

Alfvén Wave에 의한 31 Cyg의 Wind 속도*

김경미·최규홍
연세대학교 천문대기과학과
(1991년 5월 27일 접수; 1991년 6월 8일 수리)

THE WIND VELOCITIES DRIVEN BY ALFVÉN WAVES IN 31 CYG*

Kyung-Mee Kim & Kyu-Hong Choi
Department of Astronomy & Atmospheric Science, Yonsei University, Seoul 120-749
(Received May 27, 1991; Accepted June 8, 1991)

요 약

31 Cyg는 ζ Aur형의 장주기 쌍성으로, 확장된 대기를 갖는 초거성과 뜨거운 주계열성으로 이루어져 있다. 초거성의 wind는 질량 손실률이 크고, 차갑고, 낮은 terminal velocity를 갖는데, 일반적으로 Alfvén wave가 wind mechanism으로 받아들여지고 있다.

이 논문에서는 31 Cyg에 대해 Alfvén wave에 의한 모델을 적용하여 운동방정식을 직접 적분하였는데, 그 terminal velocity가 50~80km/s로 관측값과 잘 들어 맞았다. 그리고 그 결과를 Kuin과 Ahmad(1989)의 경험적인 모델과 비교하였다.

Abstract

31 Cyg is a ζ Aur-type eclipsing long-period binary composed a K supergiant and a hot main sequence star. Supergiants have massive cool winds with low terminal velocities, and it is generally believed that supergiant's winds are driven by Alfvén waves.

We have calculated the wind velocities for 31 Cyg by integrating of equation of motion due to Alfvén waves and the results are agreed with observational terminal velocities. And our results are compared to Kuin and Ahmad's semiempirical wind model(1989).

* 이 연구는 교육부의 1990년도 기초과학연구소 학술연구조성비로 수행된 것임.

1. 서론

31 Cyg는 매우 확장된 대기를 갖는 초거성과 주계열성으로 이루어진 ζ Aur형의 장주기 쌍성이다. 이들은 서로 식을 일으키면서 뜨거운 주계열성의 빛이 차가운 초거성의 대기층을 통과하게 되며, 우리는 이로부터 초거성의 대기 높이에 따른 관측자료를 얻을 수 있다.

별의 진화단계에서 차지하는 위치에도 불구하고 아직까지 초거성의 대기구조는 완전히 밝혀지지 못하였는데 그 중의 하나가 초거성으로부터 나오는 wind이다. 태양의 경우와 달리 질량손실률이 크고, 온도가 낮고, terminal velocity가 작은 특성을 지니므로 큰 질량을 효과적으로 먼 거리까지 나를 수 있는 mechanism이 필요한데, 일반적으로 자기장에 의해 발생하는 Alfvén wave가 효과적인 질량 전달요인으로 받아들여지고 있다.

31 Cyg에서 물질 전달의 흐름이 있다는 것은 이미 관측적으로 알려졌으며, Schroder (1985)는 ζ Aur형 별들에 대해 IUE data로부터 얻은 밀도 분포를 이용해 wind velocity를 끌어냈다. Kuin과 Ahmad(1989)는 관측값으로부터 velocity 함수의 경험식을 구하여 wind 모델을 만들었으나 관측값의 부족으로 별 가까이에서는 잘 맞지 않았다.

따라서 이 논문에서는 Alfvén wave에 의한 31 Cyg의 wind velocity를 구하기 위해 Hartmann과 MacGregor(1989)의 모델을 이용하여 질량 손실률 $8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 과 $2 \times 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$ 의 두 경우에 대해 운동 방정식을 직접 적분하고, 이를 Kuin과 Ahmad(1989)의 결과와 비교하였다. 또한, 초기 자기장의 세기에 따른 차이를 보기 위해 각각 10G와 25G에 대해 계산하였는데, 두 경우 모두 관측값 범위에 잘 들어맞았다.

2. Alfvén Wave에 의한 Wind Model

1) 운동방정식

별의 자전을 무시하고, wind를 steady, radial flow로 가정했을 때, 별의 자기장은(Jacques 1977) $B=B_0(r_0/r)^2$ 이며, r 은 별의 중심으로부터의 거리이고, r_0 는 별의 대기층에서 wind가 발생하는 곳이다. 질량 보존으로부터 질량 손실률 \dot{M} 는 질량 밀도 ρ 와 wind velocity u 로써 표시된다.

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho u \dots\dots\dots(1)$$

WIND VELOCITIES DRIVEN BY ALFVÉN WAVES IN 31 CYG

밖으로 나가는 기체에 대해 운동량이 보존되어야 하므로

$$u \frac{du}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} - \frac{GM}{r^2} - \frac{1}{2\rho} \frac{d\varepsilon}{dr} \dots\dots\dots(2)$$

이고, M은 별의 질량, P는 thermal pressure이고, $f_w = -\frac{1}{2} \frac{d\varepsilon}{dr}$ 로서 wave에 의한 단위 질량당 time-averaged force이다.

$$f_w = \frac{\varepsilon}{2L} + \frac{\varepsilon}{4} \left[\frac{1+3M_A}{1+M_A} \right] \left[\frac{2}{r} + \frac{1}{u} \frac{du}{dr} \right] \dots\dots\dots(3)$$

위와 같이 f_w 는 Alfvénic Mach number $M_A = u/A$ 로 바꾸어 쓸 수 있는데, A는 Alfvénic velocity, L은 damping length이다.

위 (3)의 운동방정식에 등은 상태를 가정하여 polytropic relation을 적용하면

$$\left[u^2 - a^2 - \frac{\varepsilon}{4\rho} \left(\frac{1+3M_A}{1+M_A} \right) \right] \frac{du}{dr} = \frac{2u}{r} \left[a^2 - \frac{1}{2} \frac{GM}{r} + \frac{\varepsilon}{4\rho} \left(\frac{1+3M_A}{1+M_A} \right) + \frac{\varepsilon}{4\rho} \frac{r}{L} \right] \dots\dots(4)$$

이고, $a = (\gamma P/\rho)^{1/2}$ 로서 음속이다.

2) critical points

단위 질량당 wave force f_w 는 별의 거리에 따른 단조 함수가 아니므로 별 가까이에서 critical point가 생긴다(Hartmann과 MacGregor 1980). 별 가까이에서 $f_w/\rho \propto \rho^{1/2}$ 와 같이 변화하지만, 먼 거리에서는 $u \rightarrow u_\infty = \text{상수}$ 가 됨에 따라 $f_w/\rho \propto r^{-2}$ 가 되어 $r \rightarrow \infty$ 가 되면 f_w/ρ 는 0에 가까워진다. 즉, f_w/ρ 는 초기에 급속한 증가가 있는 후에 점차 중력이나 열에 의한 압력보다 작아진다.

Wave force의 함수로부터 생기는 peak로부터 wind의 운동 방정식에 대한 여러 개의 critical point를 구할 수 있으나, 여기에서는 $r=r_0$ 에서는 subsonic flow이고 거리가 무한대에서는 기체압이 0이 되도록 하는 경계조건을 만족하는 첫번째 critical point을 고려한다.

운동방정식 (4)를 $Z=r/R$, $W=u/a$ 에 대해 바꿔 쓰면

$$\frac{dW}{dZ} = \frac{2W}{Z} \frac{N(W, Z)}{D(W, Z)}$$

으로 쓸 수 있는데, critical solution은 $N(W, Z)=0$ 과 $D(W, Z)=0$ 의 교점을 지나야 하며, $N(W, Z)$ 와 $D(W, Z)$ 는 (4)식에서 변수 치환된 함수이다. $N(W, Z)$ 와 $D(W, Z)$ 를 critical point (W_c, Z_c) 에 대해 linear expansion시키면

$$\frac{d\Delta W}{d\Delta Z} = \frac{C_1 \Delta W + C_2 \Delta Z}{C_3 \Delta W + C_4 \Delta Z}$$

$$(C_1, C_2, C_3, C_4) = (2W \frac{\partial N}{\partial W}, 2W \frac{\partial N}{\partial Z}, Z \frac{\partial D}{\partial W}, Z \frac{\partial D}{\partial Z})(W_c, Z_c)$$

이고,

$$S_{1, 2} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1 - C_4}{C_3} \right) \pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{C_1 - C_4}{C_3} \right)^2 + 4 \frac{C_2}{C_3} \right]^{1/2}$$

으로 $W_1 = S_1 \Delta Z$ 과 $W_2 = S_2 \Delta Z$ 의 두 개의 기울기를 가지고 critical point를 지난다.

3) 모델계산

모델계산을 위해 질량 손실률이 일정하고 등은 상태($r=1$)의 wind를 가정하였으며 Damping length로는 $\lambda = L/R = 1$ 로 놓고, 31 Cyg의 초거성의 물리량은 $9.2M_\odot$ 와 $174R_\odot$ 를 택하였다 (표 1). 에너지 밀도를 구하기 위해 Hartmann과 MacGregor(1980)는 적당한 에너지 flux에 맞도록 $\alpha = (\delta B_0/B_0)^2 = 0.1$ 을 주고 계산하였으나, 이 논문에서는 Kuin과 Ahmad(1989)의 관측된 turbulent velocity $\langle \delta V \rangle = 20 \sim 30 \text{ km/s}$ 로부터 $\varepsilon = \rho \langle \delta V^2 \rangle$ 를 이용하였다.

표 1. 모델 계산에 사용된 31 Cyg의 물리량들

물리량			참고문헌
M_*	(M_\odot)	9	Popper(1961)
R_*	(R_\odot)	174	McKellar & Petrie(1952)
T	(°K)	10^4	Kuin & Ahmad(1989)
N_0	($/\text{cm}^3$)	10^{11}	Kuin & Ahmad(1989)
B_0	(G)	10	Hartmann & MacGregor(1980)
		25	Kuin & Ahmad(1989)
μ		0.667	Hartmann & MacGregor(1980)
\dot{M}	(M_\odot/yr)	8×10^{-8}	Kuin & Ahmad(1989)
		2×10^{-8}	Schröder(1985)
$\langle \delta V \rangle$	(km/s)	20~30	Kuin & Ahmad(1989)

WIND VELOCITIES DRIVEN BY ALFVÉN WAVES IN 31 CYG

31 Cyg에 대해 질량손실률은 $1 \sim 8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 로 알려져 있으므로, 큰 값과 작은 값의 대표값으로서 $\dot{M}=8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 과 $\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 의 두 경우에 대해 운동 방정식을 적분했다.

Critical point를 지나는 해를 구하기 위해 가정된 $\langle \delta V \rangle$ 로부터 critical point (Z_c, W_c)를 구하고, 다시 그 $\langle \delta V \rangle$ 를 가지고 별의 표면으로부터 거리에 따른 속도를 적분하여 오차 범위 내에서 critical point를 지나도록 iteration하여 critical solution을 구했다.

3. 계산결과

$\dot{M}=8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$, $N_0=1 \times 10^{11}/\text{cm}^3$ 일 때 $B_0=10\text{G}$ 와 $B_0=25\text{G}$ 의 두 가지 경우를 계산하였다(그림 1). $B_0=10\text{G}$ 일 때 $\langle \delta V \rangle \sim 21\text{km/s}$ 에서 critical point를 지나며 $r=150R_*$ 에서의 terminal velocity $U_{\infty} \sim 57.5\text{km/s}$ 이고, $B_0=25\text{G}$ 일 때 $\langle \delta V \rangle \sim 20.7\text{km/s}$, $U_{\infty} \sim 70.5\text{km/s}$ 이다. 이때의 밀도 분포는 그림 2에서 나타냈는데, $\rho=10^{-13} \sim 10^{-20} \text{g}/\text{cm}^3$ 이다.

그림 3은 $\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$, $N_0=1 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ 일 때의 결과이다. $B_0=10\text{G}$ 와 $B_0=25\text{G}$ 의 두 경우 모두 $\langle \delta V \rangle \sim 26\text{km/s}$ 이며 밀도 분포는 그림 4와 같다. 그런데 이 때 $\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 에 대해 $N_0=1 \times 10^{11}/\text{cm}^3$ 으로 놓았을 때는 $\langle \delta V \rangle \sim 14.5\text{km/s}$ 로서 관측값 $\langle \delta V \rangle = 20 \sim 30\text{km/s}$ 를 만족시키지 못하였다. 그림 5와 6은 같은 질량 손실률 $\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 일지라도 밀도에 따른 차이를 보이는데, 초기 밀도가 낮을수록 $\delta U_{\infty} \sim 10\text{km/s}$ 만큼 U_{∞} 가 높아진다.

각각의 경우에 대해 표 2에 계산결과를 나타내었다. 그림 7은 $\dot{M}=8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$, $N_0=1 \times 10^{11}/\text{cm}^3$, $B_0=10\text{G}$ 에 맞는 critical point이며, 굵은 선은 음속에 대한 속도곡선($W=U/a$)으로서 critical point를 지난다.

표 2. 31 Cyg에 대한 wind 모델의 결과

	km/s	$\dot{M}=8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$		$\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$	
		$N_0=10^{11}/\text{cm}^3$	$N_0=10^{10}/\text{cm}^3$	$N_0=10^{11}/\text{cm}^3$	$N_0=10^{10}/\text{cm}^3$
$B_0=10\text{G}$	u_0	0.24	0.06	0.06	0.61
	u_{∞}	57.5	58.9	58.9	73.4
	δV	20.95	14.5	14.5	26.33
$B_0=25\text{G}$	u_0	0.24	0.06	0.06	0.61
	u_{∞}	70.6	69.2	69.2	80.2
	δV	20.75	14.5	14.5	26.22

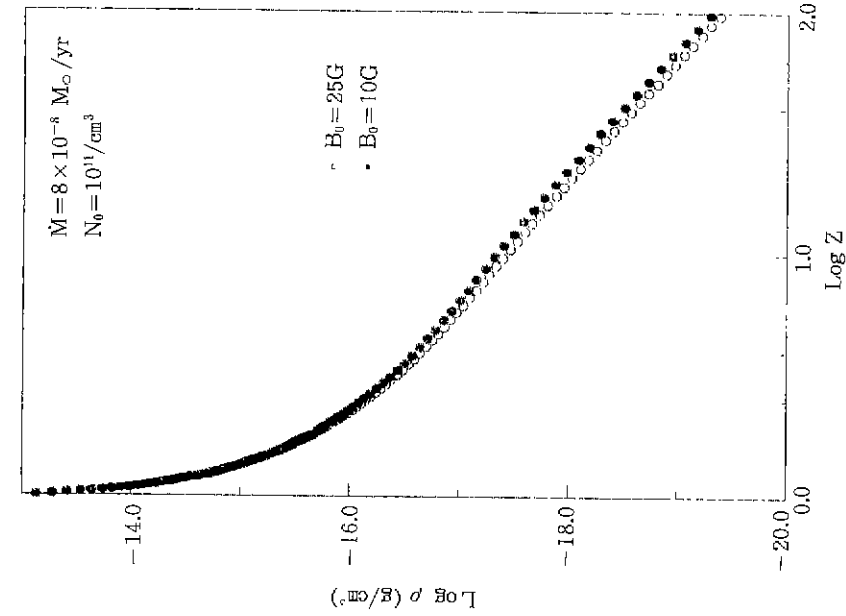


그림 1. 거리에 따른 속도 분포

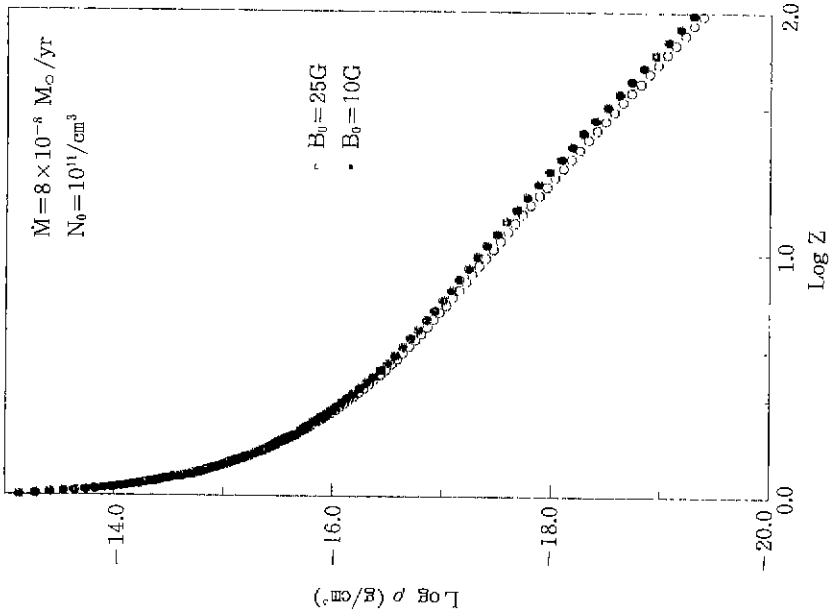


그림 2. 거리에 따른 밀도 분포

WIND VELOCITIES DRIVEN BY ALFVÉN WAVES IN 31 CYG

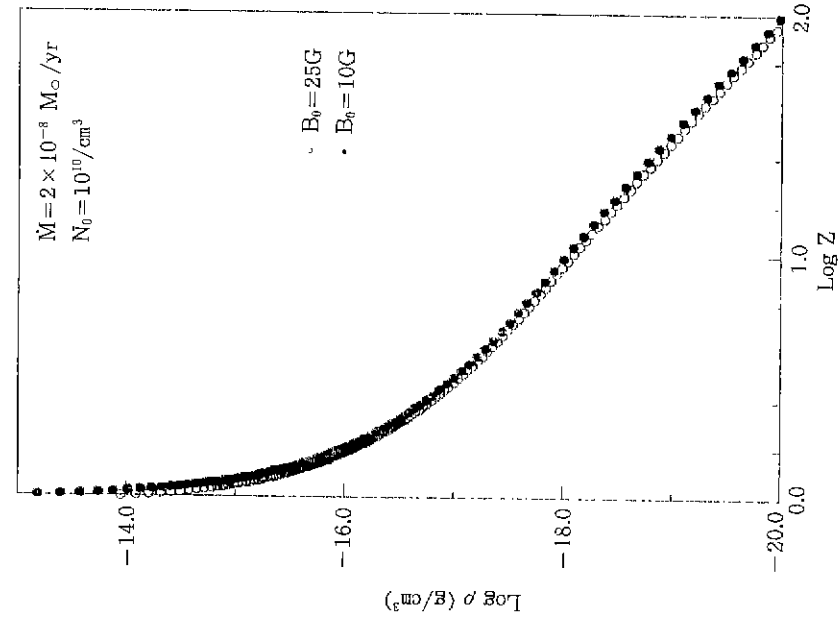


그림 3. 거리에 따른 속도 분포

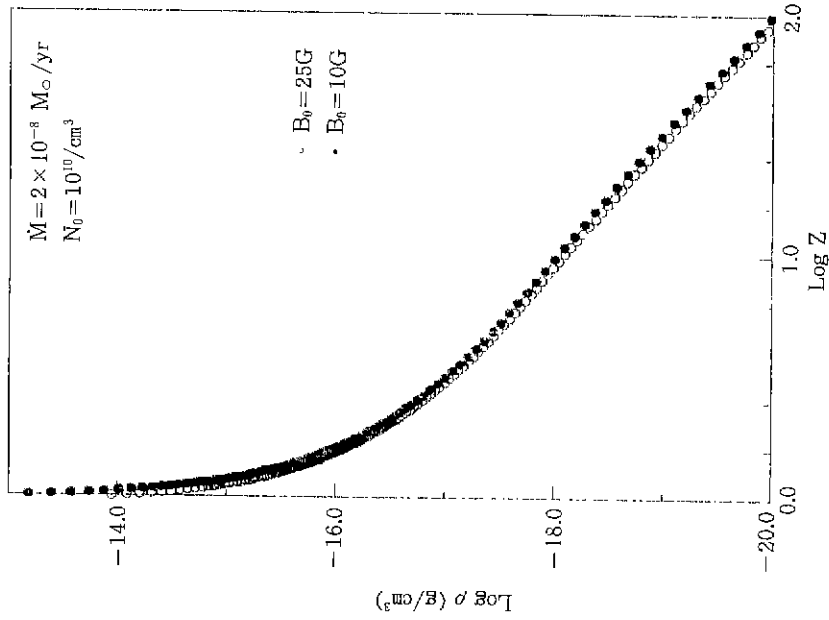


그림 4. 거리에 따른 밀도 분포

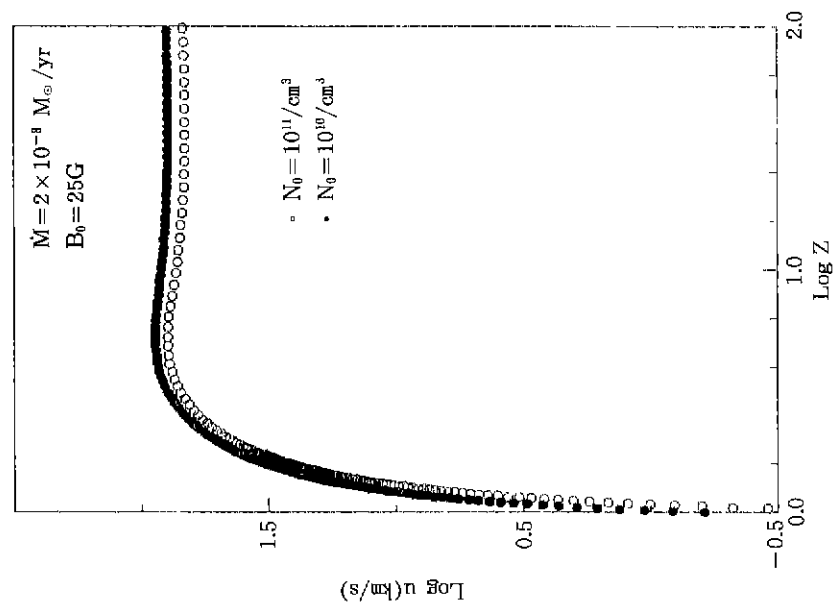


그림 6. 거리에 따른 속도 분포

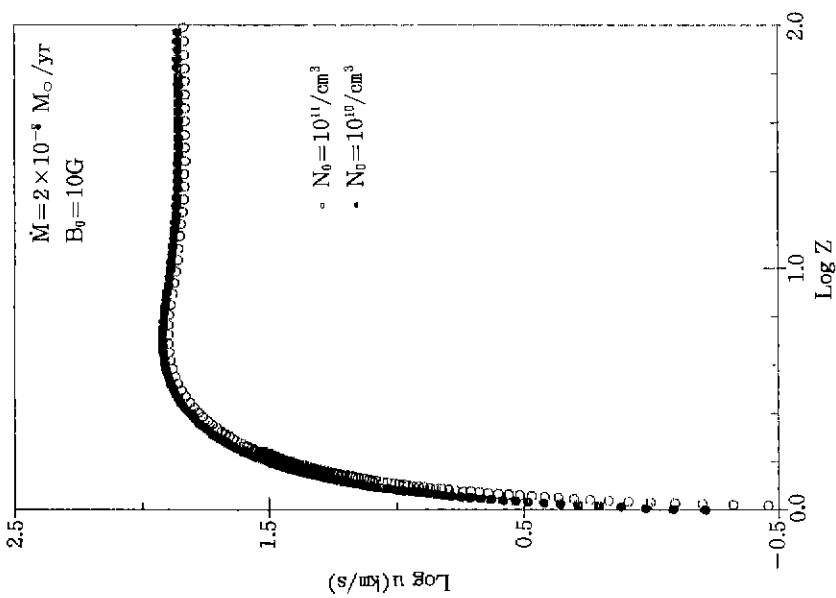


그림 5. 거리에 따른 속도 분포

WIND VELOCITIES DRIVEN BY ALFVÉN WAVES IN 31 CYG

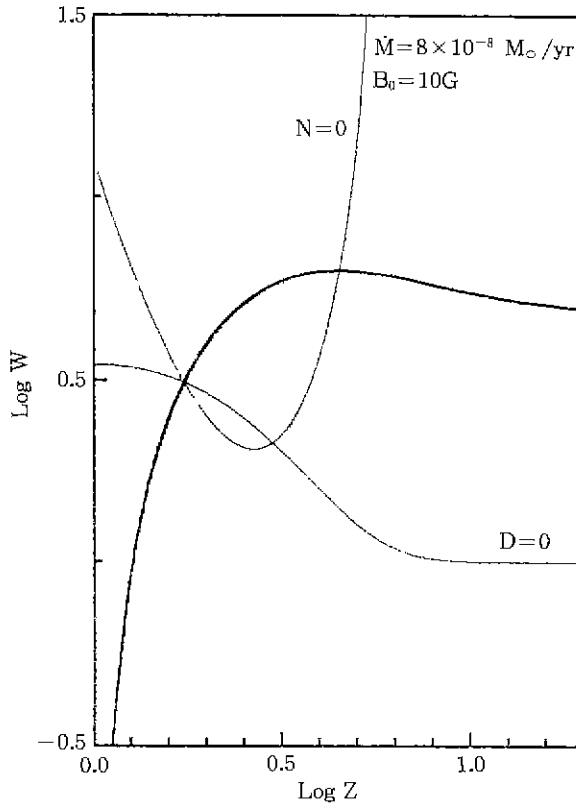


그림 7. critical point와 속도 분포

4. 결론과 검토

Kun과 Ahmad(1989)는 그들의 IUE 관측으로부터 속도분포를 아래와 같이 표시하였다.

$$V(r) = 1 / (4\pi\rho_0 R_*) (dM_*/dt) (1 - R_*/r)^a$$

여기에서 a는 각 별의 관측에 맞도록 값을 결정하였는데, 31 Cyg의 경우는 a=2.5라 하였다. 그들은 Alfvén wave에 의한 wind를 가정했을 때 속도 gradient로부터 자기장의 변화를 끌어내어 damping length를 거리에 따라 구하였다. 그러나 이들의 모델은 관측값의 부족으로

인하여 a 값의 결정에 무리가 있으며, 변화하는 damping length에 관계 없이 속도 gradient를 가진다. 따라서 이들의 결과는 거리가 증가할수록 속도가 계속 증가하므로 이를 위한 지속적인 acceleration mechanism의 설명이 필요하다. 그러나 우리의 결과는 별 가까이에서 최대속도에 달한 후 서서히 감소한 다음, 다시 증가하면서 terminal velocity를 갖게 되므로 별 가까이에서는 그들의 모델보다 더 잘 맞을 것으로 생각된다.

Alfvén Wave는 damping이 잘 일어나지 않으므로 큰 질량을 먼 거리까지 나를 수 있는 데 반해, 초거성의 낮은 terminal velocity를 갖기 위해서는 에너지 소비가 일어나야 한다. 이러한 damping mechanism으로서는 ion-ion friction이나 ion-neutral friction을 고려하고 있으나 아직 확실하게 입증되지는 못하였다(Holzer 등 1983). 그러나 $\dot{M}=8 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 과 $\dot{M}=2 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$ 에 대해 u_{∞} 가 관측값 $30 \sim 80 \text{ km/s}$ (Schröder 1985)에 잘 맞는 것으로 보아 damping length를 별의 반경과 같게 놓는 것이 받아들여질 만하다. 따라서 31 Cyg뿐만 아니라 다른 ζ Aur형 별의 관측이 계속된다면 damping parameter에 대한 확실한 설명을 할 수 있을 것이다.

References

- Hartmann, L. E., and MacGregor, K. B. 1980, *Ap. J.*, **242**, 260.
 Holzer, T. E., Fla, T., and Leer, E. 1983. *Ap. J.*, **275**, 808.
 Jacques, S. A. 1977, *Ap. J.*, **215**, 942.
 Kuin, N. P. M., and Ahmad, I. A. 1989, *Ap. J.*, **344**, 856.
 McKellar, A., and Petrie, R. M. 1952, *M. N. R. A. S.*, **112**, 641.
 Popper, D. M. 1961, *Ap. J.*, **134**, 828.
 Schröder, K. -P. 1985, *Astr. Ap.*, **147**, 103.