

〈연구논문〉

압전성 고분자 물질의 진동 특성 응용
— 폴리비닐리덴플루오라이드 바이모드 외팔보의 진동 이론 —

조광수 · 김진사* · 기영철 · 조재환** · 김상용

서울대학교 공대 섬유공학과

*(주)코오롱 기술연구소

**전남대 공대 섬유공학과

(1991년 9월 11일 접수)

Application of Vibration Characteristics of Piezoelectric
Polymeric Materials

—The Vibration Theory of Poly(Vinylidene Fluoride) Bimorph Cantilever Beam—

Kwang Soo Cho, Jin Sa Kim*, Young Cheri Kee, Jae Hwan Cho** and Sang Yong Kim

Department of Textile Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

**R&D Center, Kolon Industries, Inc., Kumi, Gyungbuk 730-030, Korea*

***Department of Textile Engineering, Chun Nam National University, Kwangju 500-757, Korea*

(Received September 11, 1991)

요 약

폴리비닐리덴플루오라이드 바이모프 외팔보(poly(vinylidene fluoride) bimorph cantilever beam)의 진동을 기술하는 수학적 모형을 세우고 실험으로 그 모형의 타당성을 고찰하였다. 여러 전압의 교류전류에 대해 여러 길이의 외팔보의 주파수응답을 측정하였고 여러 전압의 직류전류에 대해 여러 길이의 외팔보의 처짐을 측정하였다.

실험으로부터 이 외팔보의 진동은 점성감쇠보다는 구조감쇠로 기술하는 것이 더 타당하고 외팔보가 전기장에 의한 균일한 굽힘 moment에 의해 강제진동된다는 가정이 옳음을 알 수 있었다. 이론상으로는 모든 normal mode에 대해 damping factor가 일정해야 하나 각각의 normal mode에 대해 다른 damping factor로 수정하여 계산한 이론치가 실험과 더 일치하였다. 공명주파수와 공명진폭을 예측할 수 있고 넓은 입력주파수 영역에 대한 외팔보의 응답을 기술할 수 있으며 진동하는 외팔보는 모든 위치에서의 진폭을 기술할 수 있다는 점에서 여기서의 모형은 Toda와 Smits의 모형들보다도 우수하다고 볼 수 있다.

Abstract—The mathematical model for describing vibration of poly(vinylidene fluoride) bimorph cantilever beam was constructed and compared with experiment. The frequency responses of amplitude of the cantilever beams of various lengths for alternative currents of various voltages and deflections of those for direct currents of various voltages were measured. From the experiment, the assumptions that forced vibration would be due to the uniform bending moment exerted by electric field and that the cantilever system would be structurally damped are known to be reasonable. Though damping factor is constant for all normal modes in the theory, experimental results was different. However by modifying damping factors for first three normal modes the

theoretical results were considerably in accordance with experimentals. The model was superior to earlier models constructed by Toda and Smits in predicting resonance frequencies and amplitudes and describing amplitudes of all positions of vibrating cantilever beam in wide input frequency range.

Keywords: poly(vinylidene fluoride), bimorph, cantilever, vibration, structural damping, resonance frequency

1. 서 론

압전성 고분자인 poly(vinylidene fluoride)(PVDF) 필름 두장을 Fig. 1과 같은 구조로 만든 것을 bimorph 외팔보라고 한다. 이 구조는 한층의 필름에 전장을 가하였을 때 얻을 수 있는 변형량보다 수백 내지 수천배 증폭된 변형량을 얻을 수가 있다. 이런 장점으로 PVDF의 bimorph 구조는 air-flow generator, optical displayer, light shutter, optical fiber switch, variable-focus mirror 등에 응용되고 있다 [1-4].

이와 같은 여러가지 응용을 위해서 다양한 전기적 입력에 대한 역학적 출력을 예측할 수 있는 수학적 모형이 필요하다. 이런 문제에 대한 모형으로 Toda [5]와 Smits[6]의 것이 있으나 Toda의 모형은 외팔보를 1 자유도계의 진동계로 단순화 한 것이고 Smits의 모형은 무기재료에 대한 모형으로 감쇠가 고려되지 않았으며 해를 구하는 과정에 수학적 오류가 있었다. 그리고 이 두 모형 모두는 전기적 입력의 전주파수 범위에 대한 역학적 응답을 기술할 수 없는 한계를 가지고 있다. 그래서 이 논문은 앞의 연구자들의 모형의 단점을 보완한 수학적 모형을 제시하고 그 모형의 타당성을 실험으로 보이고자 한다.

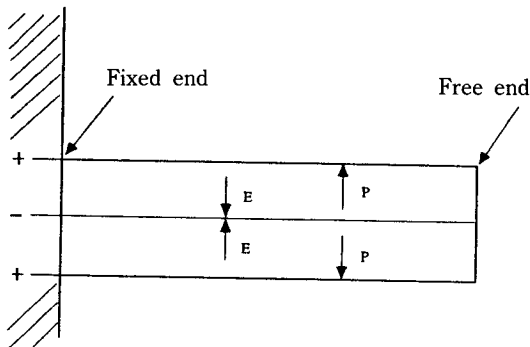


Fig. 1. The structure of PVDF bimorph cantilever beam. E: Electric field, P: Polarization

2. 이 론

2.1. 가정

기존의 모형들의 단점을 보완하는 새로운 모형은 입력전압의 전주파수영역을 기술할 수 있어야 하며, 진동하는 외팔보의 형태와 공명시의 진폭도 기술할 수 있어야 한다. 따라서 다음과 같은 가정을 한다.

(1) 전기적 입력에 대한 외팔보의 역학적 반응은 순간적이다.

(2) 외팔보의 진동은 전기장에 의해 유발된 균일한 굽힘 moment에 의한다.

(3) 공기의 저항은 무시한다. 다만 감쇠는 고분자의 점탄성에 의한 내부 마찰만으로 이루어진다.

(4) 외팔보는 길이 방향으로 균일한 밀도와 역학적 성질을 갖는다.

(5) 곡소곡률반경 R을 다음과 같이 보의 처짐 Y의 외팔보 길이 방향의 좌표 X에 대한 이차 도함수로 근사화할 수 있다.

$$\frac{1}{R} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \quad (1)$$

2.2. 자유진동

감쇠가 없는 자유진동의 경우 운동방정식은 다음과 같다[7, 8].

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial X^4} + A\rho \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

여기서 E는 탄성계수, I는 관성능률, A는 보의 단면적, L은 보의 길이, ρ는 보의 밀도이고 t는 시간이다.

외팔보의 자유진동의 이론에 의한 n번째 고유함수 $W_n(X)$ 와 공명주파수 ω_n 은 다음과 같다.

$$W_n(X) = A_n [(\sin\beta_n L - \sinh\beta_n L) (\sin\beta_n X - \sinh\beta_n X) + (\cos\beta_n L + \cosh\beta_n L) (\cos\beta_n X - \cosh\beta_n X)], \quad n=1, 2, \dots, \quad (3)$$

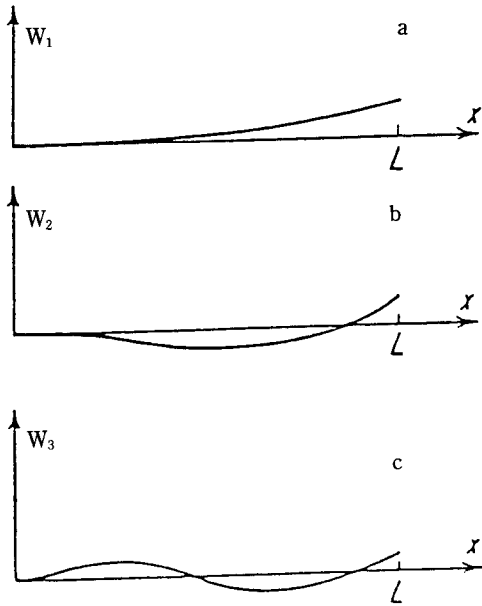


Fig. 2. First 3 eigen functions representing normal modes of cantilever beam. a: 1st mode, b: 2nd mode, c: 3rd mode

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{L \sin \beta_n L \sinh \beta_n L}} \quad (4)$$

$$\beta_n^4 = \frac{\omega_n^2 A \rho}{EI} \quad (5)$$

$$\omega_1 = 1.875^2 \left[\frac{EI}{A \rho L^4} \right]^{1/2} \quad (6-a)$$

$$\omega_2 = 4.694^2 \left[\frac{EI}{A \rho L^4} \right]^{1/2} \quad (6-b)$$

$$\omega_3 = 7.855^2 \left[\frac{EI}{A \rho L^4} \right]^{1/2} \quad (6-c)$$

여기에서 A_n 은 직교정규화된 n 번째 고유함수의 계수이고, β_n 은 고유치이다.

Fig. 2는 식 3의 고유함수를 나타낸 것이다. n 번째 고유함수는 n 개의 마디를 갖는다.

2.3. 감쇠가 있는 강제 진동

PVDF bimorph 외팔보를 Fig. 3과 같이 모형화하면 변형률 ϵ_{xx} 는 z 를 보의 중립축에서 두께방향으로

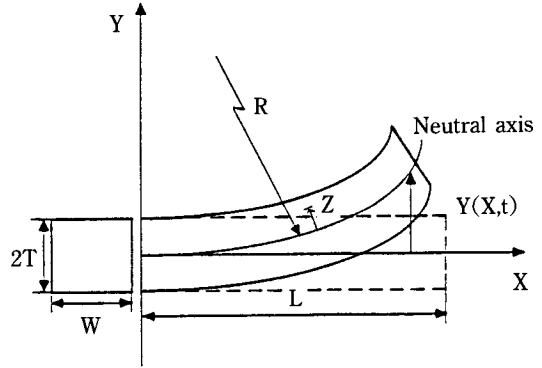


Fig. 3. The geometry of PVDF bimorph.

의 거리라고 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = -\frac{z}{R} \quad (7)$$

따라서 전체응력 τ 는 구조감쇠와 점성감쇠의 두 가지 모형에 대하여 다음과 같이 된다.

$$\tau = -E \frac{z}{R} - \frac{\gamma}{\omega} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{z}{R} \right] : \text{구조감쇠} [6] \quad (8)$$

$$\tau = -E \frac{z}{R} - B \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{z}{R} \right] : \text{점성감쇠 (Voigt 모형)} \quad (9)$$

여기서 ω 는 입력주파수, γ 와 B 는 각각 구조감쇠와 점성감쇠의 비례계수이다. 따라서 굽힘 moment M 은 다음과 같이 된다.

$$M = \int -\tau z \, dA = \frac{EI}{R} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\gamma I}{\omega R} \right] : \text{구조감쇠} \quad (10-a)$$

$$M = \int -\tau z \, dA = \frac{EI}{R} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\gamma I}{R} \right] : \text{Voigt 모형} \quad (10-b)$$

PVDF bimorph 외팔보의 강제 진동은 보 전체에 대해 균일하게 작용되는 굽힘 moment에 의하므로 (가정 2) 운동방정식은 moment 평형에 의한 것으로 다음과 같다.

$$A \rho \frac{\partial^2 y(X,t)}{\partial t^2} + M = M_c(t) \quad (11)$$

$$\text{여기서 } \frac{\partial^2 y(X,t)}{\partial X^2} = Y(X,t) \quad (12)$$

의 관계가 있고 $M_e(t)$ 는 전기장에 의하여 주어지는 입력 moment이다. 이것은 직류전압을 가하였을 때의 moment를 구하여 교류 전압 $V(t)$ 인 경우, $V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$ (V_0 는 교류전압의 진폭) 임을 이용하여 $Ed_{31}WTV_0 = M_d(d_{31}$ 은 압전상수)라고 한다면 $M_e(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$M_e(t) = Ed_{31}WT V(t) = M_d \exp(i\omega t) \quad (13)$$

위의 운동방정식을 고유함수 전개이론을 이용하여 풀면 그 해는 다음과 같다.

$$Y(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(X) K_n(\omega) \cos(\omega t - \alpha_n) : \quad \text{구조감쇠} \quad (14)$$

$$Y(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(X) H_n(\omega) \cos(\omega t - \theta_n) : \quad \text{Voigt 모형} \quad (15)$$

여기서 α_n 은 구조감쇠에서의 n번째 기준 mode의 위상, θ_n 은 점성감쇠에서의 n번째 기준 mode의 위상이고,

$$G_n(X) = N_n W_n(X), \quad (16)$$

$$N_n = \frac{M_d}{Ap} \left. \frac{\partial W_n(X)}{\partial X} \right|_{x=L}, \quad (17)$$

$$K_n(\omega) = \frac{1}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\gamma}{E} \omega_n^2)^2]^{1/2}}, \quad (18)$$

$$H_n(\omega) = \frac{1}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (\frac{B}{E} \omega \omega_n^2)^2]^{1/2}} \quad (19)$$

3. 실험

시료는 Kureha Chemical Co.의 30 μm 두께의 KF Piezo 필름으로 분극과 Al 증착이 되어있다. 이 PVDF 필름 두 장을 Fig. 1과 같이 분극방향이 나

란하도록 epoxy 수지로 접합시키고 스카치 테이프를 이용하여 전기장의 방향이 한 필름에 대하여는 분극방향과 일치하고 다른 필름에 대해서는 반대가 되도록 도선을 연결하여 bimorph를 만들었다. 이렇게 만든 bimorph를 Fig. 4와 같은 clamp로 고정하여 외팔보를 만들었다. 표 1은 실험에 쓰인 PVDF의 물리적 성질들을 나타낸 표로 이 상수들은 Kureha의 제품설명서에서 발췌한 것이다.

측정은 PVDF bimorph 외팔보에 직류전압을 주었을 때와 교류전압을 주었을때의 두 가지로 크게 나눌 수 있다. Hewlett Packard의 함수신호발생기 3325 B synthesizer/function generator를 이용하여 직류와 교류전압을 만들었다. 보의 처짐(직류실험)과 진폭(교류실험)은 현미경과 육안으로 측정하였다.

직류실험의 경우 여러 길이의 외팔보에 대해 2.5, 5, 10, 15, 20 Volt의 직류 전압을 주어 현미경으로 보의 처짐을 측정하였다.

교류실험의 경우 함수신호발생기로 교류전압의 주파수를 바꾸어 가면서 각 주파수에 대해 보의 진동이 정상상태가 되었을 때의 진폭을 측정하였다. 이렇게 해서 전압의 주파수변화에 따른 진폭의 주파수 응답을 측정하였다.

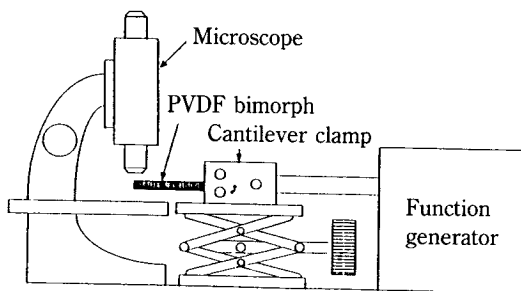


Fig. 4. The system for measuring vibration of PVDF bimorph cantilever.

Table 1. Some physical properties of KF piezo film.

Property of KF piezo Film	Density	Elastic stiffness	Piezoelectric strain const.
	1.78 kg/m ³	3.0-3.2 GPa	3.0×10 ⁻¹¹ C/N

4. 결과 및 고찰

4.1. 강제진동력에 관한 가정의 타당성

강제진동이 전기장에 의한 보 전체에 걸리는 균일한 굽힘 moment에 의한다는 가정의 타당성을 검사하기 위하여 직류로 입력전압을 주었을 때의 처짐을 측정하였다. 균일한 moment가 주어졌을 때의 외팔보의 자유단에서의 처짐은 다음과 같다.

$$Y(L) = \frac{M_0 L^2}{2EI} = \frac{3d_{31}V}{4T^2} L^2 \quad (20)$$

여기에서 T는 외팔보의 두께이다.

따라서 직류전압에 대해 균일한 moment가 일어나지 않는다면 실험에 의한 측정치가 식 (20)과 일치하지 않을 것이다. 또 균일한 moment가 발생하여도 이 moment가 입력전압과 선형적인 관계를 갖지 않는다면 역시 식 (20)과 일치하지 않는 실험결과가 나올 것이다. 실험결과가 이론과 잘 일치함을 Fig. 5로 알 수 있다. 이것으로 외팔보의 강제진동은 균일한 moment에 의해 일어난다는 가정이 타당하다고 볼 수 있다.

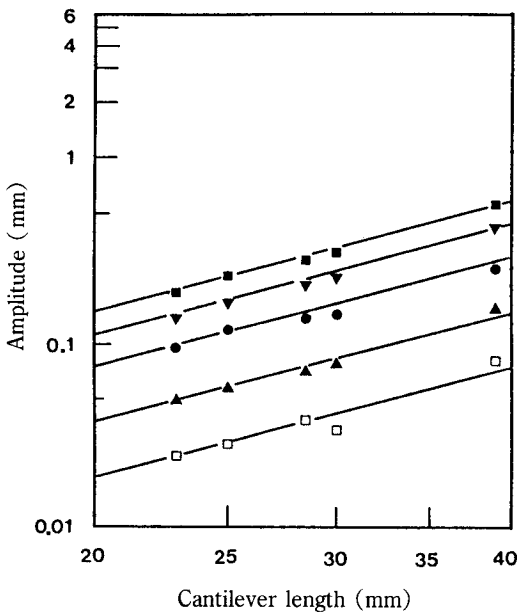


Fig. 5. The relation between cantilever beam length and static amplitude. ■: 20 Volt, ▼: 15 Volt, ●: 10 Volt, ▲: 5 Volt, □: 2.5 Volt

4.2. 구조감쇠와 점성감쇠의 비교

구조감쇠와 점성감쇠 중에서 어떤 감쇠모형이 타당한 감쇠모형인지 비교하기 위하여 외팔보 길이 39 mm에 대해 앞에서의 이론식을 이용하여 Fig. 6을 그렸다. Fig. 6의 이론치를 계산하기 위하여 구조감쇠의 경우 제동인자 $G = \gamma/E$ 를 0.0800, 점성감쇠의 경우에는 $Z = B/E$ 를 0.0455로 하여 제 1공명주파수에서의 진폭을 두 모형에 대해 일치하도록 설정하였다. 그리고 mode의 합은 10번째 mode까지로 하였다. 이렇게 계산한 두 모형에 대한 진폭의 주파수 응답 곡선을 비교하면 제 1공명주파수 영역까지는 두 모형을 구분할 수 없었다. 그러나 고주파수 영역인 제 2공명주파수 영역부터 점성감쇠 모형은 임계감쇠에 가까와 지면서 제 3공명주파수부터는 peak가 없는 임계감쇠를 보이나 구조감쇠 모형은 계속해서 공명주파수 마다 peak를 보인다. 이러한 두 모형의 차이는 식 (18)과 (19)에서 알 수 있듯이 점성감쇠 모형의 감쇠항이 $B\omega_m^2/E$ 으로 ω 에 비례하므로 입력주파수가 증가할수록 커져서 제 2공명주파수 이상부터는 진폭이 급격히 감소하고 구조감쇠의 경우 입력주파수와 무관하므로 진폭의 급격한 감소가 없기 때문이다.

진폭의 주파수 응답을 제 3공명주파수 영역까지 측정된 결과를 보면 이 PVDF bimorph 외팔보의 진동은 Voigt 모형으로 보다는 복소탄성계수가 주

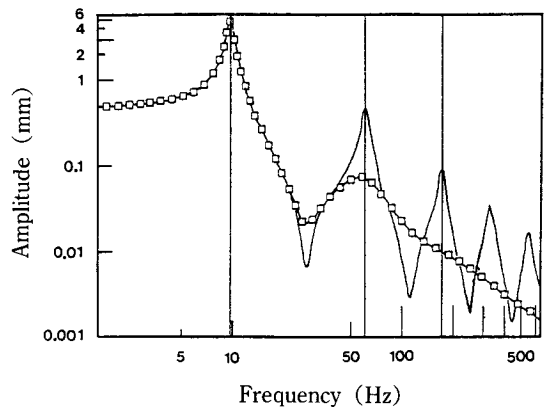


Fig. 6. Comparison of structural damping model and viscous damping model. —: Structural damping model, -□-□: Viscous damping model, Cantilever length 39 mm; Excitation voltage 20 Volt; Structural damping factor, $G=0.0800$; Viscous damping factor, $Z=0.0455$

파수에 대해 무관한 구조감쇠 모형으로 더 잘 기술할 수 있다고 생각된다[Fig. 7~11].

Toda와 Smits의 실험범위는 제 1공명주파수 부근에 한정되었으며 단지 제 2공명주파수에 대한 실험은 Lee와 Marcus에 의하여 제 2공명이 관찰되었다고 보고된 것 뿐으로 그들은 여기에서처럼 진폭의 입력전압 주파수에 대한 주파수응답에 관심을 두지않고 단지 공명주파수의 측정에만 관심을 두었다[9]. 따라서 그들은, 물론 Toda만이 감쇠를 고려하였지만, 점성감쇠와 구조감쇠의 차이를 정량적으로 비교하지 못하였다.

4.3. 선형성에 대한 고찰

가정에서 국소곡률을 보의 처짐의 길이 방향좌표 X의 2차 편미분으로 근사했는데 이 가정의 타당성과 관계되는 요소와 그 범위를 알아 보기 위하여 39 mm의 외팔보에 대해 진폭의 주파수응답을 여러 전압에 대해 측정하였다. 측정된 결과를 이용하여 각 공명 mode의 공명진폭을 전압에 대해 plot한 것이 Fig. 12이다.

제 2, 3공명 mode에 대해서는 선형성이 보장되나 제 1공명 mode의 경우 전압이 10 Volt를 넘어서면서부터 선형성에서 벗어나기 시작했다. 이것으로 진폭이 3 mm를 넘으면 $\frac{\partial Y}{\partial X}$ 가 커져 선형성이 보장되지 않는다는 것을 알 수 있다.

4.4. 외팔보 길이의 영향

전압을 10 Volt로 고정하고 외팔보의 길이를 날카로운 가위를 이용하여 잘라가며 진폭의 주파수응답을 측정된 결과가 Fig. 7~11이다. 여기서 계산에 쓰인 parameter들은 제동인자를 제외하고 모두 Kureha의 제품설명서의 것들을 사용하였다. 제동인자는 측정오차가 작은 30 mm 길이의 외팔보 시료에 대하여, 측정된 주파수응답 결과로부터 공명진폭들의 $1/\sqrt{2}$ 의 진폭에 해당하는 주파수를 가지고 추정하였다.

공명주파수 부근에서는 다른 mode의 영향이 무시될 수 있다고 가정하면 각 기준 mode를 1 자유도계 모형으로 근사하여 각 기준 mode에 대한 자유단의 진폭을 다음과 같이 표현할 수 있다.

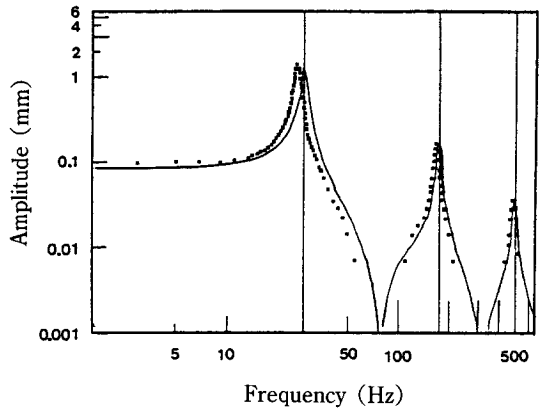


Fig. 7. Frequency response of amplitude of cantilever beam (Length=23 mm, Excitation voltage= 10 Volt). Structural damping factors: G1= 0.05590, G2=0.04086, and G3=0.03250 Resonance frequencies (Hz): Calculated: $\omega_1= 27.75$, $\omega_2= 173.90$, and $\omega_3=490.71$, Measured: $\omega_1=25.2$, $\omega_2=165.7$, and $\omega_3=472$

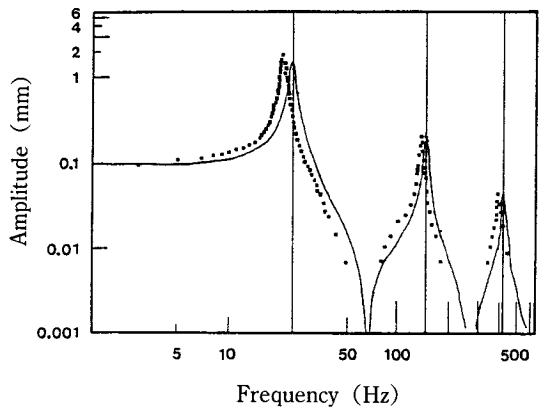


Fig. 8. Frequency response of amplitude of cantilever beam (Length=25 mm, Excitation voltage= 10 Volt). Structural damping factors: G1= 0.05590, G2=0.04086, and G3=0.03250 Resonance frequencies (Hz): Calculated: $\omega_1= 23.49$, $\omega_2=147.2$, and $\omega_3=415.34$, Measured: $\omega_1=20.6$, $\omega_2=146.0$, and $\omega_3=395$

$$Y_n(L, \omega) = G_n(L) K_n(\omega), \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

이므로 $Y(L, \omega) = Y_n(L, \omega_n) / \sqrt{2}$ 되는 ω 가 각 mode마다 그 공명주파수 영역에 대해 2개씩 있으므로 이를 ω_{1n} , ω_{2n} 로 공명주파수보다 큰 쪽과 작은 쪽을 각각 나타내면

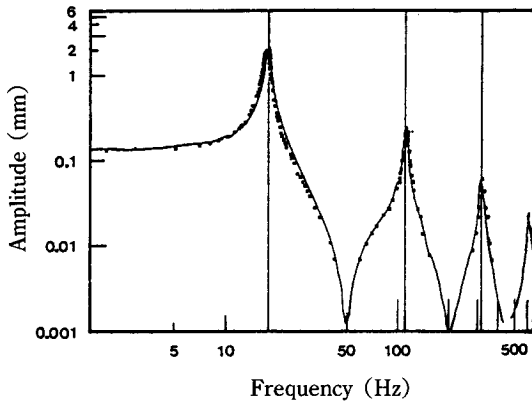


Fig. 9. Frequency response of amplitude of cantilever beam (Length=28.5 mm, Excitation voltage=10 Volt). Structural damping factors: $G1=0.05590$, $G2=0.04086$, and $G3=0.03250$ Resonance frequencies (Hz): Calculated: $\omega_1=17.56$, $\omega_2=110.02$, and $\omega_3=310.46$, Measured: $\omega_1=17$, $\omega_2=112$, and $\omega_3=315$

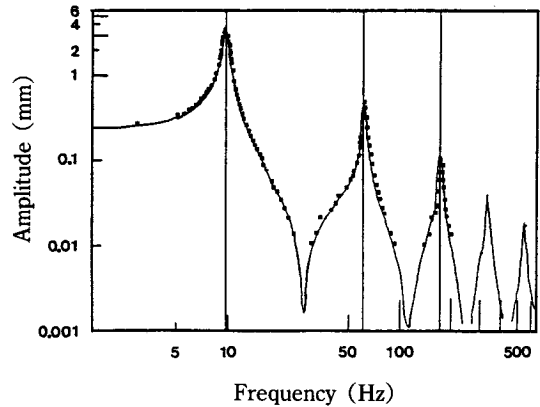


Fig. 11. Frequency response of amplitude of cantilever beam (Length=39 mm, Excitation voltage=10 Volt). Structural damping factors: $G1=0.05590$, $G2=0.04086$, and $G3=0.03250$ Resonance frequencies (Hz): Calculated: $\omega_1=9.65$, $\omega_2=60.48$, and $\omega_3=170.67$, Measured: $\omega_1=9.6$, $\omega_2=62.4$, and $\omega_3=173.7$

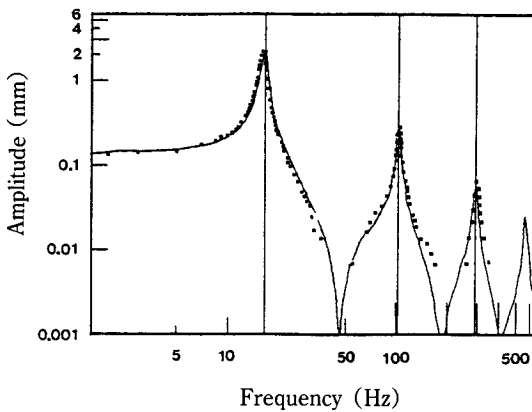


Fig. 10. Frequency response of amplitude of cantilever beam (Length=30 mm, Excitation voltage=10 Volt). Structural damping factors: $G1=0.05590$, $G2=0.04086$, and $G3=0.03250$ Resonance frequencies (Hz): Calculated: $\omega_1=16.31$, $\omega_2=102.22$, and $\omega_3=288.43$, Measured: $\omega_1=15.8$, $\omega_2=104.2$, and $\omega_3=294.5$

$$\frac{\omega_{Ln} - \omega_{Sn}}{\omega_n} \approx \frac{\gamma_n}{E} \equiv g_n \quad (22)$$

이므로 각 기준 mode에 대한 제동인자 g_n 을 추정할 수 있다.

이론에 의하면 모든 mode에 대해 제동인자 g_n 가 같아야 하나 실측치는 각 기준 mode에 따라 달랐다.

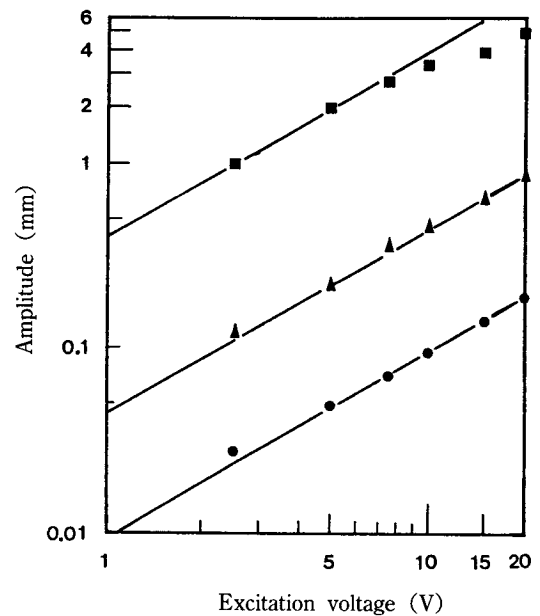


Fig. 12. The effect of excitation voltage on resonance amplitude of cantilever beam. Length=39 mm. ■: 1st mode, ▲ 2nd mode, ● 3rd mode

실험에 의해 측정된 기준 mode마다 다른 제동인자들을 대입하여 계산한 결과와 제 1공명 mode의 제

동인자만을 모든 mode에 같게 대입하여 계산한 결과를 실험치와 비교해 본 결과 전자가 후자보다 실험과 더 잘 일치함을 알 수 있었다. 식 (22)의 추정식이 다른 기준 mode의 영향력을 배제한 근사이므로 이 값을 초기치로 하여 각 mode의 제동인자를 인위적으로 변화시켜 감으로써 각 기준 mode의 공명진폭과 가장 잘 일치하는 제동인자들을 찾아냈다. 이 논문의 실험치와 비교되는 모든 이론치는 이 값들로 계산한 것이다. 그리고 Fig. 7~11의 계산한 주파수응답 곡선은 mode sum을 제 10 mode까지 한 것이다. Mode sum이 제 3 mode 이상이 되면 제 3 공명주파수 이하의 입력주파수 부근의 계산은 mode sum의 확장에 큰 영향을 받지 않는다. 따라서 mode sum 10의 근사는 정확한 이론치와 거의 차이가 없다고 할 수 있다.

이들 graph로 알 수 있듯이 외팔보의 길이가 짧아짐에 따라 공명주파수에 오차가 늘어나는 것이 가시화 된다. 이는 시험편의 제작 과정 중에서 두 필름을 접착제로 접합시킬 때 두께가 약간 불균일해진 결과인 것으로 생각된다. 시험편의 길이가 긴 경우에는 공명주파수의 크기도 작고 두께의 불균제

가 평균화됨으로써 오차가 크게 나타나지 않은 것으로 생각된다. 외팔보 두께의 영향은 단면적 A가 2WT이고 관성능률 I가 2/3WT³인 것을 고려하면 공명주파수는 외팔보의 두께에 비례한다.

외팔보 길이의 공명진폭에 대한 영향은 수학적 모형의 예측과 실험이 상당히 일치하였다. Fig. 13은 여러 가지 길이의 외팔보의 공명진폭을 Fig. 7~11의 data로부터 구한 것으로 제 2공명 mode의 결과가 가장 실험과 일치하였는데 이는 진폭이 작아 선형성이 보장되며 측정의 오차도 큰 영향이 없는 진폭의 크기를 갖는 영역이기 때문으로 생각된다. 제 3공명 mode에서의 실험과 계산의 차이는 진폭이 매우 작은 이유로 측정의 오차가 작용하기 때문인 것 같다. 이 결과로부터도 앞에서 유도한 수학적 모형의 타당성을 알 수 있다.

Toda의 모형은 제 1공명주파수에서의 진폭만을 예측하는 것이었으나 여기에서의 모형은 이론상으로는 모든 공명 주파수에 대하여 공명진폭을 예측할 수 있다. 물론, 각각의 기준 mode에 대하여 개별적으로 제동인자를 측정하여야 하는 단점이 있으나

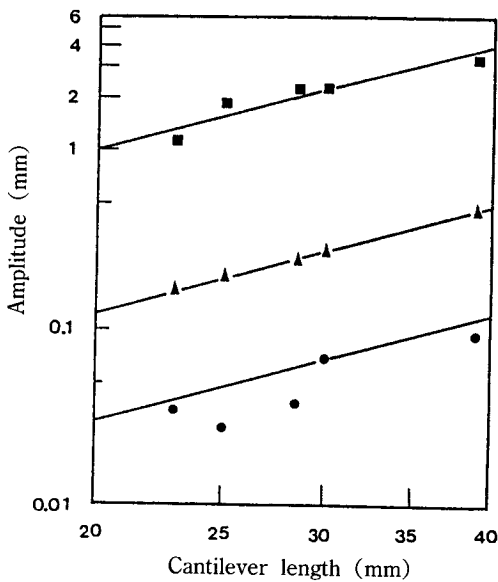


Fig. 13. The relation between cantilever beam length and resonance amplitude (Excitation voltage=10 Volt). ■: 1st mode, ▲ 2nd mode, ● 3rd mode

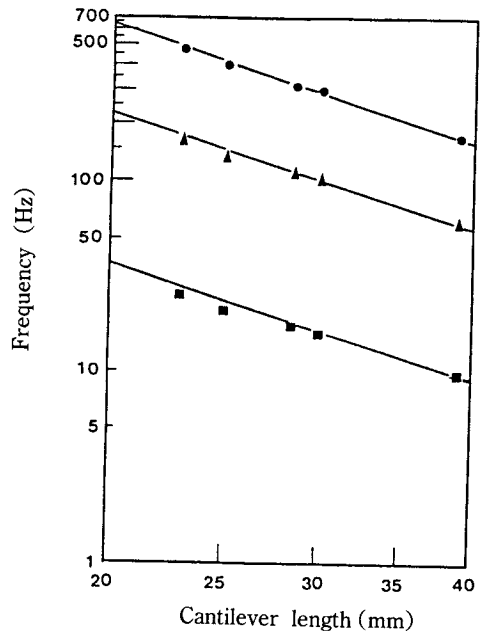


Fig. 14. The relation between cantilever beam length and resonance frequency (Excitation voltage=10 Volt). ■: 1st mode, ▲ 2nd mode, ● 3rd mode

구조감쇠 역시 이상적으로 가정된 감쇠모형이므로 제동인자에 대해서만 수정된 이 모형은 다른 저자들의 모형보다 진보된 것이라 할 수 있다.

Fig. 14는 Fig. 7~11의 data를 이용하여 그린 것으로 식 (10~12)에서 예측하였던 것처럼 공명주파수가 외팔보 길이의 제곱에 반비례하였다. Lee와 Marcus도 식 (6)를 이용하여 실험과 비교하였는데 그들의 제 1공명주파수를 측정된 결과는 이론과 잘 일치하였다[9]. 그러나 Toda는 그의 모형과 실험의 비교에 있어 그의 모형의 공명주파수에 1.69를 곱한 것이 실험과 일치한다고 보고했다. 그의 모형은 외팔보의 중량이 관성력의 중앙의 위치에 집중되고 있고 나머지 부분은 중량이 없는 탄성체로 이루어졌다고 가정된 것이므로 이런 오차가 발생한 것이라고 생각된다. 그리고 그의 모형에 의하면 공명주파수는 외팔보 길이의 $-3/2$ 승에 비례했다[5].

5. 결 론

Bimorph 구조로 만든 압전성 고분자인 poly(vinylidene fluoride) 필름의 외팔보에 대한 진동을 예측할 수 있는 수학적 모형을 만들고 실험으로 그 모형의 타당성을 검사하였다. 이 수학적 모형은 기존의 모형의 단점을 보완한 것이며 감쇠를 고려한 연속체 모형으로 실제 외팔보의 진동에서 관찰되는 모든 mode를 기술 할 수 있고 각 mode의 공명주파수를 비교적 작은 오차로 예측할 수 있으며 공명에서의 진폭을 예측할 수 있다.

모형의 타당성을 보이기 위해 정상상태에서 입력 전압의 주파수에 대한 외팔보 진폭의 주파수응답을 함수신호발생기를 이용하여 측정하였고 여러 직류 전압에 대한 여러 길이의 외팔보의 처짐을 측정하였다. 이 측정에서 얻은 자료를 이용하여 외팔보 길이의 변화에 따른 각 공명 mode의 공명진폭의 변화와 공명주파수의 변화를 알 수 있었으며 계산에 의한 결과와 실험이 일치하는 것을 알 수 있었고 강제진동이 전기장에 의한 균일한 moment에 의한다는 것도 알 수 있었다.

구조감쇠와 점성감쇠의 모형의 주파수응답을 계산하고 실험과 비교하므로써 점성감쇠보다는 구조감쇠가 더 타당한 모형임을 알 수 있었다. 구조감

쇠로 계산할때 이론상으로는 상수인 제동인자가 각각의 공명 mode 마다 약간씩 달랐으며 각각의 기준 mode를 1자유도계로 근사하여 구한 제동인자를 이용한 수정된 계산은 실험과 상당히 일치하였다.

감 사

본 연구는 1990년 문교부 학술연구 조성비의 지원에 의한 것으로 관계 당국에 감사를 드림.

기 호

- A : 외팔보의 단면적
- A_n : 직교정규화된 n번째 eigen function의 계수
- B : 점성감쇠계수
- d_{31} : 압전상수(piezoelectric strain constant)로 3은 필름의 표면에 수직인 방향을 나타내고 1은 필름의 machine direction을 나타낸다.
- E : PVDF 필름의 탄성률
- $F(X, t)$: 하중의 세기에 의한 강제진동력
- $F_n(X)$: 점성감쇠 모형에 대한 진폭의 특수해에서 n번째 normal mode의 공간좌표 X에 대한 함수
- G : 구조감쇠 factor
- G_n : 수정된 n번째 normal mode의 구조감쇠 factor
- $G_n(X)$: 구조감쇠 모형에 대한 진폭의 특수해에서 n번째 normal mode의 공간좌표 X에 대한 함수
- $H_n(\omega)$: 점성감쇠 모형에 대한 진폭의 특수해에서 n번째 normal mode의 입력주파수 ω 에 대한 함수
- $K_n(\omega)$: 구조감쇠 모형에 대한 진폭의 특수해에서 n번째 normal mode의 공간좌표 X에 대한 함수
- I : 외팔보 단면의 관성능률
- i : 허수단위
- L : 외팔보의 길이
- N_n : n번째 normal mode에 부여되는 강제진

동력

M_e : 전기장에 의한 굽힘 moment

M : 굽힘 moment

R : 국부곡률반경

$2T$: 외팔보의 두께

t : 시간

$V(t), V$: 전압

V_o : 교류전압의 진폭

W : 외팔보의 폭

$W_n(X)$: n번째 eigen function

X : 외팔보 길이방향의 좌표

$Y(X, t)$: 외팔보의 처짐 또는 진폭

$y(X, t)$: 외팔보의 처짐 또는 진폭을 두번 적분한 함수

z : 외팔보의 중립축에서 두께방향으로의 거리

Z_n : 점성감쇠계수, B/E

α_n : 구조감쇠에서의 n번째 normal mode의 위상

β, β_n : Eigen value

γ : 구조감쇠의 복소수 탄성계수

ϵ_{xx} : 변형률

θ_n : 점성감쇠에서의 n번째 normal mode의

위상

ρ : PVDF 필름의 밀도

τ : 전체응력

ω : 입력주파수

ω_n : 공명주파수

ω_{Ln}, ω_{Sn} : n번째 공명진폭의 $1/\sqrt{2}$ 되는 진폭의주파수

참고문헌

1. T.R. Meeker, "The Application of Ferroelectric Polymers", T.T. Wang, J.M. Herbert and A.M. Glass Ed., Chap. 13, Blackie (1988).
2. G.M. Sessler, *J. Acoust. Soc. Am.*, **70**, 1596 (1981).
3. M. Toda, *Ferroelectrics*, **32**, 127 (1981).
4. M. Toda and S. Osaka, *Ferroelectrics*, **23**, 121 (1980).
5. M. Toda, *Ferroelectrics*, **22**, 911 (1979).
6. J.G. Smits, *Ferroelectrics*, **60**, 141 (1984).
7. L. Meirovitch, "Analytical Methods in Vibrations", Chap. 9, Macmillan (1967).
8. S. Timoshenko and D.H. Young, "Vibration Problems in Engineering", 3rd Ed., Chap. V, D. Van Nostrand (1955).
9. J.L. Lee and Marcus, *Ferroelectrics*, **32**, 93 (1981).