

## 피로 균열 전파 거동에 대한 실험식

김 상 철\*, 강 동 명\*\*, 우 창 기\*\*\*

### An Experimental Equation on the Fatigue Crack Growth Rate Behavior

Sang Chul Kim\*, Dong Myeong Kang\*\*, Chang Gi Woo\*\*\*

#### Abstract

We propose the crack growth rate equation which applied over three regions (threshold region, stable region, unstable region) of fatigue crack propagation. Constant stress amplitude fatigue tests are conducted for four materials under three stress ratios of  $R=0.05$ ,  $R=0.2$  and  $R=0.4$ .

Materials which have different mechanical properties i. e. stainless steel, low carbon steel, medium carbon steel and aluminum alloy are used.

The fatigue crack growth rate equation is given by

$$da/dN = \beta(1-R)^\sigma (\Delta K - \Delta K_t)^\alpha / (K_{c,r} - K_{max})$$

where  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\delta$  are constants, and  $\Delta K_t$  is stress intensity factor range at low  $\Delta K$  region. The constants are obtained from nonlinear least square method.  $K_{c,r}$  is critical fatigue stress intensity factor.

The relation between half crack length and number of cycles obtained by integrating the crack growth rate equation is in agreement with the experimental data.

It is also experimented with constant maximum stress and decreasing stress ratios, and the fatigue crack growth rate of each material is in accord with the proposed equation.

\* 인하대학교 기계공학과(종신회원)

\*\* 인하대학교 대학원

\*\*\* 인천대학교 기계공학과(종신 회원)

## 1. 서 론

규칙 또는 불규칙적인 하중에 의한 피로균열전파거동은 재료, 응력비, 환경 및 미시조직등 여러가지 요인에 의하여 그 양상을 달리한다. 일반적으로 3단계 영역(초기 영역, 안정 영역, 불안정 영역)으로 나누어지는 피로균열성장 속도에 대한 해석은 부분적인 영역에 대하여 많은 이론과 모델등이 제안되어 있다<sup>(1-3)</sup>. 그러나 피로균열전파거동의 공학적 응용을 위해서는 3단계 영역에 대하여 동시에 작용할 수 있는 피로균열성장속도의 관계식이 요구된다.

본 연구에서는 3단계 영역에 대하여 적용되는 실험식을 제안하였고, 기계적성질이 다른 네가지 재료(SUS304, SS41, SM45C 및 Al 1060)에 대하여 응력비를 달리하는 일정응력진폭피로시험과 응력비를 감소 시키면서 최대응력을 일정하게하는 피로시험의 피로균열성장거동과 비교 검토하였다.

## 2. 실험식의 수정 제안

3단계 영역으로 나누어지는 피로균열 성장거동 가운데 불안정 영역 및 초기영역은 다음의 조건들을 만족해야 한다.

$$\lim_{K_{max} \rightarrow K_{cf}} da / dN = \infty \quad (2.1)$$

$$\lim_{\Delta K \rightarrow \Delta K_t} da / dN = 0 \quad (2.2)$$

식 (2.1)의  $K_{cf}$ 는 임계피로응력세기 계수이며 다음과 같이 정의한다<sup>(3)</sup>.

$$K_{cf} = \sigma_{max} \sqrt{a_{cf}} F(a/W) \quad (2.3)$$

여기서  $a_{cf}$ 는 파괴직전의 피로균열 길이이고,  $F(a/W)$ 는 형상계수이며 다음과 같다.

$$F(a/W) = 1.77[1 - 0.1(2a/W) + (2a/W)^2]$$

여기서  $W$ 는 시험편의 폭이다.

식 (2.2)의  $\Delta K_t$ 는 피로균열 성장속도가 충분히 낮은  $\Delta K$  영역에서의 대략적인  $\Delta K$  값이다.

Forman식<sup>(5)</sup>에 의하면  $K_{max} = \Delta K / (1-R)$ 로 쓸 수 있으며 식(2.1)은  $[(1-R)K_{cf} - \Delta K]$ 에서 특이성(singularity)을 가지며, 식 (2.2)은 지수함수 형태인  $(\Delta K - \Delta K_t)^\alpha$ 의 형태로 나타낼 수도 있다. 여기서  $\alpha$ 는 상수이며, 따라서 피로균열성장속도( $da/dN$ )는 식 (2.1)과 (2.2)를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K - \Delta K_t)^\alpha}{[(1-R)K_{cf} - \Delta K]} \quad (2.4)$$

여기서  $\alpha$ 와  $C$ 를 상수로 놓고 응력비 조건을 다르게 하여 피로균열성장속도( $da/dN$ )를 구하면 응력비가 클수록 3단계영역의 각 영역에서 피로균열성장속도는 크게 나타난다. (단  $\alpha > 0$ )

그러나 대부분 재료들의 피로균열전파거동은 피로균열성장영역 가운데 초기영역과 불안정영역에서는 응력비의 영향을 크게 받으나 안정영역에서는 응력비의 영향이 크지않음이 보고되어 있다<sup>(6)</sup>. 이러한 피로균열성장곡선의 특성을 감안하여 본연구에서는 다음과 같은 실험식을 제안하였다.

$$\frac{da}{dN} = \frac{\beta(1-R)^\delta (\Delta K - \Delta K_t)^\alpha}{[(1-R)K_{cf} - \Delta K]} \quad (2.4)$$

여기서  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  및  $\Delta K_t$ 는 비선형 최소자승법을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

## 3. 비선형 최소자승법 (nonlinear least square method)

이 방법은 Newton-Raphson법의 반복절차를 이용한 것으로 예로서 4개의 미지수를 포함하는 임의의 함수  $g_k$ 를

$$g_k(\alpha, \beta, \delta, \Delta K_t) = 0 \quad (3.1)$$

로 놓고 식(3.1)에 대하여 Taylor의 급수전개를 하면 다음과 같이된다.

$$(g_k)_{i+1} = (g_k)_i + (\partial g_k / \partial \alpha)_i \Delta \alpha + (\partial g_k / \partial \beta)_i \Delta \beta + (\partial g_k / \partial \delta)_i \Delta \delta + (\partial g_k / \partial (\Delta K_i))_i \Delta (\Delta K_i) \quad (3.2)$$

여기서  $K=1, 2, 3, 4, \dots, M$ , ( $M \geq 4$ ) 되며  $i$ 는 반복 회수이고 식 (3.1)로부터  $(g_k)_{i+1} = 0$ 이 됨을 알 수 있다<sup>(7)</sup>. 따라서  $(g_k)_i$ 는 다음과 같이 된다.

$$-(g_k)_i = (\partial g_k / \partial \alpha)_i \Delta \alpha + (\partial g_k / \partial \beta)_i \Delta \beta + (\partial g_k / \partial \delta)_i \Delta \delta + (\partial g_k / \partial (\Delta K_i))_i \Delta (\Delta K_i) \quad (3.3)$$

이것을 행렬식 형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[g] = [b][\Delta A] \quad (3.3)$$

여기서  $[g]$ 는 다음과 같다.

$$[g] = \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \\ \vdots \\ -g_M \end{bmatrix}; [b] = \begin{bmatrix} \partial g_1 / \partial \alpha & \partial g_1 / \partial \beta \\ \vdots & \vdots \\ \partial g_M / \partial \alpha & \partial g_M / \partial \beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \partial g_1 / \partial \delta & \partial g_1 / \partial (\Delta K_i) \\ \vdots & \vdots \\ \partial g_M / \partial \delta & \partial g_M / \partial (\Delta K_i) \end{bmatrix};$$

$$[\Delta A] = \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \delta \\ \Delta (\Delta K_i) \end{bmatrix}$$

따라서  $[\Delta A]$ 는 다음과 같이 된다.

$$[\Delta A] = [d]^{-1} [b]^T [g] \quad (3.5)$$

여기서  $[d] = [b]^T [b]$ 이다.

본 논문에 이 방법을 적용하기 위해서  $g_k$ 를 다음과 같이 쓴다.

$$g_k = \frac{\beta(1-R)^\alpha [(\Delta K)_k - \Delta K_i]^\alpha}{K_{c,r} - (K_{max})_k} - \left( \frac{da}{dN} \right)_k \quad (3.6)$$

이 절차를 요약한 플로우차트(flow chart)는 Fig.1과 같다.

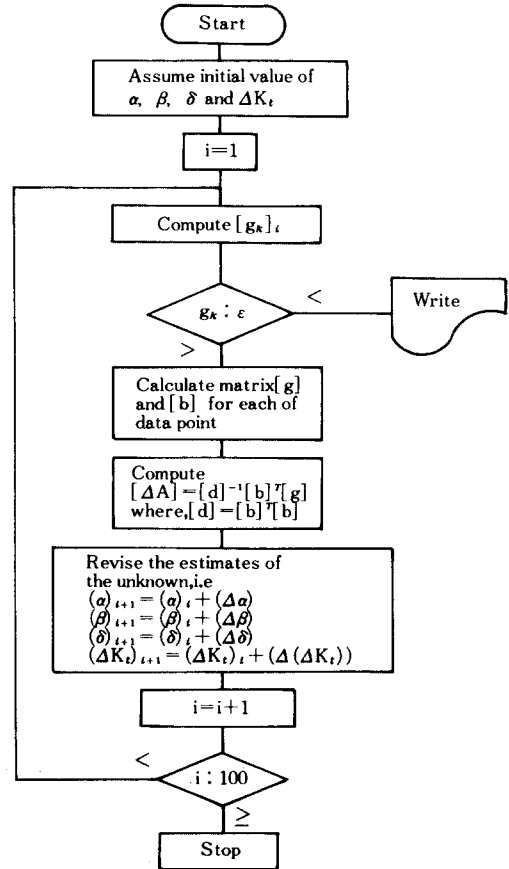


Fig.1 Flow chart of nonlinear least square method

#### 4. 실험 방법

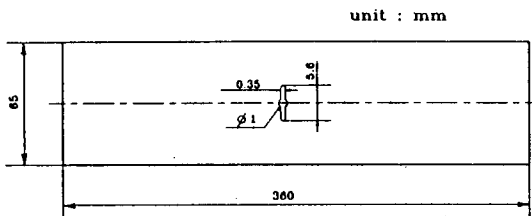
본 실험에 사용된 재료는 두께가 4mm인 스테인레스 강(SUS 304), 열간 압연강(SS 41) 및 알루미늄(Al 1060)과 두께가 2.8mm인 기계구조용 탄소강(SM 45C)를 택하였다.

인장시험을 행하여 재료들의 기계적 성질을 구하였으며, 표 A에는 인장 시험으로부터 구한 각 재료의 기계적 성질을 나타내었다.

**Table A Mechanical properties**

Material properties	Young's modulus	Yield strength	Tensile strength	Elongation percentage	Poisson's ratio
	E (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)	(%)	( $\nu$ )
Stainless steel (SUS 304)	$2.01 \times 10^5$	330	670	62	0.30
Steel (SS 41)	$2.10 \times 10^5$	315	440	25	0.29
Steel (SM45C)	$2.12 \times 10^5$	365	640	22	0.31
Aluminum (Al 1060)	$5.58 \times 10^4$	108	118	6.3	0.32

피로시험편은 ASTM E647규정에 따라 CCT (center cracked tension) 시험편을 폭(W)이 65mm가 되게하고 노치는 중앙부로부터 양쪽으로 2.8mm가 되도록 가공하였으며, Fig. 2에 나타내었다.



**Fig.2 Fatigue test specimen**

피로시험은 일정응력진폭시험(constant stress amplitude test)을 행하였고, 파형으로는 10Hz의 정현파를 택하였으며, 균열길이는 1/100mm까지 측정 가능한 이동식 현미경(travelling microscope)을 이용하여 관찰 및 측정하였다.

**Table B Load conditions (constant stress amplitude test)**

Material	$P_{max}$ (kN)	$P_{min}$ (kN)	Stress ratio (R)
Stainless steel (SUS 304)	40	2	0.05
	40	8	0.20
	40	16	0.40
Steel (SS 41)	40	2	0.05
	40	8	0.20
	40	16	0.40
Steel (SM45C)	32	1.6	0.05
	32	6.4	0.20
	32	12.8	0.40
Aluminum (Al 1060)	16	0.8	0.05
	16	3.2	0.20
	16	6.4	0.40

본 피로시험은 응력비(R)를  $R=0.05$ ,  $R=0.2$  및  $R=0.4$ 로 구분하여 행하였으며, 표 B에는 각 재료의 하중 조건을 나타내었다.

또한, 최대하중( $P_{max}$ )을 일정하게 유지하고 응력비를 점차적으로 감소시키는 피로시험방법은 초기응력비를 0.6으로 설정하고 피로균열의 증가에 따라 0.05씩 감소 시키면서 최종응력비가 0.05가 되도록 하였다. 따라서 평균하중( $P_{mean}$ )은 점차적으로 감소하는 반면 응력진폭은 점차적으로 증가하게 된다. 이때의 하중조건은 표 C에 나타내었다.

**Table C Load conditions ( $P_{max}$  & R decreasing test)**

Material	$P_{max}$ (kN)	Stress ratio (R)	$\Delta P$
Stainless steel (SUS 304)	40	0.6→0.05	= $P_{max} \times (1-R)$
Steel (SS 41)	40	0.6→0.05	
Steel (SM45C)	32	0.6→0.05	
Aluminum (Al 1060)	16	0.6→0.05	

## 5. 실험 결과 및 고찰

세가지 조건의 응력비 하에서는 일정 응력 진폭시험의 결과를 각 재료에 대하여 피로균열 길이와 하중 반복회수와의 관계로 스테인레스강(SUS45C)은 Fig. 3, 열간 압연강(SS 41)은 Fig. 4, 기계구조용 탄소강(SM45C)은 Fig. 5, 알루미늄(Al 1060)은 Fig. 6에 각각 나타내었다.

이 시험의 결과를 피로균열성장속도(da/dN)와 응력확대계수 폭( $\Delta K$ )과의 관계로 스테인레스강은 Fig. 7, 열간압연강은 Fig. 8, 기계구조용 탄소강은 Fig. 9, 알루미늄은 Fig. 10에 각각 나타내었다. 이들 그림에서 보는 바와 같이 각 재료들은 피로균열 성장의 초기영역과 불안정 영역에서 응력비의 영향을 크게 받으나, 균열성장 안정영역에서는 응력비의 영향이 크지 않음을 알 수 있다. 여기서 실선은 제안된 형식에 의한 것이며 실험치와 잘 일치하였다.

표 D에는 비선형 최소자승법에 의하여 구한값을

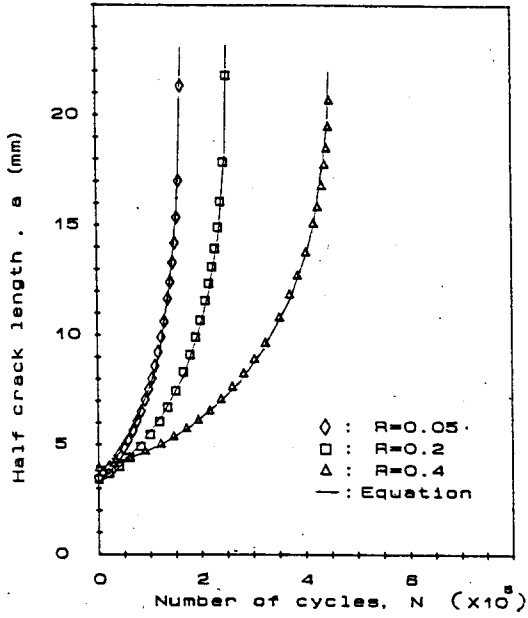


Fig.3 Half crack length vs. number of cycles for SUS 304

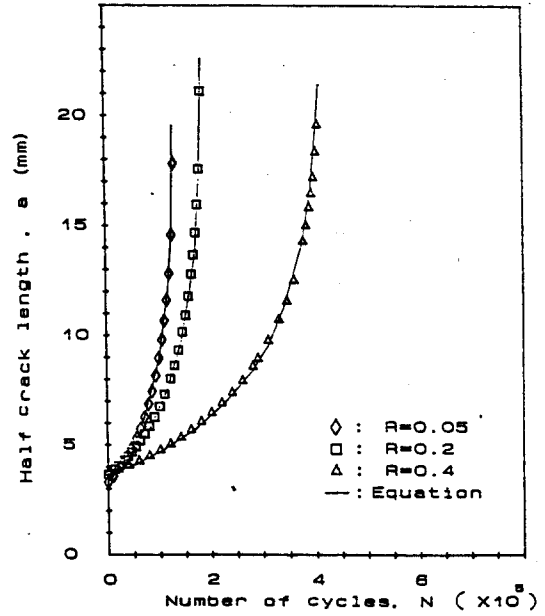


Fig.5 Half crack length vs. number of cycles for SM 45C

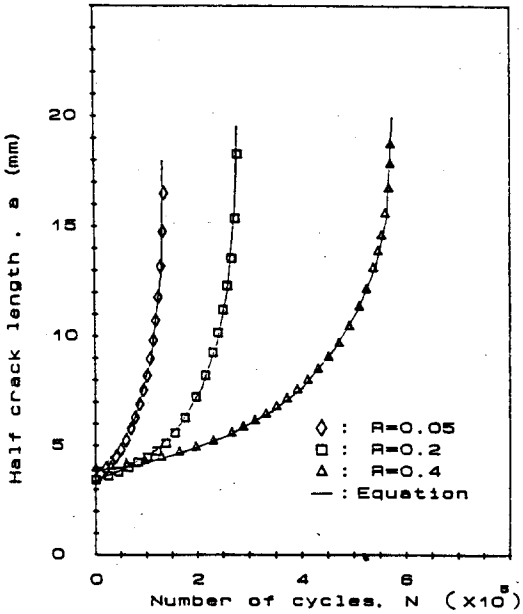


Fig.4 Half crack length vs. number of cycles for SS 41

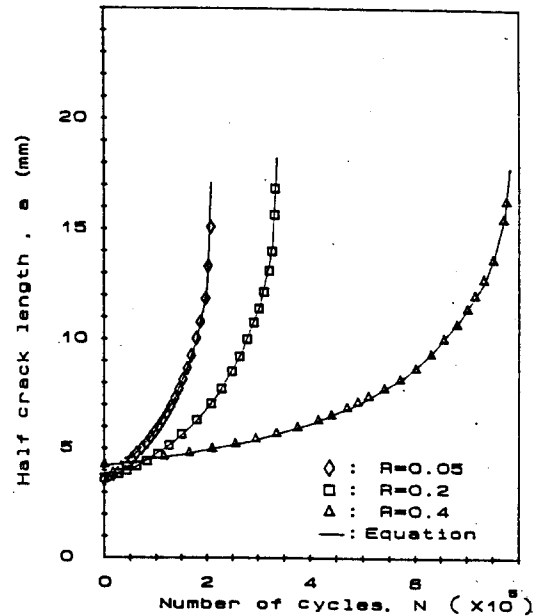


Fig.6 Half crack length vs. number of cycles for Al 1060

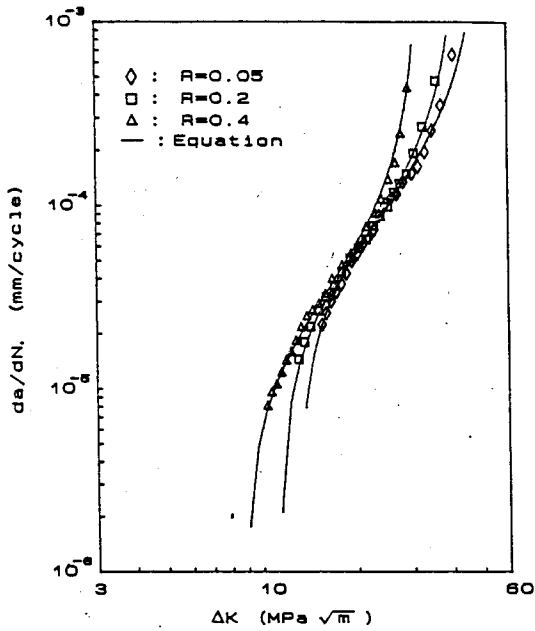


Fig. 7 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SUS 304

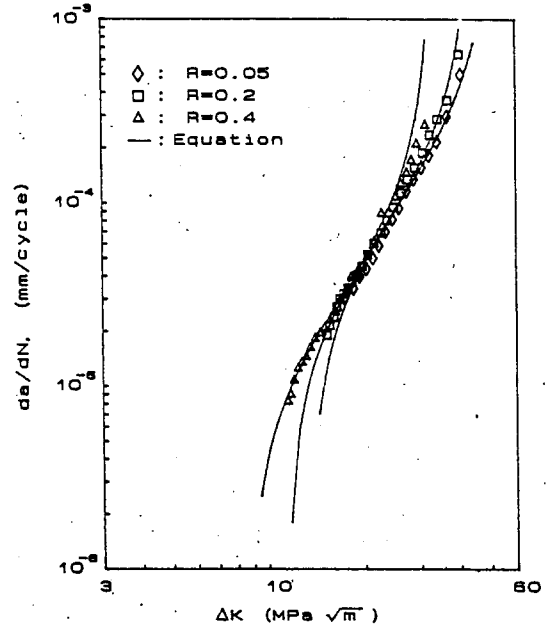


Fig. 9 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SM 45C

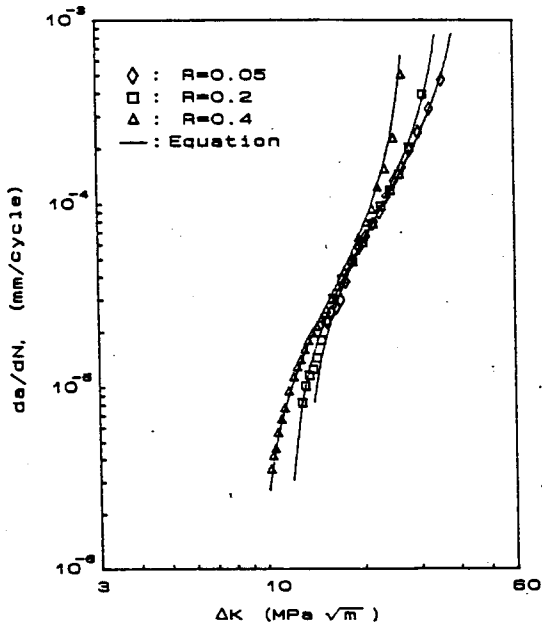


Fig. 8 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SS 41

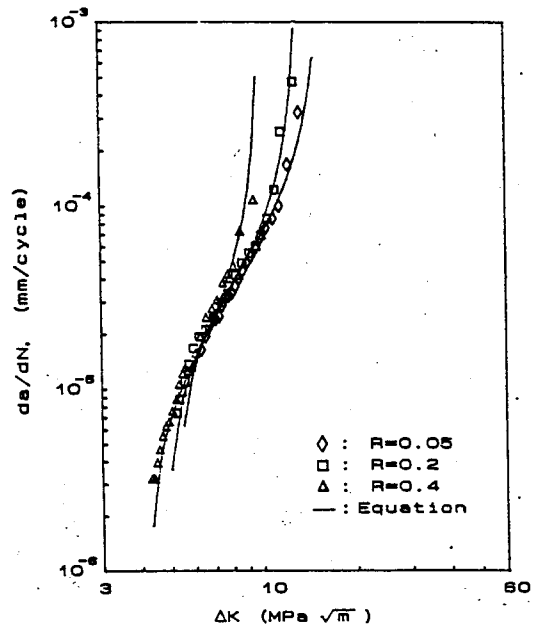


Fig. 10 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for Al 1060

Table D Results of nonlinear least square method

Materials	R	$\Delta K_t$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$K_{t0}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$K_{t0}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Stainless steel (SUS 304)	0.05	13.00	53	0.75	4.5 E-0.4	0.84	1.56	13.6
	0.20	11.25						
	0.40	8.84						
Steel (SS 41)	0.05	13.00	47	0.97	2.8 E-0.4	0.70	1.78	13.5
	0.20	11.53						
	0.40	9.42						
Steel (SM45C)	0.05	13.54	55	0.87	3.4 E-0.4	0.95	1.82	14.2
	0.20	11.50						
	0.40	8.75						
Aluminum (Al 1060)	0.05	5.27	16.5	0.62	1.8 E-0.4	0.48	1.94	5.4
	0.20	4.85						
	0.40	4.23						

나타내었는데 각 재료의 상수값을 살펴보면  $\Delta K_t$ 는 응력비에 따라 다른 값을 보이고 있다. 이것을 응력비에 따른 함수관계로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta K_t = K_{t0} (1-R)^\gamma \quad (5.1)$$

여기는  $K_{t0}$ 는  $R=0$ 일 때의  $\Delta K_t$ 값이고,  $\gamma$ 는 상수이다. 그 값은 표 D에 나타내었으며 그 값의 범위는  $0 < \gamma < 1$ 이다.

식 (5.1)은 Klesnil 등<sup>(8)</sup>이 제안한 초기 영역에서  $\Delta K$ 의 관계식  $\Delta K_{th} = \Delta K_{th0} (1-R)^\gamma$ 과 유사한 형태를 보이고 있음을 알 수 있다.

또한, 표 D에서와 같이 본 실험에서의 각 재료에 대하여  $\alpha$ 의 값은  $0 < \alpha < 1$ 이고,  $\delta$ 의 값은 대략 1보다 큰 값을 보이고 있다.

본 연구에서 제안된 식 (2.4)을 다음과 같이 적분하면 균열길이에 대한 하중 반복회수와의 관계를 구할 수 있다. 즉,

$$\int da / dN = \int [\beta(1-R)^\alpha (\Delta K - \Delta K_t)^\alpha / (K_{c,r} - K_{max})] da \quad (5.2)$$

Fig. 3~6에는 실험치와 비교하여 식 (5.2)를 실선으로 나타내었는데 잘 일치함을 보인다.

최대하중 ( $P_{max}$ )을 일정하게 유지하고 응력비를 감소시킨 시험 결과를  $da/dN$ 과  $\Delta K$ 와의 관계로 정리하여 스테인레스강은 Fig. 11, 열간압연강은 Fig. 12, 기계구조용 탄소강은 Fig. 13, 알루미늄은 Fig. 14에

각각 나타내었다. 여기서 기호는 실험치이고 실선은 제안된 실험식에 의한 것인데 잘 일치함을 보인다.

3단계 영역의 피로균열성장거동을 나타내는 피로균열전파식 가운데 본 연구에서 제안된 실험식과 유사한 다른 연구자들의 실험식은 Priddle의 식<sup>(9)</sup>

$$\frac{da}{dN} = \left[ \frac{C_1 (\Delta K - \Delta K_{th})}{[K_c - K_{max}]} \right]^{m_1} \quad (5.3)$$

과 Chu의 식<sup>(10)</sup>

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_2 (\Delta K - \Delta K_{th})^{m_2}}{[(1-R)K_c - \Delta K]^{n_2}} \quad (5.4)$$

이 있다.

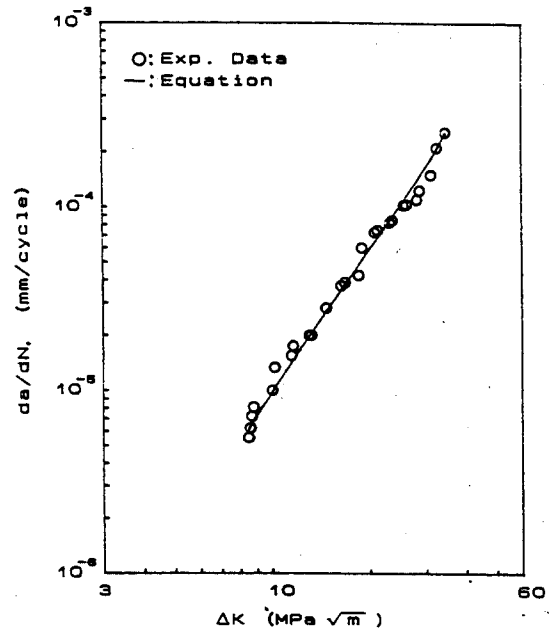


Fig. 11 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SUS 304

이들 식을 각 재료에 대한 세가지 응력비조건( $R=0.05, 0.2$  및  $0.4$ )하의 일정응력진폭시험 결과 가운데 스테인레스강(SUS 304)에 적용시켜 구한 각 상수

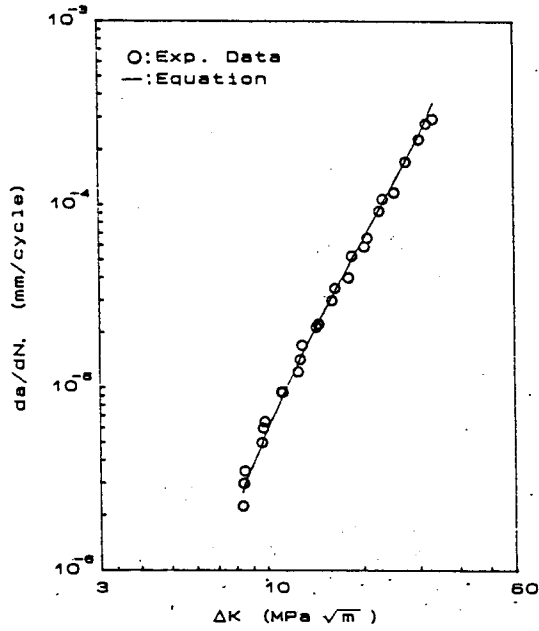


Fig. 12 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SS 41

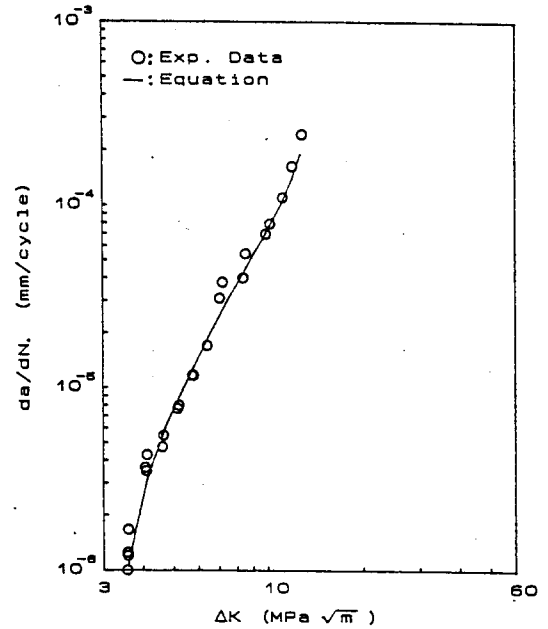


Fig. 14 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for Al 1060

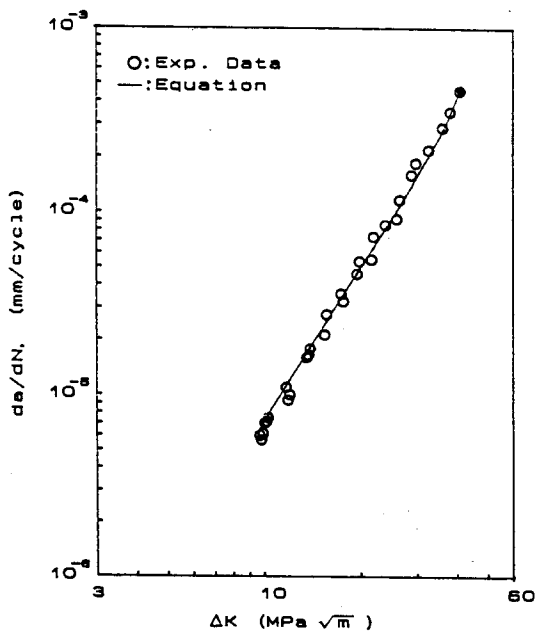


Fig. 13 Fatigue crack growth rate vs. stress intensity factor range for SM 45C

값은 표 E와 같다. 여기서  $\Delta K_{th}$ 는  $\Delta K$  하한계영역의 실험을 통하여 구하여야 하나,  $\Delta K_{th} \cong \Delta K_t$ 로 하고  $K_c$ 는  $K_c \cong K_{c_0}$ 로 하였다.

표 E에서 보는 바와 같이  $m_1$ ,  $m_2$  및  $n_2$ 는 응력비에 따라 일정한 반면,  $C_1$ ,  $C_2$ 는 응력비에 따라 변화한다.

Table E Empirical constants of Priddle's & Chu's equations for stainless steel

Stress ratio	Priddle's eq.		Chu's eq.		
	$C_1$	$m_1$	$C_2$	$m_2$	$n_2$
R=0.05	0.00016	0.75	0.0004	0.75	1
R=0.20	0.00014	0.75	0.00026	0.75	1
R=0.40	0.000095	0.75	0.00012	0.75	1



따라서 본 연구에서와 같이 피로균열성장의 초기영역과 불안정영역에서는 응력비의 영향이 크게 나타나고, 안정영역에서는 응력비의 영향이 작게 나타나는 실험결과에 대하여 이들 실험식들은 본 연구에서 제안한 실험식보다 범용적으로 사용할 수 없음을 알 수 있다.

## 6. 결 론

피로균열성장의 초기영역과 불안정영역에서는 응력비의 영향이 크게 나타나고, 안정영역에서는 응력비의 영향이 작게 나타나는 실험결과에 대하여 제안한 실험 식,

$$\frac{da}{dN} = \frac{\beta(1-R)^\alpha (\Delta K - \Delta K_t)^\alpha}{K_{c,r} - K_{max}}$$

을 기계적 성질이 서로 다른 4가지 재료(SUS 304, SS 41, SM45C 및 Al 1060)에 대해 적용하였을 때 피로균열 전파거동의 3단계 영역에 정도 좋게 나타낼 수 있었다. 여기서  $\alpha$ ,  $\beta$  및  $\delta$ 는 상수이며  $\Delta K_t$ 는 응력비에 의존하는 낮은  $\Delta K$  영역에서의 응력확대계수 폭이며  $K_{c,r}$ 는 임계 피로응력세기계수이다. 실험식의 각 상수는 비선형 최소자승법을 적용하면 쉽게 구할 수 있다.

이 식을 적분하여 균열길이와 하중반복회수와의 관계로 나타내었을 때 실험치와 잘 일치 하였다.

또한, 각 재료에 대하여 최대하중을 일정하게 하고 응력비를 감소시키는 시험을 행하여 제안된 피로균열 전파식을 적용시켰을 때에도 실험치와 잘 일치하였다.

## 참고문헌

- 1) S. Chand and S. B. L. Garg, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 21, No. 1, pp. 1-30, 1985.
- 2) J. Schijve, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 14, pp. 461-465, 1981.
- 3) J. C. Jr. Newmam, ASTM STP 748, pp. 53-84, 1981.
- 4) T. Yokobori, ASTM STP 675, pp. 683-706, 1973.
- 5) R. G. Forman, V. E. Kearney and R. M. Engle, J. Basic Eng. Trans, ASME, 89, pp. 459, 1961.
- 6) 西谷弘信, 波勞強度學, オーム社, p. 176, 1985.
- 7) R. J. Sanford, Experimental Mechanics, pp. 192-197, June 1980.
- 8) M. Klesnil and P. Lukas, Mater. Sei. eng. 9, pp. 231, 1972.
- 9) E. X. Priddle, Internation Journal of Pressure Vessels and Piping, 4, pp. 89-117, 1976.
- 10) H. P. Chu, ASTM STP 559, pp. 245-263, 1974.