

## 다층타원 유전체주의 전자파 산란 해석 (An Analysis of Electromagnetic Wave Scattering for The Elliptic-Multi Layer Dielectric Cylinders)

朴 東 熙\* · 金 正 祺\*  
(Dong-Hee Park, Jung-Ki Kim)

### ABSTRACT

The scattering property of TMz illuminated a elliptic dielectric cylinders with arbitrary cross section are analyzed by the boundary element techniques. The boundary element equations are formulated via Maxwell's equations, weighted residual of Green's theorem, and the boundary conditions. The unknown surface fields on the boundaries are then calculated by the boundary element integral equations. Once the surface fields are found, the scattered fields in far-zone and scattering widths(SW) are readily determined. To show the validity and usefulness of this formulation, computations are compared with those obtained using analytical method and one layer circular cylinder. As extension to arbitrary cross-sectioned cylinders, plane wave scattering from a elliptic dielectric cylinders are numerically analyzed. A general computer program has been developed using the quadratic elements(higher order boundary elements) and the Gaussian quadrature.

### I. 서 론

전자장 개방영역 문제의 해석방법은 지난 수년에 걸쳐 많은 연구가 진행되어 왔다. 임의의 서로 다른 매질 사이에서 경계상의 표면 전자장을 포함하도록 하는 방법은 Helmholtz방정식과 Green정리 및 잔차법에 의한 모멘트법을 사용하는 방법이 연구되었다. 이는 모두 표면 적분방정식에 의한 해석으로서 경계조건을 만족하는 기저함수의 선택에 따라서 해의 정확도에 수렴하게 된다[1][2][3].

본 논문에서는 2차형상함수를 사용한 경계요소법을 전자장의 다층매질 문제에 대한 산란 해석에 적용하였다. 자유공간에 놓인 임의의 형태를 갖는 유

전체에 대한 세영역의 경계적분식에 관한 Cauchy 주치적분을 Gaussian구적법으로 해석하여 각각의 영역에서 만족된 행렬을 경계조건에 의해 조합하게 된다. 관측점과 원천점이 동일 위치에 놓여 있는 경우에 있어서 Green함수 특이점을 제거하기 위해 보통 급수전개식을 사용하게 되나 본 논문에서는 해석적 편의성에 따라서 직접 Gaussian구적법을 사용하였다.

최종수식에 대한 타당성과 유용성을 보이기 위해 수치계산된 결과는 다층원형 원통주로서 외부 원통주반경  $a_2=0.6 \lambda$ 이고 내부원통주반경  $a_1=0.55 \lambda$ ,  $a_1=0.3 \lambda$  및  $a_1=0.06 \lambda$ 인 경우에 대한 2차원 단면 원통주 자체의 산란폭을 계산하여 Balanis[6]의 이론적인 결과값과 수치해석적인 결과값을 비교하였다. 결과적으로 내부 원통주의 반경이 적을 수록 정확한 해에 수렴함을 알수 있다.

타원유전체 원통주에 대한 수치적 결과는 타원 원

\* 正會員, 中央大學校 電子工學科  
(Dept. of Electronic Eng. Chung-Ang Univ.)

통주의 장축길이  $a = \lambda$ 이고 단축길이  $b = 0.3 \lambda$ 와  $b = 0.6 \lambda$ 에 대해서 유전율의 크기가 각각  $\epsilon_r = 2.0, 4.0$  및  $6.0$ 으로 변화할 때에 산란폭을 해석 하였다. 또한 다층타원 유전체주에 대한 수치적 결과로서 내부타원원통주의 장축과 단축의 비가 외부에 비하여  $1/2$ 인 경우와 내부와 외부 각각에 대한 유전율을 변화시킴으로써 산란폭을 해석 하였다.

## II. 전자장의 경계요소식

그림 1. 에서와 같이 임의의 형태를 갖는 2차원 다층타원 원통형유전체주 문제에 대한 외부 전자장의 예로서 두매질로 이루어진 폐영역을 고려한다.

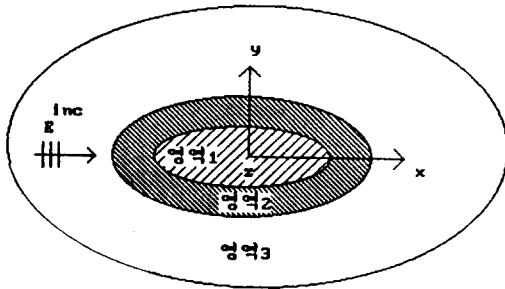


그림 1. 다층타원 원통형유전체주를 포함한 2차원 폐영역

영역1은 타원형 유전체주의 내부 2차원 영역이고, 영역2는 외부 2차원 영역이다. 영역3은 타원형 유전체주를 제외한 나머지 영역으로서 자유공간을 갖는 2차원 폐영역이다.

전자장 성분에 대해 유전체를 포함한 전영역에서 TM mode인 경우  $U = Ez$  그리고 TE mode인 경우  $U = Hz$ 로 놓는다. 전자장산란 문제를 해석하는 과정으로 Z축에 대해 균일한 매질 문제에 대한 무경계장을 고려한다. 입사파는 E분극을 고려했으며, 원통주 Z축에 수직으로 입사하고 시간규정  $EXP(j\omega t)$ 을 가정한다. 그림 1. 에서와 같이 다층매질 문제에 대한 간단한 예로서 타원형 유전체주의 각각 영역에서 만족하는 Helmholtz 방정식은 각기 다른 기본해가 영역1, 영역2 그리고 영역3에서 적용된다. 영역1에서 만족되는 경계적분식은 다음과 같다[3].

$$C_1 U_{i1} + \int_{\Gamma_1} \frac{\partial G_{i1}}{\partial n} U_{i1} d\Gamma = \int_{\Gamma_1} G_{i1} \frac{\partial U_{i1}}{\partial n} d\Gamma \quad (1)$$

여기서  $C_i$ 는  $(1 - \theta/2\pi)$ 인 상수항이고, 적분기호  $\int_{\Gamma_1}$ 는 영역1의 경계  $\Gamma_1$ 에서의 경계적분을 의미하며, 요소의 절점과 관측점은 경계  $\Gamma_1$ 에 모두 존재한다. 식(1)에서 적분기호내의  $G_i$ 함수는 해당영역내에서의 2차 Green함수를 나타내며,  $U_i$ 는 경계상에서의 미지의 값을 나타낸다. 식(1)에 의한 요소행렬은 다음과 같다[3][4].

$$[H_{i1}] [U_{i1}] = [G_{i1}] [Q_{i1}] \quad (2)$$

행렬기호내의  $H_i$ 와  $G_i$ 는 각각의 영역에서 대표요소들의 조합을 나타낸다.

영역2에서 만족하는 경계적분식은 또한 다음과 같다.

$$C_2 U_{i2} + \int_{\Gamma_{12}} \frac{\partial G_{i2}}{\partial n} U_{i2} d\Gamma = \int_{\Gamma_{12}} G_{i2} \frac{\partial U_{i2}}{\partial n} d\Gamma \quad (3)$$

여기서  $C_i$ 는  $(1 \pm \theta/2\pi)$ 이고, 적분기호  $\int_{\Gamma_{12}}$ 는 영역2의 경계  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 에서의 적분을 의미하며, 요소의 절점과 관측점은 경계  $\Gamma_1$ 과 경계 $\Gamma_2$ 에 모두 존재한다. 식(3)에 의한 요소행렬은 다음과 같다.

$$[H_{i2}] \begin{bmatrix} U_{i2} \\ \mathbf{T} \\ U_{i2} \end{bmatrix}_{\Gamma_1 + \Gamma_2} = [G_{i2}] \begin{bmatrix} Q_{i2} \\ \mathbf{T} \\ Q_{i2} \end{bmatrix}_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \quad (4)$$

자유공간상의 적분영역은 경계 $\Gamma_\infty$ 가 무한원으로 선택되므로  $\Gamma_2$ 만의 적분영역이 존재한다. 위첨자 T는 경계  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 를 구분하기 위해서 경계  $\Gamma_2$ 에서의 미지의 값을 나타낸다. 또한 복사조건은 경계요소식이 단지 유전체 경계면  $\Gamma_2$ 에서 적용되므로 경계적분식은 다음과 같다.

$$C_e U_{e3} - \int_{\Gamma_2} \frac{\partial G_{e3}}{\partial n} U_{e3} d\Gamma = - \int_{\Gamma_2} G_{e3} \frac{\partial U_{e3}}{\partial n} d\Gamma \quad (5)$$

여기서  $C_e$ 는  $(1 + \theta/2\pi)$ 이고, 적분기호  $\int_{\Gamma_2}$ 는 영역3에서의 유전체 경계  $\Gamma_2$ 의 적분을 의미하며, 요소의 절점과 관측점은 경계  $\Gamma_2$ 에 모두 존재한다. 식(5)의 요소행렬식은 다음과 같다.

$$[H_{e3}] [U_{e3}] = [G_{e3}] [Q_{e3}] \quad (6)$$

여기서 첨자 i는 영역1과 영역2 그리고 첨자 e는 영역3에서 정의된 성분을 의미한다.

타원형 원통주 내부의 두 영역 사이에서 경계는

$\Gamma_1$ 로 주어지므로 다음과 같은 경계조건을 만족한다 [5][6].

$$U_i = U_{i1} = U_{i2} \quad U_i \in \Gamma_1 \quad (7)$$

$$Q_i = Q_{i1} = -Q_{i2} \quad Q_i \in \Gamma_1 \quad (8)$$

영역2에서 지배방정식은 TM mode인 경우 경계  $\Gamma_2$ 에서 총전계 E파를 사용하도록 정의하므로 타원형 유전체주와 자유공간사이의 경계  $\Gamma_2$ 에서 E파인 경우  $E_z^{tot} = E_z + E_z^o$ 로 된다. 따라서 대표함수  $U_i$ 와  $Q_i$ 에 대해 다음과 같은 경계조건이 만족된다.

$$\tau U_{i2} = U_{i2}^{sc} + U_{i2}^{in} \quad U_{i2} \in \Gamma_2 \quad (9)$$

$$\tau Q_{i2} = Q_{i2}^{sc} + Q_{i2}^{in} \quad Q_{i2} \in \Gamma_2 \quad (10)$$

여기서 첨자 sc 와 in은 각각 산란과 입사를 의미한다.

외부 영역은 무경계장이 적용되는 영역으로서 다음과 같은 경계조건이 적용된다[3].

$$U_o = U_{o2}^{sc} = U_{o3}^{sc} \quad U_o \in \Gamma_2 \quad (11)$$

$$Q_o = Q_{o2}^{sc} = -Q_{o3}^{sc} \quad Q_o \in \Gamma_2 \quad (12)$$

위식에서 U는 산란장을 해석하기 위해 사용된 E-파 또는 H-파 이고, 밖으로 향한 수직도함수는 Q로 나타내었다. 첨자 1, 2 그리고 3은 각각의 영역을 나타낸다. 또한 첨자 i는 타원 원통주의 영역을 의미하고, e는 자유공간영역을 의미한다. 경계조건식을 각각의 영역경계적분식에 적용하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{i1} \\ U_i \end{bmatrix}_{\Gamma_1} = \begin{bmatrix} G_{i1} \\ Q_i \end{bmatrix}_{\Gamma_1} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} H_{i2} \\ U_o \end{bmatrix}_{\Gamma_1+\Gamma_2} = \begin{bmatrix} G_{i2} \\ Q_o \end{bmatrix}_{\Gamma_1+\Gamma_2} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} H_{o3} \\ U_o \end{bmatrix}_{\Gamma_2} = \begin{bmatrix} G_{o3} \\ -Q_o \end{bmatrix}_{\Gamma_2} \quad (15)$$

또한 식(14)는 다음과 같이 분리될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{i2} \\ U_o \end{bmatrix}_{\Gamma_1+\Gamma_2} - \begin{bmatrix} G_{i2} \\ Q_o \end{bmatrix}_{\Gamma_1+\Gamma_2} = \begin{bmatrix} G_{i2} \\ Q_{i2} \end{bmatrix}_{\Gamma_2} - \begin{bmatrix} H_{i2} \\ U_{i2} \end{bmatrix}_{\Gamma_2} \quad (16)$$

식(13), (16) 그리고 식(15)는 전체 영역의 독립된 경계로부터 행렬식을 구성하게 된다. 따라서 다층매질로 이루어진 전자장 문제를 해석하는 것이 가능하다.

다. TM mode인 경우 입사파는 다음과 같다[6].

$$U_o^{in} = U_{i2}^{in} = E_z^o \exp(-jkR) \quad (17)$$

따라서 수직도함수에 의한 식은 다음과 같이 유도된다.

$$U_{i2}^{in} = \frac{\partial U_{i2}^{in}}{\partial n_{i2}} = -jk \hat{n}_{i2} \cdot \hat{n}_R U_{i2}^{in} \quad (18)$$

식(18)을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$U_{i2}^{in} = B_i U_{i2}^{in} \quad (19)$$

식(19)을 식(16)에 대입하여 식(13), (15)와 함께 전체영역(1+2+3)에 대한 행렬식이 구성된다.

$$\begin{bmatrix} H_{i1} & -G_{i1} & 0 & 0 \\ & & & \\ H_{i2} & G_{i2} & H_{i2} & -G_{i2} \\ 0 & 0 & H_{o3} & G_{o3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ Q_i \\ U_{sc} \\ Q_{sc} \end{bmatrix} = -U_i^{in} \begin{bmatrix} 0 \\ H_i & -G_i B_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

식(20)에 의해서 산란장은 입사파가 제시된 경계  $\Gamma_2$  상에서 계산된다. 무한한 자유공간에서 산란된 전자장을 구하기 위해서는 영역3에서 만족되는 영역적분식에 식(20)에서 얻어진 표면전자장값을 대입하여 무한공간에서 산란전자장을 해석한다.

$$U_o^{sc} = - \int_{\Gamma_2} \frac{\partial G_o}{\partial n} U_o \, d\Gamma - \int_{\Gamma_2} G_o \frac{\partial U_o}{\partial n} \, d\Gamma \quad (21)$$

따라서 RCS는 다음과 같이 구한다[6][8].

$$\sigma(\phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \left| \frac{E_z(r)}{E_z(r)} \right|^2 \quad (22)$$

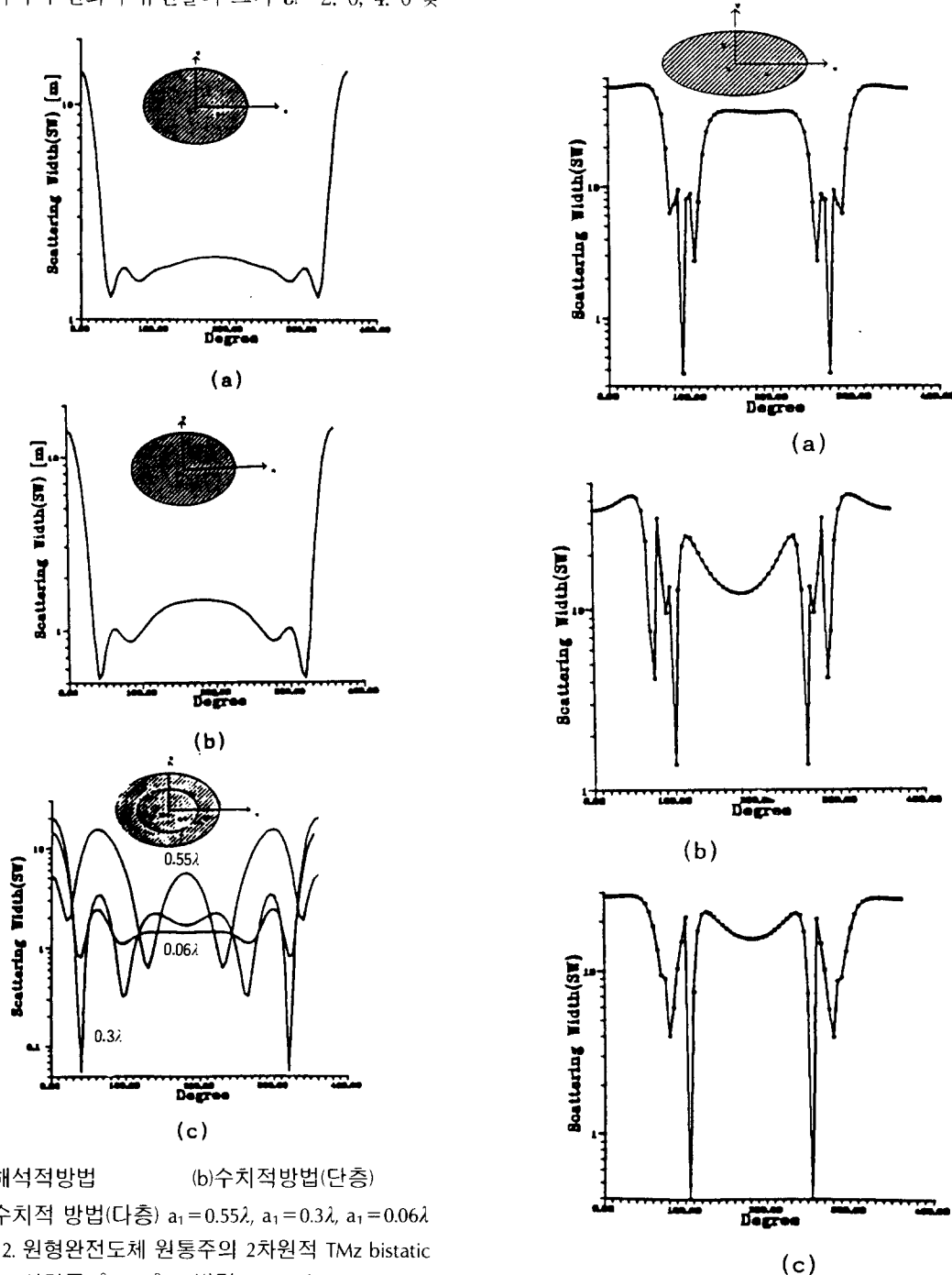
유사한 방법으로 TEz 입사평면파에 대한 산란전자장을 해석할 수 있다.

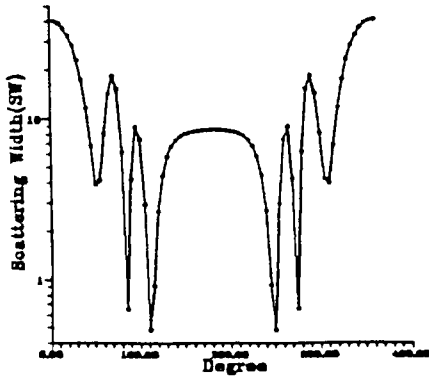
### III. 결과 및 고찰

다층타원 유전체주로부터 평면전자장 산란파는 다층문제를 갖는 경계요소법으로 고찰하였다. 입사파는 E파로서 음의 X축 방향에서 X축을 따라 진행한다고 가정한다. 다층원형 완전도체 유전체주의 내부반경의 크기를 감소시킴으로써 해석적방법 및 수치적방법에 의해 2차원 단면에 대한 산란폭을 비교하여 그림 2. 에 나타내었다. 따라서 내부원형원통주의 반경이 작을 수록 해석적 방법의 결

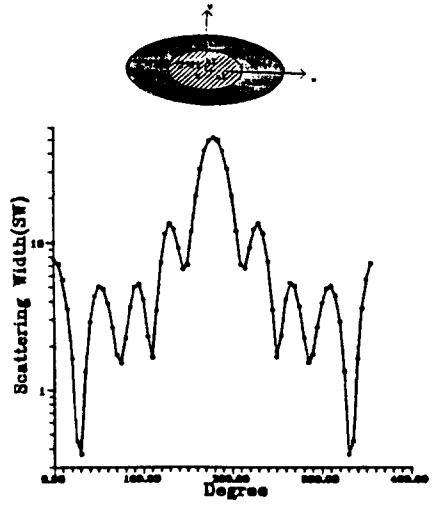
과에 수렴함을 알 수 있었다. 산란폭을 구하기 위한 무한거리는  $5000\lambda$  이상으로 선택하였으며, 각각의 경계는 균일한 절점의 수(72)와 요소의 수(36)로 분할되었다. 따라서 최종 행렬의 차원은  $288 \times 289$ 로 해석하였다. 또한 타원유전체 원통주의 2차원 단면에 대해 단축의 길이  $b=0.3\lambda$ 와  $b=0.6\lambda$  각각의 변화와 유전율의 크기  $\epsilon_r=2.0, 4.0$  및

6.0으로 각각 변화시킴으로써 산란폭을 해석하여 그림 3.에 나타내었다. 또한 다층타원 원통주에 대한 해석으로서 내부타원 원통주와 외부타원 원통주의 크기비를 1/2로하여 유전율의 크기를 각각의 영역에서 변화시켜 산란폭을 해석하여 그림 4.에 나타내었다.

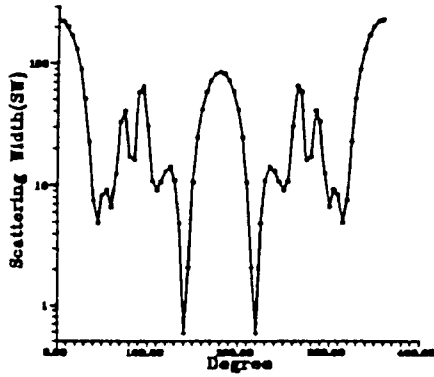




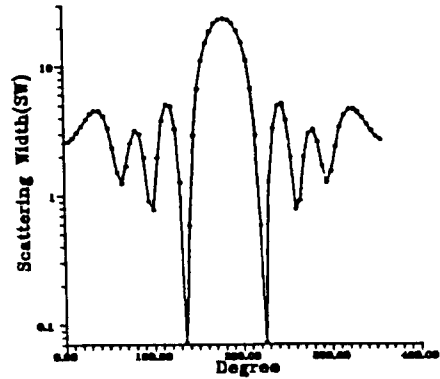
(d)



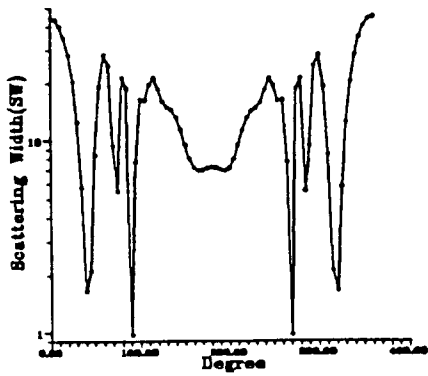
(a)



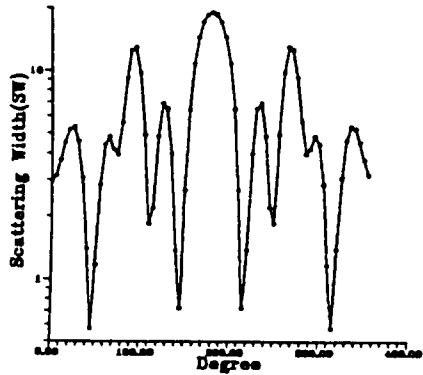
(e)



(b)



(f)



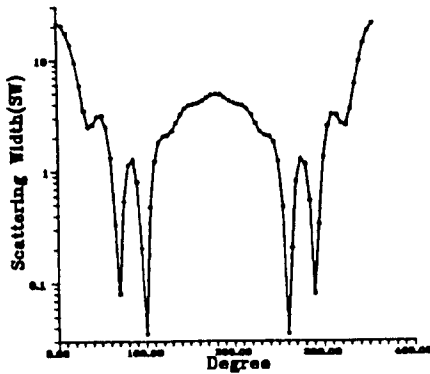
(c)

(a)  $b = 0.3\lambda$   $\epsilon_r = 2.0$  (b)  $b = 0.3\lambda$   $\epsilon_r = 4.0$  (c)  $b = 0.3\lambda$   $\epsilon_r = 6.0$   
 (d)  $b = 0.6\lambda$   $\epsilon_r = 2.0$  (e)  $b = 0.6\lambda$   $\epsilon_r = 4.0$  (f)  $b = 0.6\lambda$   $\epsilon_r = 6.0$

그림 3. 타원형 유전체주의 2차원적 TMz bistatic 산란폭( $0^\circ \sim 360^\circ$ ) a(장축) =  $1.0\lambda$

参考文献

- [1] B. H. McDonald and A. Wexler, "Finite Element Solution of Unbounded Field Problems." IEEE trans. Microwave Theory Tech. , Vol. MTT-20, pp. 841-847, Dec. 1972.
- [2] S. Washisu and I. Fukai and M. Suzuki, "Extension of Finite Element Method to Unbounded Field Problems" Electron. Lett. , Vol. 15, pp. 772-774, Nov. 1979.
- [3] TE-Kao Wu and Leonard L. Tsai, "Scattering by Arbitrary cross-sectioned Layered Lossy Dielectric Cylinders." IEEE Trans. Antennas Propagat. , Vol. 25, pp. 518-524, July. 1977.
- [4] Ken'ichiro Yashiro and Sumio Ohkawa, "Boundary Element Method for Electromagnetic Scattering from Cylinders." IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. 33, pp. 383-389, April 1985.
- [5] C. A. Brebbia and S. Walker, Boundary Element Techniques in Engineering. London:Butterworth, 1980.
- [6] C. A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, 1989, ch. 11.
- [7] J. M. Jin and V. V. Liepa, "Application of Hybrid Finite Element Method to Electromagnetic Scattering from Coated Cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagat. , Vol. 36, pp. 50-54, Jan. 1988.
- [8] Ichhiko Toyoda Masanori Matsuhara, and Nobuaki Kumagai, "Extended Integral Equation Formulation for Scattering Problems from a Cylindrical Scatterer", IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 36, pp. 1580-1586, Nov. 1988.



(d)

- (a)  $b_1 = 0.15\lambda$   $b_2 = 0.3\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = 2.0$ ,  $\epsilon_{r2} = 0.5$
- (b)  $b_1 = 0.15\lambda$   $b_2 = 0.3\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = 4.0$ ,  $\epsilon_{r2} = 4.0$
- (c)  $b_1 = 0.3\lambda$   $b_2 = 0.6\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = 2.0$ ,  $\epsilon_{r2} = 4.0$
- (d)  $b_1 = 0.3\lambda$   $b_2 = 0.6\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = 4.0$ ,  $\epsilon_{r2} = 2.0$

그림 4. 다층타원 유전체주의 2차원적 TMz bistatic 산란폭( $0^\circ \sim 360^\circ$ )  $a_1$ (장축) =  $1.0\lambda$ ,  $a_2 = 0.5\lambda$

IV. 결 론

본 논문은 경계요소법에 의한 다층타원 유전체주의 산란문제에 대한 전자장 해석방법으로써 Green함수의 특이점을 갖는 경우에 Cauchy적분 자체에 Gaussian구적법과 2차형상함수를 적용하였다. 타당성과 유용성을 보이기 위해 해석적방법과 수치적방법을 비교 고찰하여 좋은 일치를 보였다. 본 방법의 응용으로서 여러 크기를 갖는 유전체주와 다층타원 유전체주의 내부에 속해있는 타원 유전체주를 형태 및 크기 그리고 유전율값을 변화시켜 전자장 산란폭을 해석 하였다. 본 연구는 다층매질문제에 대한 요소행렬식의 최소화를 위해 혼합유한요소법으로의 확장이 요구된다.