

〈論 文〉

代替函數에 의한 水文 時系列 模型
Hydrologic Time Series Model by Transfer Function

姜 瑞 遠 * 金 周 煥 **
Kang, Kwan Won, Kim, Ju Hwan

Abstract

The relationships between rainfall and runoff are analyzed statistically and modelled using discrete linear transfer function, which can be shown with the relations between input and output in hydrologic system. The procedures of identification, estimation and diagnostic checking of model are proposed, and the suitability of assumed model is determined by the statistics used in time series analysis.

要 旨

本研究는 離散型 線型 代替函數 (discrete linear transfer function)를 이용하여 水文시스템의 输入과 出力으로 나타낼 수 있는 降雨와 流出의 관계를 統計學的으로 分析하고 模型化 하는 것이다. 模型의 設定 및 等定(identification), 推定(estimation) 및 檢診(diagnostic checking) 過程이 提示되었으며 모형에 대한 適合性은 時系列 分析에서 이용되고 있는 統計量으로 判定하였다.

1. 序 論

복잡한 자연현상의 하나인 水文過程 (hydrologic process)을 模型化하는 것은 실제로 어려운 일이나, 많은 수문학자들은 水文過程을 여러가지 數學的 方法을 이용하여 모형화하고 水文學에 있어서의 研究의 대상으로 삼아왔다.

水文過程의 模型化 방법에는 決定論的 模型化 (deterministic modeling)와 推計學的 模型化 (stochastic modeling) 방법으로 구분된다. 決定論的 模型은 많은 시간과 방대한 자료를 요구하며, 또한 模型의 精確度는 필요한 자료가 많아

야만 유지될 수 있는데, 실제로 우리가 구할수 있는 자료는 限定되어 있다. 따라서 入力資料가 비교적 간단한 推計模型은 수문과정을 모형화하는데 더욱 광범위하게 사용되고 있다.

資料分析을 위한 많은 통계적 방법들은 觀測值들이 서로 獨立이라 假定하여야 하는데, 실제 발생하는 觀測值들은 대부분이 서로 從屬的이다. 따라서 이러한 관계는 Box-Jenkins의 時系列 分析方法- 일련된 시간의 變動에 따른 자료를 현 시점에서 과거의 관측된 자료를 이용하여 미래의 값을 豫測하는 자료분석 방법-을 이용하여 그 자료의 추계학적 구조를 把握할 수 있다.

우리가 時系列를 분석하는 목적은 크게 두가

* 仁荷大學校 土木工學科 教授

** 仁荷大學校 大學院 土木工學科 박사과정

지로 볼 수 있다. 첫째로는 時系列 자료를 관찰하고 분석하므로써 주어진 자료를 발생시키는 확률적 체계를 이해하고 모형화하는데 있으며 둘째로는 과거의 자료를 가지고 미래의 값을 예측하는데 있다.

따라서 本研究에서는 水文 時系列의 模型化와 豫測을 위하여 입력(input)과 출력(output) 간의 相關關係를 離散型 線型 代替函數를 사용하여 이를 수문과정에 적용하고 모형을 설정하기 위한 等定(identification), 推定(estimation), 檢診(diagnostic checking) 과정에 대하여 考察하고 推定된 模型의 적합성은 時系列 分析에서 주로 이용되고 있는 통계학적 방법을 사용하여 檢討하였다.

2. 代替函數 模型

2.1 代替函數 模型의 概要

X_t 를 어떤 시스템의 入力值라 하고 Y_t 를 입력치의 영향을 받아 나타나는 出力值라 하자. 그리고 어떤 시스템에 입력치 X_t 가 가해졌을 때 즉각적인 효과는 나타나지 않으나 同等(equilibrium) 하게 되기 위한 출력치 Y_t 가 있는 반응을 動的反應(dynamic response)이라 하고 이는 현재의 출력치 계열의 値 Y_t 가 많은 과거의 입력치 계열의 値 X_t 와 관계가 있다고 가정한다면 이들의 관계를 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$Y_t = v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots$$

$$\begin{aligned} &= (v_0 + v_1 B^1 + v_2 B^2 + \dots) X_t \\ &= v(B) X_t \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, v_0, v_1, v_2, \dots : 충격반응 함수(impulse response function),

$v(B) = (v_0 + v_1 B^1 + v_2 B^2 + \dots)$: 대체함수, B : 후향 연산자(backwardshift operator)

(1)식을 그림으로 나타낸 것이 그림 1이다. 動的시스템(dynamic system)은 입력치 계열 X_t 를 代替函數를 통하여 X_t 値을 통과시키므로써 출력치 계열 Y_t 로 변환시킨다.

代替函數의 특성은 충격반응함수(impulseresponse function)인 加重值(weight) $v_0, v_1, v_2, v_3, \dots$ 에 의하여 결정된다. (1)식에서는 理論적으로 無限히 많은 수의 係數들을 포함하는 $v(B)$ 를 추정하기 곤란하므로 다음과 같은 유리함수로 표현하여 해결할 수 있다.

$$\begin{aligned} v(B) &= \delta^{-1}(B) \omega(B) B^b \\ &= \delta^{-1}(B) \Omega(B) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } \delta(B) &= (1 - \delta_1 B^1 - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_b B^b) \\ \omega(B) &= (\omega_0 - \omega_1 B^1 - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s) \end{aligned}$$

(1)식과 (2)식을 합성한다면,

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta^{-1}(B) \omega(B) B^b X_t \\ &= \delta^{-1}(B) \omega(B) X_{t-b} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, b 는 지연변수(delayed parameter)로서 반응이 즉각적이지 못할 경우 시간이 얼마나

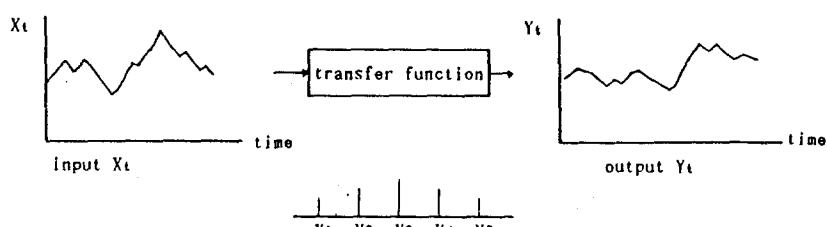


Fig.1 Schematic representation of transfer function model.

지연되는가를 알아보는 母數이다. (3)식이 아무리 정확하다 하더라도 출력치 Y_t 가 이 模型에 의해 결정된 일정한 형태를 반드시 따르리라고는 예상할수 없다. 즉, 예측하지 못했던 여러가지 誤差(disturbance or noise)가 생기는데, 이 誤差 N_t 와 입력치 X_t 는 獨立이라 가정하고 N_t 자신은 自己相關이 되어 있다고 가정한다면 다음과 같은 새로운 模型이 생긴다.

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta^{-1}(B) \omega(B) X_{t-b} + N_t \\ &= \delta^{-1}(B) \omega(B) X_{t-b} + \psi^{-1}(B) \theta(B) a_t \quad (4) \end{aligned}$$

단, $N_t = \psi^{-1}(B) \theta(B) a_t$ - ARIMA(p,d,q)

$$\begin{aligned} \psi(B) &= (1 - \psi_1 B - \psi_2 B^2 - \cdots - \psi_p B^p) \\ \theta(B) &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q) \end{aligned}$$

a_t : 정규분포를 갖는 잔차

여기서, N_t 는 ARIMA(p,d,q) 過程(process)으로 본다면 N_t 자신의 過程을 나타낼 수 있는 새로운 模型이 생긴다. 이러한 模型을 代替函數雜音(transfer function noise) 模型 이라할수 있으며 그림 2로 나타낼 수 있다.

만약 X_t 와 Y_t 가 非定常 時系列(nonstationary time series)이라면 階差(differencing)시켜 定常 時系列(stationary time series)로 만들면 (4)식은 다음과 같다.

즉, $x_t = (1-B)^d X_t$, $y_t = (1-B)^d Y_t$, $n_t = (1-B)^d N_t$ 이다.

$$\begin{aligned} y_t &= \delta^{-1}(B) \omega(B) x_{t-b} + n_t \\ &= \delta^{-1}(B) \omega(B) x_{t-b} + \psi^{-1}(B) \theta(B) a_t \quad (5) \end{aligned}$$

2.2 代替函數 模型의 設定

代替函數 模型의 자료분석에서 입력치와 출력치 사이의 交叉 相關函數(cross correlation function)는 중요한 역할을 한다.

(X_t, Y_t) 의 二變量 推計過程(bivariate stochastic process)에서 x_t 와 lag-k에서 y_t 와의 교차 공분산(cross covariance)은

$\gamma_{xy}(k) = E[(x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y)]$, $k=1, 2, 3, \dots$
이고, y_t 와 lag-k에서 x_t 와의 교차 공분산은
 $\gamma_{yx}(k) = E[(y_t - \mu_y)(x_{t+k} - \mu_x)]$, $k=1, 2, 3, \dots$
이 된다. 이를 이용하면 시차(lag) k에서의 x 와 y 사이의 교차 상관함수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

여기서

σ_x : 계열 x_t 의 표준편차

σ_y : 계열 y_t 의 표준편차

또 교차 상관함수는 자기상관함수와는 달리 lag $k=0$ 에서 대칭이 아니므로 $\rho(k) \neq \rho(-k)$ 가 된다.

代替函數 模型을 設定하기 위한 첫단계는 입력치 x_t 가 추계학적 구조를 가진경우 白色雜音(white noise)으로 變換시키기 위하여 事前白色化(prewhitenning)시켜야 한다. 이는 입력치 계열이 백색잡음일 경우 등정(identification)과정이 상당히 단순해지기 때문이다. 따라서 입력치 X_t 를 계차시켜 定常狀態로 만들면 이 때의 x_t 는 ARIMA 模型을 갖게된다.

$$\phi(B) x_t = \theta(B) a_t \quad (7)$$

$$\phi(B) \theta^{-1}(B) x_t = a_t \quad (8)$$

a_t : 사전백색화된 입력치

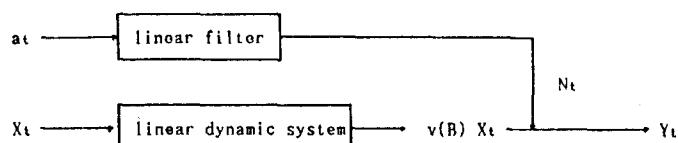


Fig.2 Transfer function model with added noise model.

즉, 입력치 x_t 를 $\phi(B)$ $\theta^{-1}(B)$ 라는 여과기능(filtering)을 이용하여 事前白色化 시킨다.

여기서 구한 여과기능을 이용하면 y_t 도 事前白色化 시킨다. 즉,

$$\phi(B) \theta^{-1}(B) y_t = \beta, \quad (9)$$

(8)식과 (9)식을 이용하여 다음과 같이 변형(transformation) 할수 있다.

$$y_t = v(B) x_t + n_t$$

$$\beta_t = v(B) \alpha_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \phi(B) \theta^{-1}(B) n_t \quad (10)$$

여기서,

ε_t 는 변형된 백색잡음 과정이다.

(10)식은 입력치 x_t 와 출력치 y_t 사이의 代替函數가 事前白色化된 α_t 와 β_t 사이의 代替函數와 같다는 것을 보여준다.

충격반응함수 v_k 는 다음식에 의하여 구한다.

$$v_k = \frac{\gamma_{\alpha\beta}(k)}{\sigma_\alpha^2} = \frac{\rho_{\alpha\beta}(k) \sigma_\alpha}{\sigma_\alpha}, \quad k=1, 2, \dots$$

(11)

2.3 雜音模型(Noise model)의 設定

代替函數 模型이 결정되면 雜音項(noiseterm)을 결정하는 일만 남게 된다. 雜音項은 초기 추정치 ω 와 δ 를 이용하여 아래와 같이 얻을수 있다.

$$y_t = v(B) x_t + n_t \quad (12)$$

$$n_t = y_t - v(B) x_t \quad (13)$$

n_t 는 식(13)을 이용하여 구하고 n_t 의 標本 自己相關函數(sample autocorrelation function ; SACF)와 표본 부분자기상관함수(sample par-

tial autocorrelation function ; SPACF)을 보고 ARIMA 模型을 設定한다.

이렇게 구한 代替函數 模型과 雜音 模型을 결합하여 완성된 모형은 다음과 같다.

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (14)$$

3. 分析 및 考察

3.1 資料

降雨에 의하여 나타나는 영향은 유출에 일정한 충격을 줄 것이며 이러한 관계를 代替函數에 적용하기 위하여 선택한 자료는 한국 건설기술연구원에서 발간한 장기 수자원 계획을 위한 유역 물수지 추정방법 개발중에 제재된 자료로부터 획득 하였다. 여기서 선택한 낙동강 유역의 용곡지점의 월강우량은 입력치 계열로, 월유출량은 출력치 계열로 가정하여 강우와 유출관계를 분석해 보기로 한다. 자료는 중도에 결측이 포함되지 않은 기간으로서 용곡지점의 1968년 1월부터 1973년 12월 까지의 월 강우량과 월 유출량으로 이들 時系列 資料가 等分散性을 갖도록 對數變換(log transformation)한 후 사용하였다. 이는 時系列分析에서 殘差들이 異質性(heteroscedasticity)을 가질 경우 誤差項이同一한 分布를 갖는다는 假定에 부합되지 않는다. 따라서 이러한 分散의 異質性 問題를 해결하기 위한 방법으로 대수변환한 자료를 사용하게 된다.

3.2 模型의 設定

그림 3과 4는 강우량과 유출량의 時系列 分布圖이다. 그림 3에서 알수 있듯이 강우량자료가 非定常性을 가지므로 계차조작(differencing operation)하면 이 때의 x_t 는 ARIMA過程을 갖게 된다. 이 過程을 분석하기 위해 강우자료에 대

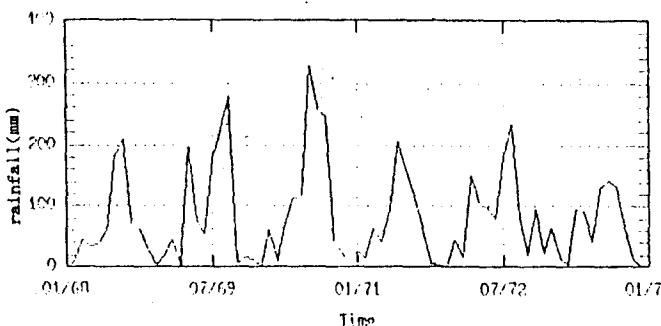


Fig.3 The input series (rainfall) shown graphically.

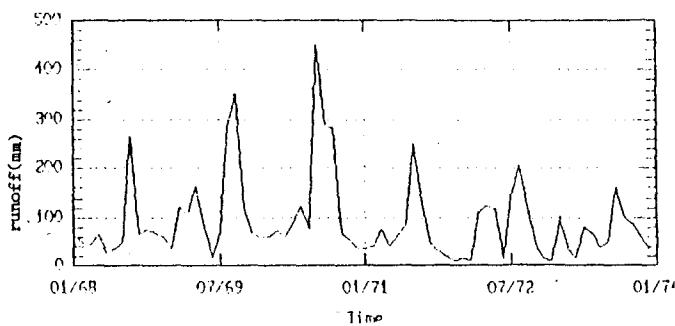


Fig.4 The output series (runoff) shown graphically.

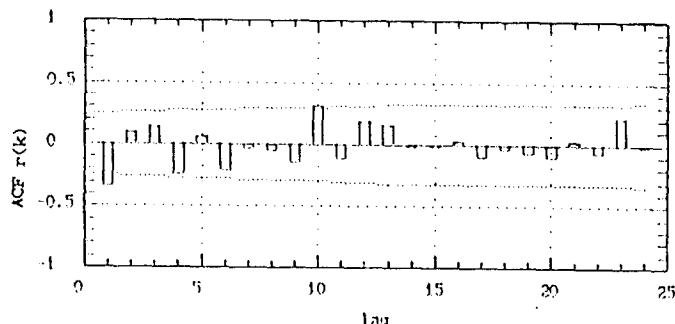


Fig.5 The estimated autocorrelation coefficients for differenced input series.

한 SACF와 SPACF를 구해본 것이 그림 5와 6이다. 표시된다.

降雨系列의 等定過程을 단순화 시키고 이를
白色雜音으로 變換 시키기 위한 事前白色化濾器
를 찾기 위하여 그림 5와 6을 分析해 보면 강우
계열 X_t 는 ARIMA(1,1,0)로 모형화 될수 있음을
알았다. 따라서 事前白色化濾器는 다음식 으로

$$(1 - \phi_1 B) x_t = \alpha_t \quad (15)$$

여기서

$$x_t = (1-B)X_t \circ \alpha_t$$

母數 ϕ_1 的 最小자승 推定值를 구하면 다음과

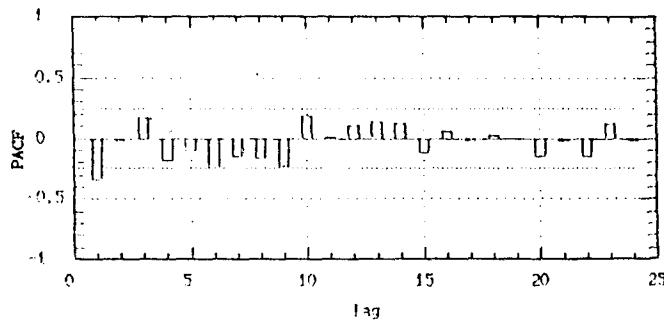


Fig.6 The estimated partial autocorrelation coefficients for differenced input series.

Table 1. Basic statistics of α_1 and β_1 .

	mean	standard Dev.	variance	standard error	skewness
α_1	0.02316	1.3425	1.8025	0.1593	0.00783
β_1	-0.00768	0.8701	0.7571	0.1033	0.37080

같다.

parameter	standard error
ϕ_1	-0.33399 0.11317

T-value	P-value	RSS
-2.95125	0.0043	126.216

이렇게 구한 여과기능을 이용하면 유출량 y_t 도 다음과 같이 事前白色化된 β_1 를 얻는다.

$$(1 - \phi_1 B) y_t = \beta_1 \quad (16)$$

여기서

$$y_t = (1-B)Y_t \text{ 이다.}$$

事前白色化된 α_1 와 β_1 의 統計特性值는 표 1 과 같다.

그럼 7은 事前白色化된 α_1 와 β_1 의 교차상관 함수이다. 이때 충격반응함수의 반응이 lag-0에서부터 나타나므로 지연변수(delayed parameter) $b=0$ 이고 충격반응함수는 지속적으로 lag-3까지 나타나지만 lag-3의 값이 아주 작은 값이므로 模型을 設定하는데는 제외시켰다.

위의 결과를 고려하여 잠정적 모형 (preliminary model)은 다음과 같이 가정할수

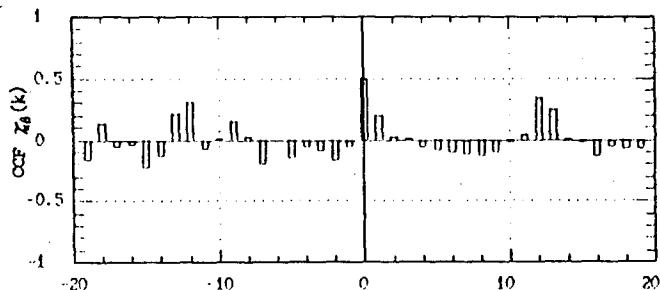


Fig.7 The estimated cross correlation coefficients between the prewhitened input series(---) and the prewhitened output series(- - -).

있다.

$$y_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{(1 - \phi_1 B)} x_t + n_t \quad (17)$$

그림 8은 α_i 와 β_i 의 충격반응함수를 計算하여 図示한 것이다.

또한 母數(parameter) v_k 는 (11)식을 이용하여 다음과 같다.

$$v_0 = 0.3253$$

$$v_1 = 0.1290$$

$$v_2 = 0.0149$$

따라서 (17)식은 다음과 같이 된다.

$$y_t = (v_0 - v_1 B^1 - v_2 B^2) x_t + n_t \quad (18)$$

또 雜音項에 대한 잠정모형을 다음과 같이 假定하였다.

$$n_t = \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1 - \phi_1 B)} a_t \quad (19)$$

母數를 推定해 보면 다음과 같다.

	parameter	standard error	T-value	P-value
ϕ_1	0.58100	0.25177	2.31320	0.02440
θ_1	0.77266	0.27395	2.82043	0.00666
θ_2	0.11183	0.19829	0.56396	0.47507

이렇게 하여 구한 代替函數 雜音 모형은 식

(18) 과 식(19)을 합하여 다음과 같이된다.

$$y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2) x_t$$

$$+ \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1 - \phi_1 B)} a_t \quad (20)$$

따라서 (20)식에 計算된 母數를 고려하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y_t = (0.3253 - 0.1290 B - 0.0149 B^2) x_t + \frac{(1 - 0.77266 B - 0.11183 B^2)}{(1 - 0.5810 B)} a_t \quad (21)$$

3.3 模型의 檢診(model diagnostic checking)

模型의 檢診은 残差分析(residual analysis)을 통하여 할 수 있으며 推定된 模型이 妥當한 것이라면 다음의 假定을 만족하여야 한다.

첫째, 等分散性의 假定을 滿足해야 한다. 즉, 残差들의 평균은 0이고 분산은 σ_e^2 인 白色雜音과 비슷한 성질을 가져야만 한다.

둘째, 残差는 서로 獨立이다. 즉, 残差와 残差간에 서로 自己相關되어 있지 않아야한다. 만약 残差의 ACF가 어떤 推計學的 構造를 갖는다면 잠정적 모형의 等定은 잘못되었음을 의미한다.

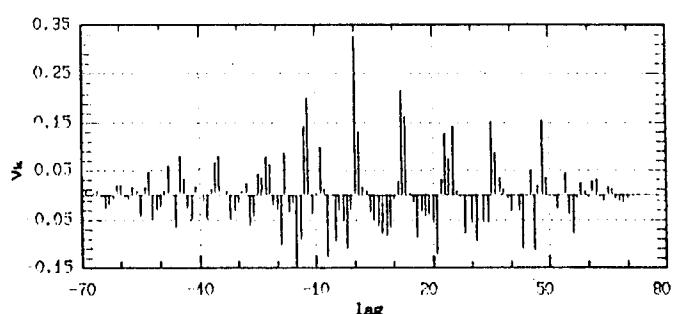


Fig.8 The estimated impulse response function.

셋째, 殘差는 正規分布를 따른다.

이러한 基準을 가지고 殘差를 分析하여 推定된 模型의 適合性을 檢診해보기로 한다.

이러한 模型의 檢진 방법으로 많이 사용되고 있는 것으로서 正規確率紙 圖示方法(normal probability plot)과 Box-Pierce에 의하여 제안된 Q통계값(Q-statistic)등이 있다.

여기서는 模型의妥當性을 檢討하기 위하여 잔차에 대한 기본 통계 특성치를 살펴보고 이를 정규화률지에 圖示하는 방법과 殘差의 自己相關, 그리고 殘差와 α_i 와의 交叉相關關係量을 調査하여 模型의 適合性에 대하여 檢討하고자 한다.

표 2는 이 方法에 의해 計算된 殘差의 기본統計特性值이다.

그림 9는 殘差를 正規確率紙에 圖示한 것이다.

이 그림에 의하면 잔차에 대한 세번째 假定을 만족하고 있음을 알 수 있다.

3.2.1 Box-Pierce의 Chi 自乘 檢定

ARIMA(p,d,q)의 過程을 갖는 定常 時系列에서 殘差 a_t 가 여전히 자기상관되어 있는지의 여부를 알아보기 위한 방법이다. 즉, ARIMA 模型의 기본 가정을 만족하는지 여부를 알아보기 위하여 사용되는 통계량으로 “殘差는 白色雜音(white noise)이다”라는 귀무가설을 檢定하는統計量으로 Q 통계값이라 한다.

만일 模型이 適合하다면 다음 조건을 만족할 것이다.

Table 2. Basic statistics of residual a_t .

	mean	standard Dev.	variance	standard error	skewness
a_t	-0.03218	0.7495	0.5618	0.08895	0.021583

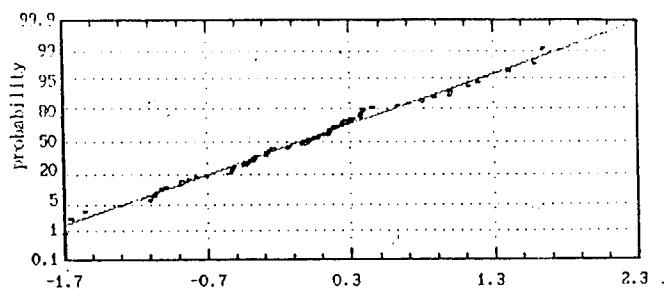


Fig. 9 The normal probability plot of residual(a_t).

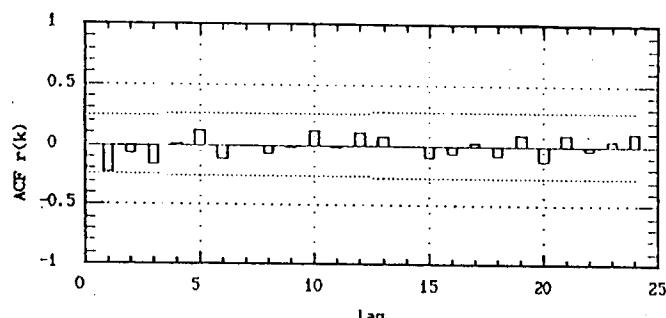


Fig. 10 The estimated autocorrelation coefficients for residual(a_t).

$$Q = m \sum_{k=1}^K r^2(k) < \chi^2_{(0.05; K-p-q)} \quad (22)$$

$r(k)$: 잔차의 ACF

K : 충분히 큰값 (20 또는 30)

$m = n - u - p$

$u = \max\{r, s+b\}$

$n = N - d$ (N : 전체자료수, d : 階差 횟수)

따라서 (22)식을 이용하여 Q통계값을 구하면 $K=20$ 일때 Q 값은 13.245이고 $\chi^2_{(0.05; 20-1)}$ 값은 30.1로 模型의適合性을 보여주고 있으며 $K=30$ 일때 역시 Q 값은 15.622이고 $\chi^2_{(0.05; 30-1)}$ 값은 42.6으로 (22)식의 조건을 만족하므로 模型이適合함을 알 수 있다.

3.2.2 交叉相關檢定 (cross corelation test)

代替函數 雜音 模型은 入力值와 誤差사이에 獨立性을 유지 하여야 한다. 따라서 事前白色化된 a_i 와 殘差 a_i 가 서로 自己相關 되어 있는지를 알아보아야 한다. 즉, a_i 가 a_i 와 서로 독립인가를 알아보기 위한 방법으로 다음의 식을 이용하여 檢定하며 만일 模型이適合하다면 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$S = m \sum_{k=0}^K r^2(kk) < \chi^2_{(0.05; K+1-(r+s+1))} \quad (23)$$

$r(kk)$: a_i 와 a_i 의 교차상관함수

K : 충분히 큰값 (20 또는 30)

$m = n - u - p$

$u = \max\{r, s+b\}$

$n = N - d$ (N : 전체자료수, d : 階差 횟수)

(23)식을 이용하여 S통계값을 계산한 결과 $K=20$ 일때 S 값은 18.591이고 $\chi^2_{(0.05; 20+1-(2+2+1))}$ 의 값은 26.291로 (23)식의 조건을 만족하며 $K=30$ 일때도 S 값은 33.065, $\chi^2_{(0.05; 30+1-(2+2+1))}$ 의 값은 38.89로 위 식의 조건을 만족하므로 推定된 模型의適合性을 알아볼 수 있다.

그림 10은 殘差의 自己相關 정도를 알아보기 위한 ACF를 그림으로 나타낸 것이다. 그림에서 ACF값들은 모두 信賴區間內에 있고 이것은 잔차가 어떠한 推計學的 構造도 갖지 않음을 나타낸다. 또한 이는 위에서 언급한 두번째 假定을 만족한다. 즉 잔차는 서로 自己相關 되어있지 않으며 잠정적 모형의 等定이 잘못되지 않았음을 의미한다.

4. 結論

統計的 技法에 의한 水文時系列의 모형화를 위한 방법으로써 代替函數를 이용하여 이를 수문과정의 모형에 적용한 결과는 다음과 같다.

(1) 代替函數의 오차항은 白色雜音이 아니라 화률과정을 지닌 時系列로, 즉 ARIMA過程을 갖는다고 假定하고 월강우와 월유출량자료에 대하여 分析한 결과, 입력치 X_t 의 값은 서로 時間に 從屬되어 있고 시간이 과거로 갈수록 Y_t 에 주는 영향은 감소한다.

(2) 또한 이에 따른 충격반응함수는 v_0, v_1, v_2, v_3 에서 유의한 反應을 나타내고 있으나 v_2 와 v_3 의 값은 아주 작은 값을 나타낸다. 그리고 충격반응함수의 반응은 lag~0에서부터 나타나므로 지연변수(delayed parameter) b 는 0이 되는데 여기서 강우가 유출에 앞서 움직인다는 기본 성격은 나타나지 않지만 이는 비교적 시간 간격이 긴 월자료를 사용했기 때문으로 생각되며 시간간격이 짧은 자료를 사용한다면 遲延變數의 값이 模型의構成에 영향을 미칠 것이라 생각된다.

(3) 용곡지점의 월강우에 대한 時系列 模型을 이 方法으로 檢診한 결과 ARIMA(1,1,0)로 나타났으며 이에 대한 월유출량의 代替函數 雜音模型式은 다음과 같이 얻을 수 있었다.

$$y_t = (0.3253 - 0.1290B - 0.0149B^2)x_t$$

$$+ \frac{(1-0.77266B-0.11183B^2)}{(1-0.5810B)} a_1$$

(4) 本研究에서는 강우-유출계의 시스템을 단일 입력에 의한 단일 출력과정으로 간주하여 강우의 충격반응함수에 의한 유출 과정을 모형화 하였으나 유출에 영향을 미치는 여러가지 다른 인자를 고려한 다중입력 (multiple input)에 의한 단일출력의 모형, 또한 다중입력에 의한 다중출력과 같은決定論的因子와推計學的因子를 함께 고려한 模型에 관한 研究를 계속할 것이다.

本研究는 (本校附設) 產業科學技術研究所의 支援으로 이루어졌으며 當局에 깊은 感謝를 드립니다.

参考文獻

1. 韓國建設技術研究院,(1989), 長期水資源計劃을 위한 유역 물수지 推定方法 開發, 研究報告書, 建技研 89-WR-112,
2. Box, G.E.P and G.C. Tiao, (1975), "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems," Journal of the American Statistical Association,
3. Box, G.E.P and G.M. Jenkins, (1976), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day, San-Francisco, CA.
4. Fuller, W.A.,(1976), *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons, New York.
5. Granger, C.W.J. and R.Joyeux, (1980), "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing," Journal of Time Series Analysis,
6. Helmer, R.M. and J.K. Johansson, (1977), "An Exposition of the Box-Jenkins Transfer Function Analysis with Application to the Advertising-Sales Relationship," Journal of Marketing Research,
7. Nelson, C.R.,(1973), *Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting*, Holden-Day, San-Francisco,CA.
8. Parzen, E., (1969), *Multiple Time Series Modeling*, in P.R. Krishnaiah, Ed., Multivariate Analysis-II, New York : Academic Press, Inc.
9. Phadke, M.S.,(1973), " Multiple Time Series Modeling and System Identification with Applications," Unpublished doctoral dissertation, Univ. of Wisconsin-Madison.
10. Rafael L. Bras,(1985), *Random Functions and Hydrology*, Addison-Wesley Publishing Company.
11. Enders A. Robinson, (1981), *Time Series Analysis and Applications*, Houston,Goose Pond Press.
12. Sudhakar M. Pandit and Shien-Ming Wu,(1983), *Time Series and System Analysis with Applications*, New York, John Wiley & Sons,
13. U.S. Dept. of Agriculture,(1973),*Linear Theory of Hydrological Systems*, Technical Bulletin No. 1468, Washington D.C.