교결과 정 및 부의 총 모멘트값이 서로 잘 부합하였다.⁸⁾ 그러나 모멘트값의 설계대 폭에 대한 분포는 유한요소해가 훨씬 더 실제에 가깝게 변화하고 있음을 알 수 있어서 시방서 계수 방법의 불합리한 점이 지적되었다. 그림 2에는 등분포하중 1.4D+1.7L을 슬래브 전면적에 걸쳐 받았을때 x 방향 모멘트 등고선

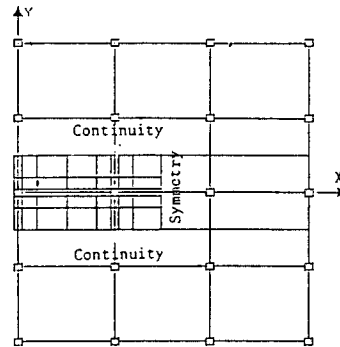


그림 1. Flat plate 슬래브의 유한요소 모델

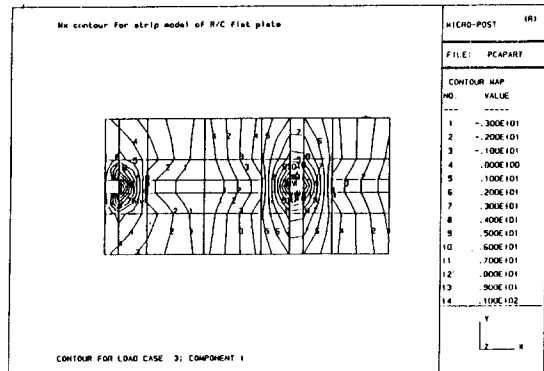


그림 2. 등분포하중 1.4D+1.7L 경우의 M_x 등고선도(ft-k/ft)

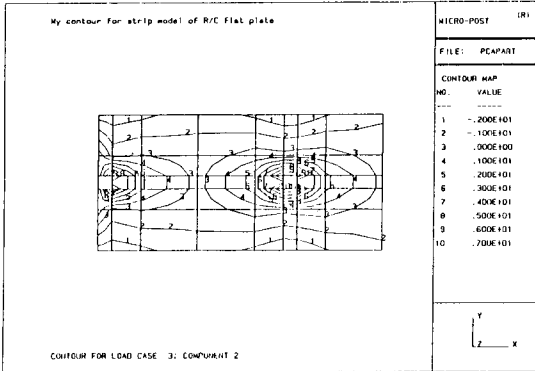


그림 3. 등분포하중 1.4D+1.7L 경우의 M_y 등고선도(ft-k /ft)

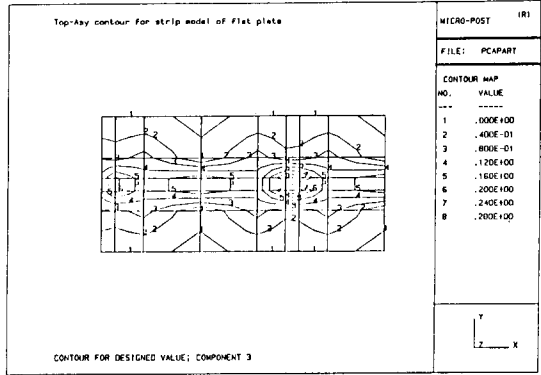


그림 6. y방향 상부 철근 등고선도(sa in / ft)

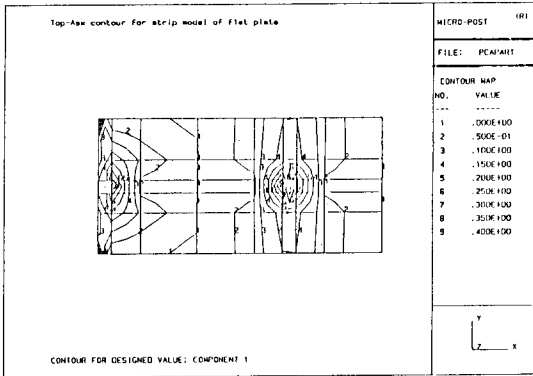


그림 4. x방향 상부 철근 등고선도(sq in / ft)

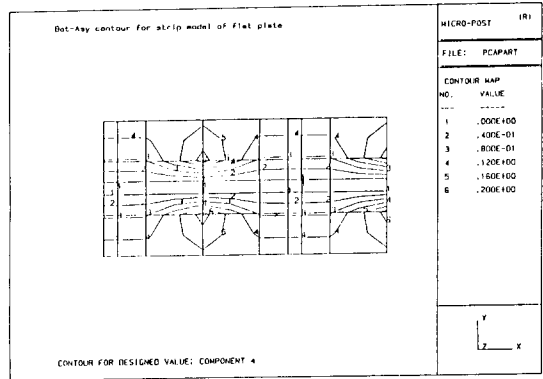


그림 7. y방향 하부 철근 등고선도(sq in / ft)

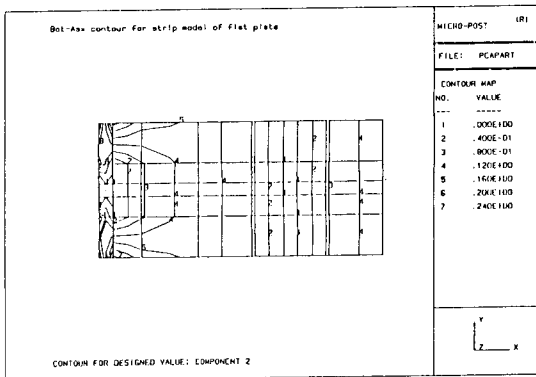


그림 5. x방향 하부 철근 등고선도(sq in / ft)

을 보여주고 있고, 그림 3에는 같은 경우의 y방향 모멘트 등고선을 보여주고 있다. 참고로 MKS 단위를 이용하여 입력할 경우 모멘트 단위는 t-m/m로 출력된다.

그림 4에는 설계 지배모멘트로 계산된 철근량과 시방서의 최소 철근을 비교한 후 최종 결정된 x방향 상부 철근량에 대한 등고선도를 보여주고 있고, 그림 5에는 x방향 하부 철근량에 대한 등고선도를 보여주고 있다. 그림 6에는 y방향 상부 철근량에 대한 등고선을 보여 주고있고, 그림 7에는 y방향 하부 철근량에 대한 등고선을 보여주고 있다. 이 예에서는 ft-lb단위를 이용하였기 때문에 철근량의 단위가 in²/ft로 출력되나 MKS단위로 입력하면 철근량은 cm²/m 단위로 출력된다.

3.3 전단에 대한 검토

철근 콘크리트 슬래브 설계의 경우 전단응력의 검증은 매우 중요하고 특히 보가 없는 flat plate 인 경우에는 더욱 주의를 요한다. 앞에서 유도된

평판요소를 이용한 전단응력의 해는 매우 정확함이 확인되었다.⁹⁾ 따라서 이러한 방법을 철근 콘크리트 슬래브의 설계에 적용할 경우 전단력에 대한 검토가 적절히 이루어 질 수 있으리라 간주된다. 그림 8과 9에는 앞서 예에서 고려한 flat plate 모델이 하중계수를 적용한 등분포 사하중과 활하중을 받는 경우의 x와 y방향에 대한 전단응력(τ_{xz} , τ_{yz})의 등고선을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 이러한 flat plate는 기둥 주위에서 대단히 큰 전단응력이 발생하여 천공전단(punching shear)에 대하여 취약함을 알 수 있다. 따라서 정확한 전단력의 계산은 그 어느 종류의 슬래브보다 중요하다고 하겠다.

ACI 및 건설부 철근 콘크리트 시방서에서는 기둥에서 받는 반력과 불균형모멘트를 이용하여 다음과 같이 근사적으로 전단응력을 계산하고

있다.

$$\tau_u = V_u/A_c \pm (\gamma_v M_{uc}/J_c) \tag{14}$$

여기서 V_u = 극한 전단력

A_c = 전단 위험단면의 면적

$\gamma_v M_{uc}$ = 전단응력을 발생시키는 불균형 모멘트의 일부

c = 위험단면 중심에서 기둥면까지 거리

J_c = 극 관성 모멘트와 유사한 위험단면의 성질

또한 ACI 시방서 에서는 허용 전단응력(permissible shear stress)을 전단보강 철근이 없는 경우 다음과 같이 규정하고 있다.

$$\tau_n = \phi (2 + 4/\beta_c) \sqrt{f_c'} \leq \phi 4 \sqrt{f_c'} \tag{15}$$

여기서 ϕ = 강도 저감 계수(전단인 경우 0.85)

β_c = 기둥 장변과 단변의 비

f_c' = 콘크리트 설계기준강도, psi

표1에서는 위험단면에서 계산된 최대 전단응력들을 식(10)으로 구해진 유한요소 해와 등가골조법을 이용하여 식(14)로 구해진 해 및 식(15)의 허용전단응력을 비교하여 보여주고 있다. 이 표에서 알 수 있는 바와 같이 유한요소법으로 구해진 전단응력은 허용 전단응력보다 크므로 전단에 대한 보강을 강구하여야 할 것이다. 그러나 시방서의 근사적인 방법으로 구한 해는 허용응력보다 작다. 따라서 시방서 방법으로 계산할 경우 안전하지 못한측으로 설계될 우려가 있음을 보여주고 있다.

표1. 위험단면 에서의 최대 전단응력(ksi)

위험 단면 위치	τ_{xz}	τ_{yz}	τ_u	τ_n
외 측 기둥	0.210	0.133	0.168	0.186
내 측 기둥	0.179	0.138	0.129	0.186

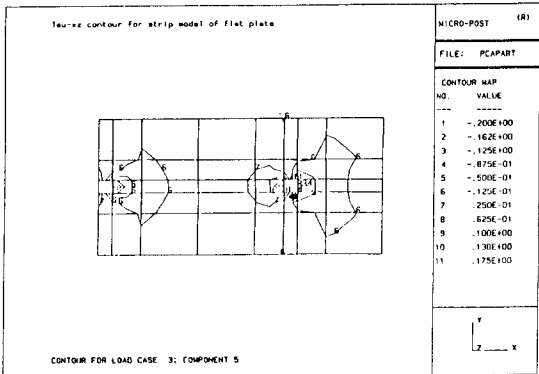


그림 8. 등분포 하중 1.4+1.7L경우의 τ_{xz} (ksi) 등고선도

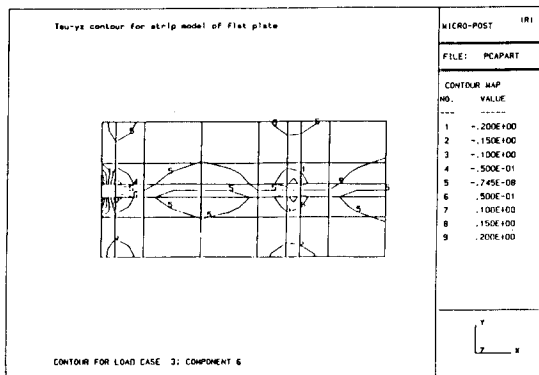


그림 9. 등분포 하중 1.4D+1.7L경우의 τ_{yz} (ksi) 등고선도

3.4 사용성의 검토

슬래브의 사용성을 검증하는 하나의 척도로 사용하중 하의 슬래브의 처짐을 구하는 적절한 방법의 모색은 철근 콘크리트 슬래브 설계에서 고려해야 할 중요한 설계인자 중의 하나이다. 그러나 2방향 콘크리트 슬래브의 처짐계산은 용이한 일이 아니다. 다양한 슬래브의 경계조건, 불규칙한 슬래브형태, 다양한 하중조건과 철근 및 콘크리트 균열의 영향등을 고려하여야 하는 어려움이 있기 때문이다.

본 연구에서는 보의 처짐 계산에 이용되는 유효 단면이차 모멘트법을 확장하여 슬래브의 처짐계산에 실용적으로 이용할 수 있는 방법을 제시 하였다. 이 방법으로 계산된 사용하중 하의 슬래브의 처짐은 실험 및 비선형해석과 비교하여 매우 만족할만한 결과를 얻었다.¹⁰⁾

X, Y방향으로 배근된 콘크리트 슬래브에 대하여 각 방향으로 슬래브의 단위폭을 고려해보면 슬래브는 이러한 보를 연결해 놓은 모양이라고 가정할 수 있다. 따라서 철근과 콘크리트 균열의 영향을 고려한 보의 처짐 계산시 사용하는 유효 단면 이차모멘트법을 슬래브에도 확장하여 적용할 수 있을 것이다.

유한요소법의 탄성해로 구해진 슬래브의 처짐을 'W'라 하고 구하고자 하는 지점에 적절한 방법으로 구한 비탄성 처짐계수를 ' β '라고 두면 비탄성 처짐 ' Δ '은 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta = \beta W \quad (16)$$

이제 슬래브 y방향의 단위폭에 대하여 y축에 관한 유효단면 이차모멘트를 I_{ex} 라 하면, x방향의 β 값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta_x = I / I_{ex} \quad (17)$$

여기서 I는 콘크리트의 균열이나 철근을 고려하지 않은 단면에 대한 단면 이차모멘트이다. I_{ex} 의 식은 참고문헌¹⁰⁾을 참고하기 바람여 여기서는 생략한다.

y방향에 대해서도 유사한 방법으로 β_y 를 구할 수 있고, 이들 β_x 와 β_y 를 평균해서 고려하는 지점

의 β 값으로 결정한다.

사용하중 하의 처짐을 구하기 위해 β 값은 하중계수를 취하지 않은 하중경우에 대하여 계산하여야 한다. 그러나 β 값은 그 지점에서 철근량을 안 이후에라야 계산할 수 있으므로 결국 탄성해석으로 구한 모멘트를 이용하여 슬래브를 설계한 후 이 철근을 이용하여 다시 β 값을 구하여야 한다. 이렇게 β 값이 결정되면 사용하중 하의 처짐은 탄성해석에서 구한 처짐값에 이 β 값을 곱해서 구하고자 하는 절점에서의 비탄성 처짐값을 산정할 수 있게 된다. 그림 10에는 앞서 예의 flat plate 모델에 대한 변형후의 모양을 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 최대 처짐은 외각 패널의 중앙점(그림 10의 절점 '4')에서 발생한다. 그림 11에는 하중계수를 취하지 않은 사용하중(D+L)에 대한 β 등고선도를 보여주고 있다. 이 그림에서 알 수 있듯이 절점 4에서의 비탄성 처짐계수 β 는 1.0이므로 이점에서 콘크리트 슬래브는 사용하중 하에서 탄성범위내에 있는 것으로 간주되고 탄성처짐은 수정없이 그대로 사용한다. 표 2에는 사용하중 하의 처짐과 시방서의 허용한계를 비교한 것을 보여주고 있는데 이 표에서 보는 바와 같이 이 예에서는 사용성의 문제는 없는 것으로 판단된다. 그러나 어떤 경우에는 사용하중 하의 처짐이 시방서의 사용성 한계를 벗어나서 재설계를 하여야 할 경우도 발생한다.

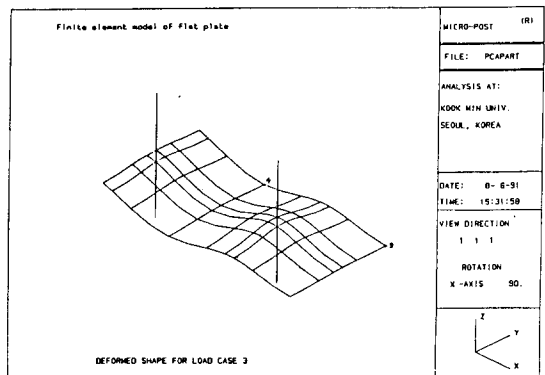


그림 10. Flat plate 슬래브 모델의 변형후 모델도(절점 '4'에서 최대 처짐발생)

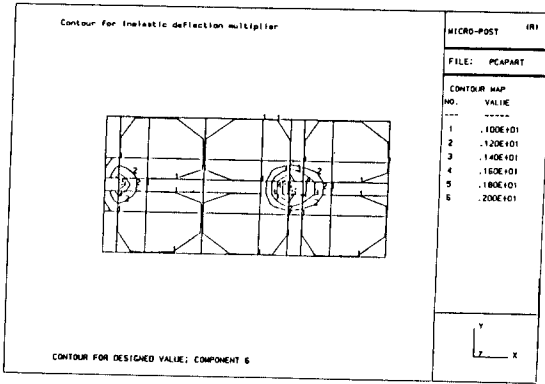


그림 11. (D+L) 하중경우의 비탄성 처짐계수(β) 등고선도

표 2 사용하중 하의 슬래브의 최대처짐(in, 그림 10의 절점 '4')

Deflection	DL only (ΔDL)	DL+LL ($\Delta DL+LL$)	LL (ΔLL)	Code limit ($\Delta LL=1/360$)
Elastic	0.0725	0.0995		
Multiplier	1.0	1.0		
Inelastic	0.0725	0.0995	0.0270	0.60

3.5 비정형 슬래브의 설계

비정형 슬래브의 해석은 대단히 복잡한 문제이나 유한요소법을 이용하면 어떤 기하형태의 슬래브도 어려움 없이 해결할 수 있게된다. 그림 12에는 건물 중앙부에 엘리베이터를 위한 개구부가 있는 원형슬래브의 예를 보여주고 있다. 유한요소 모델은 대칭을 이용하여 1/4만 모델링하였다. 그림 13에는 반경 방향의 모멘트(M_r) 등고선도를 보여주고 있다. 같은 방법으로 원주방향에 대해서도 모멘트 등고선도를 얻을 수 있으며 이들을 이용하여 반경방향과 원주방향에 대한 상·하부 철근량을 자동으로 결정하여 등고선으로 그려줄 수 있다(그림 14,15참조). 이와 같이 제시된 방법을 이용하면 기존의 등가골조법으로는 해결하기 어려운 슬래브도 번거러움없이 매우 정확하게 설계할 수 있다.

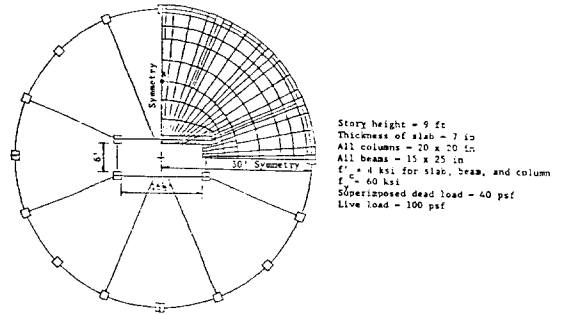


그림 12. 개구부가 있는 원형 슬래브 설계 예

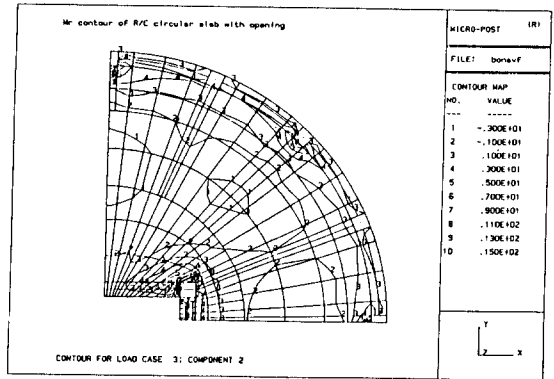


그림 13. 원형 슬래브 모델의 반경방향 모멘트(M_r , ft-k/ft) 등고선도

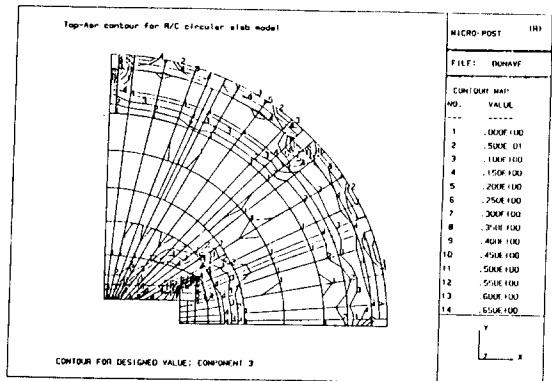


그림 14. 원형 슬래브 모델의 반경방향 상부철근(Top- A_{sr} , sq in/ft) 등고선도

4. 결론

본 연구에서는 유한요소법과 컴퓨터 그래픽을 이용하여 일련의 설계과정을 자동화 시키는 새로

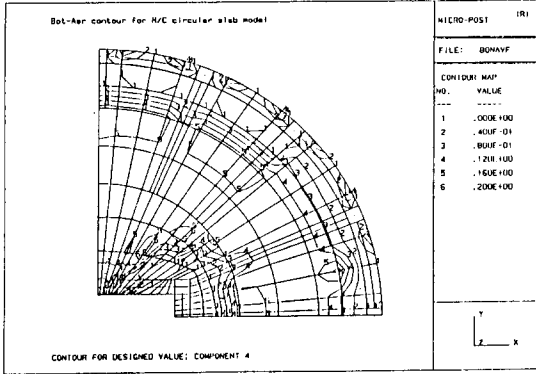


그림 15. 원형 슬래브 모델의 반경방향 하부철근(Bot-A_{sr}, sq in/ft) 등고선도

은 철근 콘크리트 슬래브 설계법을 개발하였다. 이방법을 이용하여 적용범위가 제한되고 비효율적인 기존의 시방서 방법인 등가골조법을 대체시킬 수 있도록 하였고, 어떠한 기하형태의 슬래브 시스템에 대해서도 정확한 설계결과를 얻을 수 있게하였다.

슬래브 설계에 사용되는 등매개 판요소의 강성 행렬과 모멘트 및 응력계산식은 적분에 소요되는 계산시간을 절감할 수 있도록 매우 효율적인 방법으로 유도되었다. 슬래브 철근의 설계는 강도 설계법을 이용하였고, 설계지배 모멘트를 자동으로 취하여 철근량을 계산토록 한 후 시방서 최소 철근량과 비교하여 최종 설계값을 결정하였다. 해석결과 모멘트와 결정된 철근량은 컴퓨터 그래픽을 이용하여 일목 요연하게 등고선도로 도시하여 설계편의를 제고 시켰으며 CAD화된 설계자동화를 추구하였다.

등매개 판요소의 정확한 전단응력 결과를 이용하여 슬래브 위험단면의 전단에 대한 적절한 검토를 할 수 있게 하였고, 전단응력 결과 역시 등고선도로 나타내어 손쉽게 파악할 수 있도록 하였다.

강도설계법에 따라서 설계된 슬래브의 사용성을 검토하기 위하여 철근과 콘크리트의 균열을 고려한 유효 단면 이차모멘트법을 2차원으로 확장한 비탄성 처짐 계수법(β 법)을 제시하였다. 이 방법과 탄성해석 결과를 이용하여 슬래브의 사용하중

의 비탄성 처짐을 적합하게 계산할 수 있도록 하였다.

개구부가 있는 원형 슬래브 설계 예를 들어 기존의 등가골조법으로는 해결하기 어려운 비정형 슬래브도 제시된 방법을 이용하면 어려움없이 매우 정확하게 설계할 수 있음을 보여 주었다.

감사의 말씀

본 연구는 1989년도 한국과학재단 과제번호 893-1301-004-1의 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로 이에 관계기관에 감사드린다.

참 고 문 헌

1. Corley, W. G., and Jirsa, J. O., "Equivalent Frame Analysis for Slab Design," ACI Journal, Proceedings V. 67, no.11, NOV. 1970, pp.875-884.
2. 건설부, 콘크리트 표준 시방서, 1988, pp.244-255.
3. 건설부, 건축구조 설계기준(극한강도 설계법에 의한 철근 콘크리트 구조 설계기준), 1988, pp.106-109.
4. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete(ACI 318-89)," American Concrete Institute, Detroit, 1989, pp.230-239.
5. "ADOSS(Analysis and Design of Slab Systems)," Microcomputer ed., Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1985.
6. Habibullah. A., "SAFE: Analysis and Design of Slabs and Foundation Mats Using the Finite Element Method," Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, 1985.
7. Lee, S.W., "CFEP: Compact Finite Element Program," Dept. of Civil Engineering, University of Southern California, 1987.
8. 이성우, "유한요소법을 이용한 철근 콘크리트 슬래브의 설계모멘트 산정에 관한 소고," 대한토목학회 논문집, 제8권 제3호, 1988.9, pp.21-29.
9. 이성우, "등매개 평판요소를 이용한 철근 콘크리트 슬래브의 전단검토," 공학논총 제11집, 국민대학교 생산기술연구소, 1988, pp.239-246.
10. Lee. S.W., "Estimation of Service Load Def-

- lection of R/C Slab by the Finite Element Method," Proc. of Korea-Japan Joint Seminar on ETSEM, 1988, pp.155-162.
11. 이성우, 이선구, 이태연, "Microcomputer-Based Post-Processor for Large Finite Element Analysis," 전산구조공학 제2권 제4호, 1989, pp.83-91.
 12. 이성우, "PC중심 그래픽 시스템을 이용한 대규모 유한요소 해석 결과의 그래픽 처리기법 개발," 공학논총 제12집, 국민대학교 생산기술연구소, 1989, pp.333-346.
 13. Ahmad, S., Irons, B.M., and Zienkiewicz, O.C., "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Element," International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 3, No.4, 1971, pp.575-586.
 14. Cook, R.D., Malkus, D.S., and Plesha, M.E., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd., John Wiley & Sons, New York, 1989.
 15. 이성우, 대림엔지니어링(주), "SADAS-Structural Analysis and Design Aid System," 1991.

(접수일자 : 1991. 8. 3)