

터널과 지하공간, 한국암반역학회  
Vol. 1, 1991, pp. 39~48

## 地下 構造物의 時差的 構築에 따른 變形舉動의 數值解析에 關한 研究

李 喜 根<sup>1)</sup>

A study on numerical analysis of displacement behaviors according to timely differential excavation for underground construction

Hi Keun Lee

### I. 서 론

자연경관 毀損防止, 난방비 절약, 효율적 국토이용, 변질성 물질의 안전저장, 은폐보호 등의 목적으로 지하양수발전소, 지하유류저장기지, 지하식품저장시설, 核 廢棄物貯藏處理施設, 군사시설 등을 비롯하여 慰樂施設, 便宜施設 등 인간의 주거공간이 점점 지하로 들어가는 경향이다(Fig. 1 참조). 더우기 선진국에서는 최근에 지하도시 건설을 계획, 설계중에 있다고 하니, 앞으로의 지하구조물은 점점 대형화 될 뿐만 아니라 복잡화되어 갈 것이 예상된다. 또한 지하도시가 건설될 경우 대규모 도시가 동시에 構築되는 것이 아니라 일반적으로 時差를 두고 건설될 것이며 특히 도시가 건설된 후에도 擴張工事, 補修工事 등이 실시될 경우가 있을 것이다. 이러한 경우 초기설계단계 뿐만 아니라 시차를 둔 건설, 확장, 보수단계에서의 전 구조물의 상호연관된 變形舉動의 해석검토는 중요하다고 생각한다.

이러한 거동의 數值解析法으로는 유한요소법과 경계요소법을 고려할 수 있는데 해석 대상의 규모로 보아 前者는 전산기의 용량 및 복잡성 때문에 부적합함으로 본 研究에서는 後者를 택하되 특히 구조물의 높이가 그의 平面的 규모와 심도에 비하여 매우 작다고 假定하여 變位不連續法에 의한 준 3차원 해석 기법을 적용하기로 한다.

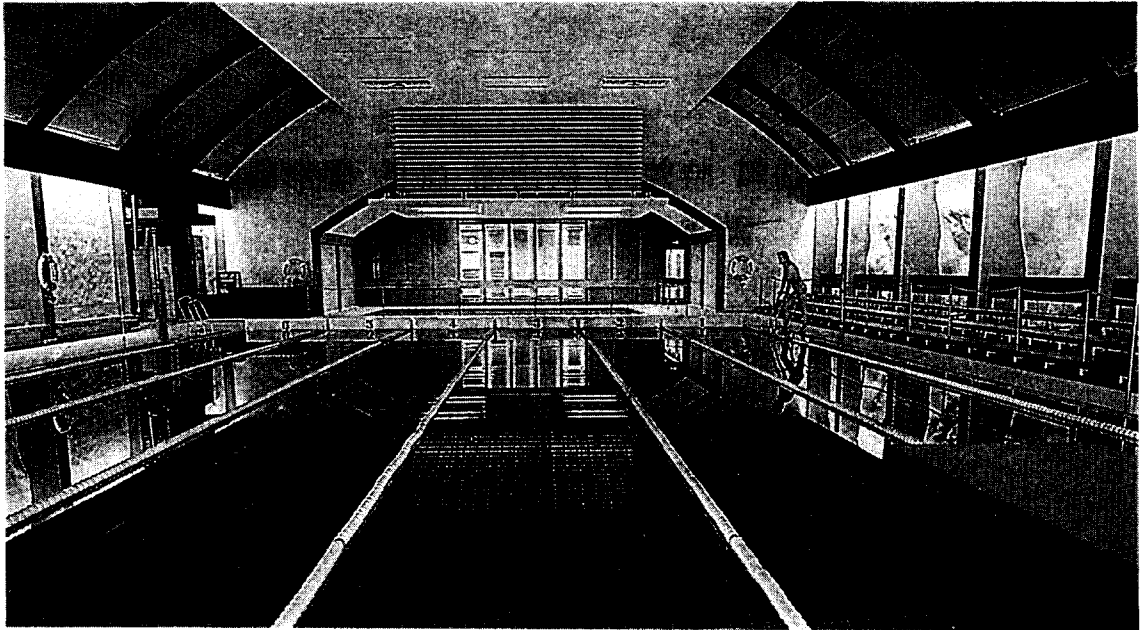
### 2. 경계요소법에 대한 고찰

#### 2.1 경계요소법의 基本概念

Fig. 2의 (b)에서 가상경계선 C'는 2개의 해석 영역으로 분리시키는 경계선으로 생각할 수 있다. 그림 (a)는 境界線 C로 분리된 內部領域 R로서 이것을 內部問題(interior problem)領域이라고 하며, 그림 (b)에서 경계선 C의 外部領域 R'를 외부문제(exterior problem)영역이라고 한다. 경계요소법은 특히 외부문제에 매력적인 방법으로, 예를들면 지하 무한체의 암반중에

\* 1991년 5월 접수.

1) 正會員. 서울대학교 공과대학 교수.



(a) An underground sport hall(after SAM LIM)



(b) An underground military headquarter(after SAM LIM)

Fig. 1 Underground constructions

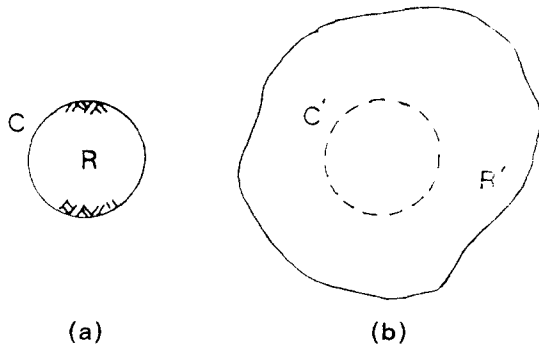


Fig. 2 Interior(a) and exterior(b) problems

굴착된 원형공동의 경계선은 Fig. 2(b)의 경계선 C'선으로 대응시킬 수 있다. 對應시키는 작업으로 경계선에 대한 경계조건을 부여한다. 즉 C'선이 실제의 공동 壁面이 되기 위해서는 이 경계선에 작용하는 수직응력을 0으로 만들어 주는 조건이 필요하다. 즉 채굴공동의 벽면에 대한 垂直應力은 0이어야 한다는 경계조건을 만족시키기 위하여 Fig. 3과 같은 유기응력(induced stress) 개념을 도입한다. Fig. 3에서 P는 初期應力(initial stress 또는 primitive stress)이며, 이는 현지응력 측정으로 구하거나 또는  $P = \gamma H$  ( $\gamma$ : 岩盤의 단위중량, H: 深度)에 의해서 약식 계산하기도 한다. 그림의 등식 우측 첫항의 점선으로 표시한 폐곡선은 예상공동

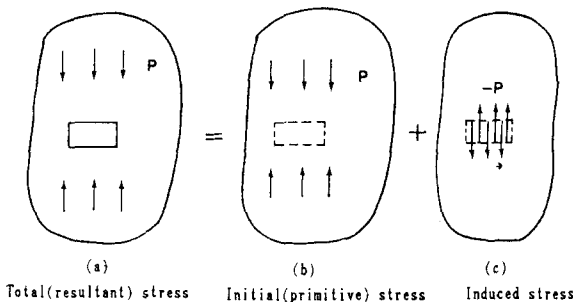


Fig. 3 The opening simulation for a numerical model of the boundary element method

을 나타내며, 이 경계면에 대하여 초기응력 P와 같은 크기의 응력을 초기응력에 반대방향으로 즉 -P를 작용시키면 등식의 左邊과 같은 결과적 응력인 최종응력(resultant stress) 상태로서 채굴공동이 재현된다. 이 때 공동의 천정과 바닥은 서로 接近 (convergence)하며 공동 주위에는 응력집중이 일어난다.

예를 들면 동일한 형태의 여러 공동이 같은 간격으로 평행하게 굴착되었다고 할때, 공동의 높이(h)가 공동의 심도(D)에 비하여 매우 작을 경우에는 공동의 높이로 이루어지는 층을 얇은 층이나 선분으로 가정할 수 있으며 이 때 경계 요소법에 의하여 다음과 같이 선분 해석으로 일차원적 해석이 가능하다.

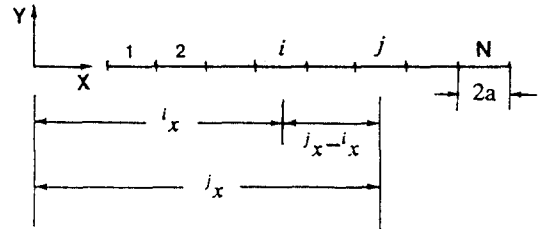


Fig. 4 N displacement discontinuity elements to a thin layer including openings with very small heights in relation to the overall scale of the problem

먼저 解析對象의 얇은층에 대한 선분을 Fig. 4와 같이 N개의 요소(변위불연속 요소: displacement discontinuity elements)로 분할한다. 이때 각 요소의 길이는 2a로 한다. 그리고  $i\sigma_y$ 를 i요소에서의 합응력,  $i\sigma_y$ 를 i요소에서의 유기응력,  $iD_y$ 를 i요소의 불연속 변위라고 하면 다음과 같은 식들이 유도된다.<sup>1)</sup>

$$i\sigma_y = i\bar{\sigma}_y + P \tag{1}$$

$$i\bar{\sigma}_y = \sum_{j=1}^N {}^jA_j \cdot {}^jD_j \tag{2}$$

여기서,

$$\begin{aligned} {}^iA &= \frac{-aG}{\pi(1-\nu)\{i^2x-i^2x\}^2-a^2} \quad (3) \\ &= \frac{-aG}{\pi(1-\nu)\{4a^2(i-j)^2-a^2\}} \\ &= \frac{-G}{a\pi(1-\nu)\{4(i-j)^2-1\}} \end{aligned}$$

(2)식은 N개의 미지수(不連續 變位)  ${}^iD_y$ ,  $j=1-N$ 에 대하여 N개의 방정식을 만들 수 있음을 나타내고 있다. 그리고 요소  $i(i=1-N)$ 는 굴착되었거나 굴착되지 않은 요소 모두를 나타낸다.

(a) 요소  $i$ 가 굴착되었다면  ${}^i\sigma_y = -P$ 이므로 (2)식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N {}^jA \cdot {}^jD_y = -P \quad (i : \text{굴착된 요소}) \quad (4)$$

(b) 요소  $i$ 가 굴착되지 않았다면 유기응력  ${}^i\sigma_y$ 가 그곳에서의 變形率  ${}^i\varepsilon_y$ 에 비례한다고 가정할 때 다음과 같이 표시된다.

$${}^i\sigma_y = E_0 \cdot {}^i\varepsilon_y \quad (5)$$

여기서  $E_0$ 는 Young 율이고  ${}^i\varepsilon_y$ 는 다음과 같이 표시된다.

$${}^i\varepsilon_y = \frac{{}^iD_y}{h} \quad (6)$$

여기서  $h$ 는 공동의 높이이다. (5), (6)식으로부터 (2)식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N {}^jA \cdot {}^jD_y = \frac{E_0}{h} \cdot {}^iD_y \quad (7)$$

( $i$  : 굴착되지 않은 요소)

(1), (2)식으로 부터 요소들의 최종응력  ${}^i\sigma_y$ 는 다음과 같이 계산된다.

$${}^i\sigma_y = \sum_{j=1}^N {}^jA \cdot {}^jD_y + P \quad (i=1-N)$$

(4) 및 (8)식으로 부터 채굴된 요소  $i$ 의 경우에는  ${}^i\sigma_y = 0$ 이 됨을 알 수 있다.

## 2.2 준 3차원 解析

構造物의 높이가 그들의 평면적 규모보다 매우 작은 경우, 즉 構造物이 평판형일때, 이러한 구조물의 構築에 따른 變位 및 應力을 경계요소법의 변위 불연속법에 의해서 준 3차원적으로 해석하는 방법을 약술하면 다음과 같다.

$x, y, z$  座標係를 전체를 종합하는 종합좌표계,  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  좌표계를 층상좌표계(layer coordinate)라고 부르기도 한다.  $x, y, z$  좌표계는  $z$  축을 수직으로 하여 위로 향하는 방향을 (+) 방향으로 하는 임의의 좌표계인데 일반적으로 방위계와 일치시키는 경우가 많다.  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  좌표계는  $\bar{z}$  축을 층상의 수직방향으로 잡고,  $\bar{y}$  방향은 층상의 傾斜方向으로 하되 경사의 상향방향을 (+) 방향으로 하며,  $\bar{x}$  방향은 주향방향으로 한다. 따라서 층상은  $\bar{z}=0$  평면으로 정의된다.  $\bar{z}=0$  일때,  $\sigma_{\bar{x}\bar{x}}, \sigma_{\bar{y}\bar{y}}$  및  $\sigma_{\bar{x}\bar{z}}$ 는 다음과 같이 표시된다.<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}\bar{x}} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \cdot \left[ \left( \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{z}^2} + \nu \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{y}^2} \right) D_{\bar{x}} \right. \\ &\quad \left. - \nu \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} D_{\bar{y}} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{y}\bar{y}} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \cdot \left[ -\nu \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} D_{\bar{x}} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{z}^2} + \nu \frac{\partial^2 I}{\partial \bar{x}^2} \right) D_{\bar{y}} \right] \end{aligned}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \cdot \frac{\partial I}{\partial z^2} D_z$$

여기서,  $I$ 는  $|\bar{x}| \leq a, |\bar{y}| \leq a, |\bar{z}| = 0$ 인 4각형요소에 있어  $\xi, \eta$ 에 대하여 적분되는 양으로서 다음과 같이 표시된다.

$$I(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \int_{-a}^a \int_{-a}^a [(\bar{x}-\xi)^2 + (\bar{y}-\eta)^2 + \bar{z}^2]^{-1/2} d\xi d\eta \quad (10)$$

여기서  $I(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 의 미분은  $\bar{z}=0$ 에 대해서 이루어 진다. 그리고 (9)식에 의하면 전단응력  $\sigma_{xz}$  및  $\sigma_{yz}$ 는 불연속 전단 변위 성분  $D_x$ 와  $D_y$ 에 의존되고, 수직응력  $\sigma_{zz}$ 는 수직변위성분  $D_z$ 에만 의존되고 있음을 알 수 있다.

위의 식들을 이용하여 Fig. 5와 같이 4각형으로 격자분할된 판상체에 대해서 변위, 應力解析을 실시할 수 있다. 이때 4각형으로 한변의 길이는  $2a$ 이고, 각 요소들은 그림에 표시된 방법으로 그 위치가 정해지는 것으로 한다. 예를 들면 사각형 요소( $i, j$ )는 행렬표시로서  $\bar{y}$ 방향에  $i$ 행,  $\bar{x}$ 방향에  $j$ 열의 위치에 있는 요소를 나타낸다. 그리고 요소 ( $i, j$ )는 각 요소별로 일정

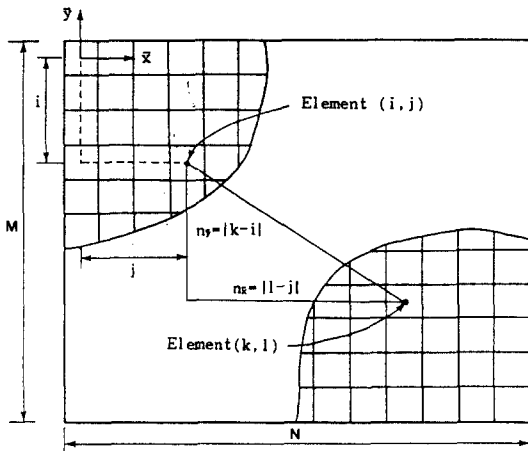


Fig. 5 Definition of grid for the layer plane  $\bar{z}=0$

한 값을 갖는 불연속 변위  ${}^{i,j}D_x, {}^{i,j}D_y$  및  ${}^{i,j}D_z$ 와 연관된다. (9)식으로 부터 요소( $i, j$ )의 중점에서의 유기응력은 다음 (11)식과 같이 모든 요소( $k, l$ )에서의 불연속 변위성분과 관련됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{i,j}\sigma_{xx} &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [{}^{i,j,k,l}A_{xx} \quad {}^{k,l}D_x + {}^{i,j,k,l}A_{xy} \quad {}^{k,l}D_y] \\ {}^{i,j}\sigma_{yy} &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [{}^{i,j,k,l}A_{xy} \quad {}^{k,l}D_x + {}^{i,j,k,l}A_{yy} \quad {}^{k,l}D_y] \quad (11) \\ {}^{i,j}\sigma_{zz} &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N {}^{i,j,k,l}A_{zz} \quad {}^{k,l}D_z \end{aligned}$$

여기서  ${}^{i,j,k,l}A_{xx}$  등은 층상면에 대한 영향계수의 행렬(matrix)이다. 즉 이 영향계수는 (9)식과 (10)식에서 보는 바와 같이 암반의 물성, 요소의 크기 및 요소( $i, j$ )와 요소( $k, l$ )간의 거리에 의하여 결정되는 행렬이다. 그리고  $D$ 는 요소( $i, j$ )의 변위이다.

요소( $i, j$ )는 굴착된 영역이거나 혹은 굴착되지 않은 영역을 나타내게 된다. 만일 요소( $i, j$ )가 굴착되고 상하반이 접촉되지 않은 경우라면 초기응력과 유기응력의 합인 총응력은 0이 되므로 즉, 예를 들면  ${}^{i,j}\sigma_{zz} = ({}^{i,j}\sigma_{zz})_0 + {}^{i,j}\sigma_{zz} = 0$ 이 되므로 (11)식으로 부터 다음의 (12)식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} - [{}^{i,j}\sigma_{xx}]_0 &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [{}^{i,j,k,l}A_{xx} \quad {}^{k,l}D_x \\ &+ {}^{i,j,k,l}A_{xy} \quad {}^{k,l}D_y] \\ - [{}^{i,j}\sigma_{yy}]_0 &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [{}^{i,j,k,l}A_{xy} \quad {}^{k,l}D_x \\ &+ {}^{i,j,k,l}A_{yy} \quad {}^{k,l}D_y] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} - [{}^{i,j}\sigma_{xx}]_0 \\ - [{}^{i,j}\sigma_{yy}]_0 \end{aligned}} \right\} {}^{i,j}D_z < H \quad (12)$$

$$- [\sigma_{zz}]_0 = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [i,j,k,l] A_{zz}^{k,l} \bar{D}_z$$

만일 요소(i, j)가 굴착되지 않았다면 유기응력은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} {}^{i,j}\sigma_{xx} &= -G_0 {}^{i,j}\bar{D}_x/h = -K_x {}^{i,j}\bar{D}_x \\ {}^{i,j}\sigma_{yy} &= -G_0 {}^{i,j}\bar{D}_y/h = -K_y {}^{i,j}\bar{D}_y \\ {}^{i,j}\sigma_{zz} &= -E_0 {}^{i,j}\bar{D}_z/h = -K_z {}^{i,j}\bar{D}_z \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $G_0$ ,  $E_0$ 는 각각 층상체의 강성률 및 Young율이고  $K$ 는 공동의 높이  $h$ 와 탄성정수  $G_0$  혹은  $E_0$ 에 의하여 결정되는 係數이다. (11)식과 (13)식으로 부터 다음식을 얻는다.

$$\begin{aligned} 0 &= K_x {}^{i,j}\bar{D}_x + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [i,j,k,l] A_{xx}^{k,l} \bar{D}_x + [i,j,k,l] A_{xy}^{k,l} \bar{D}_y \\ 0 &= K_y {}^{i,j}\bar{D}_y + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [i,j,k,l] A_{xy}^{k,l} \bar{D}_x + [i,j,k,l] A_{yy}^{k,l} \bar{D}_y \\ 0 &= K_z {}^{i,j}\bar{D}_z + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [i,j,k,l] A_{zz}^{k,l} \bar{D}_z \end{aligned} \quad (14)$$

(12)식과 (14)식은  $3 \times M \times N$  개의 방정식을 이루며, 이들 방정식에 의하여 반복법에 의해서 미지수인 불연속 변위 성분을 구할 수 있다.

### 3. 地下構造物의 時差的 構築에 따른 應力 및 變形舉動의 境界要素 解析

전술한 바와 같이 地下의 慰樂施設을 비롯한 인간의 주거공간화 그리고 불원의 장래에는 지하도시 건설까지 계획되고 있어 지하공간이 대형화되고 복잡화될 때, 또한 1차 건설후 여러

가지 擴張工事が 수행될 때, 이들의 굴착은 필연적으로 시간적 차이를 두고 수행하게 되는 時差的 開發이 이루어질 수 밖에 없다. 이러한 경우, 이들 構造物全體의 變形舉動을 준 3차원 境界요소법으로 數值解析하기 위하여 본 연구에서는 실제로 특정광산<sup>2),3)</sup>에서 광주(pillar)의 안전한 회수를 위해서 수행된 境界요소법의 變位不連續法을 적용하였다. 해석 모델도 위의 특정광산의 것으로 가정하였으며 그 광산에서 수차에 걸쳐 광주회수가 수행되었는데 이는 地下空間의 시차적 개발에 대응되는 것이다.

Fig. 6은 추가적인 굴착 즉, 추가적인 構造物 構築에 따른 지지벽 및 주위 모암에의 변형에너지의 집적상태를 해석한 결과이다. 그림중 좌상부의 삼화는 해석 모델로서 실제의 規模는 남북 및 동서방향의 距離가 약 400m이다. 그림에서 보는 바와 같이 5段階의 지하공간 확장시 부터 개발대상 領域內의 支持壁에 작용하는 변형에너지의 집적이 크게 증가함을 알 수 있다. Fig.7은 추가적인 구조물 구축에 따른 支持壁에의 應力 集中度를 해석한 결과이다. 예를 들면 314번 요소에는 7段階의 지하공간 확장시에, 그리고 313번 요소에는 8段階의 확장시에 응력집중이 크게 일어나므로 적절한 安全對策의 수립이 필요하다는 것을 알 수 있다. Fig. 8 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 현재, 1단계, 4단계 및 8단계 공간 확장시의 支持壁에의 應力集中度를 해석한 결과이다. 특히 7, 8段階에서는 공간의 확장영역에서의 垂直應力의 개방 현상이 뚜렷이 나타나면서 지지벽에의 응력 집중이 증가함을 알 수 있다. Fig. 9 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 현재, 1단계, 4단계 및 8단계 공간 확장시의 垂直變位에 대한 解析結果이다. 특히 8단계에서는 판이론에서와 같은 變位舉動을 엿볼 수 있다. 4단계에서와 같은 국부변위의 증가에도 충분한 안전대책을 수립해야 할 것이다.

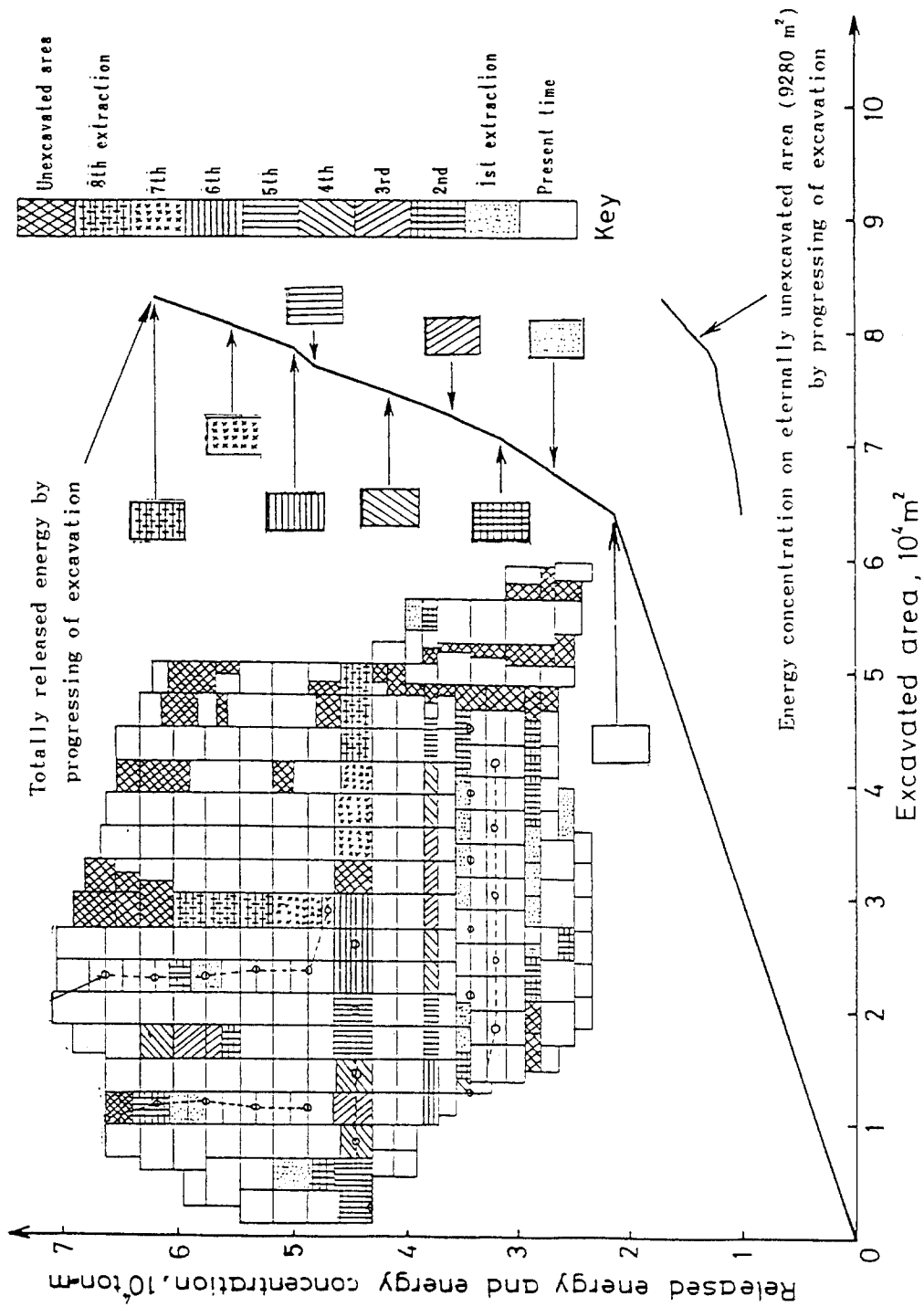


Fig. 6 Energy concentration on eternally unexcavated areas and around the large opening as a function of excavated areas

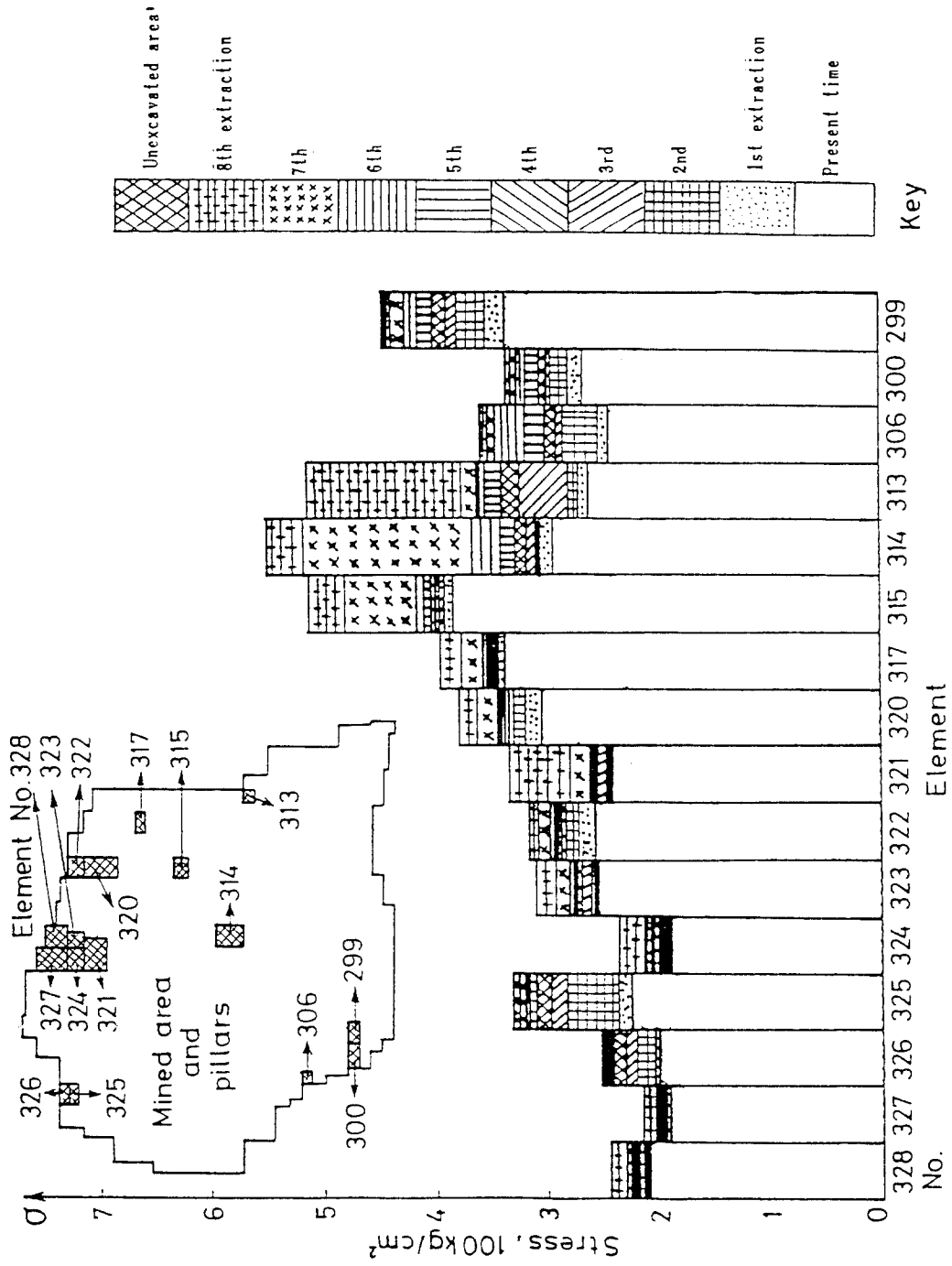
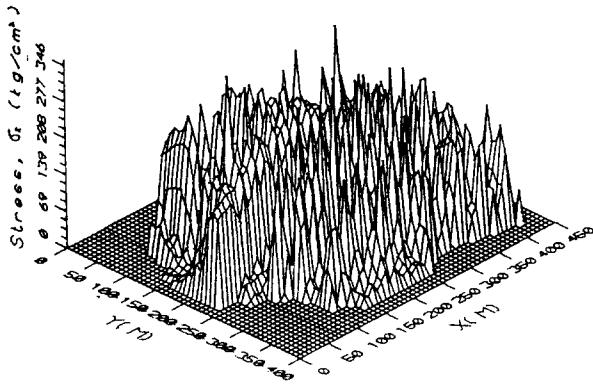
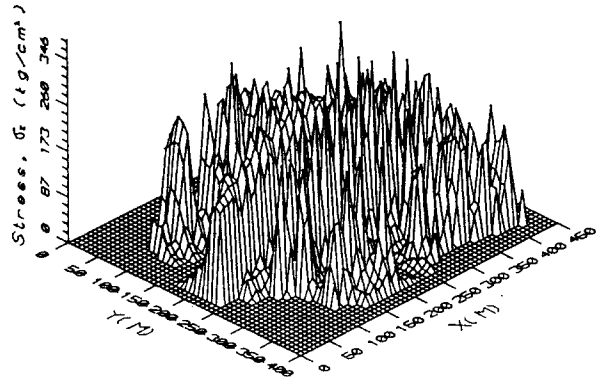


Fig. 7 Stresses on unexcavated areas owing to extraction progress

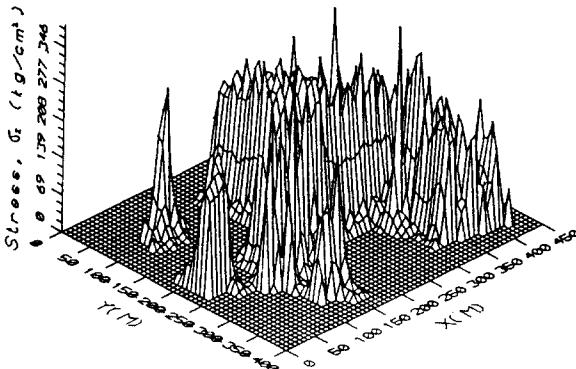




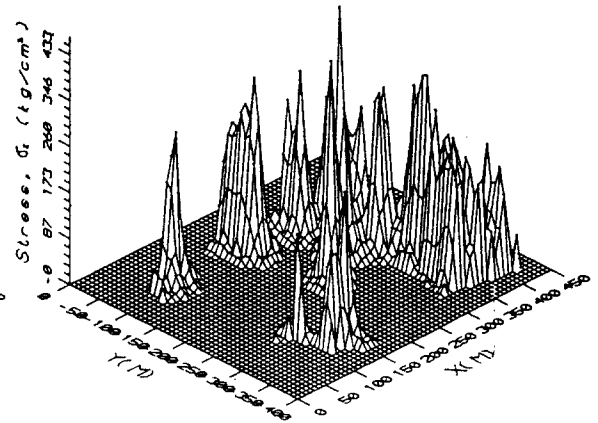
(a) Present tome



(b) 1st extraction

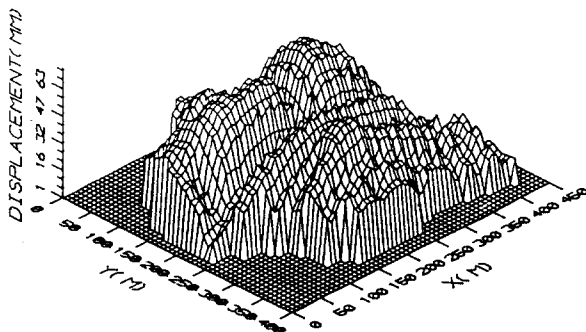


(c) 4th extraction

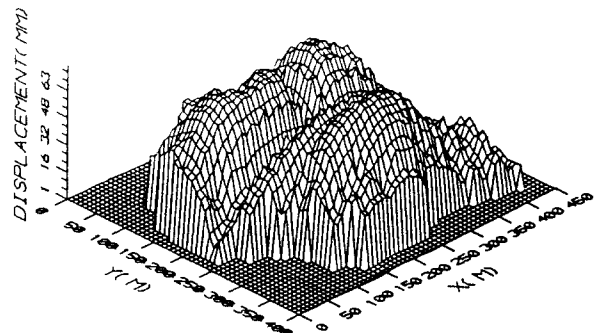


(d) 8th extraction

Fig. 8 Analyses of stresses on unexcavated areas according to timely differential excavations



(a) Present time



(b) 1st estraction

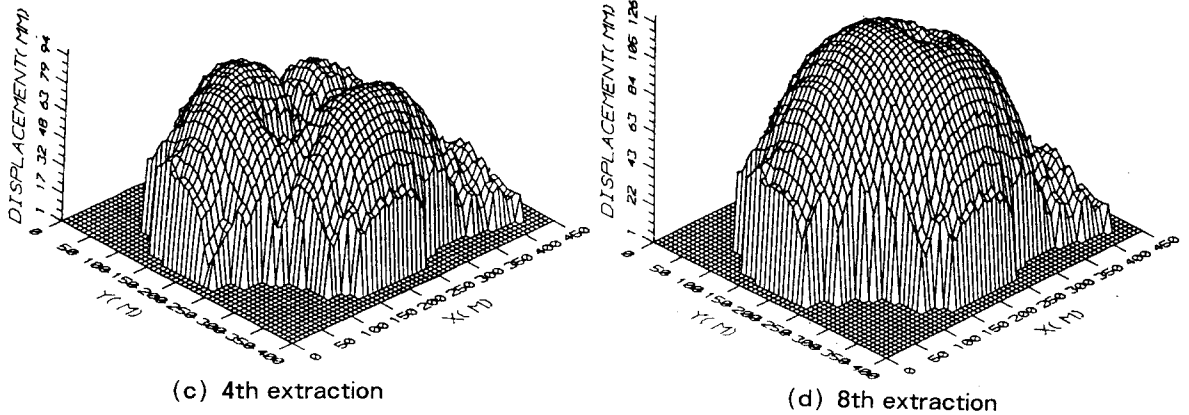


Fig. 9 Analyses of vertical displacements on the roof of the overall area according to timely differential excavations

#### 4. 결 론

대형, 복잡화되는 地下空間의 時差的 開發에 있어, 岩盤의 변형거동 해석을 위한 경계요소법의 적용성을 검토하고 어느 특정 해석 모델에 대해서 현재 굴착된 공간과 추가공간 건설에 따른 變形 舉動을 준 3차원 경계요소법에 의하여 해석을 실시하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 지하공간의 높이가 그의 平面的 規模 및 심도보다 매우 적을때는 지하공간의 경계요소 解析을 위한 數值解析 모델을 준 3차원 모델화할 수 있다.
- (2) 지하공간 建設過程에서 追加空間 건설시에 일어나는 예상변위를 계산할 수 있게 되었다.
- (3) 추가공간의 건설에 따라 支持壁 등에 일어나는 豫相應力集中度를 계산할 수 있으며 이에 의하여 위험개소를 정량적으로 판단할 수 있어서 안전대책을 사전에 수립할 수 있게 되었다.
- (4) 追加空間의 건설에 따라 支持壁과 주위모암에 集積되는 strain energy를 계산할

수 있어서 역시 지하공간의 안전대책을 세울 수 있게 되었다.

#### 사 사

본 연구에서 도표작성에 노력해준 서울대학교 최성웅 조교 및 대학원생 김영근군에게 감사하는 바이다.

#### 參 考 文 獻

- 1) Crouch, S.L. and A.M. Starfield, 1983, Boundary element methods in solid mechanics, George Allen & Unwin, London, P. 80-86 & 266-273.
- 2) 이회근, 1986, 경계요소법에 의한 현지암반 탄성계수의 산정 및 岩盤舉動解析에 관한 연구, 대한광산학회지 vol. 23, No. 3, p. 161-171.
- 3) Hi Keun Lee, Yoshiaki Mizuta and Chou Wanxi, 1986, Analysis of rock behaviors for determination of in-situ Young's modulus and safe excavation of mine pillars, Proc. of the Int. Symp. on Eng. in Complex Rock Formations, p. 318-324, Beijing, China.