

## 알루미나 튜브의 복합하중 파괴에 미치는 압축응력의 영향

김기태 · 서 정

포항공과대학 기계공학과  
(1991년 7월 16일 접수)

### Effect of Compressive Stress on Multiaxial Loading Fracture of Alumina Tubes

K.T. Kim and J. Suh

Department of Mechanical Engineering, Pohang Institute of Science and Technology  
(Received July 16, 1991)

#### 요 약

인장/비틀림 조합하중의 여러 하중경로에 따른  $Al_2O_3$  튜브 시편의 파괴거동을 조사하였다. 파괴조건은 하중 경로에 무관하며 파괴방향은 최대 주응력 파괴조건과 잘 일치하였다. 전단응력이 지배적인 영역으로 갈수록 최대 주응력 파괴강도는 일축 인장하의 파괴강도보다 증가함을 보였다. 인장과 비틀림 실험치로부터 구한 Weibull 계수를 사용하여 Weibull 통계학적 파괴강도와 실험치를 비교하였다. Weibull 이론치와 실험치의 비교로부터 인장응력이 지배적인 영역에서는 시편의 표면에서 파괴가 일어나며, 전단응력이 지배적인 영역에서는 시편의 내부에서 파괴가 일어남을 추측할 수 있었다. Weibull 파괴강도는 전단응력 영역에 가까와 질수록 증가함을 보이나, 실험치보다는 작은 값을 예측하였다. 끝으로, 인장/비틀림 조합하중하에서 압축 주응력의 영향을 포함한 새로운 파괴조건식을 제안하였다. 제안된 파괴조건식은 인장/비틀림 조합하중뿐 아니라 인장/내압의 하중조건에서의  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도 실험치와 잘 일치하였다.

#### ABSTRACT

Fracture responses of  $Al_2O_3$  tubes were investigated for various loading paths under combined tension/torsion. The fracture criterion did not depend on loading paths. Fracture angles agreed well with the maximum tensile stress criterion. As the loading condition approaches a shear dominant state, the tensile principal stress at fracture increases compared to the uniaxial fracture strength. By using the Weibull modulus obtained from tension and torsion tests, the Weibull statistical fracture strengths were compared with experimental data. This comparison suggests that fracture may occur at the surface of the specimen when tensile stress is dominant, but within the volume of the specimen when shear stress is dominant. The Weibull fracture strength increased as the loading condition approached a shear dominant state, but underestimated compared to experimental data. Finally, a new fracture criterion was proposed by including the effect of compressive principal stress. The proposed criterion agreed well with experimental data of  $Al_2O_3$  tubes not only at combined tension/torsion but also at balanced biaxial tension.

#### 1. 서 론

구조용 세라믹을 사용한 구조물의 각 요소들은 복합 하중을 받으므로 구조해석 및 제품설계를 위해서는 복합하중하의 기계적 거동, 균열 및 파괴에 대한 정확한 규명이 필요하다. 복합하중하의 구조용 세라믹의 파괴

거동의 해석을 위하여 튜브 시편을 사용한 인장/인장 또는 인장/압축등의 이축 주응력하의 파괴거동에 대한 연구가 보고되었다<sup>1-10)</sup>.

축하중, 내압 또는 외압등의 조합하중에 의한 세라믹 튜브의 인장/인장<sup>2,4-10)</sup>과 인장/압축<sup>1-6)</sup>의 이축 주응력 상태에서의 최대 주응력 파괴강도는 일축인장 파괴강

도보다 감소한다고 보고되었다. 그러나, Priddle<sup>7</sup>과 Stout와 Petrovic<sup>10</sup>은 세라믹 튜브의 순수 비틀림( $\sigma_2/\sigma_1 = -1$ )하의 최대 주응력 파괴강도가 일축인장 파괴강도보다 큰 상반되는 결과를 보고하였다. 한편, Ikeda와 Igaki<sup>11</sup>는 soda-lime glass의 삼축 주응력 상태 (즉,  $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 < 0$ )하의 파괴 실험치와 Weibull 이론치의 비교를 통하여 압축응력이 미시적인 균열의 전파거동에 관계함을 설명하였다.

최근에 김기태 등<sup>12</sup>은 인장/비틀림 조합응력( $-1 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 0$ )하의  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도 실험치와 Weibull 이론치를 비교하였다. 그러나 인장과 비틀림 실험치의 부족으로 인하여 Weibull 계수를 정확히 구할 수 없었으며, 이에 따른 인장/비틀림 조합응력하의 파괴거동을 정확히 해석할 수 없었다.

본 논문에서는 김기태 등<sup>12</sup>이 구한  $Al_2O_3$  튜브 시편의 인장/비틀림 조합응력하의 파괴실험에 추가적으로 일축 인장, 순수 비틀림, 인장 후 비틀림에 의한 하중경로 (i),  $\tau/\sigma$ 의 비가 일정한 하중경로 (ii)와 인장, 제하 및 비틀림 등의 임의의 조합에 의한 하중경로 (iii)에 대하여  $Al_2O_3$  튜브의 파괴실험을 하였다. 또한, 일축 인장과 순수 비틀림 실험치로부터 구한 Weibull 계수를 사용하여 Weibull 파괴강도와 실험치를 비교하였다.

끝으로, 인장/비틀림 조합응력하의 압축 주응력의 영향을 고려한 복합하중 파괴조건식을 제안하여 실험치와 비교하였다.

## 2. 실험

본 논문의 시편 및 실험에 대한 자세한 내용은 김기태 등<sup>12</sup>의 논문에서 찾을 수 있으므로 여기서는 간략하게 언급하였다.

### 2.1. 시편

본 실험에 사용한 시편은 비틀림에 의한 반경 방향의 응력구배를 무시할 수 있도록 원주 튜브형으로 제조하였고, 정수압 성형후 진공소결하여 균일한 밀도와 등방성을 갖고 있다. 시편의 재료는 Wesgo AL-995, 밀도는  $3.86 \text{ g/cm}^3$ 이며, 입자의 크기는  $16 \sim 22 \mu\text{m}$ 이다. 시편 표면의 가공결함을 최대한 줄이기 위해 다이아몬드 휠을 사용하여 원통 연마하였다. 시편의 최종 규격은 내경  $13 \pm 0.005 \text{ mm}$ , 외경  $15 \pm 0.005 \text{ mm}$  및 길이  $90 \pm 0.005 \text{ mm}$ 이다. 시편의 그립부는 원주형 강심(외경  $12.8 \pm 0.01 \text{ mm}$ , 길이  $25 \pm 0.01 \text{ mm}$ )을 삽입한 후 시편과 강심의 틈새는 에폭시로 접합하였다. 양쪽 그립부를 제외한 시

편의 표점거리는  $40 \pm 0.01 \text{ mm}$ 이다.

### 2.2. 실험장치 및 조건

실험에서는 축/비틀림 시험기(MTS axial-torsional servohydraulic tester)를 사용하였다. 일축인장과 순수 비틀림실험에서는 축변형률 속도  $\dot{\epsilon}$ 와 전단 변형률속도  $\dot{\gamma}$ 가 각각  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 이 되도록 MTS 마이크로 프로파일러를 사용하여 제어하였다. 일축 인장실험에서는 시편, 그립 및 시험기의 부정확한 축 배열에 의해서 야기되는 굽힘과 비틀림 등의 복합응력의 영향을 조사하기 위하여 시편에  $120^\circ$  간격으로 부착한 축방향의 스트레인 게이지들로부터 변형률을 측정하여, 파괴전과 파괴시 굽힘응력이 인장응력의 5% 이하로 무시될 수 있는 정확한 실험을 하였다.

인장/비틀림 조합응력하의 하중경로에 따른 파괴조건을 조사하기 위하여 다음의 3가지 하중경로에 따른 파괴실험을 하였다.

경로 (i) 축 변형률속도  $\dot{\epsilon} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 으로 탄성역 내의 임의의 인장하중을 가하여 일정하게 유지하면서, 전단 변형률속도  $\dot{\gamma} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 로 파괴시까지 토오르크를 가한다.

경로 (ii) 일정한 비를 갖는 인장하중 및 토오르크를 파괴시까지 가한다. 비례 하중경로 실험시 주변형률 속도는  $\dot{\epsilon} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 이 되도록 제어하였다.

경로 (iii) 인장, 제하(unloading) 또는 비틀림의 하중조건을 파괴시까지 임의로 조합하여 가한 하중경로이다. 각 하중경로에서 축 변형률속도  $\dot{\epsilon}$ 와 전단 변형률속도  $\dot{\gamma}$ 는 각각  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 으로 제어하였다.

## 3. 실험결과 및 고찰

### 3.1. 하중경로에 따른 파괴거동

일축 인장, 순수 비틀림 및 인장/비틀림 조합응력하에서 구한  $Al_2O_3$  튜브 시편의 응력-변형률 관계는 파괴가 일어날 때까지 거시적으로 선형거동을 함을 보였다. 일축 인장실험에서 구한 일축인장 파괴강도의 평균치는  $\sigma_u = 150.4 \pm 5.7 \text{ MPa}$ 이다

인장/비틀림 조합응력하의 파괴시의 인장응력  $\sigma$ 와 전단응력  $\tau$ 의 파괴실험치로부터 파괴시의 최대 주응력  $\sigma_1$ , 최소 주응력  $\sigma_2$ , 그리고  $\sigma_1$ 의 방향이 축방향과 이루는 각  $\theta_1$ 은 각각 다음의 식들로부터 구할 수 있다.

$$\sigma_1 = \sigma/2 \pm \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}, \theta_1 = 1/2 \tan^{-1}(2\tau/\sigma) \quad (1)$$

실험에서 구한  $Al_2O_3$  튜브의 일축 인장, 순수 비틀림 및 인장/비틀림 조합응력하의 하중 경로에 따른 파괴시의

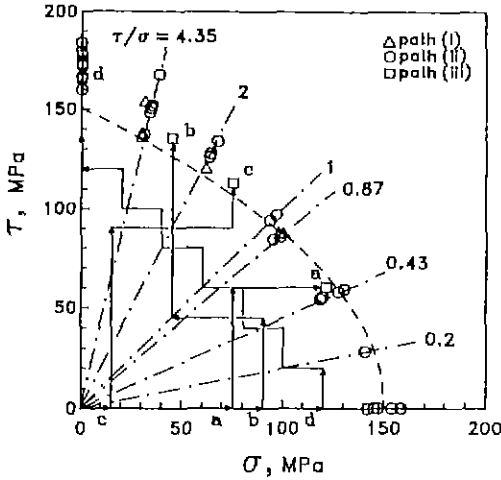


Fig. 1. Axial and torsional fracture stresses of  $Al_2O_3$  tubes for various loading paths under combined tension/torsion. The dashed curve denotes the maximum tensile stress criterion. Experimental data  $\Delta$  and  $\circ$  were obtained from path (i) and (ii), respectively. Data  $\square$  were obtained from path a, b, c and d in path (iii).

$\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , 시편의 파단면의 수직선이 축방향과 이루는 각  $\theta$  및  $\theta_1$  등을 Table 1에 나타내었다. 파단각  $\theta$ 는 하중조건에 무관하게 식 (1)의 계산치  $\theta_1$ 과 거의 비슷한 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서 일축 인장, 순수 비틀림 및 인장/비틀림의 조합응력하의 하중경로에 따른 거시적인 균열의 전파방향은 최대 주응력 방향에 거의 수직하며 하중경로와는 무관함을 알 수 있다.

하중경로에 따른  $Al_2O_3$  튜브의 파괴 실험치를 Fig. 1에 나타내었다. 점선은 식(1)로부터  $\sigma_1 = \sigma_u$ 인 최대 주응력 파괴조건을 나타낸다. 실험치  $\Delta$ 와  $\circ$ 는 각각 하중경로 (i)과 (ii)로부터 구한 실험치이며, 하중경로 (iii)의 실험치  $\square$ 는 다음의 경로 a, b, c와 d로부터 구한 실험치들이다.

경로 a :  $\sigma = 75$  MPa까지 인장하여  $\sigma$ 를 일정하게 유지하면서  $\tau = 60$  MPa까지 비틀림을 한 후,  $\tau$ 를 일정하게 유지하면서 파괴시까지 인장을 하였다.

경로 b :  $\sigma = 90$  MPa까지 인장하여  $\sigma$ 를 일정하게 유지하면서  $\tau = 45$  MPa까지 비틀림을 한 후,  $\tau$ 를 일정하게 유지하면서  $\sigma = 45$  MPa까지 제하하고,  $\sigma$ 를 일정하게 유지하면서 파괴시까지 비틀림을 하였다.

경로 c :  $\sigma = 15$  MPa까지 인장하여  $\sigma$ 를 일정하게 유지하면서  $\tau = 90$  MPa까지 비틀림을 한 후,  $\tau$ 를 일정하게 유지하면서  $\sigma = 75$  MPa까지 인장하고,  $\sigma$ 를 일정하게 유

지하면서 파괴시까지 비틀림을 하였다.

경로 d :  $\sigma = 120$  MPa까지 인장하여  $\sigma$ 를 일정하게 유지하면서  $\tau = 20$  MPa까지 비틀림을 한 후,  $\tau$ 를 일정하게 유지하면서 인장응력을 20 MPa만큼 제하하고,  $\sigma$ 를 유지하면서 비틀림을 가해 전단응력을 20 MPa씩 증가하는 경로를  $\sigma = 0$  MPa,  $\tau = 120$  MPa까지 반복수행한 후 파괴시까지 비틀림을 하였다.

본 실험에서 구한  $Al_2O_3$  튜브의 인장/비틀림 조합응력하의 다양한 하중경로에 따른 파괴강도의 실험치로부터 파괴조건은 하중경로와 무관함을 알 수 있다. 또한, 실험치의 분산도 작으므로 비교적 정확한 파괴조건을 나타내는 실험치라고 볼 수 있다. 파괴시의 응력의 비가  $\tau/\sigma \leq 1$ 인 영역에서는 최대 주응력 파괴강도가 일축인장 파괴강도와 크기가 거의 비슷하며,  $\tau/\sigma > 1$  영역에서는  $\tau/\sigma$ 의 비가 커짐에 따라 최대 주응력 파괴강도가 일축 인장 파괴강도에 비해 증가함을 보인다.

### 3.2. Weibull 파괴이론

#### 3.2.1. Weibull 계수의 결정

구조용 세라믹은 분말상태로부터 가압성형 후 소결하거나 열간가압등의 제조 및 가공공정을 거치므로 입자 경계면에서의 취약한 부분, 미소기공, 가공결함등의 미세결합등이 시편의 내부 또는 표면에 랜덤하게 존재한다. 미세결합등이 파괴저동에 미치는 영향을 고려하기 위하여 김기태 등<sup>12)</sup>은 Petrovic와 Stout<sup>13,14)</sup>가 사용한 Weibull 이론을 인장/비틀림 조합응력하의 튜브 시편에 적용하였다. 또한, 김기태 등<sup>12)</sup>은 Weibull 계수가  $3 \leq m \leq 20$ 의 범위에 대한 Weibull 이론치와 파괴강도의 실험치를 비교하였으나, 본 논문에서는 보다 정확한 비교를 위해서 일축 인장과 순수 비틀림 파괴 실험치로부터 Weibull 계수를 다음과 같이 구하였다.

실험치가 많을 수록 정확한 Weibull 계수를 결정할 수 있으므로, Batdorf<sup>15)</sup>는 응력 상태에 무관하게 Weibull 계수가 같다는 조건으로부터 여러 응력 상태의 실험치를 사용하여 Weibull 계수를 결정하는 방법을 제안하였다. 또한, Salmassy 등<sup>16)</sup>도 Weibull 계수가 응력 상태에 무관하게 같은 값을 가짐을 보였다.

Weibull 이론에서 파괴 확률  $P_f$ 와 Weibull 계수  $m$  및 파괴강도  $\sigma_1$ 의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>15)</sup>

$$\ln \ln(1 - P_f)^{-1} = C + m \ln \sigma_1 \quad (2)$$

여기서  $m$ 과  $C$ 는  $\ln \ln(1 - P_f)^{-1}$ 와  $\ln \sigma_1$ 의 선형관계로부터 결정되는 상수이다.

일축 인장과 순수 비틀림의 실험치로부터 식 (2)의

**Table 1.** Fracture Strengths and Angles of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Tubes from Various Paths under Combined Tension/Torsion

Stress state	$\sigma$ (MPa)	$\tau$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	$\theta_1$ (degree)	$\theta$ (degree)
Tension	158.5	0	158.5	0	0	2
	145.1	0	145.1	0	0	3
	154.0	0	154.0	0	0	2
	147.0	0	147.0	0	0	4
	158.5	0	158.5	0	0	0
	147.3	0	147.3	0	0	5
	142.1	0	142.1	0	0	1
Torsion	0	179.4	179.4	-179.4	45	48
	0	159.8	159.8	-159.8	45	43
	0	184.0	184.0	-184.0	45	49
	0	166.3	166.3	-166.3	45	45
	0	177.4	177.4	-177.4	45	43
	0	172.0	172.0	-172.0	45	46
	0	173.3	173.3	-173.3	45	47
Loading Path (i)	30.3	136.0	152.0	-121.7	42	38
	31.5	154.0	170.5	-139.1	42	42
	30.3	137.7	153.7	-123.4	42	39
	61.6	120.4	155.1	-93.5	37	35
	97.8	87.6	149.3	-51.5	30	29
	100.1	87.5	150.8	-50.8	30	28
Loading Path (ii)	140.5	28.2	146.0	-5.4	11	9
	118.4	54.2	139.5	-22.1	21	19
	127.2	57.9	149.6	-22.4	21	18
	130.1	59.2	153.0	-22.9	21	20
	119.4	55.1	141.0	-21.6	21	22
	98.3	85.6	147.9	-49.6	30	33
	94.9	84.6	144.5	-49.5	30	27
	96.6	97.1	156.8	-60.1	32	34
	93.6	94.4	152.1	-58.5	32	30
	67.6	134.0	172.0	-104.4	38	36
	63.2	126.0	161.5	-98.3	38	39
	63.1	126.1	161.5	-98.4	38	40
	34.5	150.5	168.7	-134.3	42	40
	31.3	137.0	153.4	-122.4	42	43
	38.4	167.6	188.0	-149.5	42	45
35.1	151.7	170.3	-135.2	42	39	
34.1	148.1	166.1	-132.1	42	43	
Loading Path (iii)	121.2	60.1	146.0	-24.8	22	23
	45.1	135.3	159.7	-114.6	40	38
	75.2	112.8	156.5	-81.3	36	34
	0	165.4	165.4	-165.4	45	48

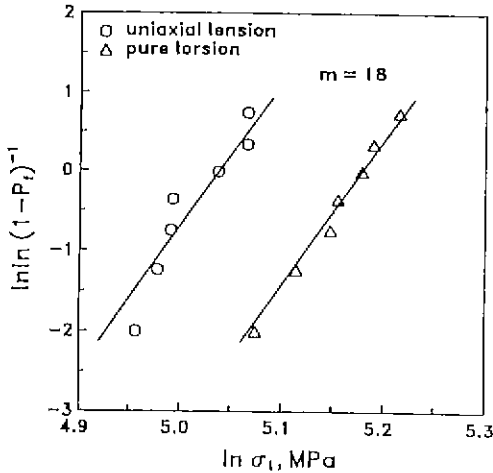


Fig. 2. Probability of fracture vs. fracture strength relation under uniaxial tension and pure torsion. Data points  $\circ$  and  $\Delta$  were obtained from experimental fracture strengths under uniaxial tension and pure torsion, respectively. The solid lines were calculated from (2) with  $m=18$  and  $C=-90.7$  for uniaxial tension and  $C=-93.2$  for pure torsion, respectively.

$m$ 과 하중조건에 따른  $C(\alpha)$ 는 다음의 식들로부터 구할 수 있다.

$$m = \frac{p(TE) + p(TO)}{q(TE) + q(TO)} \quad (3)$$

$$C(\alpha) = \frac{1}{N} [\sum \ln \ln(1-P_f)^{-1} - m \sum \ln \sigma_f] \quad (4)$$

$$p(\alpha) = \frac{\sum \ln \sigma_f \ln \ln(1-P_f)^{-1} - \sum \ln \sigma_f \cdot \sum \ln \ln(1-P_f)^{-1}}{n} \quad (5)$$

$$q(\alpha) = \frac{\sum (\ln \sigma_f)^2 - (\sum \ln \sigma_f)^2 / n}{n} \quad (6)$$

$$P_f(\alpha) = \frac{n}{N+1} \quad (7)$$

여기서  $\alpha$ 는 하중조건을 나타내며, TE와 TO는 각각 일축인장과 순수 비틀림의 하중조건을 나타낸다. 또한, N과 n는 각각 시편의 개수와 파괴강도의 실험치를 증가하는 방향으로 배열했을 때의 시편의 순서를 나타내는 번호이다.

식 (3)~(7) 및 Table 1의 일축 인장과 순수 비틀림의 실험치로부터 Weibull 계수  $m=18$ 을 구하였다. 또한, 식 (4)~(7)과 일축 인장과 순수 비틀림의 실험치 및  $m=$

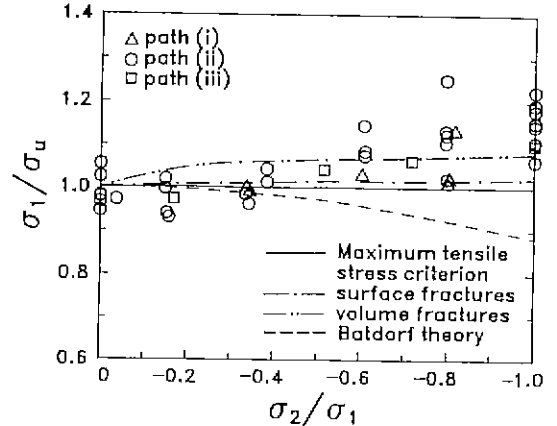


Fig. 3. Comparisons of experimental data for fracture strength with the theoretical predictions from various theories under combined tension/torsion. The solid curve denotes the maximum tensile stress criterion. The dash-dotted and dash-double dotted curves, respectively, denote the Weibull fracture strengths from surface and volume fractures. The dashed curve was obtained from Batdorf statistical theory.

18을 사용하여  $C(TE) = -90.7$ 와  $C(TO) = -93.2$ 를 구하였다.

Fig. 2는 파괴확률과 파괴강도와의 관계를 나타내는 실험치와 식 (2)의 비교를 나타낸다. 실험치  $\circ$ 와  $\Delta$ 는 각각 일축 인장과 순수 비틀림의 파괴강도 실험치로부터 구한 파괴확률과 파괴강도의 관계를 나타내는 실험치이다. 실선들은  $m=18$ ,  $C(TE) = -90.7$  및  $C(TO) = -93.2$ 를 사용하여 구한 식 (2)의 계산치를 나타내며, 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다.

### 3.2.2. 실험치와의 비교

Fig. 3은  $Al_2O_3$  튜브 시편의 인장/비틀림 조합응력하의 파괴강도의 실험치와 Weibull 통계학적 파괴 이론치의 비교를 나타낸다. 일점과 이점 채선은 각각 표면파괴와 체적파괴시의 Weibull 이론치이며  $m=18$ 과 Weibull 이론식(김기태 등<sup>12</sup>의 식 (2)와 (3))으로부터 MACSYMA<sup>17</sup>를 이용하여 계산하였다. 또한, 실선은 최대 주응력 파괴조건을 나타내며, 점선은 Batdorf<sup>18</sup>의 이론치를 나타낸다.

Weibull 이론은 인장/비틀림 조합응력하에서 전단응력이 증가함에 따라 최대 주응력 파괴강도가 증가하는 경향을 보이거나 실험치를 정확히 예측할 수는 없었다. 특히, 순수 전단응력하에서의 표면 및 체적파괴시의 Weibull 이론치는 실험치와 차이가 큼을 알 수 있다.

전단응력의 영향이 커질수록 체적파괴에 의한 Weibull 파괴강도가 표면파괴에 의한 파괴강도보다 실험치와 더 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 시편의 표면에 존재하는 미세결함들을 원통면마등으로 제거한 후 존재하는 표면 결함보다는 시편의 내부에 존재하는 미소기공이나 미세 결함들에 의하여 파괴가 일어난 것으로 예측할 수 있다. 그러나, 전단응력의 영향이 작은 인장응력의 주변에서는 체적파괴보다는 표면파괴에 의한 Weibull 파괴강도가 실험치와 더 잘 일치함을 알 수 있고, 이는 인장시에는 표면에 존재하는 작은 미세결함들이 파괴에 결정적인 요인이 될 수 있음을 의미한다.

Weibull 이론은 범선응력만을 고려하고 있으나, Batdorf<sup>18)</sup>는 미세결함면에 존재하는 인장 범선응력과 전단 응력을 함께 고려하기 위하여 변형률 에너지 해방률 속도 이론에 근거한 전단력에 민감한 통계학적 파괴이론을 제안하였다. Batdorf 이론치(Fig. 3의 점선)는 인장/비틀림 조합응력하의 최대 주응력 파괴강도가 일축인장 파괴강도에 비해 감소함을 보인다. 따라서 인장/비틀림 조합응력하에서는 미세결함면에 존재하는 전단응력이 파괴강도에 미치는 영향이 크지 않음을 알 수 있다.

Weibull 이론에서는 파괴 위험률(risk of fracture)의 계산시에 압축 주응력의 영향이 무시된다. 따라서, 전단 응력이 지배적인 영역에서 Weibull 이론은 압축 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력  $\sigma_1$ 에 미치는 영향을 고려하지 못하므로 Weibull 파괴강도가 실험치보다 낮게 예측함을 알 수 있다.

Ikeda와 Igaki<sup>11)</sup>는 정수압과 굽힘실험이 중첩된 삼축 응력상태(즉,  $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 < 0$ )에서 soda-lime glass의 파괴실험을 하였다. 정수압이 증가함에 따라 파괴강도는 순수 굽힘 파괴강도보다 증가하며, Weibull 파괴강도보다 더 커짐을 보였다. 이러한 현상은 순수 굽힘실험하에서는 균열의 전파가 쉽게 일어나며, 정수압이 중첩된 경우에는 압축응력 상태의 정수압에 의해 균열에 전파가 억제되므로 나타난다고 설명하였다.

Tappin 등<sup>6)</sup>은 거시적인 균열의 전파방향은 최대 주 응력에 수직하더라도 미세결합에서의 미시적인 균열의 전파 경로가 최대 주응력에 수직하지 않으면 파괴강도가 증가함을 보였다. 이로부터 압축응력이 커짐에 따라 미시적인 균열의 전파 경로가 최대주응력에 수직하지 않게 되면 파괴강도가 증가함을 알 수 있다.

따라서, 인장/비틀림 조합응력에 의한 인장/압축의 이 축 주응력상태에서 압축응력에 의한 파괴강도의 증가는 단순히 시편에 존재하는 미세결합들에 의한 통계학적 해석으로 정확히 예측할 수 없으며, 압축 주응력에 의한

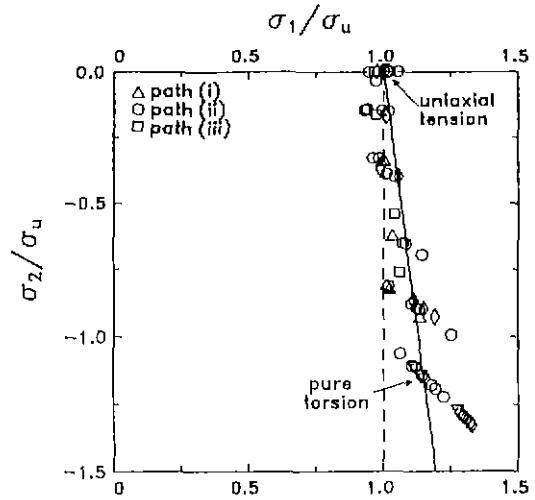


Fig. 4. Effect of compressive principal stress on the tensile principal fracture strength. Data  $\nabla$  and  $\diamond$  were from fracture strengths of  $Al_2O_3$  tubes under pure torsion<sup>10)</sup> and from  $Al_2O_3$  solids under combined tension/torsion<sup>10)</sup>, respectively. The solid line was calculated from (9), with  $\zeta = -0.13$ .

미시적인 파괴거동과도 관계가 있음을 알 수 있다.

#### 4. 복합하중하의 파괴조건의 개발

앞에서 언급한 바와 같이 인장/비틀림 조합응력하에서 인장/압축 이축 주응력 상태의 압축 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 에 미치는 영향을 이제 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_1/\sigma_u = 1 + f(\sigma_2/\sigma_u) \tag{8}$$

여기서 함수  $f(\sigma_2/\sigma_u)$ 는 무차원화 된 압축 주응력  $\sigma_2/\sigma_u$ 이 무차원화 된 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1/\sigma_u$ 에 미치는 영향을 나타낸다. 또한,  $\sigma_2=0$ 인 일축 인장하의 파괴조건에서  $f=0$ 의 조건을 갖는다 식 (8)의  $\sigma_2/\sigma_u$ 의 함수  $f$ 는 인장/비틀림 조합응력하의 파괴 실험치로부터 구할 수 있다.

Fig. 4는 인장/비틀림 조합응력하의 하중조건에 따른 압축 주응력이  $Al_2O_3$  튜브의 최대 주응력 파괴강도에 미치는 영향을 나타낸다. 실험치  $\Delta, \circ, \square$ 는 본 논문에서 실험한  $Al_2O_3$  튜브의 파괴 실험치이다. 또한, 실험치  $\nabla$ 는 Stout와 Petrovic<sup>10)</sup>가 구한  $Al_2O_3$  튜브의 비틀림 파괴 실험치이며, 실험치  $\diamond$ 는 Petrovic와 Stout<sup>10)</sup>가 구한 인장/비틀림 조합 응력하의  $Al_2O_3$  원주 시편의 파괴 실험

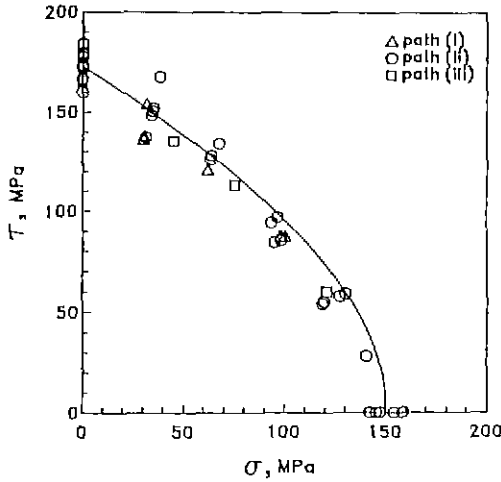


Fig. 5. Comparison of experimental data(points) with a theoretical curve(solid) for fracture strength of  $Al_2O_3$  tubes under combined tension/torsion. The solid curve was calculated from (10).

치이다. 인장/비틀림 조합응력하의 파괴 실험치들은 모두 압축 주응력  $\sigma_2$ 가 증가함에 따라 일축인장 파괴강도에 비해 최대 주응력 파괴강도가 증가함을 보인다. 순수 비틀림에서 원주 시편<sup>19)</sup>의 최대 주응력 파괴강도( $\sigma_1 = 1.31 \sigma_u$ )가 튜브 시편의 파괴강도( $\sigma_1 = 1.15 \sigma_u$ )보다 큰 이유는 원주 시편에 존재하는 반경 방향의 응력구배의 영향에 의함으로 엄밀히 전단파괴를 나타내는 실험치로 볼 수는 없다.

Fig. 4의  $Al_2O_3$  튜브 시편의 파괴 실험치로부터  $\sigma_1/\sigma_u$ 와  $\sigma_2/\sigma_u$ 의 관계는 실용적인 관점에서 선형 관계식으로 나타낼 수 있다. 따라서,  $f(\sigma_1/\sigma_u) = \zeta \sigma_2/\sigma_u$ 라고 정의하면 식 (8)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_1/\sigma_u = 1 + \zeta \sigma_2/\sigma_u \quad (9)$$

여기서  $\zeta$ 는 압축 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 에 미치는 영향을 나타내는 상수이다. 실험치와 식 (9)로부터 최소자승법을 사용하여  $\zeta = -0.13$ 을 구하였다. Fig. 4의 실험은 식 (9)와  $\zeta = -0.13$ 으로부터 구한 계산치를 나타내며, 인장에서 비틀림으로 가까와 질수록 압축 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 에 미치는 영향이 선형적으로 커짐을 나타낸다.

이제, 인장/비틀림 조합응력하에서 파괴시의 인장응력  $\sigma$ 와 전단응력  $\tau$ 의 관계는 식 (1)과 (9)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다. 즉,

$$\tau^2 + \frac{\zeta}{(1+\zeta)^2} \left[ \sigma + \frac{1-\zeta}{2\zeta} \sigma_u \right]^2 = \frac{\sigma_u^2}{4\zeta} \quad (10)$$

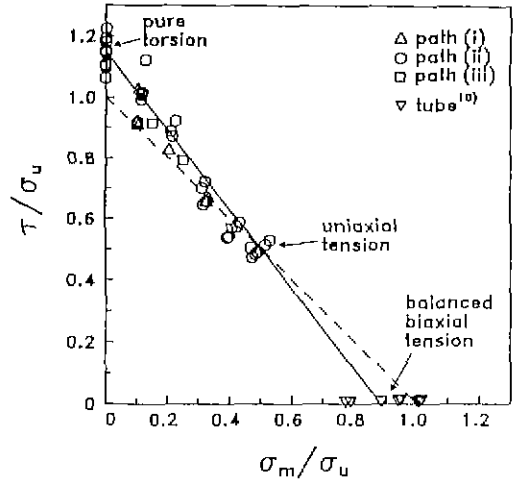


Fig. 6. Comparisons of theoretical curves with experimental data for fracture strengths of  $Al_2O_3$  tubes in  $\tau/\sigma_u$  vs.  $\sigma_m/\sigma_u$  relation. Data  $\nabla$  were obtained from fracture strengths of  $Al_2O_3$  tubes under combined tension/internal pressure<sup>10)</sup>. The solid line was calculated from (12), with  $\zeta = -0.13$ . The dashed line denotes the maximum tensile stress criterion.

Fig. 5는 인장/비틀림 조합하중에서 구한  $Al_2O_3$  튜브의 파괴실험치(참조 : Table 1)와 파괴조건식 (10)의 비교를 나타낸다. 실험은 식 (10)과  $\zeta = -0.13$ 으로부터 구한 계산치이며, 실험치와 비교하여 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 인장/비틀림 조합하중하에서는 압축 주응력에 의해 최대 주응력 파괴강도가 증가함을 알 수 있다.

일반적으로 구조용 세라믹 튜브 시편의 인장/내압에 의한 인장/인장 이축 주응력 상태( $0 < \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ )에서는 최대 주응력 파괴강도가 일축인장 파괴강도보다 감소<sup>24-10)</sup>한다고 보고되었다. 따라서, 인장/내압에 의한 인장/인장 이축 주응력 상태의 실험치와 인장/비틀림 조합하중에 의한 인장/압축 이축 주응력 상태의 실험치로부터 구조용 세라믹의 이축 주응력하의 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 는  $\sigma_2$ 의 크기와 부호에 의존함을 알 수 있다.

이제, 이축 주응력하의 평균 법선응력  $\sigma_m$ 과 편차응력  $\tau$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2 ; \tau = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 \quad (11)$$

따라서, 식 (9)와 (11)로부터 이축 주응력 상태( $-1 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ )하의 파괴조건을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(1-\zeta)\sigma_m + (1+\zeta)\tau = \sigma_u \quad (12)$$

여기서,  $\zeta$ 는 식 (9)의 인장/압축의 이축 주응력 상태 뿐

아니라 인장/인장의 이축 주응력 상태를 포함하는  $-1 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ 의 범위에서 최소 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 에 미치는 영향을 나타내는 상수이다.

Fig. 6은  $Al_2O_3$  튜브의 파괴 실험치와 식 (11)의 비교를 나타낸다. 실험치  $\Delta$ ,  $\circ$ ,  $\square$  및  $\nabla$ 는 각각 본 논문에서 구한  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도 실험치들과 Stout와 Petrovic<sup>10)</sup>가 구한 인장/내압에 의한 인장/인장 이축 주응력 하의  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도의 실험치와 식 (11)로부터 구한  $\sigma_m$ 과  $\tau$ 의 관계를 나타낸다. 점선은 최대 주응력 파괴조건(즉,  $\zeta=0$ )을 나타내며, 실선은 식 (12)와  $\zeta=-0.13$ 으로부터 구한 계산치를 나타낸다. 따라서, 식 (12)는 최대 주응력 파괴강도가 인장/비틀림 조합응력하에서 일축인장 파괴강도보다 증가함과 인장/내압하에서 감소함을 모두 잘 만족하고 있다.

최소 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도  $\sigma_1$ 에 미치는 영향을 고려하여 제안한 파괴조건 (12)는 이축 주응력 상태의 복합하중( $-1 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ )하의  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나, 식 (9)와 (12)를 일반 구조용 세라믹의 파괴조건으로 사용하기 위해서는 좀 더 다양한 재료와 하중조건에 대한 실험이 추가적으로 수행되어야 할 것이다.

## 5. 결 론

$Al_2O_3$  튜브의 인장/비틀림 조합응력하의 여러 하중경로에 따른 파괴실험과 Weibull 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 다양한 하중경로에 따른 거시적인 균열의 전파 방향은 최대 주응력 방향과 거의 수직하였다. 인장/비틀림 조합응력하의 파괴조건은 하중경로와는 무관하게 일어남을 알 수 있었다.

(2) 최대 주응력 파괴강도는 파괴시의 응력의 비가  $\tau/\sigma \leq 1$ 인 영역에서는 일축인장 파괴강도와 크기가 거의 같으며,  $\tau/\sigma > 1$ 인 영역에서는  $\tau/\sigma$ 의 비가 커짐에 따라 일축인장 파괴강도에 비해 증가함을 보였다.

(3) Weibull 이론은 인장/비틀림 조합응력하에서 최대 주응력 파괴강도가 증가함을 보이나, 실험치보다는 낮은 값을 예측하였다. 또한, Weibull 이론과 실험치의 비교로부터 인장응력이 지배적인 영역에서는 표면파괴, 전단응력이 지배적인 영역에서는 체적파괴에 의한 파괴가 일어남을 예측할 수 있었다.

(4) Weibull 이론에서 고려되지 않은 최소 주응력  $\sigma_2$ 가 최대 주응력 파괴강도에 미치는 영향을 포함하여 새로운 파괴조건식을 제안하였으며, 제안된 파괴조건은 이축

주응력 복합하중( $-1 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ )하의  $Al_2O_3$  튜브의 파괴강도와 실험치와 잘 일치하였다.

## 감사의 글

본 연구는 산업과학기술연구소 (0242F)에서 지원된 연구비로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## REFERENCES

- O.K. Salmasay, E.G. Bodine, W.H. Duckworth, and G. K. Manning, "Behavior of Brittle State Materials," Battelle Memorial Institute, WADC Tech. Rep. No. 53-50, Part II (1955).
- R.E. Ely, "Strength of Magnesium Silicate and Graphite Under Biaxial Stresses," *Am. Ceram. Soc. Bull.*, **47**, 489-92 (1968).
- H.W. Babel, "A Biaxial-Fracture Strength of Porous Brittle Materials," Douglas Aircraft Company, Inc., AFML-TR-66-51 (1966).
- L.J. Broutman, S.M. Krishnakumar, and P.K. Mallick, "Effects of Combined Stresses on Fracture of Alumina and Graphite," *J. Am. Ceram. Soc.*, **53**, 649-54 (1970).
- R.E. Ely, "Strength of Titania and Alumina Silicate under Combined Stresses," *ibid.*, **55**, 347-50 (1972).
- G. Tappin, R.W. Davidge, and J.R. McLaren, "The Strength of Ceramics Under Biaxial Stresses," pp. 435-49 in *Fracture Mechanics of Ceramics*, Vol. 3, Edited by R.C. Bradt, D.P.H. Hasselman and F.F. Lange, Plenum, New York (1978).
- E.K. Pruddle, "Effect of Multiaxial Stresses on the Fracture Strength of Silicon Carbide," *J. Strain Anal.*, **4**, 81-87 (1969).
- K.P.L. Oh, O. Varder and I. Finne, "Fracture of Brittle Solids under Biaxial Stresses," *Int. J. Fract.*, **9**, 372-75 (1973).
- L.J. Broutman and R.H. Cornish, "Effect of Polyaxial Stress States on Failure Strength of Alumina Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, **48**, 519-524 (1965).
- M.G. Stout and J.J. Petrovic, "Multiaxial Loading Fracture of  $Al_2O_3$  Tubes: I, Experiments," *ibid.*, **67**, 14-18 (1984).
- K. Ikeda and H. Igaki, "Effect of Polyaxial Stress States on Fracture Strength of Soda-Lime Glass," *ibid.*, **70**, 470-74 (1987).
- 김기태, 서 정, 조윤호, "알루미나 튜브의 인장/비틀림 조합하중하의 파괴거동," *한국요업학회지*, **28**, 19-28 (1991).
- J.J. Petrovic and M.G. Stout, "Fracture of  $Al_2O_3$  in Combined Tension/Torsion. II, Weibull Theory," *J.*



- Am. Ceram. Soc.*, **64**, 661-66 (1981).
14. J.J. Petrovic and M.G. Stout, "Multiaxial Loading Fracture of  $Al_2O_3$  Tubes: II, Weibull Theory and Analysis," *ibid.*, **67**, 18-23 (1984).
  15. S.B. Batdorf and G. Sines, "Combined Data for Improved Weibull Parameter Estimation," *ibid.*, **63**, 214-18 (1980).
  16. O.K. Salmassy, W.H. Duckworth and A.D. Schwoppe, "Behavior of Brittle State Materials," Battelle Memorial Institute, WADC Tech. Rep. No. 53-50, Part I (1955).
  17. MACSYMA Reference Manual, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 6-24 (1983).
  18. S.B. Batdorf and H.L. Hemisch, Jr., "Weakest Link Theory Reformulated for Arbitrary Fracture Criterion," *J. Am. Ceram. Soc.*, **61**, 355-358 (1978).
  19. J.J. Petrovic and M.G. Stout, "Fracture of  $Al_2O_3$  in Combined Tension/Torsion: I, Experiments," *ibid.*, **64**, 656-60 (1981).