

〈論 文〉

# 집중질량 모형화에 의한 점탄성재료의 복소 탄성계수 산출을 위한 시편 크기의 결정

Determination of Specimen Geometry for Estimation of the Complex Modulus of Viscoelastic Materials by the Lumped Mass Model

강 기 호\* · 심 송\*\* · 김 광 준\*

Kee-Ho Kang, Song Sim and Kwang-Joon Kim

(1991년 9월 17일 접수, 1991년 12월 4일 심사완료)

## ABSTRACT

In order to use viscoelastic materials efficiently for noise and vibration control, or to qualify newly developed materials, knowledge of the Young's modulus and loss factor is essential. These material properties, the so-called complex Young's modulus, are frequently treated as dynamic characteristics because of their dependence upon the frequency. Many techniques have been developed and verified for measuring complex Young's modulus of viscoelastic materials. Among them, the impedance method is preferable in order to obtain the frequency information in detail. In this method, a cylindrical or prismatic specimen is excited into longitudinal harmonic vibration at one end, the other being fixed, and the resulting force is measured at the driving or fixed end. The amplitude ratio of the two signals and phase angle between them are then used to compute the material properties using various mathematical models. In this paper, the impedance method is investigated theoretically and experimentally. A way to determine the specimen geometry which is most appropriate for the identification of complex Young's modulus using the lumped mass model is presented and discussed. Then experimental results supporting the theoretical predictions are presented.

### 기 호 설 명

$A$  : 시편의 단면적  
 $d$  : 시편의 직경  
 $E^*$  : 복소탄성계수  
 $E_a$  : 겉보기 탄성계수  
 $E_c^*$  : 연속체 모형에 의한 복소탄성계수  
 $E_k^*$  : Kelvin-Voight 모형에 의한 복소탄성계수  
 $E_l^*$  : 집중질량 모형에 의한 복소탄성계수

$E_l^*$  : Love 모형에 의한 복소탄성계수  
 $e_{cr}$  : 임계변형율  
 $F$  : 힘의 진폭  
 $F_c$  : 임계하중  
 $L$  : 시편의 길이  
 $S$  : 형상계수  
 $U$  : 변위의 진폭  
 $u^*(x,t)$  : 거리  $x$ 와 시간  $t$ 에서의 변위  
 $\alpha, \beta$  : 상수.  
 $\eta$  : 손실계수  
 $\rho$  : 밀도  
 $\sigma$  : 응력  
 $\nu$  : 포아송비

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 현대전자 주식회사

1. 서 론

일반적으로 고무를 비롯한 점탄성재료는 형상 및 크기를 적절히 조절함으로써 한 방향 이상으로의 원하는 스프링 특성을 얻을 수 있으며, 금속에 비하여 내부 마찰에 의한 에너지 발산이 매우 크기 때문에 강제 진동시의 진폭저감 및 충격에 따른 자유진동의 감쇠에 널리 이용되고 있다. 이와 같은 진동감쇠에 점탄성재료를 효과적으로 사용하기 위해서는 복소탄성계수 즉, 탄성계수와 손실계수를 정확하게 알아내는 것이 필요하다.

점탄성재료의 복소탄성계수는 주파수, 온도 및 동적변형율과 정적변형율등에 따라 변하므로 이와 같은 사용조건에 함수로 구해야 한다. 복소탄성계수를 실험적으로 구하는 방법은 여러가지가 있으며[3], 실험의 용이성과 관심대상에 따라 적절한 방법을 선택하게 된다. 블록형태의 시편을 이용하여 복소탄성계수를 측정하는 방법으로는 시편과 부가질량으로 구성된 계의 고유진동수를 측정하는 공진법과, 넓은 주파수영역에의 주파수응답함수를 이용하는 비공진법으로 크게 나눌 수 있다. 비공진법은 시편 양끝단에서의 변위(속도 또는 가속도) 사이나 힘 사이의 전달율(transmissibility)을 이용하는 방법과, 변위(속도 또는 가속도)와 힘과의 관계를 이용하는 방법이 있으며 통상적으로 전자를 전달함수법, 후자를 임피던스법이라 한다.

본 연구에서는 주파수변화에 따른 복소탄성계수를 임피던스법으로 집중질량 모형을 이용하여 구하려고 할 때, 실험데이터로부터 보다 정확한 결과를 얻기 위하여 적절한 시편의 크기를 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해서 시편내의 파동전달효과, 포아송비와 관련된 양단제한효과 그리고 정하중시 압축변형에 대한 시편의 좌굴등을 고려하여 이론적으로 해석하였으며 실험적으로도 검증하였다.

2. 이론적 검토

점탄성재료는 외부에서 힘이 가해질 경우, 받은 에너지의 일부는 복원 가능한 탄성 에너지로 저장하고 나머지는 열 에너지 등으로 발산시키는 성질을 가진 재료로서 강성과 감쇠성을 동시에 가지고 있다. 점탄성재료의 성질을 엄밀한 의미에서 비선형이나, 동적변형율이 작은 경우 선형으로 간주하여 그 동특성을 탄성계수  $E$ 와 손실계수(loss factor)  $\eta$ 로

표현할 수 있다. 이 두 인자는 보통 복소탄성계수  $E^*$ 로 다음과 같이 주파수의 함수로 표현되어 진다.

$$E^*(\omega) = E(\omega) [1 + j\eta(\omega)] \quad (1)$$

2.1 임피던스법에 의한 복소탄성계수의 측정

임피던스법은 힘을 블록형태의 시편에 가하고 그 결과 나타나는 진동(변위나 속도, 가속도)을 측정하거나 혹은 그 반대로 진동을 가하고 힘을 측정하여 두 신호 사이의 진폭비와 위상차를 이용하여 복소탄성계수를 추출하는 방법으로서 Fig. 1과 같이 여러 모형들을 이용할 수 있다. 이 절에서 시편 양단에서 횡방향 운동이 구속되지 않는 경우 구동부에서 변위를 가하고 지지부에서 힘을 측정할 경우의 수학적 모형을 살펴본다. 이때 시편의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u^*(x,t) |_{x=0} &= U \exp(j\omega t) \\ u^*(x,t) |_{x=L} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $u^*(x,t)$ 는 축방향 거리  $x$ 와 시간  $t$ 에서의 변위이고  $U$ 는 변위의 진폭,  $\omega$ 는 가진주파수 그리고  $L$ 은 시편의 길이이다.

(1) Kelvin-Voight 모형

이 모형은 강성과 감쇠가 병렬로 연결된 형태로서 저주파수에서만 이용될 수 있는 모형이다. 이 모형에 의한 복소탄성계수를  $E_k^*$ 라 하면 힘과 변위의 비

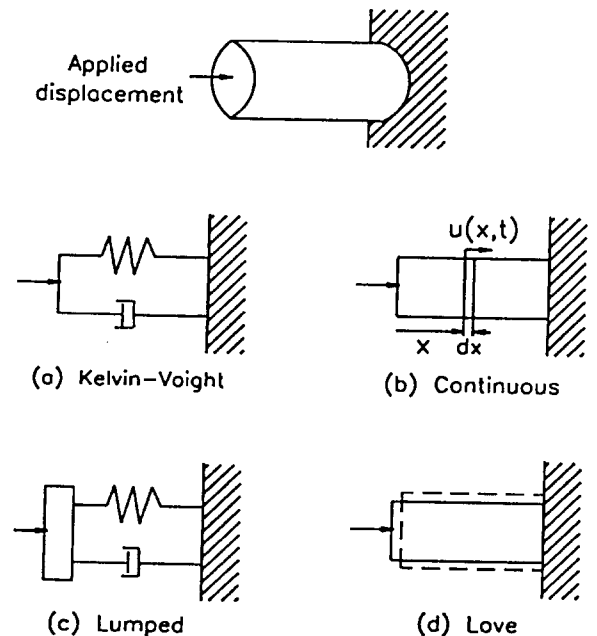


Fig. 1 Modeling of test specimens

는 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{F^*}{u^*(0,t)} \Big|_{y=L} &= \left[ \frac{F}{U} \cos \delta (1 + j \tan \delta) \right] \\ &= \frac{E_k^* A}{L} \left[ = \frac{A}{L} E_k (1 + j \eta_k) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $F$ 와  $U$ 는 각각 힘과 변위의 진폭이고,  $\delta$ 는 힘과 변위 사이의 위상차이며,  $A$ 는 시편의 단면적이다.

(2) 연속체 모형

시편을 연속체로 모형화하는 방법중 가장 간단한 이론은, 평면단면은 변형시에 평면을 유지하고, 축방향으로의 변형만이 존재하며, 단면에서의 응력은 균일하게 분포한다고 가정하는 기초이론(elementary theory)이며, 이 경우의 복소탄성계수를  $E_c^*$ 라 하면 막대형 점탄성재료의 축방향 변형에 대한 일반적인 지배 방정식은 다음과 같다[4,5,6].

$$E_c^* A \frac{\partial^2 u^*(x,t)}{\partial x^2} - \rho A \frac{\partial^2 u^*(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

여기서  $\rho$ 는 재료의 밀도이다.

식 (2)와 식 (4)를 이용하여 힘과 변위의 관계식을 얻고 그 비를 구하면 다음과 같다[4].

$$\frac{F^*}{u^*(0,t)} \Big|_{x=L} = \frac{E_c^* A \beta}{\sin \beta L}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E_c^*}} \quad (5)$$

(3) 집중질량(Lumped Mass) 모형

시편의 길이가 파장에 비해 작은 저주파수 영역에서는 식(5)에서의  $\beta L$ 값이 아주 작으므로  $\sin \beta L$  항을 멱급수로 전개하고  $(\beta L)^4$ 항 이상의 고차항을 소거하여 정리하면 집중질량 모형이 된다. 이 모형에 의한 복소탄성계수를  $E_1^*$ 라 하면 변위와 힘의 관계식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{F^*}{u^*(0,t)} \Big|_{x=L} = \frac{A}{L} E_1^* \left[ 1 + \frac{\rho \omega^2 L^2}{6 E_1^*} \right] \quad (6)$$

윗 식은 시편을 스프링과 구조감쇠부 뿐만아니라 등가질량까지 고려하여 1자유도계로 모형화 하는 것이며, 등가질량은  $-m/6$  [ $m = \rho AL$ : 시편의 질량]이 된다. 만일, 힘과 변위를 모두  $x=0$ 에서 측정할 경우에는 등가질량이  $+m/3$ 이 된다.

이 모형에 의해서 실험적으로 얻어진 구동부에서의 변위와 지지부에서 힘과의 진폭비( $F/U$ )와 위상차( $\delta$ )를 이용하면 탄성계수  $E_1$ 와 손실계수  $\eta_1$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_1 = \frac{F}{A} \left[ \frac{F}{U} \cos \delta - \frac{1}{6} \rho AL \omega^2 \right]$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{F}{U} \sin \delta}{\frac{F}{U} \cos \delta - \frac{1}{6} \rho AL \omega^2} \quad (7)$$

식 (7)에서 시편의 등가질량을 고려하지 않게 되면 식 (3)에서 고려된 바와 같이 Kelvin-Voigt모형이 된다.

(4) Love 이론

Love 이론은 횡방향의 변형을 어느 정도 고려하여 축방향의 선형진동을 묘사하는 근사식이다. 이 근사식은, 평면단면은 변형시에 평면을 유지하며 단면상에서의 축방향 응력은 균일하게 분포하고, 반경방향으로의 변형은 반경좌표  $r$ 에 비례한다는 가정하에서 Hamilton 정리를 이용하여 유도되었다. 이 경우의 복소탄성계수를  $E_t^*$ 라 하면 미분방정식은 다음과 같다[5,6].

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial^2 u^*(x,t)}{\partial t^2} - (\nu^* i)^2 \frac{\partial^4 u^*(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} \right] = \\ E_t^* \frac{\partial^2 u^*(x,t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$\nu^*$  : 프와송비 [ $= \nu(1 + j\eta_\nu)$ ]

$i$  : 관성반경 (radius of gyration with respect to the x axis)

또한 응력과 변형률의 관계는 다음과 같으며[4]

$$\sigma = E_t^* \left[ 1 - \frac{\rho}{E_t^*} (\omega i \nu^*)^2 \right] \frac{du^*(x,t)}{dx} \quad (9)$$

식 (2), (8), (9)를 이용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{F^*}{u^*(0,t)} \Big|_{x=L} = \frac{A \alpha}{L \sin \alpha} E_t^* \left[ 1 - \frac{\rho}{E_t^*} (\omega i \nu^*)^2 \right] \quad (10)$$

여기서

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho \omega^2 L^2}{E_t^* [1 - \rho (\omega i \nu^*)^2 / E_t^*]}}$$

2.2 시뮬레이션

축방향으로 파동의 전달을 고려한 연속체 모형이나 이에 추가하여 횡방향운동을 어느정도 고려한 Love 이론에 의한 모형에서는 주파수범위에 대한 제한은 적지만 측정된 임피던스로부터  $E^*$ 를 직접적으로 구할 수 없기때문에 반복계산을 필요로 하며 특히 Love 이론 모형의 경우에는 프와송비를 알아야 하므로 복소탄성계수를 정확하게 구하는 것은 쉬운 일이 아니다. 한편 시편의 모형을 단순화시킨

Kelvin-Voight 모형이나 시편의 질량을 일부 고려한 집중질량 모형을 이용하면 실험으로 얻어진 전달함수로 부터 어느정도의 주파수 영역까지는 비교적 참값에 근접한 값을 쉽게 얻을 수 있다. 시편의 질량을 일부 고려해 주는 집중질량 모형이 Kelvin-Voight 모형보다 이용 가능한 주파수영역이 더 넓으므로 여기서는 집중질량 모형을 이용할 경우 비교적 수식이 간단하면서도 엄밀이론(exact theory)에 근접하는[6] Love 근사식과 비교하여 두 모형으로 구한 값의 차이가 최소화되고, 이용할 수 있는 주파수 영역도 넓어지도록 하는 시편의 크기(dimensions)를 찾아내고자 한다.

두 모형으로부터 얻어진 값의 차이를 알아보기 위해서 프와송비는 실수값만을 갖는다고 가정하여 식 (6)과 (10)을 비교하면 다음과 같이 된다.

$$E_1^* \left[ 1 + \frac{\rho \omega^2 L^2}{6E_1^*} \right] = \frac{\alpha}{\sin \alpha} E_1^* \left[ 1 - \frac{\rho(\omega i \nu)^2}{E_1^*} \right] \quad (11)$$

이때, 식 (10)에서  $\alpha$ 의 실수부를  $p$ , 허수부를  $q$ 라 놓으면  $p, q$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = \frac{nL}{\sqrt{1 - (n i \nu)^2}} \frac{1}{D} \left[ \frac{D+1}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$q = -\frac{nL}{\sqrt{1 - (n i \nu)^2}} \frac{1}{D} \left[ \frac{D-1}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$D = \sqrt{1 + \frac{\eta_1}{1 - (n i \nu)^2}}, \quad n = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E_1}}$$

또한,  $\sin(p + jq) = \sin p \cosh q + j \cos p \sinh q$ 로 나타낼 수 있으므로 식 (11)을 실수항과 허수항으로 분리하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{E_1}{E_t} = \frac{1}{Q} [A(1 - n^2 i^2 \nu^2) - B\eta_1] - \frac{1}{6} (nL)^2$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_t} = \frac{A + B(1 - n^2 i^2 \nu^2) / \eta_1}{A(1 - n^2 i^2 \nu^2) - B\eta_1 - Q(nL)^2 / 6} \quad (12)$$

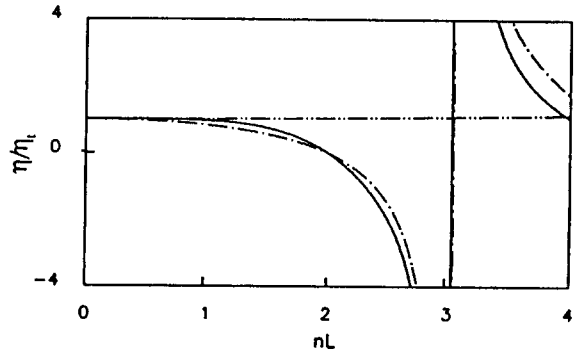
여기서

$$A = p \sin q \cosh q + q \cos p \sinh q$$

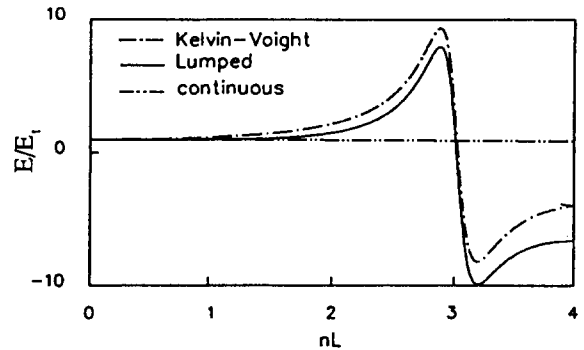
$$B = q \sin p \cosh q - p \cos p \sinh q$$

$$Q = (\sin p \cosh q)^2 + (\cos p \sinh q)^2$$

Fig. 2에 Love 근사식으로 구한 값에 대한 각 모형으로부터 구해진 값의 비를  $d/L=0.5, \eta_1=0.1, \nu=0.5$ 의 경우에 대해서  $nL [= \omega L(\rho/E_1)^{1/2}]$ 의 함수로 나타내었다. Fig. 2에서 보면, Kelvin-Voight 모형이나 집중질량 모형은 시편의 길이가 재료의 파장에 비해 작은 저주파수 영역에서 이용되는 것이므로



(a) Ratios of loss factors



(b) Ratios of elastic moduli

Fig. 2 Ratios of complex Young's moduli calculated from the three models to those calculated from Love theory (In the case of  $d/L = 0.5, \eta_1 = 0.1, \nu = 0.5$ )

이 두 모형으로 얻어진 복소탄성계수가 저주파수 영역에서는 Love 모형으로 구한 것과 거의 일치한다. 그러나 주파수가 높아질 수록 이 두 모형은 시편내의 파동전달효과를 고려해주지 못하고 있기 때문에 (즉,  $\sin \beta L$ 를 멱급수로 전개할 때  $\beta L$ 의 고차항을 고려해 주지 못하고 있으므로) Love모형으로 구한 것에 비해 탄성계수는 크게, 손실계수는 작게 얻어진다.  $nL$ 이 커짐에 따라서 탄성계수와 손실계수가 음의 값으로 얻어지는 주파수영역이 있다. 이것은 시편의 첫번째 고유진동수는 약  $nL = \pi/2$ 가 되는 주파수이며, 시편을 1 자유도계로 모형화하는 집중질량 모형은 첫번째 고유진동수부근 및 그 이하에 대해서는 시편의 특성을 잘 나타내지만 두번째 고유진동수에 가까워질 수록 집중질량모형 자체가 시편의 특성을 묘사할 수 없는데 기인한다. 여기서 Love 이론으로부터  $r$ 번째 고유진동수를 구하는 식을 나타내면 다음과 같다.

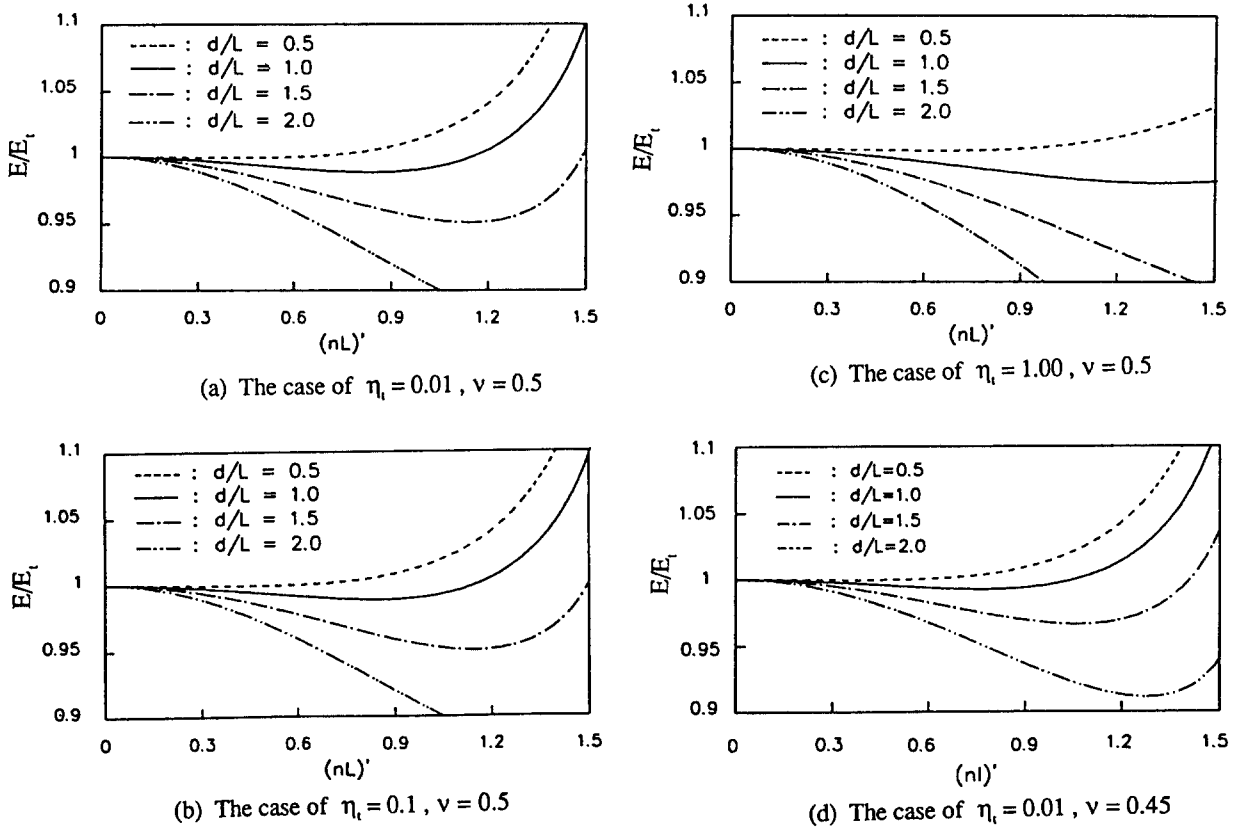


Fig. 3 Ratios of complex Young's moduli calculated from lumped mass model to those calculated from Love theory

$$(nL)_r = \frac{(2r-1)\pi}{2} \sqrt{1 + [(2r-1)\pi/2L]^2 (\nu_i)^2},$$

$$r = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Fig. 3에는 식(12)에서  $d/L$  및  $\eta_t$ 와  $\nu$ 를 변화시켜 가면서 Love 근사식과 집중질량 모형으로 구한 값의 비를 구한 결과를 저주파수범위에 대하여  $(nL)'$  [ $= \omega L(\rho/E_t)^{1/2}$ ]의 함수로 나타내었다. 이 그림으로부터 집중질량 모형을 이용할 경우에 실제값과의 차이가 최소화되게 하는  $d/L$ 과 이에 따른 이용가능한 시편의 최대 길이를 결정할 수 있다. 즉 감쇠가 아주 작은 재료( $\eta_t$ 가 1.0보다 큰 재료)일 경우에는  $d/L$ 를 1보다 작게 해주면  $nL$ 이 1.5가 되는 주파수범위까지 집중질량 모형으로 구한 탄성계수가 Love 모형으로 구한 것과 비교해서 약 3% 이하의 오차를 나타내고 있다. 그리고 허용오차범위와 주파수범위가 주어지면 시편의 최대 길이를 결정할 수 있다.

### 2.3 형상계수의 영향

점탄성재료요소의 강성(stiffness)은 요소의 형상

이나 점탄성재료 자체의 물성뿐만 아니라 경계조건에 의해서도 영향을 받는다. 2.1절의 여러 모형으로부터 구해진 탄성계수는 양단제한효과를 고려하지 않고 구한 값으로서 실제값보다는 크게 구해지는 겉보기탄성계수( $E_a$ )이며 실질적 탄성계수( $E$ )와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다[4].

$$E_a = RE \quad (14)$$

여기서  $R$ 은 시편의 형상과 재료의 포아송비의 영향을 고려한 보정계수로서 많은 연구가들에 의해 여러 가지 이론식 및 실험식들이 제안되어 왔다. 이들 중 시편의 양단이 고정되어 있고 포아송비가 0.5에 가까운 고무와 같은 재료에 가장 많이 이용되는 식을  $R_0$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$R_0 = 1 + 2S^2 \quad (15)$$

형상계수로 불리는  $S$ 는 하중을 받지않는 면적에 대한 하중을 받는 면적의 비로 주어진다.  $R$ 은 형상계수와 포아송비의 함수이며 유한요소해석법을 이용하

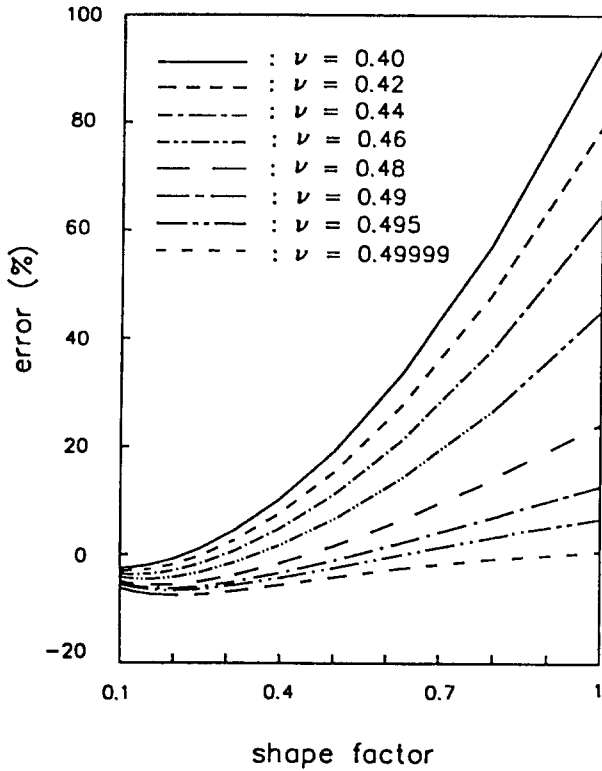


Fig. 4 Difference between  $R_0$  and  $R$  computed from FEM

여 수치적으로 구한 값과 형상계수만의 함수인  $R_0$  값 사이의 차이 [ $error = (R_0 - R) / R \times 100(\%)$ ]를 Fig. 4에 나타내었다[2]. 이 그림에서 보면  $R$  대신  $R_0$ 를 사용함으로써 발생하는 탄성계수 추정상의 최대허용 오차를 10%로 한다면 형상계수가 0.5(즉  $d/L=2$ )보다 작은 범위이어야 한다.

#### 2.4 압축변형에 대한 좌굴

점탄성재료의 복소탄성계수는 동적변형율 뿐만아니라 정적변형율에 따라서도 동특성이 바뀌게 되는데 정적으로 압축변형이 가해진 상태에서 이용되는 재료라면 초기 압축변위를 가한 후에 미소 동적변위를 가하여 그 특성을 얻는 것이 필요하게 된다. 임피던스 방법은 이와 같이 정적변형율이 복소탄성계수에 미치는 영향을 조사하는데 아주 유용한 방법이며, 보통 정적 초기변형율은 시편의 20%까지 영향을 조사한다[7]. 이 때 시편에 가해진 변형률이 크게 되면 좌굴이 발생할 수 있다. 따라서 압축변형에 대해서 좌굴이 발생하지 않도록 시편 길이의 단면의 폭에 대한 비를 결정해야 한다.

원통형 시편일 경우 좌굴이 일어나는 임계변형율

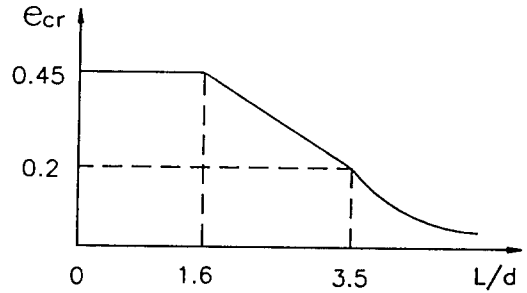


Fig. 5 Critical strain curve for buckling

을 구하기 위해서 다음과 같이 세 영역으로 분류한다.

(1) 비례한도내에서 Euler식을 적용시킬 수 있는 영역 :

고무와 같은 재료는 흔히 변형률이 약 20% 정도까지는 거의 선형적으로 본다[8]. 이 영역에서는 좌굴에 대한 Euler 공식을 적용시킬 수 있으며 시편의 양끝이 구속되어 있을 경우 임계변형률( $e_{cr}$ )은 다음과 같다.

$$e_{cr} = \frac{F_c/A}{E} = \frac{\pi d^2}{4L^2} \quad (16)$$

이때  $e_{cr} = 0.2$ 에 대응하는 세장비( $L/d$ )는 약 3.5이다.

(2) 좌굴이 발생하지 않는 영역 :

세장비가 1.6이하이면 압축변형에 대해 좌굴이 발생하지 않으며[9] 이에 대응하는 변형율은 약 45%이다[10].

(3) 중간영역 : (1)과 (2)의 결과를 직선으로 연결한다[11].

위의 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

### 3. 실험

#### 3.1 실험장치 및 방법

실험장치의 구성도는 Fig. 6에 나타내었다. 시편은 neoprene류의 합성고무로서 형상계수를 변화시켜 가면서 실험하기 위해 Duro 40과 Duro 60인 재료를 직경은 모두 25(mm)이고 길이는 25, 30, 40(mm)인 원통형의 시편을 사용하였다. 밀도는 Duro 40인 재료가 1097( $kg/m^3$ )이고 Duro 60인 재료가 1335( $kg/m^3$ )이다. 시편의 양단은 집착제를 이용하여 완전히 고정시켰으며 가진신호는 신호분석기에 내장되어 있는 신호발생기를 이용하여 시뮬레이션에 나타난 결과를 얻을 수 있는 주파수 범위까지 sine sweep을

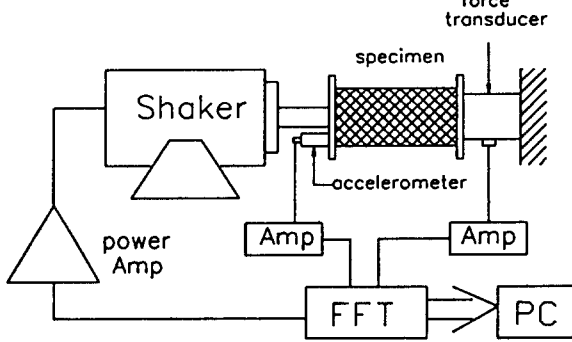
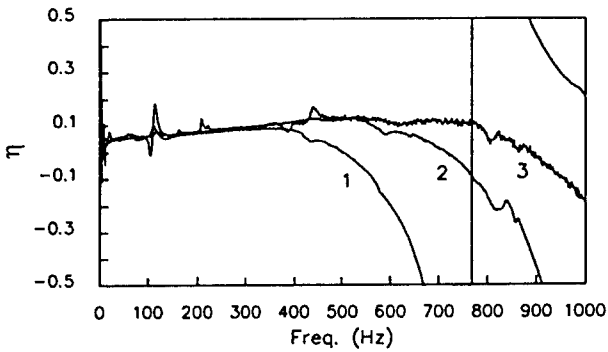


Fig. 6 Test setup

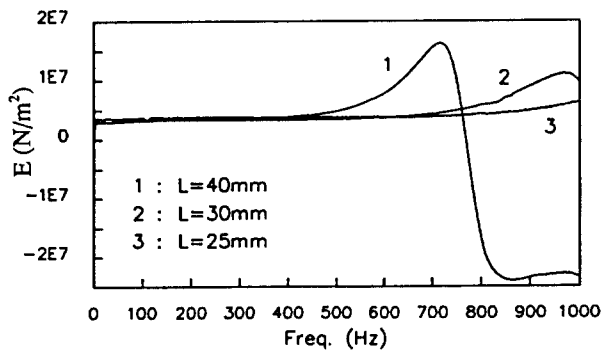
시켰다.

### 3.2 실험결과 및 고찰

Duro 40인 시편에 대해서 측정된 전달함수를 이용하여 집중질량 모형으로 구한 탄성계수와 손실계수를 Fig. 7에 나타내었다. 2.1절의 여러모형으로 부터



(a) Loss factors



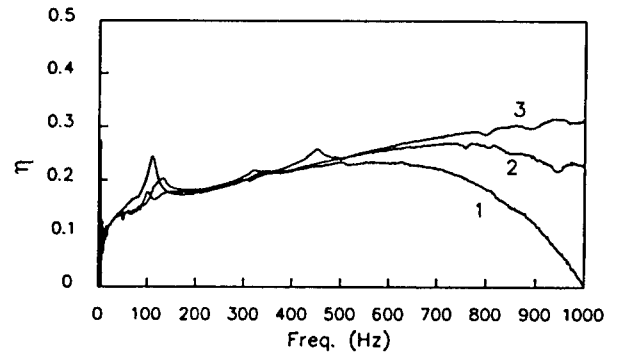
(b) Elastic moduli

Fig. 7 Complex Young's moduli calculated from lumped mass model  
(In the case of material of Duro 40)

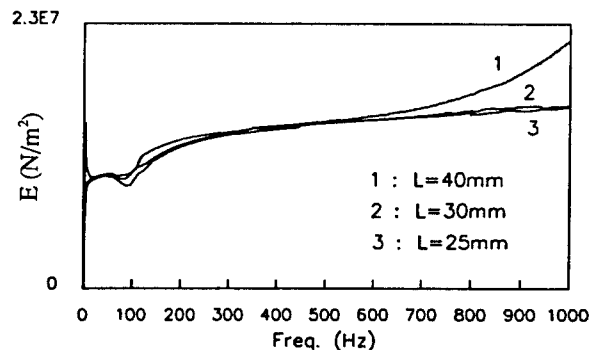
구해진 값은 양단제한효과를 고려해주지 못한 결과 기탄성계수이므로 탄성계수는 식 (15)를 이용하여 구하였다. 이 결과를 보면 2.2절의 시뮬레이션에 나타난 결과와 유사한 경향을 보이고 있으며 같은 단면을 갖는 시편일 경우 길이가 길수록 집중질량 모형을 이용할 수 있는 주파수영역은 낮아지고 있다.

Duro 60인 시편에 대한 실험결과를 이용하여 집중질량 모형으로 구한 값을 Fig. 8에 나타내었다. Fig 9는 길이가 25(mm)인 시편에 대해서 2.1절에서 살펴 본 여러 모형으로 구한 결과이다. 이때 연속체 모형과 Love 모형에서는 비선형 최소화승법을 이용하여 각 주파수의 데이터마다 수렴할 때 까지 반복(iteration)해서 구한 값이다. 이 그림에서 보면 저주파수에서는 각 모형으로 부터 구해진 탄성계수가 거의 일치하고 있으나 주파수가 높아짐에 따라서 차이를 나타내고 있다.

Duro 60인 재료는 Duro 40인 재료보다 탄성계수가 두배 이상 크기때문에 단면과 길이가 같을 경우

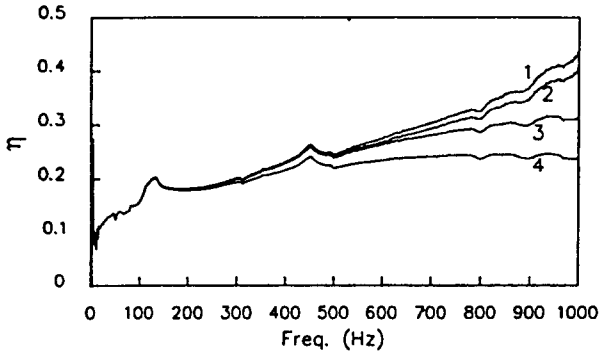


(a) Loss factors

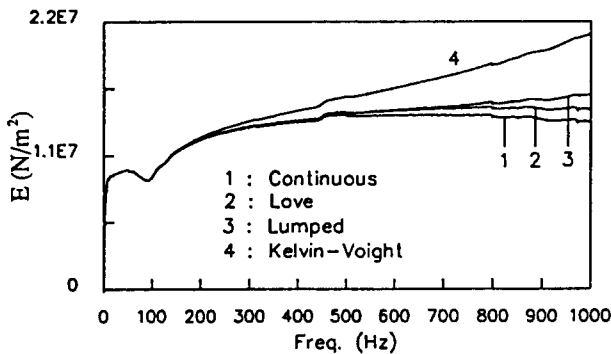


(b) Elastic moduli

Fig. 8 Complex Young's moduli calculated from lumped mass model  
(In the case of material of Duro 60)



(a) Loss factors



(b) Elastic moduli

Fig. 9 Complex Young's moduli calculated from four models (In the case of material of Duro 60,  $d = 25$ ,  $L = 25$ )

더 높은 주파수 영역까지 집중질량 모형을 이용할 수 있음을 확인할 수 있다.

#### 4. 결 론

점탄성재료의 복소탄성계수를 구할 때 앞에서 살펴본 바와 같이 여러 모형들을 이용할 수 있으며, 이들 중 연속체 모형이나 Love 모형을 이용할 때는 반복계산을 수행해야 한다. 그러나 Kelvin-Voight 모형이나 집중질량 모형을 이용하면 실험 데이터로부터 곧바로 복소탄성계수를 구할 수 있다.

본 연구에서는 임피던스법으로 집중질량 모형을 이용하여 점탄성재료의 복소탄성계수를 구할 때 오

차를 유발시킬 수 있는 요소들을 살펴보았으며, 이런 요소들의 영향을 줄일 수 있도록 하는 적절한 시편의 크기를 결정하는 방법을 다음과 같이 제시하였다. 즉 파동전달효과의 영향을 줄이기 위해서  $d/L$ 의 상한치는 고감쇠재료일 경우에는 1, 저감쇠재료일 경우에는 1.5로 하고 하한치는 좌굴의 영향을 고려하고 결정하여 이 범위내에서 사용한다. 그리고 시편의 최대 길이는 사용주파수의 허용오차범위내에서 결정한다.

#### 참고문헌

1. 강기호, "임피던스법에 의한 점탄성재료 복소탄성계수 규명에 있어서 시편 형상의 영향", 한국과학기술원 생산공학과 석사학위논문, 1991.
2. 심 송, "점탄성재료의 복소영계수 및 유향요소법에의 응용을 위한 포아송비 추출방법", 한국과학기술원 생산공학과 박사학위논문, 1991
3. J. Peters, C.De. Meersman, B. Devis, "Design Oriented Measuring Procedures for Determining the Mechanical Properties of Rubber Material", Damping 1986 AFWAL Technical Report.
4. J.C. Snowdon, "Vibration and Shock in Damped Mechanical System", John Woley & Sons, 1968.
5. T. Pritz, "Apparent Complex Young's Modulus of a Logitudinal Vibrating Viscoelastic Rod", Journal of Sound and Vibration 77(1), 93-100, 1981.
6. D. Bancrft, "The Velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars", Physical Review 59, 588~593, 1941.
7. 일본 철도차량 공업협회, 방진고무, 1976
8. A. M. Brichta, "Rubber Spring Design", Newnes-Butterworths, London, 1974.
9. Cyril M. Harris, "Shock & Vibration Handbook", McGraw-Hill, 1987.
10. P.K. Freakley and A.R. Payne, "Theory and Practice of Engineering with Rubber", Applied Science Publishers LTD, 1978.
11. S. Timoshenko, J.M. Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, 1961.