

외부가압 공기베어링의 동적 특성에 관한 해석

김우정* · 박상신* · 한동철**

*서울대학교 대학원 기계설계학과, **서울대학교 기계설계학과

A Study on the Dynamic Characteristics of an Externally Pressurized Gas Bearing

Woo-jeong Kim*, Sang-shin Park*, Dong-chul Han**

*Dept. Mech. Design & Production Eng., Graduate School of Seoul National Univ.

**Dept. Mech. Design & Production Eng., Seoul National Univ.

Abstract—For the accurate run-out of a light rotor shaft the sliding bearings supplied with externally pressurized air are effectively applied, and it is important to predict the static and dynamic characteristics of rotor-bearing system. In this study direct numerical method is applied to solve the perturbed Reynolds' equation. To solve it the perturbed dimensionless mass flow rate is used as the boundary condition under the inherently-compensated restrictor. The dynamic characteristics of a rotor supported in the externally pressurized air bearings are analyzed, and as a result the orbit of the journal center is calculated. The theoretical results are investigated and discussed.

Keywords: externally pressurized air bearings, run-out, direct numerical method, inherently-compensated restrictor, dynamic characteristics, nonlinear analysis, orbit

1. 서 론

최근 전자 및 광학분야에 있어서의 눈부신 발전은 비구면 가공이나 초정밀 연삭기와 같은 초정밀 가공기계의 개발과 실용화에 힘입은 바 크다. 이러한 초정밀 가공기의 성능을 좌우하는 핵심요소로서 주축계를 들 수 있으며, 비교적 소형 경량의 공작물을 가공하는 기계의 주축용 베어링으로는 오일 베어링을 대신하여 공기베어링이 점차 널리 사용되고 있다.

이러한 가공기에 많이 사용되는 외부가압 공기베어링은 동압 공기베어링과는 달리, 외부에서 가압된 압축공기에 의하여 공기막을 형성하므로, 시동과 정지시 마멸이 없고 저속에서도 비교적 높은 하중 지지력을 얻을 수 있으며, 오일 베어링과 비교하여서는 발열이 적고 윤활제의 유출에 의한 오염의 위험이 없다는 특성외에 공기막에 의한 평균화 효과에 의하여 고정도의 운전이 가능하다는 장점이 있다.

고속 정밀 주축은 불안정이 나타나지 않는 영역에서 사용되는 것이 보통이므로, 설계시에는 베어링 부하용량 및 소요공기량 등의 정적인 특성수와 베어링의 강성과 같은 동적인 특성들이 최적치를 갖도록 해석하는 것이

중요하다.

이론적인 해석을 바탕으로 한 설계자료로는 MTI 설계도표[1, 2]가 가장 널리 알려져 있고 최근까지의 연구 결과는 Gross[3]에 의해 정리된 바 있다. 위의 자료에 인용된 연구들은 선 급기원(line source) 가정에 근거를 둔 해석이 주류를 이루고 있으나, 선 급기원에 의한 모델링은 급기공 하에서의 원주 방향 유동을 정확히 고려하지 못하므로 최근에는 실제의 거동에 보다 가까운 점 급기공의 가정에 의한 해석이 이루어지고 있다.

점급기공의 가정을 이용한 해석방법으로는 각 급기공 사이의 영향계수를 이용하는 방식[4], 지배 방정식을 차분화하고, 급기량의 영향을 차분 방정식에 대입하는 방식[5, 6] 등이 있으나 본 논문에서는 윤활 틈새 내의 질량유동의 연속성을 이용하여 해를 구하는 직접수치해법(direct numerical method)을 이용하였다. 공기베어링 문제에 있어서, 직접수치해법은 효율적인 해법으로 알려져 있다[7]. 이 방법에 관한 연구로는 Kawabata[8, 9]가 큰 베어링 계수를 갖는 공기막에 관하여 해석을 시도하여 유한요소법에 의한 결과와 비교하였고, 저자중한 사람은[10] 베어링면의 공기분자의 미끄러움을 고려한 직접수치해법을 정식화하고 P^2H^2 을 사용한 선형화된 간

접해법에 의한 결과와 비교를 하였다. 그러나 윗 연구들은 외부 급기원이 없는 경우의 해석이다. 급기원이 있는 경우의 직접수치해법은 전[11], 박[12, 13] 등이 있으나 정적인 특성수의 연구에만 그쳤고 급기구에서의 동적특성을 밝히지는 못했다.

베어링의 제 특성수들은 압력분포에 근거를 두고 있으므로 압력분포의 정확한 계산은 베어링의 성능을 예측하는데 가장 중요하다. 자성형(inherently compensated restrictor) 급기공을 갖는 외부가압 베어링에서는 입구효과(entrance effect)라 불리는 급격한 압력 강하 현상이 발생하나[14-17], 틈새가 비교적 작은 경우에는 점성 유동에 의한 모델도 잘 맞는 것으로 알려져 있다[18]. 따라서 본 연구에서는 입구효과를 무시하고 공기의 점성 유동만을 고려하였다.

초정밀 가공기용 주축계로 공기베어링이 사용되는 경우, 우수한 회전정도를 가져야 하므로 회전정도를 초기 설계 단계에서부터 예측하는 일은 매우 중요하다. 공기 베어링의 공기막 반력은 Hunger[19]가 Kippsement형, Mehrkeil형, 다엽형 등에 대하여 공기막 압력의 교환을 이용한 베어링의 동특성 계수를 구하였으나 비선형 해석에 의한 축중심 궤적을 구하기 위한 엄밀한 해석은 수행하지 못하였다. 황[20]은 동압 다엽형 베어링에 대해서 축중심 궤적의 비선형 해석을 수행한 바 있다.

본 논문에서는 점급기원의 가정하에 직접수치해법을 사용하는 해석 프로그램을 작성하여, 무차원화된 설계 변수들에 대한 외부가압 공기베어링의 정·동특성수들을 구하고, 여기서 구해진 베어링의 정·동특성수를 사용하여 베어링의 공기막 반력을 계산한 후, 축중심 궤적의 비선형 해석을 수행함으로써 주축 회전 정도를 예측하고자 한다.

2. 지배방정식

Fig. 1과 같은 n개의 자성형 급기공을 갖는 외부가압 공기베어링 틈새내의 압력분포를 구하기 위하여, 공기막 틈새의 미소 체적요소의 관성력, 압력, 마찰력 그리고 외부의 힘장 사이의 힘의 균형으로부터 유도된 Navier-Stokes 방정식으로부터 압축성 유체에 대한 레이놀즈 방정식을 유도하여 무차원화 시키면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta}) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \quad (1)$$

여기서 무차원 변수들은 아래와 같다.

- 무차원 좌표: $\theta = x/r, \zeta = z/r$
- 무차원 틈새 높이: $H = h/C$
- 유효 틈새의 상대적 압력: $P = p/p_0$

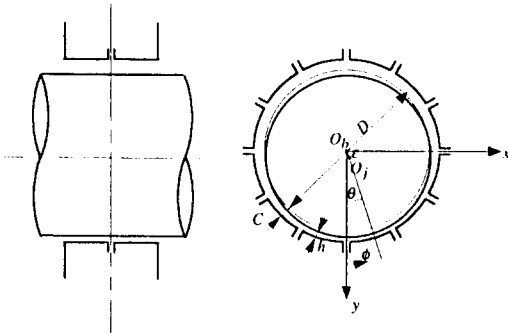


Fig. 1. Schematics of externally pressurized gas journal bearing

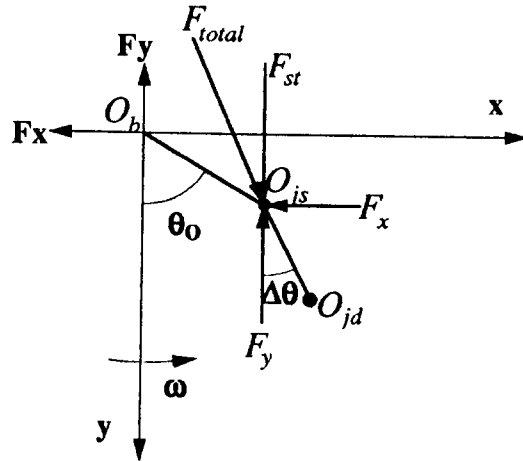


Fig. 2. Coordinate system for dynamic analysis

- 무차원 시간: $\tau = \omega t$
- 상대적인 베어링 틈새: $\psi = C/r$
- 압축성 계수: $\Lambda = \frac{6\mu\omega}{P_0\psi^2} \quad (2)$

Fig. 2와 같은 좌표계에서의 Ob는 베어링 중심을, Oj는 축의 중심을 나타내며 정적하중 \bar{F}_s 는 y축 방향으로만 작용하고 있다고 가정한다. 축의 순간중심이 적은 범위에서 운동한다는 가정에서 유막두께의 교환은

$$H = H_0 + H_1 \cdot \Delta x + H_2 \cdot \Delta y \quad (3)$$

이고 진동의 x, y성분의 진동을 조화함수로 가정하고 감쇠계수의 용이한 유도를 위해 교환 압력항을 복소형 식으로 표시한다.

$$P = P_0 + P_1 \cdot \Delta x + P_2 \cdot \Delta y \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 섭동

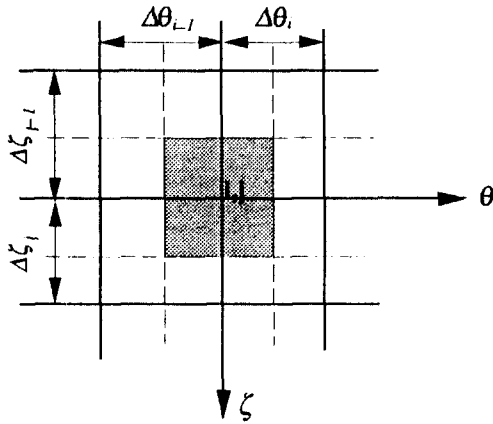


Fig. 3. Mesh for analysis

레이놀즈 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (P_o H_o^3 \frac{\partial P_o}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (P_o H_o^3 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta}) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P_o H_o) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left[P_o H_o^3 \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + 3P_o H_o^2 H_1 \frac{\partial P_o}{\partial \theta} + H_o^3 P_1 \frac{\partial P_o}{\partial \theta} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[P_o H_o^3 \frac{\partial P_1}{\partial \zeta} + 3P_o H_o^2 H_1 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} + H_o^3 P_1 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right] \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P_o H_1 + P_1 H_o) + 2\Lambda i (P_o H_1 + P_1 H_o) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left[P_o H_o^3 \frac{\partial P_2}{\partial \theta} + 3P_o H_o^2 H_2 \frac{\partial P_o}{\partial \theta} + H_o^3 P_2 \frac{\partial P_o}{\partial \theta} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[P_o H_o^3 \frac{\partial P_2}{\partial \zeta} + 3P_o H_o^2 H_2 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} + H_o^3 P_2 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right] \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P_o H_2 + P_2 H_o) + 2\Lambda i (P_o H_2 + P_2 H_o) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (5)의 해법은 문헌 [11]에서 행한 방법을 그대로 사용하였으므로 본고에서는 교란 미분방정식 (6), (7)의 직접수치해법에 관해서만 논의한다.

식 (6)과 (7)을 벡터식으로 표시하면 다음과 같고 이하에서는 첨자 1, 2를 k로만 표시한다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [P_o H_o^3 \nabla P_k + 3H_o^2 H_k P_o \nabla P_o + H_o^3 P_k \nabla P_o - \Lambda (P_o H_k \\ + P_k H_o)] = 2\Lambda i (P_o H_k + P_k H_o) \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)을 Fig. 3과 같은 공기유통이 이루어지는 표면의 임의의 점 (i, j)를 둘러싼 표면 $\Sigma_{i,j}$ 에 대해서 적분하면

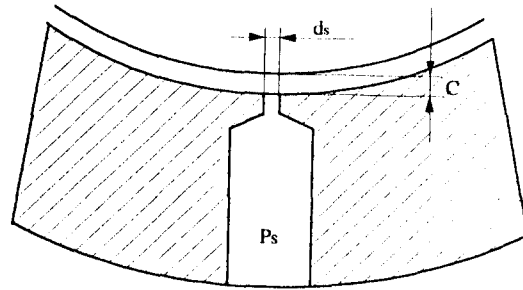


Fig. 4. Schematics of inherent compensated restrictor

$$\begin{aligned} & \iint_{\Sigma_{i,j}} \nabla \cdot [P_o H_o^3 \nabla P_k + 3H_o^2 H_k P_o \nabla P_o + H_o^3 P_k \nabla P_o \\ & - \Lambda (P_o H_k + P_k H_o)] d\theta \cdot d\zeta = \iint_{\Sigma_{i,j}} 2\Lambda i (P_o H_k + P_k H_o) d\theta \cdot d\zeta \end{aligned} \quad (9)$$

여기에 Gauss' divergence theorem을 적용하면

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_{i,j}} [P_o H_o^3 \nabla P_k + 3H_o^2 H_k P_o \nabla P_o + H_o^3 P_k \nabla P_o \\ & - \Lambda (P_o H_k + P_k H_o)] \underline{n} \cdot d\mathbf{l} = \iint_{\Sigma_{i,j}} 2\Lambda i (P_o H_k + P_k H_o) d\theta \cdot d\zeta \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 Fig. 3과 같은 절점에서 압력과 틈새의 함수를 국소영역에서의 선형으로 가정하여 중앙차분식으로 표시하여 정리하면 다음과 같은 간단한 형태의 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{kij} \cdot P_{kij} = & A_{ki-1j} \cdot P_{ki-1j} + A_{ki+1j} \cdot P_{ki+1j} + A_{kij-1} \cdot P_{kij-1} \\ & + A_{kij+1} \cdot P_{kij+1} + A_{dk} - I_k \end{aligned} \quad (11)$$

여기에서 각각의 계수 A_k 는 Appendix A에 실었다.

급기공이 위치한 절점에서는 유량의 연속조건을 사용한다. Fig. 4와 같은 자성형 급기공으로부터 공급되는 급기량 Q_{Sij} 는 압축성 유체의 등엔트로피 과정에 대한 식으로부터 구한다[21].

$$Q_{Sij} = \Gamma_S P_S H_{ij} \Phi \quad (12)$$

여기에서 Γ_S 는 급기계수로

$$\Gamma_S = \frac{12\mu Cd A_o \sqrt{RT}}{p_a C^3}$$

이고 Φ 는 오리피스 함수로 아래와 같다.

$$\Phi = \left[\frac{2\kappa}{\kappa+1} \right]^{1/2} \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{1/\kappa-1} \cdot \frac{p_{ij}}{p_s} \leq \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{\kappa/\kappa-1} \quad (13)$$

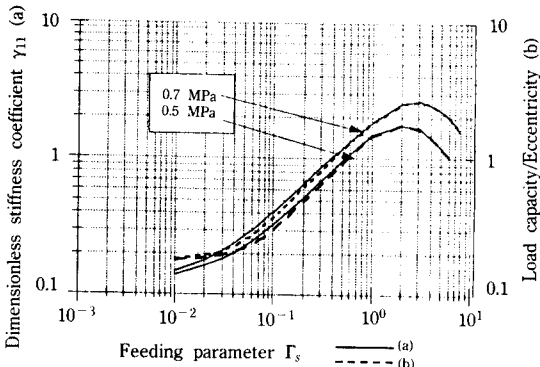


Fig. 6. Comparison between static stiffness and dynamic stiffness coefficient

여기서

$$\varepsilon = \frac{e}{C}, \quad \varepsilon_p = \frac{e_p}{C}, \quad \bar{F}_{st} = \frac{m_w g}{2 p_a B D}, \quad \varepsilon_o^2 = \frac{g}{C}$$

이고, 베어링 반력 \bar{F}_x 과 \bar{F}_y 는 앞절에서 설명한 \bar{F}_x 와 \bar{F}_y 에서 구한다.

$$\bar{F}_x = \bar{F}_x \cdot \sin \theta + \bar{F}_y \cdot \cos \theta \quad (22)$$

$$\bar{F}_y = \bar{F}_x \cdot \cos \theta - \bar{F}_y \cdot \sin \theta \quad (23)$$

이 운동방정식은 Runge-Kutta 방법을 이용해서 풀되, 초기치 ε_0 와 θ_0 는 각각의 경우에서 정적평형점에서 구하였고 초기구배 $\dot{\varepsilon}_0$ 와 $\dot{\theta}_0$ 는 각각 0으로 하였고 $\Delta\tau$ 는 0.001로 하였다.

4. 해석결과 및 고찰

본 연구에서는 $B/D=38/60$, 베어링 틈새 $C=10 \mu\text{m}$, 급기구는 베어링 중간에 원주를 따라서 등간격으로 놓고 해석하였다. 정적압력을 구하기 위한 방정식의 비선형성은 반복계산에 의해서 비선형성을 없애주는 단순반복계산법을 채택하였다. 정상상태를 구하기 위해서는 압력의 계산을 정확히 할 필요가 있으므로 정상상태 압력분포의 수렴조건은 $\max|P_{ij}^{(n)} - P_{ij}^{(n-1)}| < 10^{-7}$ 으로 하였고 섭동압력의 수렴조건은 $\max|P_{ij}^{(n)} - P_{ij}^{(n-1)}| < 10^{-5}$ 으로 하였다. 그리고 이산화는 수치해석의 오차를 무시할 수 있는 범위 내에서 계산속도를 고려해서 원주방향으로는 등간격으로 60개, 축방향으로는 16개로 분할하였다.

Fig. 6은 $\Lambda=1$, $\varepsilon=0.1$ 일 때 급기압력 0.5 MPa과 0.7 MPa인 경우의 정적인 강성계수 \bar{F}/ε 과 본 해석에서 구한 동적인 강성계수를 비교한 그림이다. 그림에서 점선으로 표시된 것은 정적인 강성계수를 나타내며 실선으로 표시된 것은 동적인 강성계수를 표시한다. 정적인 강성계

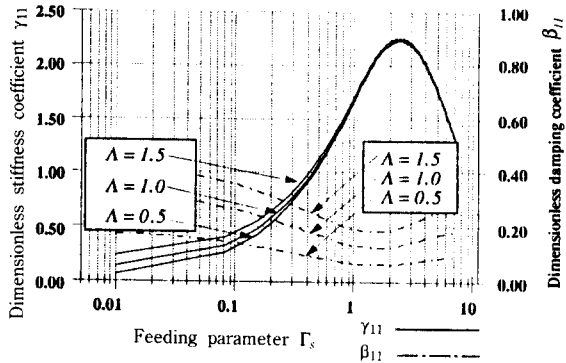


Fig. 7. Feeding parameter vs. stiffness and damping coefficients ($P_s=6$)

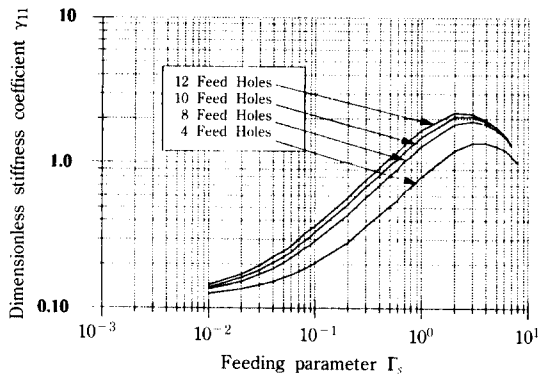


Fig. 8. Influence of number of feeding holes ($\Lambda=1$, $P_s=6$)

수와 동적인 강성계수는 급기계수가 0.6 이상이 되어 정수압 효과가 커지면 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig.7은 급기압력 0.6 MPa 일 때의 급기계수의 변화에 따른 주강성계수 γ_{11} 과 주감쇠계수 β_{11} 의 관계를 압축성계수 Λ 를 변화시켜 가며 나타낸 그림이다. 이는 편심률이 0.1인 경우에 대해서 계산한 결과로 그래프에서 알 수 있듯이 강성계수는 일정한 압력에 대하여 급기계수를 구성하는 베어링의 설계변수들에 최대의 강성을 얻을 수 있는 조합이 존재함을 알 수 있다. 그러나 감쇠계수의 경우 최대 강성계수가 나타나는 점에서 오히려 최소값이 되는 경향이 있다. 이는 외부가압 공기베어링의 경우 최대의 강성과 최대의 감쇠효과를 동시에 갖도록 설계할 수 없다는 것을 말한다. 그러므로 베어링의 설계시 운전조건에 따라서 강성에 주안점을 두느냐 감쇠에 주안점을 두느냐는 설계자의 판단에 의해서 결정되어야 한다.

Fig.8은 급기압력을 0.6 MPa일 때 $\Lambda=1$, $\varepsilon=0.1$ 로 고정시키고 급기공수를 4, 8, 10, 12로 변화시켜 가며 구한 강성계수이다. 급기공수가 많아질수록 강성계수가 증가

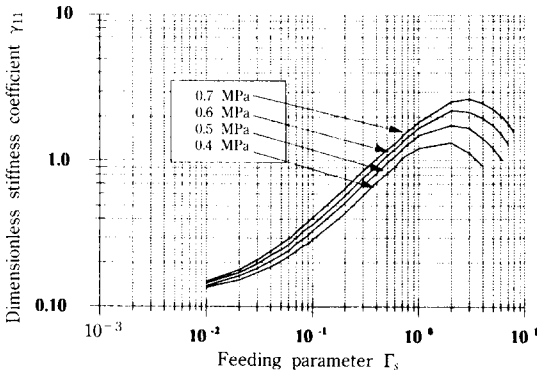


Fig. 9. Influence of supply pressure ($\Lambda=1$, $n=12$)

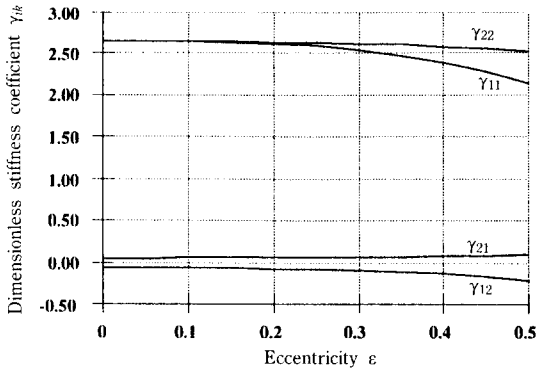


Fig. 10. Stiffness coefficients vs. eccentricity ($\Lambda=1$)

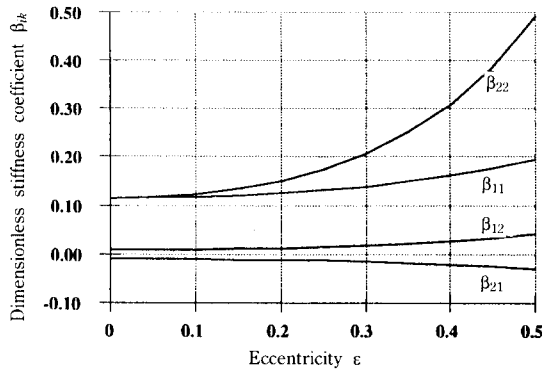


Fig. 11. Damping coefficients vs. eccentricity ($\Lambda=1$)

하기는 하지만 최대강성값의 차이는 급기공이 8개 이상 일 때 약 10% 정도밖에 나지 않는다. 이는 급기공 주 위로의 공기의 산란효과가 급기공의 갯수가 8개 이상에서는 크지 않음을 알 수 있다.

Fig. 9는 $\Lambda=1$, $\epsilon=0.1$, 급기공수는 12개 일 때 급기 압력을 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 MPa로 변화시켜 가며 계산한

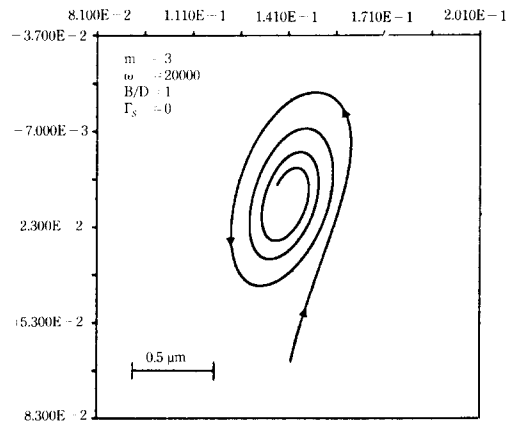


Fig. 12. Orbit of self acting journal center

강성계수의 결과이다. 급기압력에 따른 최대 강성계수는 급기압력에 거의 비례한다. 그러나 최대 강성계수가 나타나는 급기계수는 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

Fig. 10과 11은 베어링 편심률에 따른 강성계수와 감쇠계수를 자세각이 0이고 $\Lambda=1$, $\Gamma_s=2.4$ 일 때 표시한 그림이다. 편심률이 작을 경우 주계수들은 거의 일치하지만 연성계수는 절대값이 같고 부호가 반대인 값을 갖는다. 그러나 편심률이 커지는 경우 주강성 계수중 γ_{11} 이 γ_{22} 에 비해 크게 감소하는 것을 알 수 있는데 이는 y축 방향으로만 편심이 된 경우이므로 상대적으로 γ_{22} 가 γ_{11} 보다 크게 나타나는 것이며, 감쇠의 경우도 스쿼즈 효과가 커짐으로써 주감쇠계수중 β_{22} 가 현격히 증가함을 알 수 있다.

Fig. 12는 외부가압을 하지 않는 동압 공기 저어널 베어링의 축중심의 운동궤적을 나타낸 것이다. 이는 편심질량이 0인 경우로 회전궤적이 점점 줄어들며 안정영역으로 들어감을 알 수 있다. Fig. 13은 $\Lambda=1$ 인 경우 회전체 질량과 불평형질량의 값을 바꾸어 가며 축의 회전궤적을 구한 것이다. 여기서 초기 정적 평형점에서 진동의 양상을 보이는 것은 축의 불평형질량에 의한 가진력이 있을 때 그 평형점으로 움직이기 위해 강성 및 감쇠에 의한 공기막힘에 의해서 생기며 정적 평형점에서 회전 궤적의 평형상태로 가는 동안 1, 2번의 유동이 생긴 후에 타원형의 궤적을 나타냄을 알 수 있다. 이처럼 비선형 해석에 의하여 축중심의 궤적을 계산함으로써 축의 회전정도를 예측할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

외부 가압 공기 저어널 베어링의 정적 및 동특성수를 구하고 이를 이용하여 강체축-베어링계의 축중심 궤적의

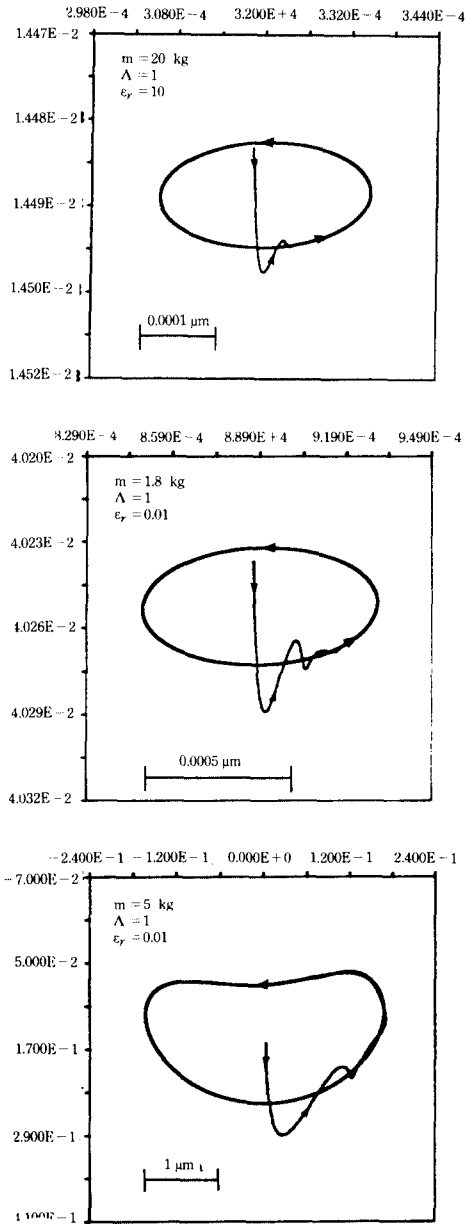


Fig. 13. Orbit of externally pressurized journal center

비선형 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 베어링의 정적 및 동적 특성수들은 점급기 가정하에 직접수치해법을 통하여 효과적으로 계산할 수 있다.
2. 최대의 강성계수를 나타내는 굽기계수 Γ_s 가 존재하며 이는 베어링의 설계변수를 조합함으로써 얻을 수 있다. 또한 이 경우에 감쇠는 최소가 되며 이는 일반적인

공기베어링의 특징과 잘 일치한다. 공기베어링에서 최대 강성계수와 최대 감쇠계수를 동시에 얻는 것은 불가능하다.

3. 강성계수는 굽기계수 Γ_s 의 변화에 대해 급격히 변하나 압축성 계수 Λ 에 대해서는 크게 변화하지 않는다. 그러나 감쇠계수는 굽기계수의 변화에 대해 완만한 변화를 나타내며 오히려 압축성 계수에 대해서는 민감하게 변화한다. 이는 베어링 내의 스퀴즈 효과가 회전수가 커짐에 따라 증가하기 때문에 이에 관련된 감쇠값이 영향을 받기 때문이다.

4. 베어링의 정상상태 위치를 찾아가는 해석 프로그램을 개발하였고 주축의 회전속도에 따른 정상상태에서의 강성 및 감쇠계수와 베어링 공기막 반력 등의 특성수들을 효과적으로 구했다. 공기베어링을 공작기계의 주축재로 사용하는 경우 이는 절삭 깊이에 따른 절삭력의 변화에 대해 응답하는 주축의 궤적을 추적함으로써 공구의 위치결정에 필요한 자료를 제공할 수 있다.

5. 강체축-베어링계의 비선형 해석을 통해 축중심 궤적을 효과적으로 구할 수 있고, 이를 통해 주축의 회전 정도를 설계단계에서 예측할 수 있다.

기호설명

- A_0 : Reference curtain area of inherent restrictor
- C : Clearance
- C_d : Discharge coefficient
- e : Eccentricity
- F_{st} : Static load
- \bar{F}_{st} : Dimensionless static load
- F_x : x-component of resultant of pressure
- \bar{F} : Dimensionless x-component of resultant of pressure
- F_y : y-component of resultant of pressure
- \bar{F}_y : Dimensionless y-component of resultant of pressure
- h : Film thickness function
- H : Dimensionless film thickness function ($=h/C$)
- H_0 : Dimensionless film thickness at steady state ($=h_0/C$)
- $H_{1,2}$: Perturbed film thickness
- m, n : Number of grids in θ - and ζ - direction
- p : Film pressure
- p_a : Ambient pressure
- p_s : Supply pressure
- P : Dimensionless film pressure ($=p/p_a$)
- P_0 : Dimensionless film pressure at steady state

- (= p_0/p_a)
- $P_{1,2}$: Perturbed dimensionless film pressure (= p_k/p_a)
- P_s : Dimensionless supply pressure (= p_s/p_a)
- q_s : Mass flow rate supplied through feeding hole
- Q_s : Dimensionless mass flow rate supplied through feeding hole
- Q_1, Q_2 : Perturbed dimensionless mass flow rate supplied through feeding hole
- θ : Circumferential coordinate
- ζ : Axial coordinate
- R : Gas constant
- T : Temperature of supplied gas
- ϵ : Eccentricity ratio
- κ : Adiabatic number
- Γ_s : Feeding parameter ($= \frac{12\mu C_d A_w \sqrt{RT}}{p_a C^3}$)
- Λ : Compressibility number ($= \frac{6\mu\omega}{p_a \Psi^2}$)
- μ : Viscosity
- ρ : Density
- ω : Angular velocity of journal
- Ψ : Relative clearance (= C/r)

참 고 문 헌

1. Reiger, N.F.(ed.), "Design of Gas Bearings", RFP-MTI Gas Bearing Design Course, Mechanical Technology Inc., Latham, New York., 1967.
2. Wilcock, D.F.(ed.), "MTI Gas Bearing Design Manual", Mechanical Technology Inc., Latham, New York, 1972.
3. Gross, W.A., "Fluid Film Lubrication", John Wiley & Sons, New York, 1980.
4. Majumdar, B.C., "On the General Solution of Externally Pressurized Gas Journal Bearings", J. Lub. Tech., Trans. ASME, Vol.94, No.4, pp.291-296, 1972.
5. Elrod, H.G. and Glanfield, G.A., "Computer Procedures for the Design of Flexibly Mounted, Externally Pressurized, Gas Lubricated Journal Bearings", Proc. of 5th Gas Bearing Symposium, Univ. of Southampton, paper 22., 1971.
6. Kazimierski, Z. and Trojnariski, I., "Investigations of Externally Pressurized Gas Bearings With Different Feeding Systems", J. of Lub. Tech., Trans. ASME, Series F, Vol.103, No.4, pp.59-64, 1980.
7. Castelli, V. and Pirvics, J., "Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis", J. Lub. Tech., Trans. ASME, Vol.90, No.4, pp.777-792, 1968.
8. Kawabata, N., "Numerical Analysis of Reynolds Equation for Gas Lubrication in a High Λ Region", JSME International J., Vol.30, No.263, pp.836-842, 1987.
9. Kawabata, N., "Numerical Analysis of Reynolds Equation for Gas Lubrication in a High Λ Region", 일본기계학회 논문집, Vol.54, No.87-1085, pp.1911-1918, 1987.
10. 박상신, 황 평, 장인배, 한동철, "극소 공기막을 갖는 공기베어링의 직접수치해법을 이용한 정적 해석", 대한기계학회 논문집 제 15권 제 1호, pp.120-126, 1991. 1.
11. 전경석, 한동철, "외부가압 공기베어링의 정·동특성에 관한 연구", 윤활학회지, Vol.6, No.1, pp.60-67, 1990. 10.
12. 박상신, 외부가압 스톱스트 공기베어링의 부하특성에 관한 연구, 서울대학교 석사학위논문, 1991.
13. 박상신, 한동철, "외부가압 원추형 베어링의 특성에 관한 연구", 윤활학회지, Vol.7, No.1, pp.35-39, 1991. 4.
14. McCabe, J.T., et al., "Summary of Investigation of Entrance Effect of Circular Thrust Bearings", Proc. of 4th Biannual Gas Bearing Symposium, Univ. of Southampton, paper 17., 1969.
15. Mori, H., "A Theoretical Investigation of Pressure Depression in Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Bearings", Proc. 4th Gas Bearing Symposium, Univ. of Southampton, Paper 30, 1961.
16. Mori, H., Miyamatsu, Y. and Sakata, S., "Theory on the Pressure Depression in Externally Pressurized Thrust Gas Bearing with Consideration of Growth of Boundary Layers", J. JSME, Vol.9, No.2, pp.113-118, 1964.
17. Mori, H. and Miyamatsu, Y., "Theoretical Flow Models for Externally Pressurized Gas Bearings", J. Lub. Tech. ASME, Vol.91, No.1, pp.181-193, 1969.
18. Pinkus, O. and Sternlicht, B., "Theory of Hydrodynamic Lubrication", McGraw-Hill, New York, 1961.
19. Hunger, H., "Berechnung der statischen und dynamischen Kennlinien aerodynamische Ferderlager", Diss. Univ. Karlsruhe, 1982.
20. 황 평, "공기 역학 탄성 베어링의 정특성 및 동특성에 관한 연구", 공학박사학위논문, 서울대학교, 1988.
21. A.H. Shapiro, "Compressibility Fluid Flow", Vol.1, The Ronald Press Company, New York, 1953.

Appendix A

$$\begin{aligned}
 A_{ki-1j} &= \left[\left(-\frac{H_o^3{}_{i-1/2j} + (P_{oij} - P_{oi-1j})}{2\Delta\theta_i} + \frac{H_o^3{}_{i-1/2j} - P_{oi-1/2j}}{\Delta\theta_i} + \frac{\Lambda H_{oi-1/2j}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \right] \\
 &+ \left[\left(-\frac{H_o^3{}_{i-1/2j} - (P_{oij} - P_{oi-1j})}{2\Delta\theta_i} + \frac{H_o^3{}_{i-1/2j} - P_{oi-1/2j}}{\Delta\theta_i} + \frac{\Lambda H_{oi-1/2j}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \right] \\
 A_{ki+1j} &= \left[\left(\frac{H_o^3{}_{i+1/2j} + (P_{oi+1j} - P_{oij})}{2\Delta\theta_{i+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+1/2j} + P_{oi+1/2j}}{\Delta\theta_{i+1}} - \frac{\Lambda H_{oi+1/2j}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \right] \\
 &+ \left[\left(\frac{H_o^3{}_{i+1/2j} - (P_{oi+1j} - P_{oij})}{2\Delta\theta_{i+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+1/2j} - P_{oi+1/2j}}{\Delta\theta_{i+1}} - \frac{\Lambda H_{oi+1/2j}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \right] \\
 A_{kij-1} &= \left[\left(-\frac{H_o^3{}_{i+j-1/2} (P_{oij} - P_{oij-1})}{2\Delta\zeta_j} + \frac{H_o^3{}_{i+j-1/2} P_{oij-1/2}}{\Delta\zeta_j} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \right] \\
 &+ \left[\left(-\frac{H_o^3{}_{i-j-1/2} (P_{oij} - P_{oij-1})}{2\Delta\zeta_j} + \frac{H_o^3{}_{i-j-1/2} P_{oij-1/2}}{\Delta\zeta_j} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2} \right] \\
 A_{kij+1} &= \left[\left(\frac{H_o^3{}_{i+j+1/2} (P_{oij+1} - P_{oij})}{2\Delta\zeta_{j+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+j+1/2} P_{oij+1/2}}{\Delta\zeta_{j+1}} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \right] \\
 &+ \left[\left(\frac{H_o^3{}_{i-j+1/2} (P_{oij+1} - P_{oij})}{2\Delta\zeta_{j+1}} + \frac{H_o^3{}_{i-j+1/2} P_{oij+1/2}}{\Delta\zeta_{j+1}} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2} \right] \\
 Ad_k &= (-3H_o^2{}_{i-1/2j} + H_{ki-1/2j} P_{oi-1/2j} \frac{P_{oij} - P_{oi-1j}}{\Delta\theta_i} + \Lambda P_{oi-1/2j} H_{ki-1/2j}) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \\
 &+ (-3H_o^2{}_{i-1/2j} - H_{ki-1/2j} P_{oi-1/2j} \frac{P_{oij} - P_{oi-1j}}{\Delta\theta_i} + \Lambda P_{oi-1/2j} H_{ki-1/2j}) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \\
 &+ (3H_o^2{}_{i+1/2j} + H_{ki+1/2j} P_{oi+1/2j} \frac{P_{oi+1j} - P_{oij}}{\Delta\theta_{i+1}} - \Lambda P_{oi+1/2j} H_{ki+1/2j}) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \\
 &+ (3H_o^2{}_{i+1/2j} - H_{ki+1/2j} P_{oi+1/2j} \frac{P_{oi+1j} - P_{oij}}{\Delta\theta_{i+1}} - \Lambda P_{oi+1/2j} H_{ki+1/2j}) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \\
 &+ (-3H_o^2{}_{i-j-1/2} H_{kij-1/2} P_{oij-1/2} \frac{P_{oij} - P_{oij-1}}{\Delta\zeta_j}) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \\
 &+ (-3H_o^2{}_{i-j-1/2} H_{kij-1/2} P_{oij-1/2} \frac{P_{oij} - P_{oij-1}}{\Delta\zeta_j}) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2} \\
 &+ (3H_o^2{}_{i+j+1/2} H_{kij+1/2} P_{oij+1/2} \frac{P_{oi+1j} - P_{oij}}{\Delta\zeta_{j+1}}) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \\
 &+ (3H_o^2{}_{i-j+1/2} H_{kij+1/2} P_{oij+1/2} \frac{P_{oi+1j} - P_{oij}}{\Delta\zeta_{j+1}}) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{ki,j} = & \left(\frac{H_o^3{}_{i-1/2j+}(P_{oi,j}-P_{oi-1j})}{2\Delta\theta_i} + \frac{H_o^3{}_{i-1/2j+}P_{oi-1/2j}}{\Delta\theta_i} - \frac{\Lambda H_{oi-1/2j+}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \\
& + \left(\frac{H_o^3{}_{i-1/2j-}(P_{oi,j}-P_{oi-1j})}{2\Delta\theta_i} + \frac{H_o^3{}_{i-1/2j-}P_{oi-1/2j}}{\Delta\theta_i} - \frac{\Lambda H_{oi-1/2j-}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i+1/2j+}(P_{oi+1j}-P_{oi,j})}{2\Delta\theta_{i+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+1/2j+}P_{oi+1/2j}}{\Delta\theta_{i+1}} + \frac{\Lambda H_{oi+1/2j+}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_{j+1}}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i+1/2j-}(P_{oi+1j}-P_{oi,j})}{2\Delta\theta_{i+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+1/2j-}P_{oi+1/2j}}{\Delta\theta_{i+1}} + \frac{\Lambda H_{oi+1/2j-}}{2} \right) \cdot \frac{\Delta\zeta_j}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i+j-1/2}(P_{oi,j}-P_{oi,j-1})}{2\Delta\zeta_j} + \frac{H_o^3{}_{i+j-1/2}P_{oi,j-1/2}}{\Delta\zeta_j} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i-j-1/2}(P_{oi,j}-P_{oi,j-1})}{2\Delta\zeta_j} + \frac{H_o^3{}_{i-j-1/2}P_{oi,j-1/2}}{\Delta\zeta_j} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i+j+1/2}(P_{oi,j+1}-P_{oi,j})}{2\Delta\zeta_{j+1}} + \frac{H_o^3{}_{i+j+1/2}P_{oi,j+1/2}}{\Delta\zeta_{j+1}} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_{i+1}}{2} \\
& + \left(-\frac{H_o^3{}_{i-j+1/2}(P_{oi,j+1}-P_{oi,j})}{2\Delta\zeta_{j+1}} + \frac{H_o^3{}_{i-j+1/2}P_{oi,j+1/2}}{\Delta\zeta_{j+1}} \right) \cdot \frac{\Delta\theta_i}{2}
\end{aligned}$$

Appendix B

1) choked 조건 $\left[\frac{P_{ij}}{P_s} \leq \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{\kappa/\kappa-1} \right]$

$$Q_0 = \Gamma_S P_S H_0 \left[\frac{2\kappa}{\kappa+1} \right]^{1/2} \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{1/\kappa-1} \quad Q_1 = \Gamma_S P_S H_1 \left[\frac{2\kappa}{\kappa+1} \right]^{1/2} \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{1/\kappa-1} \quad Q_2 = \Gamma_S P_S H_2 \left[\frac{2\kappa}{\kappa+1} \right]^{1/2} \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{1/\kappa-1}$$

2) unchoked 조건 $\left[\frac{P_{ij}}{P_s} > \left[\frac{2}{\kappa+1} \right]^{\kappa/\kappa-1} \right]$

$$Q_0 = \Gamma_S P_S H_0 \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right]^{1/2}$$

$$Q_1 = \Gamma_S P_S \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \right)^{1/2} \left[\frac{H_o \left\{ \frac{2}{\kappa} \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2-\kappa/\kappa} \left(\frac{P_1}{P_s} \right) - \frac{\kappa+1}{\kappa} \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{P_1}{P_s} \right) \right\}}{2 \left[\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right]^{1/2}} + H_1 \left\{ \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right\}^{1/2} \right]$$

$$Q_2 = \Gamma_S P_S \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \right)^{1/2} \left[\frac{H_o \left\{ \frac{2}{\kappa} \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2-\kappa/\kappa} \left(\frac{P_2}{P_s} \right) - \frac{\kappa+1}{\kappa} \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{P_2}{P_s} \right) \right\}}{2 \left[\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right]^{1/2}} + H_2 \left\{ \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right\}^{1/2} \right]$$