

Frequency Window Method와 그 응용범위

민 경 원*

1. 1차-2차 구조시스템의 진동 특성

여러개의 경량 구조시스템(2차 구조시스템 secondary structural system)이 중량의 구조시스템(1차 구조시스템, primary structural system)에 연결된 1차-2차 구조시스템(그림 1 참고)은 엔지니어링 분야에서 많이 찾아볼 수 있는데 예를 들면 원자력 발전소의 냉각 파이핑 시스템(piping system)이나 제어 장치, 고층 건물에 설치된 부속기기, 해양구조물의 시추와 탐사 기기, 그리고 우주공간의 통신 장비 등이 있다.

이러한 시스템은 1차와 2차 구조시스템의 상호작용(interaction)으로 인하여 다음과 같은 복잡한 진동 특성을 가지고 있다. 첫째로 1차와 2차 시스템의 모드가 인접하여 생기는 同調 현상(tuning phenomena)으로 시스템의 공진 효과(resonance effect)와 모드의 분산 효과(scattering effect)를 일으킨다. 둘째로는 1차 구조 시스템에 대한 2차 구조 시스템의 feedback 효과가 있으며, 다음으로는 1차와 2차 구조 시스템의 감쇠특성 차이로 야기되는 비고전적 감쇠(nonclassical damping)로 복소 값(complex value)을 가지는 모드가 유도된다. 마지막으로는 다중 지지(multiply supported)된 2차 구조 시스템의 영향으로 pseudo-static에 의한 추가적인 영향을 들 수 있다.

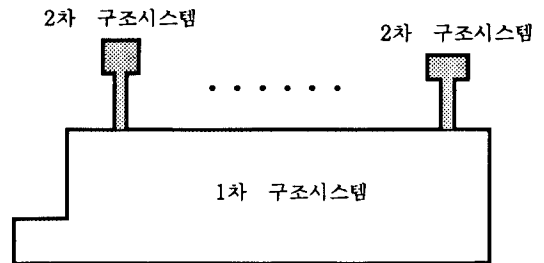


그림 1. 1차-2차 구조시스템

2. Frequency Window Method

1차-2차 구조시스템을 해석하기 위하여는 2차 구조시스템을 전체 시스템의 일부분으로 생각하여 기존의 방법들인 유한요소법, 모드합성법, 그리고 통계 에너지방법(statistical energy analysis)을 이용할 수 있으나 실제로는 다음과 같은 문제때문에 한계가 있다. 첫째로는 2차 구조시스템의 질량이나 강성이 1차 구조시스템에 비하여 상당히 적어 질량과 강성 매트릭스 요소들의 크기 차이가 현저하게 일어나며, 이러한 사실은 해석상의 수치적 어려움(numerical difficulties)을 일으킨다. 둘째로는 많은 2차 구조시스템이 연결되어 있는 1차-2차 구조시스템을 해석하는데 있어서 기존의 방법은 비경제적이기 때문이다.

따라서, 위 문제점을 해결하여 줄 수 있는 대안을 위해 많은 연구가 진행되어 왔는데 대표적인 것으로는 모드합성법의 개념, 매트릭스 이론과 섭

* 정희원, 삼성중합건설 기술연구소

동법(perturbation method) 등을 응용한 Sackman과 Kelly[1], Sackman 등 [2], Der Kiureghian 등 [3], Igusa와 Kiureghian [4], Nour-Omid 등 [5], 그리고 Zhou 등 [6]의 연구결과를 들 수 있다. 그러나 위 연구들은 1차와 2차 구조시스템 혹은 2차 구조시스템의 질량이 집중(lumped mass)되었다는 가정이 있었으며, 1차와 2차 구조시스템의 동조 모드(tuned modes)와 비동조 모드(detuned modes)의 분류에 따른 이론을 체계화시키지 못하였다는 한계가 있었다. Iguss 등 [7, 8]과 Min 등[9-11]은 위 한계를 극복하여 frequency window method라는 새로운 방법을 제시하였다. 이 방법은 1차-2차 구조시스템을 포함한 분포질량(continuous mass)된 복잡한 구조시스템(complex structural system)의 진동 해석 방법으로 모든 모드를 동조 그룹과 비동조 그룹으로 분류하고 시스템의 커플링을 대폭적으로 감소시켜 해석의 간편화를 이룬 장점이 있다. 또한 기존의 모드 절단법(mode truncation method)과는 달리 비동조 그룹의 모드를 해석에 포함시킴으로써 해석의 정확성을 기할 수 있으며 모드간의 커플링이 약할 때에는 시스템의 파라미터로 표현된 고유진동수와 모드 형상식이 유도되어 진동특성을 파악하는데 큰 도움을 준다.

Frequency window method를 간단히 요약하면 다음과 같다. 첫 단계로 1차와 2차의 구조시스템을 분리하여 생각하고 각각의 편미분 운동방정식을 Lagrange 방정식을 이용하여 각 시스템의 모드특성(modal properties)으로 표현된 식으로 변환을 한다. 다음 1차와 2차의 구조시스템이 연결되는 지지점의 조건으로 Lagrange multiplier를 이용하고, 지지점의 변위를 변수로 하는 새로운 특성식(eigenvalue equation) 또는 운동방정식을 유도하며 이 식을 1차 구조시스템의 모빌리티(mobility)와 2차 구조시스템의 임피던스(impedance)로 표현된 식으로 변환을 한다. 이러한 식은 각 시스템 모드로 이루어진 다항식으로 표현되기 때문에 모드의 동조성에 따른 다항식의 분리로 복잡성이 대폭적으로 감소된 식으로 바뀐다. 경우에 따라서 매트릭스 형태의 식이 스칼라 형태의 식으로 변환이 되며 1차-2차 구조시스템의 모

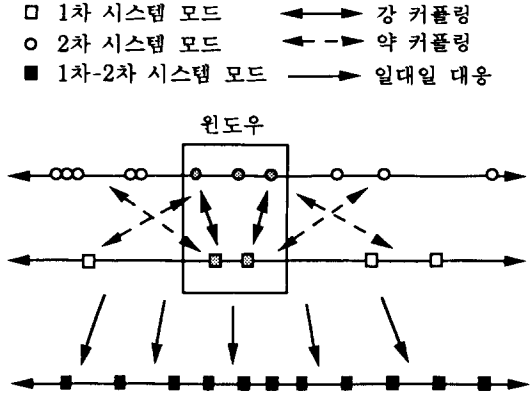


그림 2. 각 시스템의 고유진동수와 윈도우

드특성과 응답(response)에 관한 간단한 식이 유도된다.

그림 2는 모드간의 커플링과 일대일 대응(one-to-one correspondence)을 나타내는데 Frequency window method는 각 시스템 모드를 윈도우(window)라는 새로운 개념에 의해 시스템의 복잡성을 단순화한 방법이다. 윈도우의 크기는 해석하고자 하는 구역내에 있는 모드 수에 관계된 것으로 예를 들면 그림 2의 윈도우에는 2개의 1차 시스템 모드와 3개의 2차 시스템 모드가 포함되어 있다. 모드는 윈도우내의 동조 그룹과 윈도우밖의 비동조 그룹으로 분류를 할 수 있으며 윈도우내 모드의 커플링은 윈도우 밖 모드의 커플링보다 강하므로 윈도우내의 모드는 해석에 모두 포함시키고 윈도우 밖의 모드는 윈도우 내의 평균 고유진동수를 대입하여 약산화시킬 수가 있다. 또한 모드의 일대일 대응 관계를 이용하여 1차-2차 구조시스템의 모드특성과 응답을 쉽게 구할 수 있다. 결과의 정확도는 윈도우 크기의 증대로 향상시킬 수 있으나, 복잡성이 상대적으로 커지므로 윈도우 크기를 고정시키고 반복 기법(iterative techniques)을 사용함으로써 정확도를 향상시킬 수가 있다.

그림 3, 4와 5는 1개의 1차 구조시스템에 2개의 2차 구조시스템이 다중지지된 시스템의 모델과 해석 결과로써 모드와 모드형상을 나타낸다. 첫번째 2차 시스템의 첫번째 모드만을 윈도우(one mode window)에 포함시켰기 때문에 시스템의 복잡성이 대폭적으로 감소되어 다음과 같은 단순화된 식

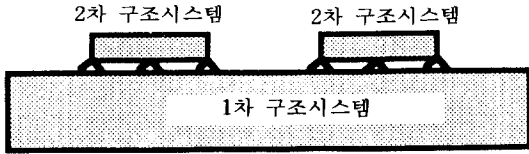


그림 3. 1차-2차 구조시스템

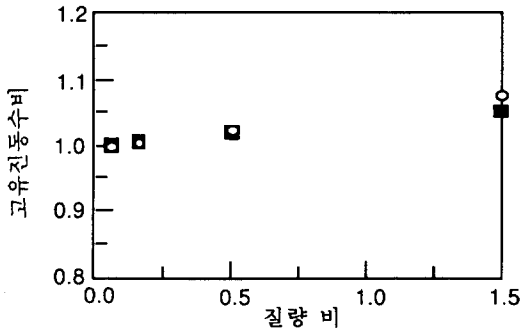
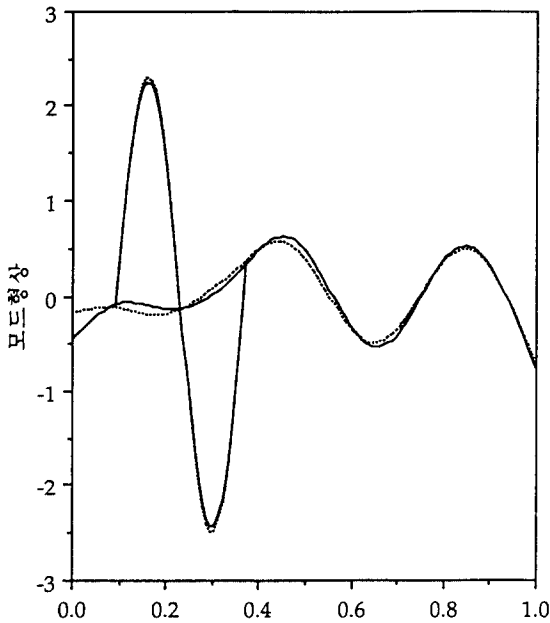


그림 4. 정확해(■)와 Frequency window method(○)에 의한 질량비에 따른 고유진동수비



1차 구조시스템의 길이

그림 5. 정확해(—)와 Frequency window method(---)에 의한 1차 구조 시스템과 2차 구조 시스템의 질량비가 0.5일때의 모드형상

이 유도된다.

$$\omega = \omega_y \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_y^2} \gamma_1 \right) \quad f_k = i\omega_0 \sum_m \hat{I}_{km} N m_1(\omega_0) M_{ij}$$

ω 는 1차-2차 시스템의 고유진동수인데 첫번째 2차 시스템의 첫번째 고유진동수 ω_{1j} 초기 추정진동수 ω_0 , 질량비 파라미터 γ_1 로 표현되었으며, k 번째 2차 시스템의 지지점에서의 모드형상 컴퍼넌트 f_k 는 N_{m1} 와 M_{ij} 로 표현됐는데 각각 모빌리티와 질량 커플링 벡터를 의미한다.(윗식에 대한 자세한 사항은 논문 [7]를 참고하면 된다.) 세개의 분포질량된 1차-2차 구조시스템(즉 무한 개의 모드수를 갖는 시스템)의 일반적 해석 방법과 비교하여 볼 때 하나의 변수(1차와 2차 시스템의 질량비)로 된 간단한 식만을 이용한다는 것은 주목할만한 것이다.

3. 응용범위

Frequency window method는 전술한 바와 같이 1차 구조시스템과 2차 구조시스템 모드간의 상호작용에 의한 해석의 복잡성을 각 시스템 모드의 특성분석을 통해 대폭적으로 감소시켜 해석의 간편화와 정확도를 향상시킨 새로운 진동 해석 방법이다. 이 방법과 여기에서 정의된 시스템간의 파라미터는 여러가지 모델에 적용될 수 있는데 대표적인 것으로는 1차 구조시스템 모드와 2차 구조시스템 모드의 동조에 의한 영향으로 1차 시스템의 거동을 제어할 수 있는 同調質量 減衰裝置(tuned mass dampers)에 응용이 되며, 1차-2차 시스템의 상호작용을 고려한 내진 설계용의 층응답 스펙트럼(floor response spectrum)을 구하는데 적용이 된다.

3.1 동조질량 감쇠장치를 이용한 건물의 진동 제어

근래의 건물은 점차 고층, 경량화되어 가기 때문에 강성과 감쇠효과가 감소되어 풍하중이나 지

진하중에 의한 진동이 증가하는 경향이 있다. 이러한 과도 진동 현상은 하중의 특성외에도 건물의 크기, 모양, 질량, 강성, 그리고 에너지 감쇠효과에 의해 크게 좌우된다. 많은 연구가 위 요소의 영향에 대하여 진행되어 왔는데 최근에 와서 에너지 감쇠 시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 건물 자체가 가지고 있는 감쇠력은 한계가 있기 때문에 인위적으로 감쇠력을 증가시켜줌으로 과도 진동을 제어할 수 있는 것이다.

뉴욕에 있는 세계 무역 센터(110층, 412m)는 1972년 완공되었는데 풍하중에 의한 과도 진동을 줄이기 위해 점탄성 감쇠 시스템(viscoelastic damping system)을 도입하여 효과를 보고 있다. 또한 동조질량 감쇠장치에 의한 진동 현상도 많이 연구되어 보스턴에 있는 존 핸코크 타워(60층, 241m) 등 여러 고층건물들이 풍하중과 지진하중에 효과적으로 거동을 할 수 있도록 세워졌다.

동조질량 감쇠장치란 건물(1차 구조시스템)에 첨가된 경량의 질량(2차 구조시스템)을 말하는 것으로 건물과 질량의 상호작용에 의해 건물의 진동 응답을 제어하는 것이다. 동조질량 감쇠장치는 원래 기계공학의 진동 흡수기(vibration absorbers)의 원리를 응용한 것으로, 2차 구조시스템의 고유진동수를 1차 구조시스템의 고유진동수에 접근시켜 1차 구조시스템의 응답을 제어하는 장치이므로 동조질량 감쇠장치가 설치된 다자유도(multi degree of freedom)인 실제 고층 건물도 적절한 윈도우 크기의 설정으로 해석의 간편화가 이루어져 결과를 쉽게 구할 수가 있을뿐만 아니라 최상층의 횡변위가 제일 크므로 동조질량 감쇠장치를 최상층부에 설치하는 것이 일반적이나 Frequency window method는 다수의 2차 구조시스템의 영향도 고려하기 때문에 그림 6과 같이 설치함으로 효과적으로 진동을 제어할 수 있다.

이제까지 설명한 동조질량 감쇠장치를 이용한 제진 시스템은 수동 제진 시스템(passive control system)의 한 종류이다. 이 시스템은 감쇠장치를 건물의 거동에 주된 영향을 미치는 모드에 동조시킴으로써 동력을 사용하지 않고 제진을 할 수 있는 경제성이 있으나 그외의 모드에 의한 영향은 고려 대상에서 제외되는 단점이 있다. 또한 수동

제진 시스템에 대응되는 것으로 능동 제진 시스템(active control system)이 있는데 동조질량 감쇠장치를 강제적으로 움직여 건물의 거동을 제어하는 시스템으로 추가의 센서, 모터와 최적의 제어력을 순간적으로 지시하는 컴퓨터가 요구된다. 최근에는 수동과 능동 제진 시스템의 장점만을 채택하여 경제적이고 효율적인 하이브리드 제진 시스템(Hybrid control system)의 연구가 활발히 진행되고 있다.

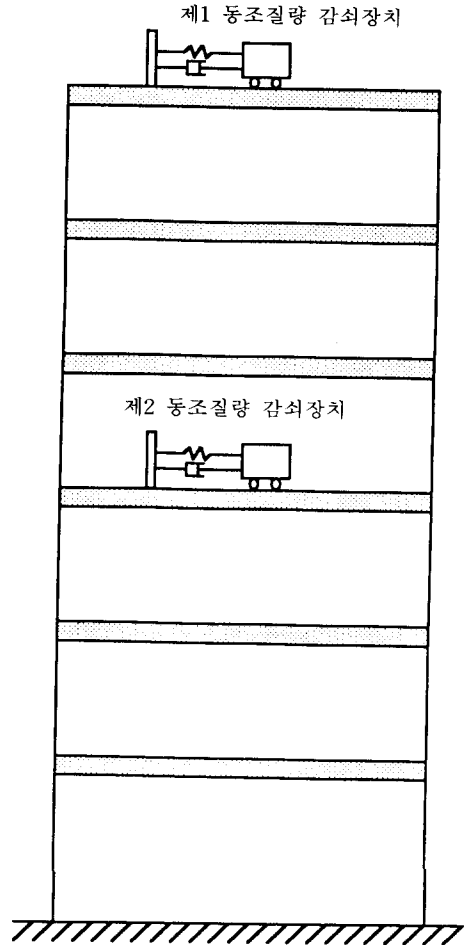


그림 6. 2개의 동조질량 감쇠장치가 설치된 건물

3.2 다중지지시스템의 새로운 응답 스펙트럼 방법

다중 지지(multiply supported)된 경량의 2차

시스템(예를 들면 원자력 발전소의 냉각용 파이핑 시스템이나 부속기기들)은 지진과 같은 극한 하중이 왔을 때 구조물의 운영이나 안전 유지에 심각한 영향을 미치기 때문에 이러한 시스템의 지진 해석 방법에 대하여 많은 연구가 진행되어 왔다.

다중지지 시스템의 일반적인 층응답 스펙트럼은 단 자유도계의 스펙트럼을 이용하여 다 자유도계인 1차 구조시스템의 2차 구조시스템 지지점에 대한 스펙트럼을 말하는 것으로 이것은 2차 구조시스템의 내진 설계를 위한 자료로 사용하는 것이 일반적인 방법이다. 이러한 기존의 방법은 1차 구조시스템과 2차 구조시스템의 상호작용을 고려하지 않았기 때문에 해석의 간편성이 유지되는 반면 위에서 설명한 4가지 영향(동조 현상, feedback 효과, 비고전적 감쇠, 다중지지)을 무시하였기에 과다 설계의 원인이 되어왔다. 한 연구 결과 [12]에 의하면 과다 설계로 인한 시스템의 응답 오류가 7배에서 10배까지 나타나는 것으로 알려졌다.

Frequency window method는 4가지 조건을 고려하여 2차 구조시스템의 내진 설계를 위한 실제적이고 경제적인 기준을 마련하여 줄 수 있을 뿐만 아니라 이에 따르는 해석의 복잡성도 윈도우 크기의 조절로 대폭적으로 감소가 되며 정확도는 반복기법이나 윈도우 크기의 확대로 유지할 수가 있다.

참 고 문 헌

1. Sackman, J.L., and Kelly, J.M., "Seismic analysis of internal equipment and components in structures" *Engineering Structures*, Vol. 1, pp. 179-190, 1979.
2. Sackman, J.L., Der Kiureghian, A., and Nour-Omid, B., "Dynamic analysis of light equipment in structures: model properties of the combined systems" *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, No. 1, pp. 73-89, 1983.
3. Der Kiureghian, A., Sackman, J.L., and Nour-Omid, B., "Dynamic analysis of light equipment in structures: response to stochastic input" *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, No. 1., pp.90-110, 1983.

4. Igusa, T. and Der Kiureghian, A., "Dynamic characterization of two-degree-of-freedom equipment-structure systems" *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 111, No. 1, pp.1-19, 1985.
5. Nour-Omid, B., Sackman, J.L., and Der Kiureghian, A., "Modal characterization of equipment-continuous structure systems" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 88, pp.459-472, 1983.
6. Zhou, Y. and Sackman, J.M., "Modal properties and equipment response in the case of a continuous structure" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 128, pp.25-38, 1989.
7. Igusa, T., Achenbach, J.D., and Min, K-W., "Resonance characteristics of connected subsystems: theory and simple configurations" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146(3), pp. 407-421, 1991.
8. Igusa, T., Achenbach, J.D., and Min, K-W., "Resonance characteristics of connected subsystems: general configurations" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146(3), pp.423-437, 1991.
9. Min, K-W., Igusa, T. and Achenbach, J.D., "Frequency window method for strongly-coupled and multiple-connected subsystems: one-mode windows" *ASME Journal of Applied Mechanics*, Accepted for publication, Jan., 1991
10. Min, K-W., Igusa, T. and Achenbach, J.D., "Frequency window method for strongly-coupled and multiple-connected subsystems: multi-mode windows" *ASME Journal of Applied Mechanics*, Accepted for publication, Jan., 1991
11. Min, K-W., "Frequency window method for the vibration of structures with connected sub-structures" Ph.D.Thesis, Northwestern University, Evanston, Illinois, 1991.
12. Wang, Y.K., Subudhi, M. and Bezler, P., "Comparison study of time history and response spectrum response for multiply supported piping systems" *Trans. 7th int. conf. mech. reactor techn. Chicago, Illinois* K(a), 477-483 (1983).