

現場 計測値의 역해석에 의한 지하공동 周圍 岩盤의 應力解析 및 變形舉動에 관한 研究 : (Ⅱ) 역해석 理論

이정인¹⁾, 김치환²⁾

Stress analysis and deformation behaviour of rock around
underground caverns by back analysis of field
measurements : (Ⅱ) Back analysis theory

Chung In Lee, Chee Whan Kim

ABSTRACT

In this study, the elastic modulus and the initial stresses of the rock were calculated through back analysis of in-situ displacements measured during excavation of the underground caverns. Results from back analysis were employed to determine the redistributed stresses, the displacements and relaxed zone in the rock around the caverns, which supplement the geological characterization results.

To verify the reliability of the back analysis program, the elastic modulus and the initial stresses were obtained from inputting the displacements calculated by FEM. These were compared with the assumed normalized stresses in FEM, and were in a reasonable agreement with an error of more or less than 3%.

1. 序 論

最近 現場에서 施工 중 實測한 계측변위와 應力解析에 의해 구한 計算變位가 최소의 誤差로 일치하도록 측정된 암반의 物性を 보정한 후 應力解析에 利用함으로써 역학적 安定성을

보다 精確히 검토함과 동시에 초기의 設計를 보다 合理的으로 보완하여 施工의 經濟性을 높 이려는 研究가 世界的으로 활발하게 進行되고 있다. 다시말하면 變位나 應力 등을 地下構造 物의 施工現場에서 計測한 境遇, 一般의인 應

* 1991年 12月 接受.

1) 正會員, 서울대학교 工科大學 資源工學科 教授.
2) 正會員, (주)삼림건설터트 地下施設事業部

力解析方法과는 반대의 手順으로 變位나 應力을 入力値로 하여 암반의 彈性係數, 암반내 초기응력 등을 구하는 方法을 역해석(back analysis)이라 하며 이에 관한 研究가 주목을 받고 있다. 이 역해석에 대한 研究는 A. Cividini, S.Sakurai, G.Gioda, M.Hisatake 등[1-21]에 의해 주도되어 현재 지하공동의 安定性 문제를 포함한 地盤工學의 여러문제에까지 연구되고 있다. 현재까지 역해석 方法으로는 해석적 方法과 수치해석적 方法을 이용한 직접법(direct method)과 역순법(inverse method)이 많이 연구되고 있고, 그 외 方法이 연구되기도 한다. 직접법은 계측치와 계산치와의 誤差를 목적함수(object function)로 定義하고 이를 최소화하는 方法이다. 여기서 목적함수는 미지변수인 암반의 物性에 따라 변하므로 岩盤物性의 함수가 된다. 따라서 목적함수를 최소화시키도록 암반의 物性を 결정하는 것이 數値解析을 통하여 실물을 잘 나타내는 것으로 간주하는 方法이다. 그런데 목적함수는 일반적으로 비선형이며 解析的 方法으로 미분계수를 정의하기 어려우므로 最適의 미지변수를 구하는 方法으로는 직접탐색법(direct search method)을 많이 이용한다[1]. 微分係數를 구하지 않고 직접 탐색하는 方法으로는 Simplex법과 Powell의 方法 및 Rosenbroch의 方法이 研究되고 있다[22-24]. Simplex法을 適用하여 라이닝과 굴착진행면의 力學的 安定性を 檢討한 研究[17-20]와 터널의 斷面形狀을 굴착순서에 따라서 최적화시킨 예[21], 岩盤의 彈性係數와 초기지압을 구한 연구[25], 점탄성 암반의 크립계수를 역해석에 의해 구한 研究[26], 粘土의 變形係數를 구한 研究[27] 외에 岩盤 斜面的 安定性 해석에 적용한 연구[9, 28-30] 등이 報告되고 있다. 또한 Powell의 方法을 岩盤 斜面的 安定性 解析[31]에 適用 研究하였으며 그 외

Rosenbrock方法을 연구한 事例[9, 15]도 있다. 이와 같은 직접법은 복잡한 數學的인 바탕없이도 기존의 유한요소 프로그램에 약간의 수정을 하여 사용할 수 있고, 適用性이 廣範圍하여 비선형문제에도 적용이 가능하며 실측치의 誤差가 작을 경우에도 역해석이 가능하다. 그러나 미지변수를 변화시키면서 反復計算에 의해 최적치를 구하므로 소요되는 시간이 많다. 한편 역순법은 Kavanagh가 構造問題를 풀기 위하여 제안한 方法을 변경시킨 것으로 地質工學의 인 문제에도 적용되고 있다[1]. 역순법은 일반적인 應力解析 方法의 역으로, 應力解析에서의 未知數인 變位나 應力을 入力値로 하여 岩盤의 彈性係數, 초기지압을 구하는 方法이다. 따라서 應力解析의 지배방정식을 역순으로 하여 전산용 프로그램을 다시 만들어야 한다. 즉 역해석하고자 하는 未知變數에 따라 각각 다른 方法의 프로그램이나 計算方法이 必要하다. 이 역순법에 대한 研究現況을 살펴 보면 지하공동 굴착시 岩盤의 변형을 실측한 현장 계측치로부터 역해석에 의하여 암반의 彈性係數와 암반내 초기지압을 구한 연구[3, 4, 10, 11, 13, 32-38]와 岩盤의 이방성과 불균질성을 考慮하여 역해석을 실시한 研究[12, 39]와 岩盤 斜面的 力學的 安定性を 역해석하기 위한 研究[9, 13, 29] 등이 報告되고 있다. 특히 역순법은 탄성문제에만 적용이 가능하고 비선형이나 점탄성문제에 적용할 수 없는 制限性을 지니고 있으며 前述한 직접법보다 프로그램을 작성하는데 많은 시간이 걸리나 일단 프로그램이 완성되면 다른 方法에 비해 計算時間을 節約할 수 있다[14, 15]. 역해석의 方法 중 직접법이나 역순법은 計測에서 發生되는 測定誤差를 고려하지 못하고 있다. 즉 계측치의 질적인 문제를 考慮하지 못하고 있다. 이를 보충하기 위하여 확률을 이용한 Bayesian法도 報告되었다. 이 方法

의 잇점은 專門家의 主觀的인 판단과 미지변수에 대한 豫測을 考慮할 수 있으며 새로운 실험치가 추가되면 이를 이용하여 미지변수에 대한 評價를 새로이 할 수 있는 것으로 알려져 있다 [1, 14, 15, 40]. 最近에는 또 다른 統計的 方法으로 Kalman filter法이 研究되기도 하였다 [41]. 또한 미지변수인 암반의 彈性係數, 포아송 비와 初期應力을 變化시켜 가면서 計算된 變位와 각 미지변수와의 關係를 把握하여 계측치의 變化 형태에 따라 미지변수의 값을 추적하는 시행착오법[25, 42-44]을 이용한 研究가 있으며 목적함수를 미지변수에 대하여 일차미분하여 計算 速度를 향상시킨 시도[45, 46] 외에 rock burst를 역해석에 이용 초기응력 상태를 유추한 研究[47]도 있다.

이상에서 上述한 바와 같이 施工過程에서 실측한 變位 등의 계측치를 이용한 岩盤의 代表적 역학적 상수를 決定하는 역해석에 관한 研究는 여러가지 方法이 報告되고 있고 각각의 方法에 따른 長短點 및 研究結果들도 상이하여 아직까지 암반의 특성을 충분히 考慮한 方法이 확립되어 있지 않는 실정이다. 또한 最近 國內에서는 유한요소법을 이용 암반의 彈性係數를 여러가지로 變化시켜 반복계산함으로써 굴착시 실측한 변위와 應力解析을 통한 計算值를 시행착오에 의해 접근시키려는 研究[48, 49]가 있었으나 地下空洞의 施工過程에서 實測한 變位를 역해석한 研究는 전무한 실정이다. 그러므로 本 研究에서는 地下空洞의 굴착 중 現場에서 실측한 변위로부터 암반의 탄성계수와 암반내 초기응력을 施工現場에서 신속히 구하고 즉시 활용하기 위하여 직접법보다 計算時間이 짧은 역순법을 유한요소법에 의해 프로그램화하였다.

2. 역해석의 理論 및 프로그램

地下空洞의 굴착시 岩盤舉動을 實測한 變位를 입력하고 역해석에 의해 岩盤의 彈性係數와 암반내 초기응력을 구하기 위하여 Sakurai[3]의 역순법을 프로그램화하였다. 이 方法에서는 암반을 均질, 등방 彈性體로 假定하여 암반의 物性 중 미지변수는 탄성계수와 포아송비로 제한하였다. 그러나 포아송비의 영향은 그리 크지 못하므로 프로그램의 單純化를 위하여 일정한 상수로 고정시켰다[17]. 이는 역해석에 있어서 미지변수를 最少化하여 計算의 효율성을 極大化하기 위한 것이다. 또한 초기응력 중 應力 성분은 地表로부터의 深度에 比例하고[50, 51] 解析 領域에서 초기응력의 크기를 일정한 것으로 가정하며 2차원 평면변형률(plane strain) 條件下에서 탄성계수와 초기응력을 구하였다. 보강재로 쓰이는 쏫크리트(shotcrete)는 두께가 地下空洞의 크기에 비하여 매우 얇으므로 考慮치 않았으며 록볼트(rock bolt)도 고려하지 않았다.

임의의 요소를 구성하는 절점에서 變位를 U_i 라 하면 요소내 임의 점에서의 變位 U 는 식(2-1)과 같다.

$$U = \sum_{i=1}^8 N_i U_i \quad (2-1)$$

식(2-1)에서 N_i 는 형상함수(shape function

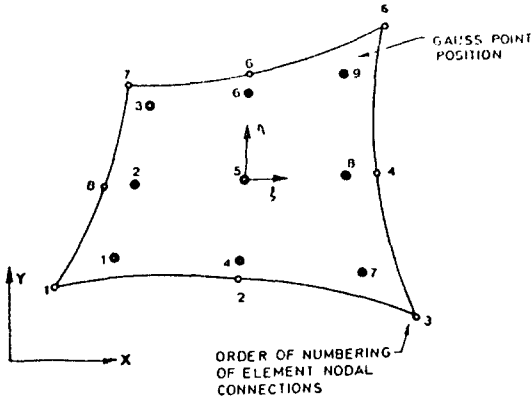


Fig. 2.1 8-node isoparametric element for back analysis

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\
 N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) \\
 N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1) \\
 N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \\
 N_5(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(\xi+\eta-1) \\
 N_6(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \\
 N_7(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(-\xi+\eta-1) \\
 N_8(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2)
 \end{aligned}
 \tag{2-2}$$

또한 변형률과 변위의 關係를 식(2-3)과 같이 나타내고, 여기서 [B]는 변형률-변위 매트릭스(strain-displacement matrix)라 한다.

$$\{\epsilon\} = [B]\{U_i\} \tag{2-3}$$

{ε} = 변형율(strain)

{U_i} = 절점에서의 변위

[B] = 변형율-변위 매트릭스

변형율-변위 매트릭스 [B]는 식 (2-5)의

자코비안 매트릭스(Jacobian matrix)의 역행렬 [J]⁻¹을 이용하여 식(2-4)로 표시한다.

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{2-4}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \tag{2-5}$$

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix}$$

[J]⁻¹: 매트릭스 [J]의 역행렬

다음으로 地下空洞의 굴착면에서 岩盤의 초기응력(initial stress)에 대응하는 등가절점력(equivalent nodal force)은 식(2-6)과 같이 구한다.

$$\{P^0\} = \int_V [B]^T \{\sigma^0\} dV \tag{2-6}$$

{p⁰} : 굴착면에서의 절점력

{σ⁰} : 암반내 초기응력

V : 굴착된 부분의 부피

2차원 평면변형률(plane strain) 條件에서 z 축은 地下空洞의 축과 평행한 것으로 가정한다. 직교좌표계, x, y, z에서 초기응력 {σ⁰}를 식(2-7)과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\sigma^0\} = \{\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0, \sigma_z^0\}^T \tag{2-7}$$

여기서 T는 전치행렬(transpose)를 나타낸

다. 식(2-4)와 식(2-7)을 식(2-6)에 대입한 후 정리하면 식(2-8)과 같다.

$$\begin{aligned} \{P^0\} &= \begin{Bmatrix} P_x^0 \\ P_y^0 \end{Bmatrix} = \int_V [B]^T \{\sigma^0\} dV \\ &= \int_V \begin{vmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x^0 \\ \sigma_y^0 \\ \tau_{xy}^0 \end{Bmatrix} dV \\ &= \int_V \begin{vmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \sigma_x^0 + \frac{\partial N_i}{\partial y} \tau_{xy}^0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} \sigma_y^0 + \frac{\partial N_i}{\partial y} \tau_{xy}^0 \end{vmatrix} dV \end{aligned}$$

위 식을 굴착된 부피에 대하여 적분하면 식(2-8)과 같이 간단히 표시할 수 있다.

$$\{P^0\} = \sigma_x^0 \{B^1\} + \sigma_y^0 \{B^2\} + \tau_{xy}^0 \{B^3\} \tag{2-8}$$

여기서 $\{B^i\} = \{B_i^1, B_i^2\}$ ($i=1, 2, 3$)

절점력 (P^0)와 절점변위 $\{U\}$ 의 관계는 강성행렬을 이용하여 표시한다. 요소의 강성행렬을 $[K^*]$ 라 하면 다음과 같이 표시된다.

$$[K^*] = \int \int [B]^T [D] [B] dV$$

$[K^*]$: 요소의 강성행렬

V : 요소의 부피

$[D]$: 탄성매트릭스로 평면변형률조건에서는 다음과 같다.

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{vmatrix}$$

E : 암반의 탄성계수

ν : 암반의 포아송 비

전체 요소에 대하여 $[K^*]$ 를 구성한 후 이를 조합하여 전체 구조계의 강성행렬 $[K]$ 를 구할 수 있다. 이때 탄성계수 E 는 1.0으로 가정하여야 한다. 전체 구조의 강성행렬 $[K]$ 를 이용하여 절점력 $\{P^0\}$ 와 절점변위 $\{U\}$ 를 표시하면 식(2-9)와 같다.

$$\{P^0\} = [K] \{U\} \tag{2-9}$$

유한요소망의 절점이 현장에서 計測을 實施한 地點과 一致하도록 요소망을 구성한다면 유한요소법에 의해 구한 절점변위는 計測이 실시된 절점변위 $\{U^m\}$ 과 계측을 실시하지 않은 절점의 변위 $\{U^u\}$ 로 구분할 수 있다. 이를 식(2-10)으로 표시한다.

$$\{U\} = \{U^m\} + \{U^u\} \tag{2-10}$$

식(2-8)을 식(2-9)에 代入하고 식(2-10)에 대응되도록 정리하면 식(2-11)과 같다.

$$\sigma_x^0 \begin{Bmatrix} B_1^1 \\ B_2^1 \end{Bmatrix} + \sigma_y^0 \begin{Bmatrix} B_1^2 \\ B_2^2 \end{Bmatrix} + \tau_{xy}^0 \begin{Bmatrix} B_1^3 \\ B_2^3 \end{Bmatrix} = E \begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U^m \\ U^u \end{Bmatrix} \tag{2-11}$$

식(2-11)에서 $\{U^u\}$ 를 소거하고 整理하면 식(2-12)가 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x^0 \{B_x\} + \sigma_y^0 \{B_y\} + \tau_{xy}^0 \{B_{xy}\} &= E [K_N] \{U^m\} \\ \{B_x\} &= \{B_1^1\} - [K_{12}][K_{22}]^{-1} \{B_2^1\} \\ \{B_y\} &= \{B_1^2\} - [K_{12}][K_{22}]^{-1} \{B_2^2\} \\ \{B_{xy}\} &= \{B_1^3\} - [K_{12}][K_{22}]^{-1} \{B_2^3\} \\ \{K_N\} &= \{K_{11}\} - [K_{12}][K_{22}]^{-1} \{K_{21}\} \end{aligned} \tag{2-12}$$

식(2-12)는 간단히 식(2-12-1)로 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{U^m\} &= \frac{1}{E} [A] \{\sigma^0\} \\ &= [A] \{\bar{\sigma}^0\} \end{aligned} \tag{2-12-1}$$

여기서 매트릭스 $[A]$ 는 地下空洞의 형상과 암반의 포아송 비에 의하여 결정되며 다음 식

과 같다.

$$[A] = [[K_N]^{-1}\{B_x\}[K_N]^{-1}\{B_y\}[K_N]^{-1}\{B_{xy}\}]$$

또한 $\{\bar{\sigma}^0\}$ 는 $\{\sigma^0/E\}$ 를 나타낸 것이며 정규화 초기응력(normalized initial stress)이라 부른다. 식(2-12-1)에는 세계의 미지수 즉 σ_x^0/E , σ_y^0/E , τ_{xy}^0/E 를 지닌 계측의 총 성분수 U^m 만큼의 方程式을 성립시킨다. 만약 계측변위의 총 성분수가 3개 이상일 때는 정규화 초기응력을 구하기 위하여 최적화가 필요하다. 만약 최소자승법을 (least square method)를 식(2-12-1)에 적용하면 정규화 초기응력은 식(2-13)과 같이 구할 수 있다.

$$\{\bar{\sigma}^0\} = [[A]^T[A]]^{-1}[A]^T\{U^m\} \quad (2-13)$$

그러나 실제에 있어서는 두 측정점간의 상대변위를 측정하는 것이 각 절점에서의 절대변위를 測定하는 것보다 훨씬 용이하므로 식(2-10)의 $\{U^m\}$ 은 두 절점간의 상대변위로 변환되어야 한다. Fig. 2.2에서 두 절점간의 상대변위는 식(2-14)과 같이 절대변위로 나타낼 수 있다.

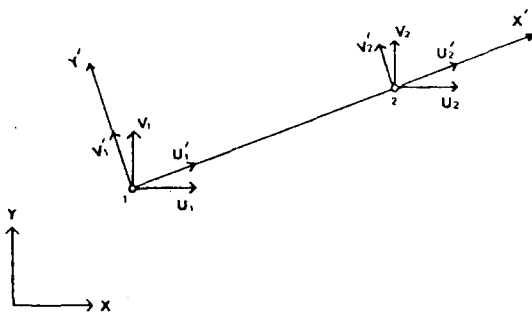


Fig. 2.2 Displacement components at two adjacent measuring points

$$\{\Delta U\} = \begin{Bmatrix} u_2' - u_1' \\ v_2' - v_1' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (2-14)$$

즉 절점에서의 절대변위 $\{U^m\}$ 은 계측된 상대변위 $\{\Delta U^m\}$ 과 식(2-15)의 關係를 갖는다.

$$\{\Delta U^m\} = [T]\{U^m\} \quad (2-15)$$

[T]: 변환 행렬(transformation matrix)

여기서 변환 행렬[T]는 식(2-14)를 적용하여 얻는다.

식(2-15)에 식(2-12-1)를 代入하면 식(2-16)을 얻는다.

$$\{\Delta U^m\} = [A^*]\{\bar{\sigma}^0\} \quad (2-16)$$

$$[A^*] = [T][A]$$

두 절점간의 상대변위를 이용하면 식(2-13)은 식(2-13-1)로 表示한다.

$$\{\bar{\sigma}^0\} = [[A^*]^T[A^*]]^{-1}[A^*]^T\{\Delta U^m\} \quad (2-13-1)$$

한편 초기 연직응력은 地表로부터 깊이 H와 암반의 단위중량 γ 의 곱에 비례하므로 초기 연직응력은 식(2-17)과 같이 표시한다.

$$\sigma_y^0 = \gamma H \quad (2-17)$$

γ : 암반의 단위중량

H: 地表로부터의 깊이

식(2-13)이나 식(2-13-1)에서 구한 정규화 초기응력 중 σ_y^0/E 을 식(2-17)에 代入하여 식(2-18)과 같이 탄성계수를 구할 수 있다.

$$E = \frac{\gamma H}{\bar{\sigma}_y^0} \quad (2-18)$$

식(2-18)에 의하여 탄성계수를 구하면 σ_x^0 , τ_{xy}^0 를 식(2-19)과 같이 각각 구할 수 있다.

$$\sigma_x^0 = E \bar{\sigma}_x^0 \quad (2-19)$$

$$\tau_{xy}^0 = E \bar{\tau}_{xy}^0$$

즉 계측된 변위로부터 암반의 탄성계수와 지하공동에 작용하는 초기응력값을 구할 수 있다. 여기서 구한 탄성계수는 암반의 평균 탄성계수(average or equivalent elasticity of rock)을 나타낸다.

여기서 서술한 역해석 프로그램의 順序圖는 Fig. 2.3과 같다.

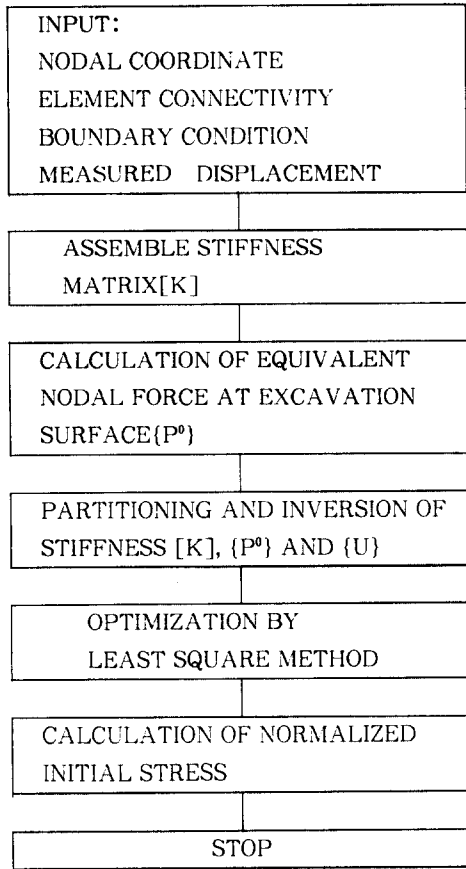


Fig. 2.3 Flow chart of back analysis program of inverse finite element method

3. 역해석 프로그램의 검증

새로이 구성한 역해석용 프로그램의 正確度를 檢證하기 위해 Fig. 3.1와 같이 6개의 요소에 절점수가 29개인 간단한 유한요소망을 이

용하여 變位를 入力하고 탄성계수와 초기응력값을 구하였다.

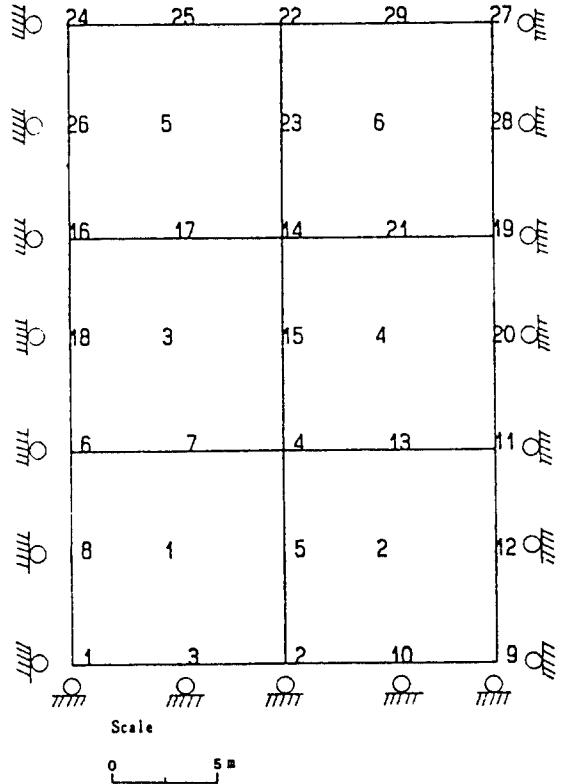


Fig. 3.1 Finite element mesh for verification of back analysis program

먼저 Fig. 3.1의 요소망에서 應力解析을 實施하여 변위와 응력을 計算하였다. 이때 彈性係數 $E=1,000 \times 10^5 \text{t/m}^2$, 포아송 비 $\nu=0.25$, 연직 응력 $\sigma_y^0=260 \text{t/m}^2$ 로 가정하고 요소의 크기는 편의상 가로와 세로 각각 10m로 구성하였으며 각 요소의 절점수는 8개로 하였다.

또한 역해석과 응력해석에서의 경계조건을 동일하게 하였다. 요소망의 하변은 연직방향의 변위를 구속하였으며 요소망의 左右 境界線에서 수평방향의 변위를 구속한 조건에서 요소망의 상변에 260t/m^2 의 荷重을 가함으로써 초기

수평응력은 彈性理論에 의한 식 $\sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_y$ 에 의하여 약 86.667t/m²이 되었다. 일단 初期應力을 入力한 後 Fig. 3.1에서 굴착되어질 요소 3번을 除去함으로써 發生되는 變위를 역해석 프로그램의 검증을 위한 入力値로 定하였다.

다음으로 應력해석 結果로 計算된 變위 總계측위치로 가정된 절점에서 變위를 입력하고 逆해석을 實施하여 구한 彈性係數 E' 와 초기 應력값 σ_0' 을 각각 應력해석시 入力한 E , σ_0 와 비교함으로써 逆해석의 正確度를 검증하되 제2 장에서 서술한 바와 같이 逆해석에서 구한 結果는 정규화 초기應력이므로 검증에서 구한 초기應력을 탄성계수로 나눈 σ_x^0/E' 와 σ_y^0/E' 를 각각 應력해석에서 入力한 σ_x^0/E , σ_y^0/E 와 비교하였다. 이 逆해석 프로그램은 絶對變위 3개만 을 入力하면 3'분의 정규화 초기應력을 구할 수 있으나 본 검증에서는 絶對變位와 相對變位에 의한 검증으로 區分하고 內공變위, 지중變위 등 計測方法의 조합에 따른 여러 경우에 대하여 검증함으로써 프로그램의 信賴性을 좀더 높였다.

3.1 岩盤內에서의 絶對變位에 의한 檢證

岩盤內 임의 절점에서의 變위를 각 성분으로 알 수 있는 경우 이를 絶對變位라 하며 地下空 洞의 계측에서 지중變위와 천단침하에 의하여 측정할 수 있다.

먼저 첫번째 경우의 검증으로 경계조건에 해당되지 않는 모든 절점에서의 모든 성분의 變위를 入力하고 逆해석을 통하여 구한 정규화 초기 應력은 $\sigma_y^0/E' = 0.266 \times 10^{-2}$ 와 $\sigma_x^0/E' = 0.863 \times 10^{-3}$ 로 σ_y^0/E 와 σ_x^0/E 와 비교할 때 각각 2.40%, 0.37%의 誤差를 보였다.

두번째 검증으로 지중變위와 유사한 경우로 절점 16과 26, 6과 8에서 각각 연직성분의 變위와 절점 14와 23, 21과 4, 5와 13에서 連직 및 수평성분의 變위를 入力하여 逆해석을 하였

다. 여기서 구한 結果는 $\sigma_y^0/E' = 0.264 \times 10^{-2}$, $\sigma_x^0/E' = 0.788 \times 10^{-3}$ 으로 應력해석시 入力치와 비교할 때 각각 1.50%, 9.00%의 오차를 보였다.

세번째 검증으로 굴착면에서의 絶對變위를 入力하였다. 절점 6과 16에서 連직성분과 절점 4, 7, 14, 15, 17에서의 連직 및 수평성분 變위를 入力하여 逆해석한 結果 $\sigma_y^0/E' = 0.265 \times 10^{-2}$, $\sigma_x^0/E' = 0.827 \times 10^{-3}$ 으로 應력해석 시 入力値와 비교할 때 오차는 각각 1.75%, 4.50%로 나타났다.

네번째 검증은 지표침하와 굴착면에서의 絶對變位를 入力하고 逆해석을 하기 위하여 요소 망의 상부 경계선에 있는 절점 24, 27에서 連직성분 變위와 절점 22, 25, 29에서 連직 및 수평성분 變위를 세번째 경우에 추가시켰다. 네번째 경우의 검증은 $\sigma_y^0/E' = 0.266 \times 10^{-2}$, $\sigma_x^0/E' = 0.830 \times 10^{-3}$ 으로 應력해석 시 入力値와 비교할 때 誤差는 각각 2.30%, 4.20%로 나타났다.

다섯번째 검증은 入力變位の 갯수를 최소로 하였다. 逆해석에서 구하고자 하는 정규화 초기 應력은 σ_x^0/E , σ_y^0/E , τ_{xy}^0/E 의 3개의 미지수로 구성되어 있으므로 入力變位の 총 성분 갯수를 3개 로 하였다. 즉 절점 17에서 連직 및 수평성분의 變위와 절점 7에서 連직성분 變위를 入力하여 計算한 結果 $\sigma_y^0/E = 0.266 \times 10^{-2}$, $\sigma_x^0/E = 0.924 \times 10^{-3}$ 으로 應력해석 시 入力치와의 오차는 각각 2.60%, 6.60%로 나타났다.

이상으로 絶對變위의 갯수를 변화시키면서 逆해석 프로그램을 검증한 結果 最大오차는 약 9.00%로 나타났으나 대체로 2.00% - 4.00%의 오차를 보였다. 검증結果는 Table 3.1과 같다.

3.2 岩盤內에서의 相對變位에 의한 檢證

상대變위는 임의의 두절점 사이의 거리 變化를 測定한 變位이다. 지하공동 계측시 內공變

위나 굴착면으로부터의 서로 다른 심도에 설치된 지중변위계에 의하여 측정할 수 있다.

내공변위를 計測하는 가장 보편적인 계측선은 Fig. 3.2(a)와 같이 삼각형을 형성한다. 이 경우 구해야 할 미지변위는 각 절점에서 2개씩 총 6개이고 계측에 의해서 주어지는 상대변위는 3개에 불과하다. 따라서 3개의 미지변위를 더 알아야만 이 나머지 3개의 미지변위를 구할 수 있다.

좀더 복잡한 계측선을 이용하는 Fig. 3.2(b), (c)에 있어서 (b)의 경우에는 미지변위는 10개이고 계측선도 10개이다. 즉 미지변수와 계측선의 수가 같다. 이 경우에도 미지변위를 구할 수는 없다. 내공변위는 상대변위만을 계측하기 때문에 내공변위에서 측정할 수 없는 강제운동을 고려하여야 하기 때문이다. 내공변위의 계측치를 역해석에 이용하는 경우에 있어서는

천단침하나 지중변위의 값을 추가로 입력하여 미지변위의 갯수보다 방정식의 수를 적지 않게 하여야 한다.

상대변위를 입력하고 프로그램을 검증하기 위하여 Fig.3.1의 절점 17과 15, 15와 7, 7과 17을 각각 연결하는 계측선을 가정 상대변위를 입력하는 한편 절점 17에서는 연직 및 수평방향의 절대 변위와 절점 15에서 수평방향 절대변위를 입력하여 이를 여섯번째 검증으로 하였다. 여기서 구한 결과는 $\sigma'_y/E' = 0.266 \times 10^{-2}$, $\sigma'_x/E = 0.879 \times 10^{-3}$ 으로 응력해석 시 입력치와의 오차는 각각 2.60%, 1.40%로 나타났다.

Table 3.1 Result of verification for back analysis programe

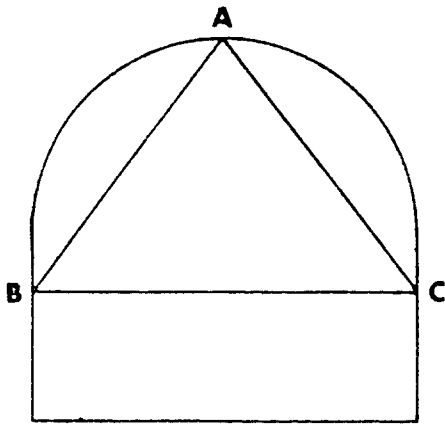
Verific- ation	σ'_x/E' ($\times 10^{-3}$)	σ'_y/E' ($\times 10^{-2}$)	Error of σ'_x/E' (%)	Error of σ'_y/E' (%)	Type of Input	Nodal Position of Input Displ.
No.1	0.8630	0.2664	0.4	2.4	Abs. Displacement	1-29
No.2	0.7878	0.2640	9.0	1.5	Abs. Displ. of Extensometer	16, 26, 14, 23, 4, 13, 6, 8, 5, 21
No.3	0.8273	0.2646	4.5	1.8	Abs. Displ. of Excav. Surface	16, 17, 14, 15, 4, 7, 6
No.4	0.8297	0.2659	4.2	2.3	Surface Settlement & Abs. Displ. at Excav. Surface	24, 25, 22, 29, 27, 16, 17, 14, 15,4,7,6
No.5	0.9246	0.2669	6.6	2.6	3 Abs. Displ.	17, 7
No.6	0.8792	0.2668	1.4	2.6	3 Relative Displ. in Convergence	17-15, 15-7, 7-17
No.7	0.8701	0.2671	0.4	2.7	5 Relative Displ. in Convergence	17-15, 15-7, 7- 17, 17-14, 7-14

Remarks

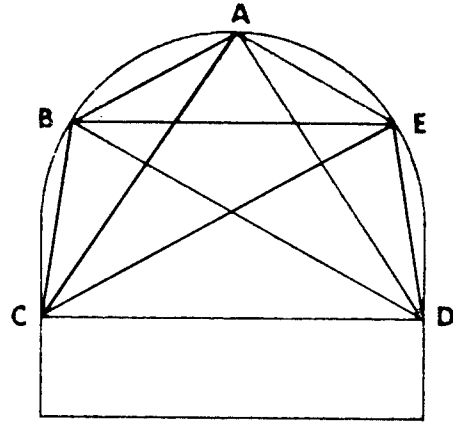
$$\text{Error of } \sigma'_x/E' = \frac{\sigma'_x/E - \sigma'_x/E'}{\sigma'_x/E} \times 100(\%)$$

$$\text{Error of } \sigma'_y/E' = \frac{\sigma'_y/E - \sigma'_y/E'}{\sigma'_y/E} \times 100(\%)$$

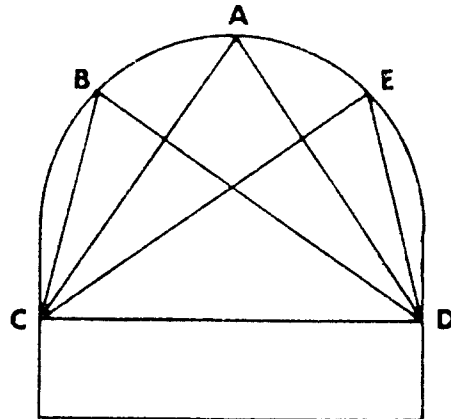
Input value in stress analysis: $\sigma'_x/E = 0.8667 \times 10^{-3}$
 $\sigma'_y/E = 2.6 \times 10^{-3}$



(a) 3 measurement lines



(b) 10 measurement lines



(c) 7 measurement lines

Fig. 3.2 Configuration of convergence measurement line for back analysis

마지막 일곱번째 檢證으로 상대변위의 갯수를 5개로 增加하였다. 즉 여섯번째 檢證의 계측선 외에 절점 17과 14, 7과 14의 2개 계측선을 추가시켜 상대변위의 갯수를 5개로 하였고 절대변위는 여섯번째 檢證과 똑같이 하였다. 이때 구한 $\sigma'_y/E' = 0.267 \times 10^{-2}$, $\sigma'_x/E' = 0.870 \times 10^{-3}$ 으로 응력 시 입력치와의 오차는 각각 2.70%, 0.40%로 나타났다. 相對變位를 입력하는 경우에 있어서 檢證결과도 Table 3.1에 요

약하였다.

4. 結 論

이 研究에서는 지하공동 굴착시 계측한 變位로부터 岩盤의 탄성계수와 岩盤內 初期應力을 구하기 위하여 역해석 프로그램을 유한요소법으로 개발하였고, 역해석프로그램으로 계산한 암반의 탄성계수와 초기응력을 응력해석에 이

용함으로써 지하공동의 力學的 安定性を 보다 정확히 검토하고 초기의 설계를 合理的으로 변경할 수 있도록 하였다. 특히 본 研究를 위하여 개발한 역해석 프로그램은 有限要素法으로 계산한 변위를 역해석 프로그램에 입력하여 구한 초기응력 및 탄성계수를 변위계산시의 초기 응력 및 탄성계수와 비교 검토함으로써 그 信賴性を 확인하였다.

즉 有限要素法으로 계산한 지중변위와 내공 변위를 여러 경우로 조합한 후 역해석 프로그램에 입력하고 초기응력을 탄성계수로 나눈 定規化 초기응력을 구하여 이를 변위계산시의 정규화 초기응력과 비교한 결과, 定規化 초기 수평응력에서의 오차는 약 0.3%—9.0%, 定規化 초기 연직응력에서의 오차는 약 1.5%—2.7%의 작은 값을 나타내어 그 信賴성이 充分히 확인되었다.

參 考 文 獻

1. A.Cividini, L.Jurina, G.Gioda, 1981, Some aspects of characterization problems in geomechanics, Int. J. Rock Mech. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 18, pp.487—503
2. S.Sakurai, S.Abe, 1979, A design approach to dimensioning underground openings, Numerical Methods in Geomechanics, Aachen pp. 649—661
3. S.Sakurai, K.Takeuchi, 1983, Back Analysis of Measured Displacements of Tunnels, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 16/3, pp.173—180
4. S.Sakurai, 1983, Displacement measurements associated with the design of underground openings, Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp.1163—1178
5. S.Sakurai, M.Shinji. 1984. A monitoring system for the excavation of underground openings based on microcomputers, Design and Performance of Underground Excavations, ISRM/BGS, Cambridge, pp.471—476.
6. S.Sakurai, N.Shimizu, K.Matsumuro, 1985, Evaluation of Plastic zone around underground openings by means of displacement measurements, 5th Int. conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, pp.111—118
7. S.Sakurai, T.Hongo, M.Tanigawa, 1986, Excavation control of underground powerhouse cavern, Proc. of the Int. Symp. on LRC., Helsinki, pp.1605—1616
8. S.Sakurai, N.Deeswasmongkol, M.Shinji, 1986, Back analysis for determining material characteristics in cut slopes, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex rock Formations, Beijing, pp.770—776
9. S.Sakurai, 1988, Interpretation of the results of displacement measurements in cut slopes, 2nd Int. Symp. on Field Measurement in Geomechanics, Kobe, pp.1155—1166
10. S.Sakurai, 1988, Back analysis of measured displacements in a shallow tunnel excavated in sandy materials, Proc. of Int. Symp. on underground Engineering, Vol. 1, pp.33—42
11. S.Sakurai, R.Izunami, 1988, Field measurements of the Kobe municipal subway tunnel excavated in soil ground by NATM, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp. 861—869
12. S.Sakurai, T.Ine, M.Shinji, 1988, Finite element analysis of discontinuous geological materials in association with field observa-

- tions, Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, pp.2029–2034
13. Shunsuke Sakurai, Toshihiko Okamoto, Akira Nakano, Koichi Ono, 1988, Open excavation with the aid of rock bolts and shotcrete, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp. 1167–1176
 14. Giancarlo Gioda, 1985, Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics, 5th Int. Conference on Numerical Methods in Geomech., Nagoya, pp. 47–61
 15. Giancarlo Gioda, Anna Pandolfi, Annamaria Cividini, 1988, A comparative evaluation of some back analysis algorithms and their application to in situ load tests, 2nd Int. Symp. on field Measurements in Geomech., Kobe, pp. 1131–1144
 16. Giancarlo Gioda, Shunsuke Sakurai, 1987, Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in Geomechanics, Int. J. for Numerical and Analytical methods in Geomech., Vol. 11, pp. 555–583
 17. M.Hisatake, T. Ito, 1985, Back analysis for tunnels by optimization method, 5th Int. Conference of Numerical Methods in Geomech., nagoya, pp. 1301–1307
 18. M.Hisatake, 1986, Three dimensional back analysis for tunnels, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Formations, Beijing, pp. 791–797
 19. M.Hisatake, 1988, Assessment of tunnel face stability by back analysis, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Kobe, pp. 1217–1224
 20. Masayasu Hisatake, Tomio Ito, 1983, analysis methods to tunnel linings, Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Zurich, pp 1047–1056
 21. M.Hisatake, 1988, Determination of optimum tunnel shape by threedimensional back analysis, Numerical Methods in Geomech., Innsbruck, pp.2059–2063
 22. Garret N.Vanderplaats, 1984, Numerical optimization techniques for engineering design, McGraw Hill, N.Y.
 23. James N.Siddall, 1982, Optimal engineering design, Marcel dekker inc. N. Y.
 24. R.L.Fox, 1971, Optimization methods for engineering design, Addison–Wesley, Pub. Com, MA., U.S.A.
 25. Yang Zhifa, Liu Zhuhua, Wang Sijing, 1983, A practical back analysis method from displacements to estimate some paramenters of a rock mass for design of underground openings, Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp. 1267–1276
 26. Wang Sijing, Yang Zhifa, Xue Ling, 1988, The back analysis method from displacements for viscoelastic rock mass, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp. 1059–1068
 27. G.X.Zeng, X.N.Gong, J.B.Nian, Y.F.Hu, 1988, Back analysis for determining nonlinear mechanical paramenters in soft clay excavation, Numerical Methods in Geomech., innsbruck, pp. 2069–2074
 28. D.Hantz, J.Arcamone, J.Laversanne, 1986, Open pit slopes back–analysis in complex rock formations, Proc. Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing, pp. 777

--784

29. Tatsutoshi Kondoh, Masato Shinji, 1986, Back analysis of assessing for slope stability based on displacement measurements, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing, pp. 809–815
30. W. Romberg, R.Katzenbach, 1986, Back-analysis of the shear strength of a folded rock, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing, pp. 798–801
31. Jay S.Denatalc. Nassim R.Abifadel, 1988, Application of Powell's conjugate direction method to slope stability analysis, Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, pp. 2115–2120
32. Y.Takahashi, M.Dohi, T.Sasaki, S.Sakurai, 1986, Application of back analysis to tunnel with two-step bech, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing, pp. 785–790
33. Zhu Weshen, Zhu Zuoduo, Wang Kejun, Zhu Jiaqiao, 1986, Three-dimensional FEM analyses and back analyses of deformation of monitoring of Ertan hydropower station chambers, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing. pp.802–808
34. Zhu Weishen, Lin Shisheng, Zhu Jiaqiao, Dai Guanyi, Zhu Caizhao, 1987, Some practical cases of back analysis of underground opening deformability concerning time and space effects, 6th ISRM Int. Congress, Montreal, pp.1353–1356
35. Kaici Sakaguchi, Tatsutoshi Kondoh, Yukihiko Okabe, Masato Shinji, 1988, Assessment of the stability of the ground surrounding a shallow tunnel by means of a back analysis method of measured displacements, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Kobe, pp.1237–1245
36. H. Noami, S.Nagano, S.Sakurai, 1988, The monitoring of a tunnel excavated in shallow depth, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Kobe, pp. 851–859
37. Y.Ichikawa, T.Kyoya, T.Kawamoto, 1988, Determination of elasto-plastic parameters by an inverse analysis method as a boundary control problem, 2nd Int. Symp. on Field Measurements on Gomechanics, Kobe, pp. 1097–1104
38. Akinori Hasui, Ryu Uamashita, Hidetoshi Yoichi, 1986, Prediction of the behaviour of a cavern side wall due to excavation by using the back analysis method, Proc. of the 18th Symp. on Rock Mech., Japan, pp.306–310
39. T.Sugano, A.Shigeno, K.Suenaga, Y.Okabe, O.Sugita, S.Sakurai, 1988, Discontinuous deformational behaviour of soft rocks due to tunnel excavation—Field measurements of Shioyadanigawa flood control tunnel, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, pp.821–832
40. A. Gens, A.Ledesma, E.E.Alonso, 1988, Back analysis using prior information Application to the staged excavation of a cavern in rock, Numerical Methods in Geomech., Innsbruck, pp. 2009–2016
41. Akira Murakami, Takashi Hasegawa, 1988, Back analysis using Kalman filter—finite elements and optimal location of observed points, Numerical Methods in Geomech.,

- Innsbruck, pp.2051-2058
42. Hi keun Lee, Yoshiaki Mizuda, Chou Wanxi, 1986, Analysis of rock behavior for determination of in-situ Young's modulus and safe excavation of mine pillars, Proc. of Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, Beijing, pp.318-324
 43. Koichi Fujino, Kouichi Suzuki, 1988, Supervision of a tunnel using FEM back analysis based on field measurements, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Kobe, pp. 1197-1206
 44. H.Kunimi, H.Takasaki, 1988, Analytical estimation of tunnel deformation based on field measurement, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech., Kobe, pp. 1207-1216
 45. Katsuhiko Arai, Hideki Ohta, Tatsuo Yasui, 1983, Simple optimization techniques for evaluation deformation moduli from field observations, Soils and Foundation, Vol, 23, No. 1, pp. 107-113
 46. Katsuhiko Arai, Takafumi Katase, 1984, Estimation of deformation moduli and strength of natural ground based upon convergence survey on tunnelling, 日本土質工學會 論文 報告集, Vol.24, No.2, pp.171-179
 47. Lu Jiayou, Wang Changming, Huai Jun, 1988, FEM analysis for rockburst and its back analysis for determining in-situ stress, Numerical Methods in Geomech., Innsbruck, pp.2065-2068
 48. 이연규, 1989, 蔚山 LPG 地下 저장터널 단면에 대한 岩盤應力 및 변형거동 해석, 서울大學校 大學院 碩士學位論文.
 49. 이상필, 1990, 不連續岩盤內 공동주위의 應力 및 변형거동에 관한 數值解析, 서울大學校 大學院 碩士學位論文.
 50. E.Hoek, E.T.Brown, 1980, Underground excavations in rock, Institution of Mining and Metallurgy, London, pp.87-130
 51. Han Uk Lim, Chung In Lee, 1986, In-situ stress measurements of rock by stress relief method at some locations in Korea, Proc. of Int. Symp. on Rock Stress and Stress Measurements, Stockholm, pp.561-568