

# 자동차 엔진의 크랭크샤프트 응력해석

## The Crankshaft Stress Analysis of Automotive Engine

金 賢 權\*, 崔 圭 勳\*\*  
H. K. Kim, K. H. Choi

### 1. 서 론

크랭크샤프트는 엔진의 동력을 전달하는 피스톤, 콘넥팅로드 등과 함께 엔진의 moving parts를 이루는 매우 중요한 부품으로서 연소에 의한 충돌력 및 관성력을 반복적으로 받게 된다. 따라서 강도적인 측면에서 무엇보다도 반복하중에 의한 피로강도를 충분히 확보하여야 한다. 또, 최근의 엔진의 고출력, 고회전화에 따르는 가속시의 음질개선 등은 승용차의 고급화를 위한 저소음진동의 설계측면에서 진동전달계중의 하나인 크랭크샤프트의 정확한 해석이 매우 중요한 과제의 하나이다. 그러나 크랭크샤프트는 기하학적으로 복잡하며 시간에 따라 끊임없이 변화하는 하중, 응력집중, bearing부의 유막형성 등의 거동은 엔진 개발시 정확한 예측에 아직 많은 어려움을 주고 있다.

본문에서는 비교적 간단한 수식과 경험치를 이용하여 빠른 시간내에 결과를 얻을 수 있는 고전적 방법에 의한 응력해석과 크랭크샤프트의 동적 특성을 파악하고 아울러 그 결과를 유한요소 해석에 적용시키는 상세계산 방법에 대한 과정을 소개하고자 한다.

### 2. 고전적 방법에 의한 응력계산

이 방법은 크랭크샤프트가 보 (beam)로 구성되어 있다고 단순하게 생각하여 계산하는 방법으로써, 엔진의 초기설계시 짧은 시간에 설계기준을 검토할 수 있는 유효한 방법이다.

크랭크샤프트는 굽힘하중 뿐만 아니라 비틀림 진동에 의한 토오크, 그리고 각각의 엔진 실린더가 위상차를 갖고 폭발함에 따른 주기적인 토오크를 받는다. 굽힘하중은 굽힘응력, 토오크는 전단응력을 발생시키므로 각각의 하중에 대하여 응력해석을 수행한 후 조합응력을 계산한다.

#### 2.1 응력해석 흐름도

Fig.1에 나타낸 응력해석 흐름도는 굽힘하중과 비틀림진동 및 사이클릭토오크의 각각에 대하여 응력해석을 수행한 후 조합응력과 피로응력분석의 계산과정을 나타낸 것으로 이후 상세 설명한다.

#### 2.2 굽힘응력계산

크랭크샤프트 전체는 평형을 이루고 있으며 실린더간에 압력변동은 없는 것으로 하고,

\* 기아기술센터 엔진연구실

\*\* 저자의 기아기술센터 설계연구실

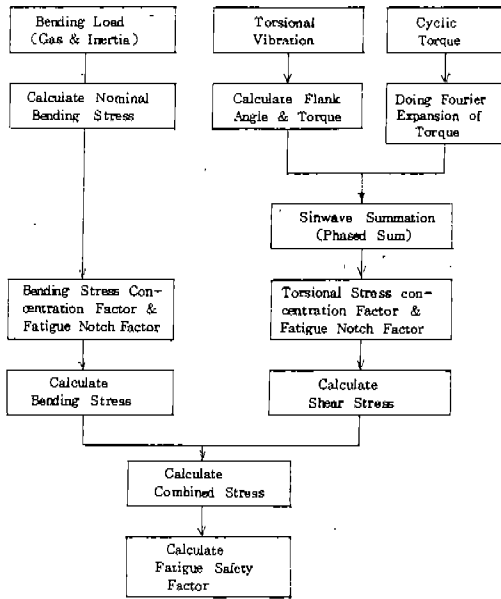


Fig.1 Flow Chart for Conventional Crankshaft Stress Analysis

1개의 크랭크 스로우를 대상으로 비평형력은 없는 것으로 하여 해석을 수행한다.

2.2.1 하중 및 모멘트 계산

굽힘하중은 가스 폭발력 및 관성력으로 이루어지며 아래와 같이 계산한다.

$$F_g = \pi/4 \times D^2 \times P \quad (1)$$

$$F_i = - \{ M_{ro} \times R \times \omega^2 + M_{re} \times R \times \omega^2 (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta) \} \quad (2)$$

단,  $F_g$  = Gas Force

$F_i$  = Inertia Force

$D$  = Cylinder Bore Diameter

$P$  = Cylinder Pressure

$M_{ro}$  = Rotating Mass

$M_{re}$  = Reciprocating Mass

$R$  = Crank Radius

$\omega$  = Engine Speed

$\theta$  = Crank Angle

$\lambda$  = (Crank Radius)/(Conrod Length)

이렇게 계산된 하중은 크랭크핀 중앙에 집중하중으로 작용시킨다. 모멘트는 main jour-

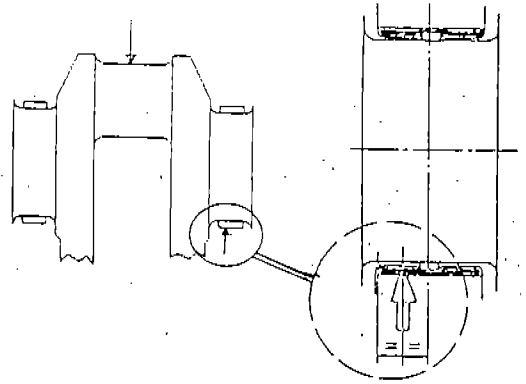


Fig. 2 Position of Reaction Force

nal에서의 반력으로 계산되며 main journal의 지지효과에 따라 반력의 위치와 모멘트가 바뀌게 된다. Fig. 2는 경험적으로 많이 사용되고 있는 방법으로 main bearing 쪽을 4등분했을 경우 main journal 중앙에서 1/4 만큼 pin journal 쪽으로 이동한 지점에서 반력이 작용하고 있는 상태를 나타내고 있다.

2.2.2 단면계수 계산

크랭크샤프트에서 피로파괴문제가 발생하기 쉬운 곳은 overlap 단면부위와 oil hole 부위 그리고 pin journal의 fillet 부위를 생각할 수 있다. Fig.3은 이들 각 부위의 위치를 나타내고 있다. Oil hole과 pin journal fillet 부위는 pin journal의 단면계수를 이용한다. Overlap 단면의 형상은 Fig.4와 같으며 journal이 서로 겹치는 부위는 사선으로 차르고 겹치지 않는 부위는 직선으로 잘라 가장 취약한 단면형상에 대해 단면계수를 계산한다.

2.2.3 응력계산

공칭응력(Nominal Stress)은 모멘트를 단면계수로 나누어서 구한다. 즉,

$$\sigma_{nom} = M/S \quad (3)$$

단,  $\sigma_{nom}$  = Nominal Stress

$S$  = Section Modulus

$M$  = Bending Moment

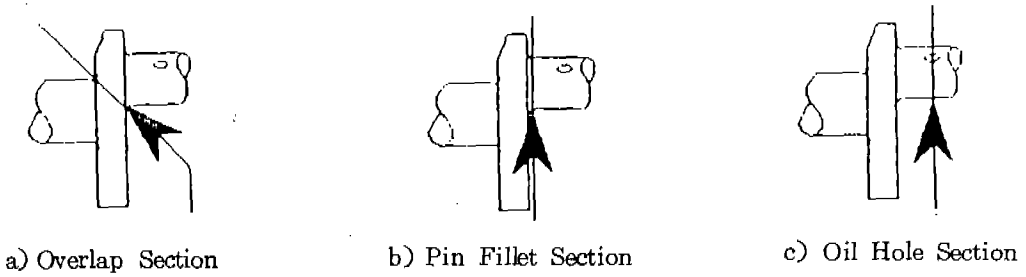


Fig. 3 Positions of Each Cross Section

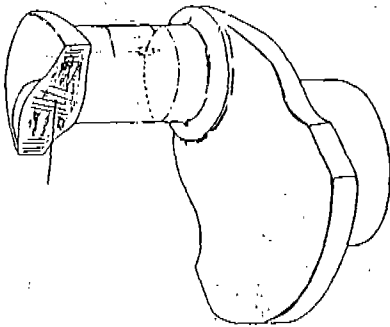


Fig. 4 Overlap Section Shape

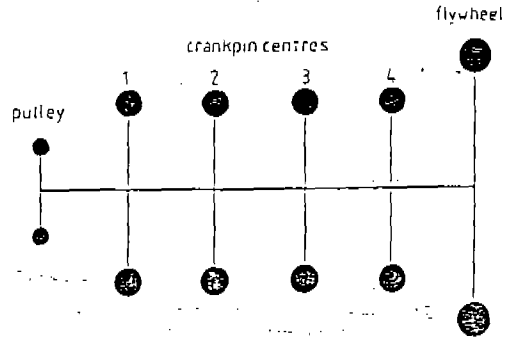


Fig. 5 Mass/Elastic Model for Torsional Vibration

그러나 조합응력 (Combined Stress) 계산 시에는 공칭응력을 사용하지 않고 응력집중 계수와 이에 따르는 fatigue notch factor를 고려한 응력을 사용한다. 응력집중계수로써 fillet 부는 Lowell식, oil hole 부위는 Peterson이 제시한 Graph가 많이 사용된다. Fatigue notch factor는 재료에 따라 값이 변하는데 이 역시 Lowell의 약산식이 많이 사용된다.

$$\beta = 1 + \eta (\alpha - 1) \quad (4)$$

- 단,  $\alpha$  = Stress Concentration Factor
- $\beta$  = Fatigue Notch Factor
- $\eta$  = Notch Sensitivity

### 2.3 전단응력계산

#### 2.3.1 비틀림 진동에 의한 토오크

크랭크축계의 비틀림 진동에서 취급되는 문제는 비틀림진동계의 고유진동수와 이에 따르는 차수별 공진속도에서 비틀림진동각 및

비틀림진동에 의한 토오크와 응력이다. 비틀림진동이 커지게 되면 크랭크 축계의 파손뿐 아니라 소음발생 등 여러가지 문제점을 야기시키는 등 엔진실계에 있어서도 중요한 의미를 갖는다. 여기에서는 비틀림진동에 의한 진동각과 진동각에 의한 토오크를 계산하기까지의 과정을 간략히 소개한다.

비틀림진동 해석방법에는 여러가지 방법이 있지만, 사용이 간단한 Holzer method (축차근사법)는 비교적 정도 좋은 결과를 얻을 수 있어 아직도 많이 사용되며 Fig.5와 같이 집중질량과 질량은 없고 강성만 존재하는 축으로 구성된 mass/elastic model을 사용한다. 질량관성 모멘트는 computer software를 이용한 solid model로부터 구할 수 있으며 크랭크 웨브의 강성은 실험식에 의한 방법과 FEM에 의한 방법으로 계산할 수 있다.

비틀림 진동해석에서 자유진동 해석은 외부로부터의 가진력이 없을 때 고유진동수 및 모드 형상을 구하며 강제진동 해석은 각 실린더의 가스압 및 관성력이 크랭크축에 작용

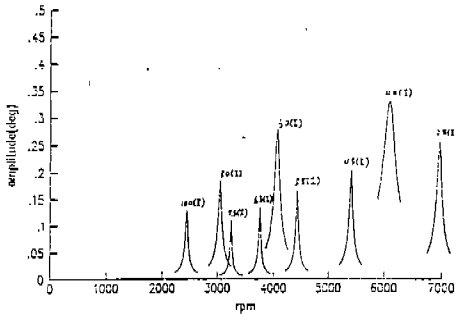


Fig. 6 Plotting of Torsional Amplitudes

할 때 비틀림진동각 (Fig. 6) 및 토오크를 계산한다.

응력해석시 고려되는 엔진속도는 각차수의 공진속도와 일치하지 않으므로 비틀림 진동에 의한 토오크는 고려되는 엔진속도에서 각 차수의 진동각 (Flank 각) 에 의한 토오크의 합으로 계산할 수 있다.

Flank 각은 다음 식으로 계산한다.

$$\theta_f = \frac{\theta_1}{M^2 \{1 - (\omega/\omega_n)^2\}^2 + (\omega/\omega_n)^2} \quad (5)$$

단,  $\theta_f$  = Flank angle (공진속도가 아닌 속도에서의 진동각)

$\theta_1$  = Vibration Amplitude at Each Resonance Speed

$M$  = Dynamic Magnifier

$\omega_n$  = Resonance Speed

토오크는 각 차수의 공진주파수에서의 진동각과 flank 각과의 비로 계산한다.

### 2.3.2 사이클릭 토오크

사이클릭 토오크는 가스압 및 관성력에 의해 크랭크샤프트의 접선방향으로 작용하는 힘, 즉, 토오크를 모든 실린더의 영향을 고려하여 계산한 값이다.

가스압에 의한 토오크 :

$$T_p = P \times A \times R \times \left\{ \sin \theta + \frac{\lambda \cos \theta}{(1 - \lambda \sin^2 \theta)^{1/2}} \right\} \quad (6)$$

단,  $T_p$  = Torque due to Gas Pressure

$A$  = Piston Area

관성력에 의한 토오크 :

$$T_i = M_{re} \times R \times \omega^2 \times \{ 0.25 \lambda \sin \theta - 0.5 \sin^2 \theta - (0.75 \lambda + 0.28125 \lambda^3) \sin^3 \theta - 0.25 \lambda^2 \sin^4 \theta \} \quad (7)$$

(6), (7)식으로 계산된 토오크는 조화분석을 통하여 각 차수별 계수 및 위상각을 구한다.

### 2.3.3 토오크의 합산

비틀림진동에 의한 토오크와 사이클릭 토오크는 차수 및 위상각을 고려하여 합산후 전단응력계산을 하게 된다. 합산방법은 비틀림 진동에 의한 토오크와 사이클릭 토오크의 sine-wave를 크랭크각별로 토오크를 계산하여 최대 및 최소, 평균 및 변동 토오크를 찾아낸 뒤 전단응력을 계산한다.

### 2.4 조합응력계산

계산된 굽힘응력과 전단응력은 Octahedral stress theory를 이용하여 조합응력을 계산한다.

$$\sigma_{com} = (\sigma_b^2 + 3\tau^2)^{1/2} \quad (8)$$

단,  $\sigma_{com}$  = Combined Stress

$\sigma_b$  = Bending Stress

$\tau$  = Shear Stress

### 2.5 피로강도계산

조합평균응력 (Combined Mean Stress) 과 조합변동응력 (Combined Alternating Stress) 을 이용하여 피로강도를 계산할 수 있다. 피로강도는 test data와 많은 실험 및 경험을 토대로 한 non-linear fatigue diagram을 이용해서도 계산할 수 있으나 이러한 non-linear diagram은 모든 강도를 어느정도 정확히 파악할 수 있을 때 사용할 수 있는 방법이며 일반적으로는 비교적 conservative한 결과를 주는 Modified Goodman diagram이 많이 사용된다 (Fig. 7).

Modified Goodman diagram을 이용하여 피로강도를 계산하는 방법은 Fig. 8과 같이

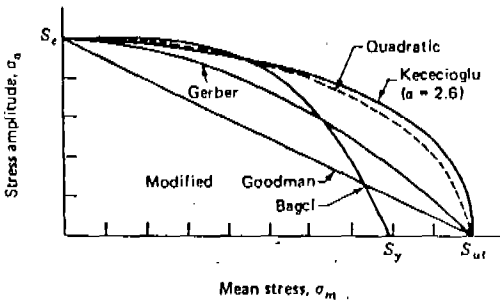


Fig. 7 Non Linear & Modified Goodman Diagram

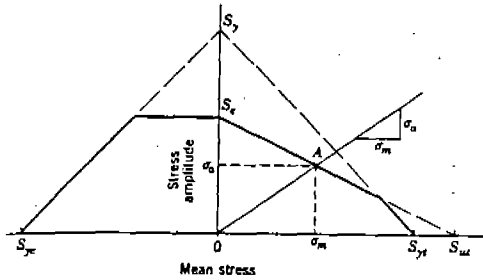


Fig. 8 Modified Goodman Diagram

평균응력과 변동응력에 의해 이루어지는 기울기를 따라 안전계수를 계산한다.

안전계수는 다음식으로 계산할 수 있다.

$$SF = [\sigma_m / \sigma_{uts} + \sigma_a / \sigma_e]^{-1} \quad (9)$$

단,  $\sigma_m$  = Mean Stress

$\sigma_{uts}$  = Ultimate Tensile Stress

$\sigma_a$  = Alternating Stress

$\sigma_e$  = Endurance Limit

SF = Fatigue Safety Factor

### 3. FEM에 의한 응력해석

FEM에 의한 크랭크샤프트의 응력해석은 지금까지 고전적 방법에 의해 하중을 구해 FE model에 적용하는 방법이 사용되어져 왔다. 그러나 실제와 가까운 거동을 파악하기 위해 먼저 크랭크샤프트의 동적특성을 해석하고<sup>1)</sup> 그 결과로 얻어진 하중을 FE model에 적용시키는 방법이 제시되었다.

동적특성해석은 크랭크샤프트에 발생하는 모든 동적 거동을 해석하는 방법으로 강도뿐 아니라 진동/소음 측면에서 중요한 의미가 있다. 여기에서는 응력해석에 초점을 맞추어 동적특성해석 결과를 FE model에 적용시키기까지의 과정을 간략히 소개하고 상세한 내용은 추후에 소개하기로 한다.

#### 3.1 크랭크샤프트 동적특성해석

크랭크샤프트의 동특성해석 목적은 다음과 같다.

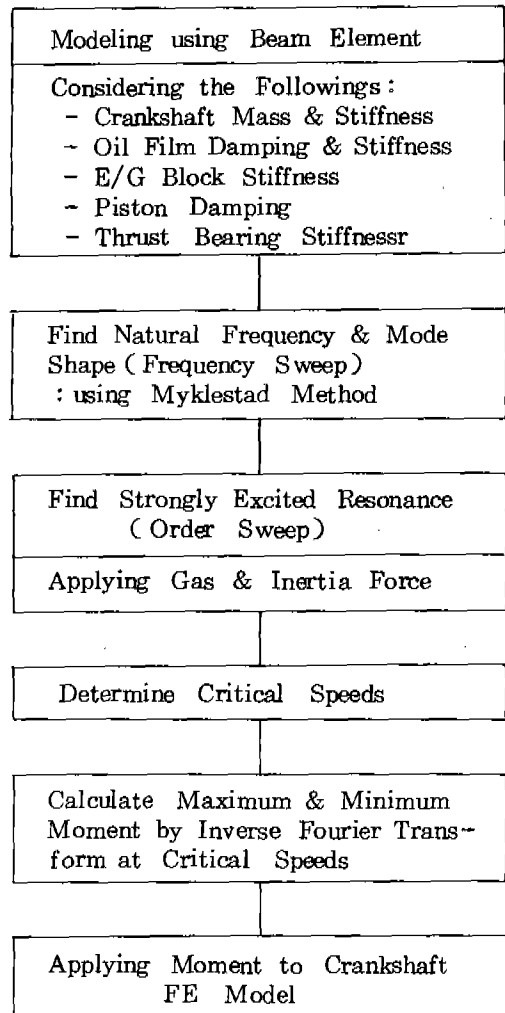


Fig. 9 Flow Chart for Dynamic Crankshaft Analysis

(1) 비틀림, 굽힘 및 axial 등에서의 고유진동수 및 모드형상 예측

(2) Forced damped response를 예측하여 크랭크샤프트의 FE 응력해석에 사용될 최대 모멘트 계산

3.1.1 흐름도

동적특성해석 과정을 흐름도로 나타내면 Fig.9와 같다.

3.1.2 동적특성해석 모델

크랭크샤프트의 동적해석은 Fig.10과 같은 mass/elastic model을 이용하여 수행하며 모드 형상이 잘 나타날 수 있도록 절점을 위치시켜야 한다.

동적해석은 Myklestad 방법<sup>2)</sup>을 이용하여 풀이하며, 따라서 stiffness 값 대신 flexibility 값을 사용한다. Flexibility 값은 크랭크샤프트 FE model에 단위하중을 가하는 방법으로 구할 수 있다.

크랭크샤프트의 동적해석은 아래와 같은 사항을 고려한다 (Fig. 11).

(1) Oil film의 Stiffness 및 damping coefficient

- (2) 엔진 block의 지지효과
- (3) Thrust bearing axial flexibility
- (4) Piston damping

Oil film의 stiffness 및 damping coefficient는 Kikuchi<sup>5)</sup>가 제안한 short bearing 근사식으로 유도된 graph (Fig. 12)를 사용한다.

엔진 block의 지지효과는 엔진 block 및 bearing housing 부분의 처짐량으로 계산할 수 있다. 또한 피스톤의 damping 효과는 경험치를 이용한다.

3.1.3 Frequency Sweep

준비된 크랭크샤프트 동적특성해석 모델을 이용하여 크랭크샤프트의 고유진동수 및 모드형상을 구할 수 있다.

Myklestad 방법을 이용한 Modal 해석으로부터 크랭크샤프트의 굽힘 및 비틀림 고유진동수와 모드형상을 찾아낸다. Fig.13은 그 예를 보여준다.

크랭크샤프트의 모드형상은 Fig.13에 표시된 것 이외에 pulley 부분의 whirling 및 axi-

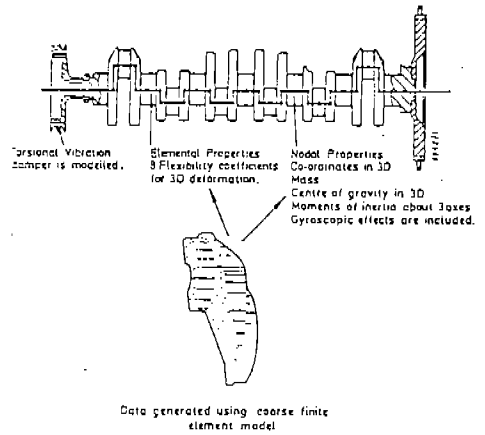


Fig.10 Mass/Elastic Model for Crankshaft Dynamic Analysis

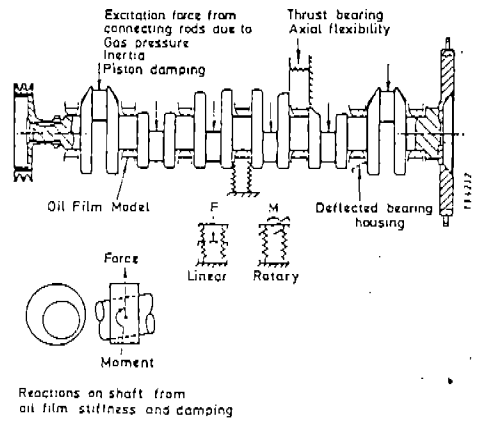


Fig.11 Forces and Restraints Applied to Dynamic Model

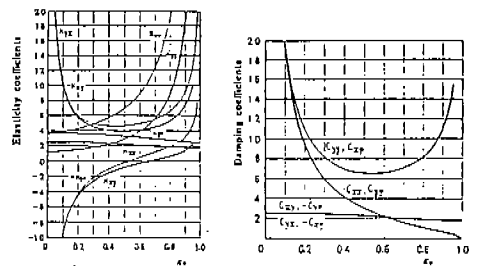


Fig.12 Properties of Oil Film (by Short Bearing Approximation)

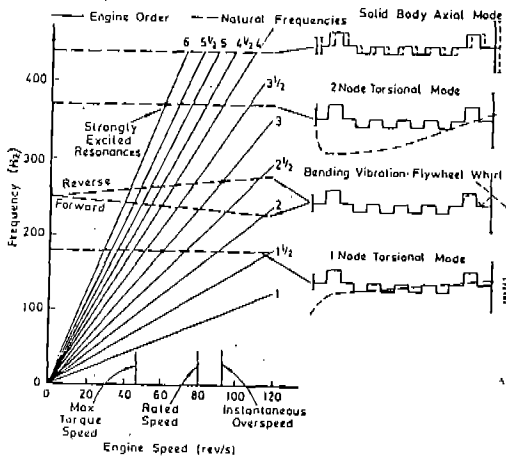


Fig.13 Resonance Diagram

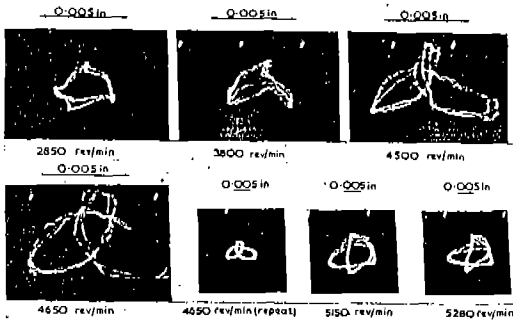


Fig.14 Loci of Flywheel Center at Various Engine Speeds

al 모드와 coupled 된 모드형상이 나타날 수 있다. Whirling 현상은 크랭크샤프트가 공전하는 현상으로 크랭크샤프트의 회전방향과 같은 방향으로 공전할 때는 forward whirling 이라 부르며 반대방향으로 회전할 때는 reverse whirling 이라 부른다.

Whirling의 회전방향은 크랭크샤프트에 수직인 평면에서 처짐을 나타내는 복소수의 부호로써 나타낼 수 있다.<sup>2)</sup> Fig.14는 엔진속도에 따라 flywheel center의 궤적이 변하는 상태를 보여주고 있다.

### 3.1.4 Order Sweep

Fig.13과 같은 resonance diagram이 구해지면 그 다음에는 order sweep을 수행하여 강하게 가진되는 공진 mode 및 amplitude를 찾아낸다.

Order sweep을 수행할 때는 각 크랭크 핀에 가스압 및 관성력을 작용시키며 main bearing의 stiffness 및 damping, 그리고 piston의 damping 등이 고려되어야 한다.

Order sweep으로부터 강하게 가진되는 엔진속도 즉, 위험회전수를 결정하며, 결정된 각 위험회전수에서 24 차까지의 크랭크 샤프트의 forced damped response를 summation함으로써 FE 응력해석에 사용할 최대 모멘트를 구할 수 있다. 최대 모멘트는 통상 flywheel에 가장 가까운 web에서 발생한다. Fig.15 ~ Fig.18은 order sweep 결과로 얻어진 각 성분의 진동 진폭을 엔진속도에 대해 plotting한 예를 보여주고 있다.

## 3.2 FEM에 의한 응력해석

### 3.2.1 Modeling

Model 범위는 크랭크샤프트의 대칭성을 이용 1/4 throw만을 modeling하며 solid element를 사용한다. modeling시 유의해야 할 사항은 fillet 부위에서 응력집중 현상이 나타날 수 있도록 fillet 부위를 충분히 meshing해 주어야 한다. 통상 oil hole 부위는 model에서 제외시키는데 그 이유는 oil hole부위에서 문제가 발생하는 경우가 거의 없고 또한 oil hole을 modeling할 경우 modeling 시간이 4~5배 더 걸리기 때문이다.

Fig.19는 solid element를 이용 크랭크샤프트를 modeling한 예를 보여준다.

### 3.2.2 하중 및 구속조건

FE model에 작용시키는 하중은 동적특성해석으로부터 구한 모멘트이며 크랭크샤프트에 굽힘하중과 비틀림하중으로 작용된다.

대칭성을 이용 1/4 throw만을 modeling했을 경우는 동적특성해석으로부터 구한 모멘트에 factor를 곱하여 사용하며 굽힘 모멘트의 경우는 1/4, 비틀림 모멘트의 경우는 1/2 factor를 곱한 값을 사용한다.

하중은 main journal 단면의 중심점에 가하며 constraints 혹은 rigid bar를 이용하여 하중이 충분히 전달될 수 있도록 한다.

구속조건은 굽힘 및 비틀림 하중조건 모두

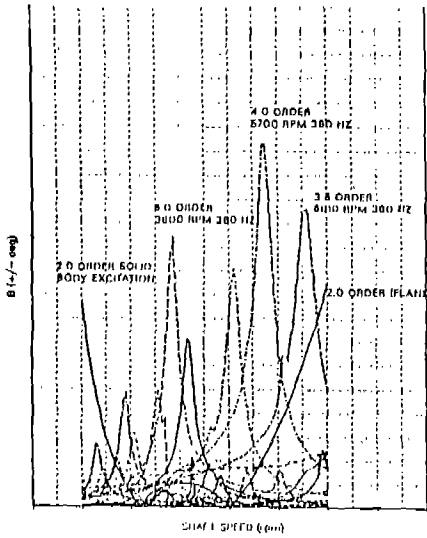


Fig.15 Amplitude of Torsional Vibration

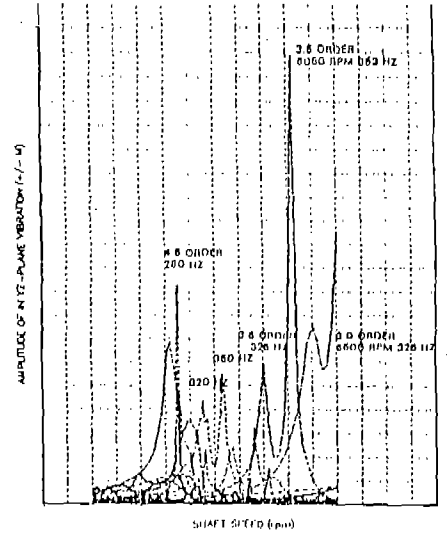


Fig.16 Amplitude of Flywheel Inplane Vibration

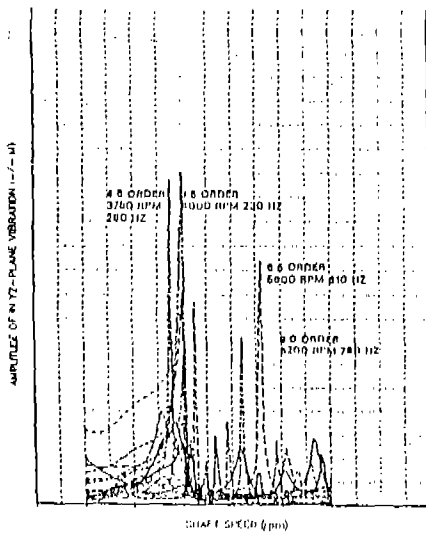


Fig.17 Amplitude of Pulley Inplane Vibration

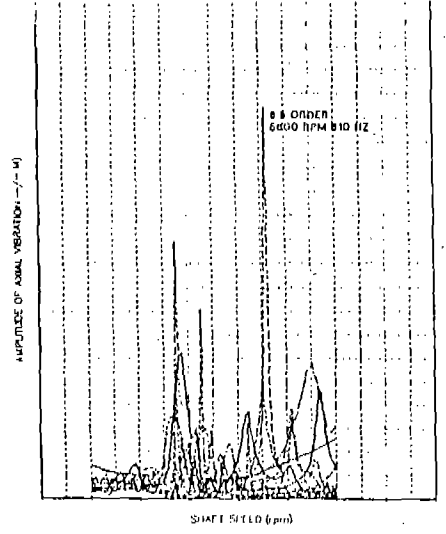


Fig.18 Amplitude of Axial Vibration

pin journal 단면을 완전히 구속하며 대칭면에서는 Fig.20과 같이 급형하중 조건에서는 대칭조건 (Symmetric Condition), 비틀림 하중조건에서는 역대칭조건 (Anti-Symmetric Condition)을 준다.

3.2.3 응력 및 피로안전계수 계산

해석결과로 나온 응력은 fillet 표면 절점에서 principal stress를 읽는다.

표면절점에서 응력을 읽는 이유는 표면에서 가장 큰 응력이 발생하기 때문이며, principal stress를 사용하는 이유는 하중조건을 2가지로 나누었기 때문에 2하중조건의 결과를 합성하기 위해서이다. 만약 각각의 하중조건에서 Von-Mises stress를 읽어 합성하면 실제보다 큰 응력이 결과로 나타나게 된다.



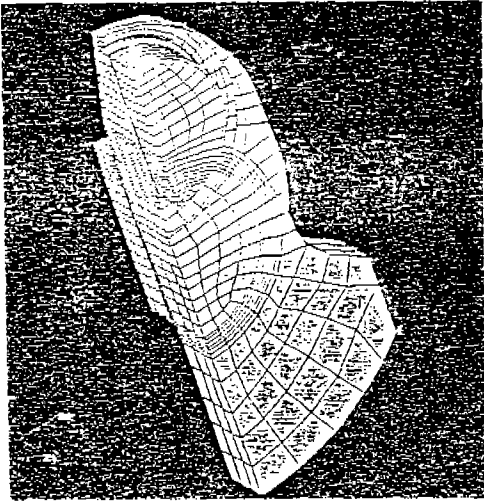


Fig.19 1/4 Throw Crankshaft FE Model

Principal stress는 굽힘 및 비틀림에서 응력의 방향이 틀리므로 고전적 방법과 마찬가지로 Octahedral stress theory를 이용하여 합성하며, Modified Goodman diagram을 이용하여 피로안전계수를 계산한다.

Fig. 21은 FE 해석결과를 보여주고 있다.

#### 4. 결 언

지금까지 엔진개발시 크랭크샤프트의 초기 설계시 검토를 필요로 하는 응력해석을 위하여 고전적인 방법과 동적특성 해석결과를 이용한 FE 해석방법의 내용을 계산과정에 역점을 두고 소개하였다.

고전적인 방법은 초기설계시 빠른 시간내에 실용적으로 검토 가능한 방법으로서 유효한 수단이나 수많은 실험 및 경험적 data를 필요로 한다. 한편, FE 해석에 하중조건으로써 동적특성 해석결과를 이용함으로써 비교적 상세정보를 파악할 수 있다. 동적특성 해석이 비록 이론이 복잡하고 계산시간이 오래 걸리며 아직도 해결해야 할 부분도 남아 있지만, 굽힘 및 비틀림 damper의 적합성 판정과 fly-wheel 및 pulley의 whirling, 엔진 block과의 공진 여부를 파악하는데 매우 효과적이라는 점등을 고려하면, 크랭크샤프트의 강도해석 뿐 아니라 엔진 NVH 대책 측면에서 앞으로 computer capability 발전과 함께 적용빈도가 점점할 것으로 보인다.

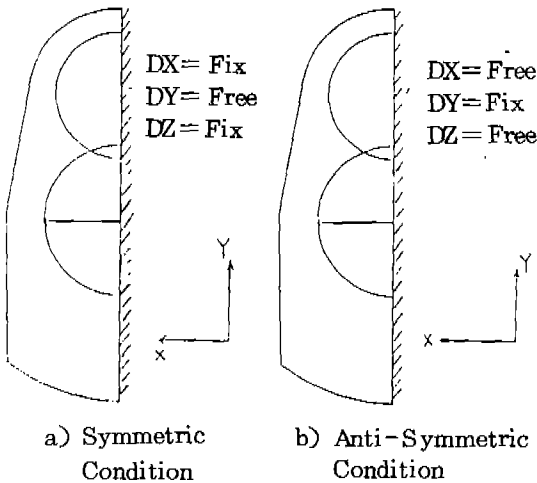


Fig.20 Symmetric and Anti-Symmetric Condition

#### 참 고 문 헌

1. Hodgetts D., 1974, "The Vibrations of Crankshaft", PH. D Thesis of London University.
2. Hodgetts D., 1971, "The Vibrations of Crankshaft", Imech/ASAE Symposium.
3. Hodgetts D., 1976, "The Whirling Modes of Vibration of a Crankshaft", Imech/ASAE. 4.
4. Heath A.R., 1988, "The Measurement and Prediction of Flywheel Whirl", Auto Tech. Symposium.

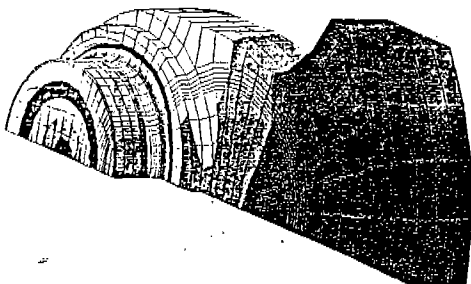


Fig.21 Result of FE Stress Analysis (Shear Stress Distribution)

5. K. Kikuchi, 1970, "Analysis of Unbalance Vibration of Rotating Shaft System with Many Bearings and Discs", Bulletin of JSME, Vol 13, No. 61.
6. Ker Wilson, 1963, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", Chapman & Hall, Vol 2, 3.
7. R.E. Peterson, 1974, "Stress Concentration Factor", John Wiley & Sons.
8. E.J. Nestorides (Ed.), 1958, "A Handbook on Torsional Vibration", Cambridge Univ. Press.
9. J.E. Shigley, 1983, "Mechanical Engineering Design", McGraw-Hill Book.
10. Chapin M. Lowell, "The Crankshaft: Designing for Structural Strength and Fatigue Resistance".