

토로이드형 변압기의 일관성있는 설계법과 그 최적화 알고리즘

Unified Design Method for Toroidal Transformer and its Optimal Algorithm

金 周 弘* · 李 洸 植**

(Joo-Hong Kim · Kwang-Jeek Lee)

요 약

본 논문에서는 토로이드형 변압기의 일관성있는 설계법과 그 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 코아內的 磁氣에너지로부터 기본식을 誘導하고 코아의 형태와 鐵과 銅의 比에 關係된 3개의 매개변수(K_1 , K_2 , K_w)를 설정하여서 설계에 필요한 모든 정보를 한개의 기준변수(여기서는 코아의 內徑)에 集約시키므로써 일관성있는 설계가 가능토록하였다. 그리고 매개변수의 최적치를 결정하기위한 알고리즘을 작성하여서 변압기의 費用, 무게, 부피등을 최소화한 설계법을 제시하고, CAD에 의하여 이의 有用성을 확인하였다.

Abstract

This study proposes a unified method to design toroidal transformer and its optimal design algorithm. This unified design method was derived from the fundamental equation of power on the basis of electromagnetic energy of a core and the definition of three parameters(K_1 , K_2 , K_w) that influence the form of a core and the ratio of a core and coil. Accordingly this design method condenses the whole data for design of toroidal transformer to a standard variable which is the inner diameter of a core.

The minimal cost, weight and volume values of the transformer were computed by means of the algorithm to search the optimal values of the parameters. Furthermore, through the CAD, the efficiency of this unified design method and optimal algorithm proposed in this paper was confirmed.

* 正 會 員 : 동국대학교 전자공학과 교수

** 正 會 員 : 서울산업대학 매체공학과 조교수

接受日字 : 1991年 6月 14日

1. 序 論

오늘날의 家電機器 및 事務機器(電算等)는 마이크로 전자공학의 발달에 따라 小形, 輕量化의 趨勢에 있다. 이들 기기의 構成 요소 중에서 부피와 무게를 가장 크게 차지하고 있는 것은 電源部이며 특히 變壓器가 차지한 比重은 매우 크다.

따라서 變壓器 設計에 있어 토로이드 코아 사용시는 方向性 코아의 압연방향과 磁束 방향을 일치시킬 수 있으므로 方向성 코아의 特性을 최대한 이용할 수 있을 뿐만 아니라 코아의 전표면에 코일이 감겨져 있어 방열효과가 크므로 EI형 변압기에 비해 전류밀도를 약 2배로 취할 수 있어 전원용의 변압기의 무게와 부피를 줄일 수 있다.

토로이드 코아는 從來에 가장 많이 사용한 EI 및 EE코아에 비하여 부피 및 무게가 약 1/3 乃至 2/3以下로 제작이 가능하며¹⁾ 특히 높이가 낮은 薄形으로 만드는데 有利하다. 또한 Switching Mode Power Supply(SMPS)의 펄스 트랜스포머에서 사용된 고주파변압기에서도 페라이트의 토로이드형 코아가 主流를 이루고 있다.²⁾

近來의 變壓器 最適設計方法은, 從來의 施行 錯誤法과 달리 컴퓨터를 이용하여 변압기의 製造費用, 무게 및 부피등을 최적이론과 수치계산법으로 一層 精密하게 算出이 可能하게 되었다.

본 본문에서는 토로이드형 코아를 사용한 상용 주파수 鐵心變壓기의 설계법으로, 磁氣에너지 保存法則에서 설계의 기본식을 誘導하고, 3개의 媒介變數를 설정하여서 변압기의 形態와 그 크기를 決定할 수 있도록 一貫性있는 설계법과 最適설계알고리즘을 提案하였으며, CAD에 의하여 그 設計值를 추출하고, 유용성을 檢討하였다.

2. 一貫性있는 토로이드形 변압기 설계법의 提案

2.1 磁氣에너지와 電力

변압기는 그림 1과 같이 電氣에너지(入力)를 磁氣에너지로 變換시킨후 다시 電氣에너지(出力)로 轉換시키는 裝置이며 이들간의 에너지 保存則이 成立한다. 그러나, 에너지의 接受가 電氣的으로 직결되 있는것이 아니고 磁束에 의해 연결되므로 변압기의 電力容量 P를 코아내의 磁氣에너지에서 導出하였다.

따라서 코아 內의 磁氣에너지를 E_m , 부피를 V_m 이라하고 磁氣에너지 密度에 관한 關係式으로 표시하면 다음과 같다.

$$E_m = V_m HB/2 \dots\dots\dots(2-1)$$

V_m : 코아의 부피

B : 코아의 磁束密度

H : 코아의 磁界세기

그리고 코아의 전력 P는 磁界에너지 E_m 의 시간적 變化이므로 측정되는 에너지를 電力으로 표시하면

$$P = dE_m/dt = V_m B dH/dt \dots\dots\dots(2-2)$$

이나 코아의 부피 V_m 은 實際 製作과정에서는 占的率 K_m 을 考慮하여야 하므로 위의 式은 (2-3)式으로 된다.

$$P = V_m K_m B dH/dt \dots\dots\dots(2-3)$$

2.2 코아의 斷面積

위 식으로 표시된 전력P와 코아 단면적과의 관계를 표시하기 위하여, 토로이드 코아 磁路의 평균길이를 L_m , 그때의 斷面積을 A_m 이라 하면, 磁界 H는

$$H = N I/L_m \dots\dots\dots(2-4)$$

이고, (2-3)式에 위식을 대입하면

$$P = K_m N A_m B dI/dt \dots\dots\dots(2-5)$$

가 된다. 여기서 N는 코일의 捲線數이고 I는 코일에 흐르는 電流이다. 또한 주파수가 f인 正弦波交流인 境遇(2-5)식은

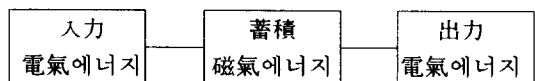


그림 1. 變壓器의 에너지變換

Fig. 1. The energy conversion of transformer.

$P = K_m N A_m B \omega I \dots\dots\dots(2-6)$
 이 되고, 여기서 磁束密度的 最大值와 實效值 관계를 적용하면, $\sqrt{2} B_m = B$ 이므로 코아의 斷面積 A_m 은

$$A_m = \frac{1}{\sqrt{2} K_m \pi} \frac{1}{N I} \frac{P}{f B_m} \dots\dots\dots(2-7)$$

이 된다. 여기서 전력 P, 전류 I는 실효값을 취하였다.

2.3 코일의 斷面積

코아의 감겨있는 一次 코일의 斷面積을 A_{c1} 은 코일 한개 導線의 단면적 a_1 과 一次 코일의 捲線數 N_1 의 積으로 주어진다.

$$A_{c1} = N_1 a_1 \dots\dots\dots(2-8)$$

이와 마찬가지로 二次 코일의 斷面積 A_{c2} 도

$$A_{c2} = N_2 a_2 \dots\dots\dots(2-9)$$

로 주어지므로 全體의 斷面積 A_c 는

$$A_c = A_{c1} + A_{c2} \\ = N_1 a_1 + N_2 a_2 \dots\dots\dots(2-10)$$

으로 주어진다. 그러나 一次 및 二次 코일에 의한 斷面積은 같다고 가정하면

$$A_c = 2N A_{c1} \\ = 2N(I/J) \dots\dots\dots(2-11)$$

이다. 여기서 $N = N_1$ 이고 I는 一次 코일의 電流이며 J는 코일의 電流密度로 하여 코아에 감긴 코일 전체 단면적 A_c 를 式(2-11)과 같이 표시하였다.

2.4 媒介變數의 設定

토로이드형 변압기의 기하학적 제원은, 그림 2에서, 서로 독립적으로 결정지어야 할 것이 D

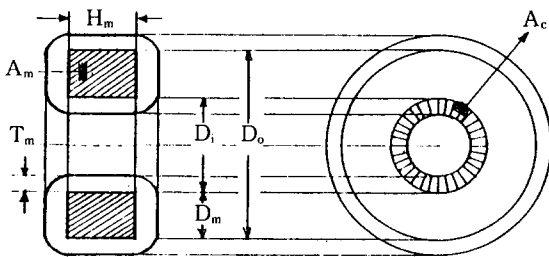


그림 2. 토로이드 변압기의 斷面圖

Fig. 2. the cross section of toroidal transformer.

, H_m, D_m(또는 D_o)와 A_c의 4개이다. 여기서 式(2-12)와 같이 매개변수 K₁, K₂, K_w를 설정하면 위의 4개의 변수는 구속조건이 3개이므로 독립변수는 한개로 歸着된다. 따라서 이 독립변수를 설계의 기준변수로 하면 변압기의 모든 제원은 이 기준변수에 의하여 一義적으로 계산된다.

$$k_1 = D_m / D_1 \dots\dots\dots(2-12)$$

$$k_2 = H_m / D_m$$

$$K_w = A_{ca} / A_w$$

그리고 式(2-12)에서 코아와 코일과의 關係數로 취한 媒介變數 K_w는 창 的 充滿係數(fill factor)에 該當한다. A_w는 窓面積(window area)으로 코아內側의 面積이며, A_{ca}는 코아에 감긴 코일의 外見上의 斷面積이다. 이때 코일의 外見上의 斷面積 A_{ca}는 실제적인 導線의 斷面積 A_c와, 導線間의 空白 그리고 絶緣物을 包含한 占率積 K_c에 의하여

$$A_{ca} = A_c K_c \dots\dots\dots(2-13)$$

가 된다. 充滿係數 K_w는 토로이드 코아에서만 必要한 계수로써 工作時의 制限에 의하여 0.5乃至 0.75정도 사이에서 값을 취한다.

여기서

- D₁: 코아 內徑 D_o: 코아 外徑
- H_m: 코아 높이 T_m: 코일의 감은 두께
- D_m: 코아 斷面積의 幅
- A_c: 코일의 斷面積

2.5 設計法

前述한 媒介變數 K₁과 K₂ 그리고 K_w를 使用하고, 코아의 크기와 형태를 결정짓는 基準變數들을 이용하는 설계過程은 그림 4와 같다.

여기서는 코아의 內徑 D₁를 기준변수로 取하여 設計를 실행하였다. 그림 2에서 코아의 面積

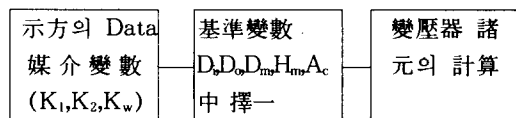


그림 3. 변압기의 설계 공정

Fig. 3. the design process of transformer.

$$A_m = D_m H_m = K_1^2 K_2 D_i^2 \dots (2-14)$$

으로 주어지며, (2-7)식과 (2-14)식에서 $D_i^2 = P / (\sqrt{2\pi} K_m K_1^2 K_2 N I f B_m \dots) (2-15)$ 으로 성립한다. 이때 다시 코일과의 相關關係를 맺기 위하여 식(2-11)를 NI에 대하여 정리하고 식(2-12)와 식(2-13)를 대입하여 표시하면

$$NI = A_c (J_i / 2) = (K_w K_c K_w J_i) / 2$$

으로 주어진다. 또한 코아의 창면적 A_w 는 $A_w = (\pi D_i^2) / 4 \dots (2-17)$ 이므로 다시

$$NI = (K_w K_c \pi D_i^2 J_i) / 8 \dots (2-18)$$

이 된다. 따라서 (2-15)식과 (2-18)식에서 $D_i^4 = (4\sqrt{2} P) / (K_m K_1^2 K_2 K_w K_c \pi^2) (f B_m J_i) \dots (2-19)$

으로 주어진다. 위 식은 코아의 內徑 D_i 를 기준변수로 취하여 변압기의 시방과 이에따른 제원 및 매개변수등, 변압기 설계에 필요한 모든 정보들이 포함되어 있다. 따라서 D_i 의 결정은 바로 변압기의 설계를 의미하므로, 위식을 일관성있는 토로이드형 변압기 설계법으로 사용하였다.

2.6 제안한 설계법에 의한 CAD

표 1 과 같은 사양을 갖는 電源用 토로이드形 변압기를 설계하는데 있어서 媒介變數를 任意의 값 $K_1=0.4, K_2=2, K_w=0.75$ 와 같이 擇하고 식(2-19)로 제안된 설계법을 기본식으로 하여 그림 4와 같은 CAD신호흐름도에 의해서 변압기를 設計하였다. 그 結果는 表 2와 같으며 일관된 설계법을 사용함으로써 변압기의 제원 및 코아와 코일의 데이터를 쉽게 얻을 수

表 1. 변압기의 사양

Table 1. The specification of transformer.

A_c [volt]	$V_i=100$	$V_o=400.00$
Current[A]	$I_i=5.26$	$I_o=1.25$
Power[W]	$P_i=526.32$	$P_o=500.00$
Frequency[Hz]	$f=60.00$	

있었다. 여기서 CAD프로그램은 C言語로 作成하였고 該當된 함수를 側面에 표시하였다.

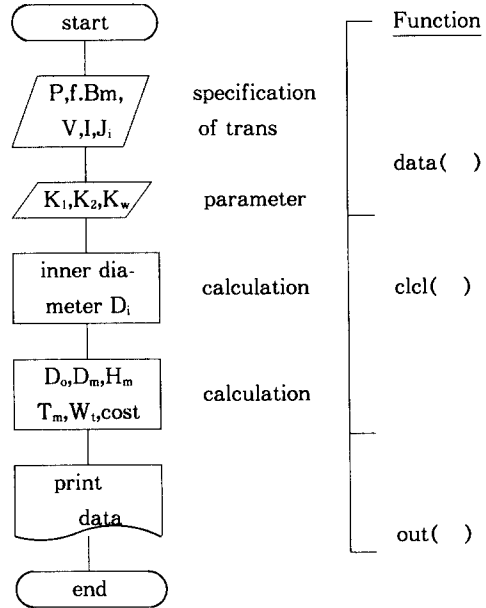


그림 4. 變壓器의 설계 신호흐름도 Fig. 4. The CAD signal flow-chart

表 2. 사양(표1)에 대한 변압기 설계치

Table 2. The calculated results depending on the specification of table 1.

a) 변압기의 데이터.

費用 [원]	$P_i=3717.39$
무게 [gram]	$W_t=1850.87$
부피 [cm ³]	$V_i=229.70$

b) 코아 데이터

內徑 D_i [mm]	$=45.68$	높이 H_m [mm]	$=36.54$
外徑 D_o [mm]	$=82.22$	가격 [원]	$=1223.47$
부피 V_m [cm ³]	$=134.15$	斷面的[mm/mm]	$=667.72$
幅 D_m [mm]	$=18.27$	무게 W_m [gr]	$=1019.56$

c) 코일 데이터

$N_1=3351.36$	fill factor	$=0.75$	
$N_2=1479.40$	두께 T [mm]	$=6.15$	
d_i [mm]	$=1.16$	무게 W_o [gr]	$=831.31$
d_2 [mm]	$=0.56$	부피 V_c [cm ³]	$=95.55$
密度 J_i [A/mm ²]	4.99	가격 [원]	$=2493.92$
Net A_c [mm ²]	$=741.04$		

3. 최적설계 알고리즘

3.1 알고리즘

위의 설계에 있어서는 3개의 매개변수를 임의로 정하였으므로 이들에 대한 선택의 자유도가 있어 최적화가 가능하다. 따라서 표 11의 사양을 갖는 변압기에 대한 최적설계를 위하여 K_1 , K_2 , K_w 를 독립변수로 한 성능지표(performance index) J 는 다음과 같이 정하였다.

$$J = W_1(\text{cost})^2 + W_2W_1^2 + W_3V_1^2 \dots \dots \dots (3-1)$$

여기서 cost는 변압기의 코아 및 코일의 비용이고, W_1 는 변압기의 무게, V_1 는 外箱 및 絶緣油등이 除外된 변압기의 부피이며, W_1 , W_2 , W_3 는 각각의 荷重函數이다.

또한 매개변수의 최적치 계산법은 그림 5의 신호흐름도와 같다. 신호흐름도에 표시된 U_1 과 U_2 는 설정한 매개변수의 범위를 입력한 벡터이며, function(ODS.H)는 최적 2점 탐색법의 프로그램⁹⁾으로, 이것은 성능지표 J 의 최소치를

결정하기 위한, 매개변수의 최적치를 계산하는 알고리즘이다. 변압기 자체의 설계는 그림 4의 신호흐름도를 이용하였으며 식(3-1)의 各 荷重函數에 관한 계산결과는 표 3과 같다.

3.2 最適設計例와 그에 대한 考察

表 4는 媒介變數의 範圍를 $K_1=0.2\sim 1.5$, $K_2=0.5\sim 3.0$, $K_w=0.2\sim 0.75$ 로 주고 그림 5와 같은 신호의 흐름도에 의해서 反復計算한 결과이다. 여기서는 식(3-1)의 성능지표에 표시된 各 荷重函數의 크기를 $W_1=1$, $W_2=1$, $W_3=0$ 으로 하였다. 그 결과 표 4에 나타난 바와 같이 10회에서 最適設計值에 到達하였으며, 이때 변압기의 費用, 무게, 부피의 설계치와, 코아와 코일의 데이터를 표 5에 표시하였다. 동일한 示方에 對한 最適設計치와 媒介變數를 任意의 값으로 定한 설계치의 比較(費用, 무게, 부피)는 표 6으로 나타내었다.

이와같은 설계예의 결과를 고찰하면, 변압기

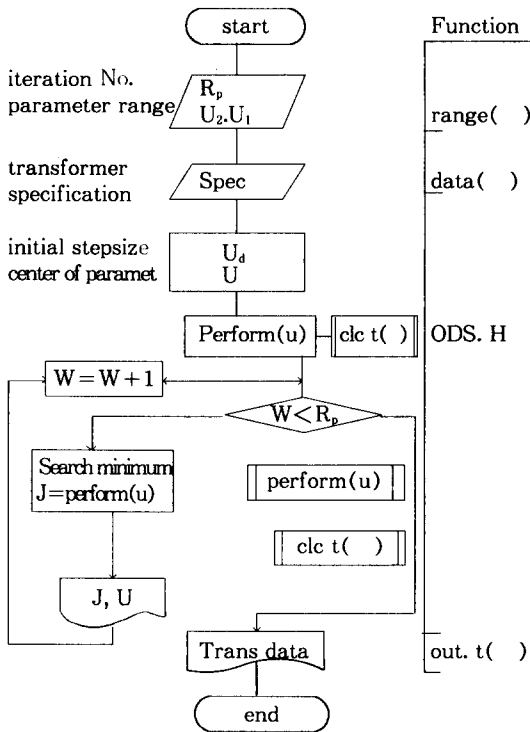


그림 5. 最適設計 신호흐름도

Fig. 5. The optimized signal flow-chart.

표 3. 各 荷重 函數에 따른 計算值

Table 3. The calculated values depending on the weight functions.

W_1, W_2, W_3	1, 0, 0	1, 1, 2	1, 1, 0	0, 1, 0
費用[원]	3599.36	3613.69	3613.69	3889.11
무게[gram]	1975.34	1916.06	1916.70	1835.78
부피[cm ³]	248.55	240.06	240.07	225.97

表 4. 媒介變數 變化에 따른 性能指標值

Table 4. The performance indices depending on K_1 , K_2, K_w (단 $W_1=1, W_2=1, W_3=0$)

itr	performance index	K_1	K_2	K_w
1	17424411.1834	0.4167	1.7500	0.6583
2	17038493.9881	0.5611	1.4722	0.7194
3	16797313.1786	0.5130	1.5648	0.7398
4	16753808.9408	0.5130	1.5957	0.7466
5	16739764.4508	0.5130	1.6060	0.7489
6	16734843.8597	0.5147	1.6094	0.7496
7	16733276.8757	0.5153	1.6105	0.7499
8	16732762.4667	0.5155	1.6109	0.7500
9	16732592.7314	0.5155	1.6110	0.7500
10	16732537.6414	0.5155	1.6111	0.7500

表 5. 사양(표1)에 대한 변압기의 最適設計值
Table 5. The optimized values of transformer depending on the specification of the table 1.

a) 변압기 데이터

費用[원]	$P_r = 3613.64$
무게[gram]	$W_r = 1916.81$
부피[cm ³]	$V_r = 240.07$

b) 코아 데이터

內徑 D_i [mm]=42.47	높이 H_m [mm]=35.28
外徑 D_o [mm]=86.26	가격 [원]=1424.54
부피 V_m [cm ³]=156.20	斷面的[mm/mm]=772.44
幅 D_m [mm]=21.90	무게 W_m [gr]=1187.11

c) 코일 데이터

$N_1 = 303.73$	fill factor=0.75
$N_2 = 1278.85$	두께 T [mm]=5.28
d_i [mm]=1.16	무게 $W_o = 729.70$ [gr]
$d_o = 0.56$	부피 $V_c = 83.87$ [cm ³]
密度 $J_1 = 4.99$	가격 [원]=2189.10
Net $A_c = 640.58$ [mm ²]	

의 일관된 설계를 위하여 코아의 內徑으로 導出된 式에서 豫測한 바와 같이 변압기의 內徑 D_i 는 $\sqrt{K_1^2 K_2}$ 에 의해 거의 反比例함을 알 수 있다. 또한 媒介變數 探索範圍의 變化에 最適 K_1, K_2 값의 變化는 1% 以內이며 費用이나 무게등의 變化는 그 偏差가 15p.p.m. 以內로 充分한 正確度を 나타내었다. 아울러 充滿係數에 該當하는 K_w 는 클수록 좋으므로 이는 製作이 可能한 範圍에서 크게 取하는 것이 費用節減과 小型·輕量化에 도움이 된 것을 알 수 있다.

4. 結 論

에너지保存則에 의하여 토로이드 코아의 磁氣에너지로부터 변압기의 基本設計公式를 誘導하고 3개의 媒介變數(K_1, K_2, K_w)를 定義하여서 변압기設計法을 코아의 內徑 D_i 로 表示된 一貫된 설계법으로 導出하였으며 最適設計法에 의하여 이를 實現한 結果는 다음과 같다.

1) 사양과 材質등의 설계에 必要한 모든 情

表 6. 設計値의 比較

Table 6. The comparison between table 2 and table 5.

구 분	設計値	最適設計値
費用[원]	3717.39	3613.64
무게[gram]	1850.87	1916.81
부피[cm ³]	229.70	240.07

報를, 기준변수로 택한 토로이드 코아의 內徑에 反映시켜서 일관된 설계가 가능하였다.

2) 媒介變數(K_1, K_2, K_w)을 獨立變數로 取하여 費用, 무게, 부피등을 最小로 하는 最適 설계에 關한 알고리즘을 提示하고 設計例에 의하여 그 有用性を 確認하였다.

이와같이 提案한 설계법은 토로이드形 電源用變壓器에 關한 것이며, EIC코아형이나 高周波用 펄스 트랜스포머에서도 약간의 수정에 거의 유사한 설계법이 適用될 것으로 展望된다.

참 고 문 헌

- 1) 金潤東, "小形強壓器 品質改善研究", 한국전력공사 기술연구원, KRC-87D-S07, pp.45-50, Dec. 1989.
- 2) N.R.Coonrod, "Transformer computer design aid for higher frequency switching power suppliers", IEEE Trans. power electronics, vol. 4, pp.248-256, Oct. 1986.
- 3) Yoshinori UEDA의 2인, "An evaluation of leakage inductance for toroidal core transformers", 電氣通信學會誌, vol.J67, pp.769-776, Oct. 1984.
- 4) W.T.McLyman, "Improved production of gapped-ferrite transformer cores", Insulation/Circuits Journal, vol. 27, pp.26-27, Feb. 1981.
- 5) W.H.Hayt, Engineering electromagnetics, 5th edition, McGraw-Hill, 1988, p.297.
- 6) K.H.Billings, Handbook of switchmode power supplies, McGraw-Hill, 1989, pp.2.6~2.15.
- 7) E.R.Hnatek, Design of solid-state power supplies, 2nd edition, Van no-strand Reinhold Company, 1981, pp.155~160.
- 8) M.H.Rashid, Power electronics circuits, devices, and applications, Prentice Hall, 1988, p.293.
- 9) 崔亨準, "Recursive midpoint sorting algorithm for optimal design of controller", 동국대학교 전자공학과 석사학위논문, 1986년.