

圓柱 周圍의 非定常 層流流動과 熱傳達에 대한 數值解析

趙爽昊* · 南青都** · 夫禎淑***

Numerical Analysis for the Unsteady Laminar Flow and Heat Transfer Around a Circular Cylinder

S.H. Cho, C.D. Nam and J.S. Boo

Abstract

The unsteady, two-dimensional laminar flow and heat transfer of an incompressible, constant-property fluid flowing around a circular cylinder are numerically analyzed. The Navier-Stokes equation and the energy equation are solved by the finite difference method. The range of the Reynolds number is 10 to 100 and the Prandtl number considered is 0.7.

The contours of the flow pattern, equi-vorticity line and isotherm pattern around a circular cylinder are shown. Also, numerical solutions of the surface vorticity, pressure coefficient, drag coefficient, local Nusselt number and mean Nusselt number are obtained. The numerical results for the final time of calculation are compared with the other available experimental and theoretical results for the steady state and are found to be in good agreement with them.

記號說明

C_D : 抗力係數
 C_{Df} : 摩擦 抗力係數
 D_{DP} : 壓力 抗力係數
 C_p : 壓力係數
 C_{PP} : 定壓比熱
 D_f : 摩擦抗力
 D_p : 壓力抗力

$h, \Delta r, \Delta \theta$: 數值平面의 格子間隔

h_o : 局所熱傳達係數 (local heat transfer coefficient)

(i, j) : 格子點 位置

l : 反復回數

Nu_m : 平均 누셀트數 (mean Nusselt number)

Nu_o : 局所 누셀트數 (local Nusselt number)

* 지산간호전문대학

** 정희원, 한국해양대학

*** 부산대학교 공과대학

- Pr : 프란틀數(Prandtl number)
- P_0 : 圓柱 表面의 平均靜壓
- (r, θ) : 物理的 平面의 極座標系
- R : 圓柱의 半徑
- Re : 레이놀즈數(Reynolds number)
- t : 時間 또는 無次元 時間
- T : 溫度 또는 無次元 溫度
- T_w : 圓柱 表面溫度
- T_∞ : 上流側 主流溫度
- U, V : 平均速度
- U_∞ : 上流側 主流速度
- Δt : 時間間隔
- ξ : 渦度 또는 無次元 渦度
- ξ_w : 無次元 表面渦度
- (η, θ) : 數值的 平面의 座標系
- λ : 熱傳達率
- ν : 動黏性係數
- ρ : 密度
- ψ : 流量函數 또는 無次元 流量函數
- φ : 無次元 攪亂流量函數
- ω : 加速係數(overrelaxation factor)

1. 序 論

障物을 지나는 比壓縮性 流體의 流動場이나 熱傳達現象의 糾明은 많은 工學的인 應用과 關聯하여 오랫동안 關心의 對象이 되어 왔다. 특히, 障物中에서 가장 簡單한 模樣인 圓柱 周圍의 流動特性 또는 熱傳達現象에 관한 研究는 剪斷流나 熱傳達에 대한 基礎現象을 觀察하기에 매우 適合하며, 海洋 파이프라인, 橋脚, 굴뚝 등과 같은 産業構造物의 流體力學的 問題와 熱交換器 管群 等의 熱傳達問題의 研究에 매우 重要하다. 따라서, 이에 대한 많은 實驗 및 數值的 研究가 遂行되어 왔으며, 특히, 레이놀즈數가 작은 層流流動領域에서는 Navier-Stokes方程式과 에너지方程式의 數值解가 매우 信賴性있는 結果를 提供한다는 事實이 알려지게 되었다.

圓柱 周圍의 定常 層流流動을 數值的으로 弄은 것은 1933年 Thom¹⁾의 先驗的인 研究가 始初이며,

Kawaguti²⁾와 Allen 等³⁾의 研究에 이어서 매우 많은 研究結果⁴⁻⁷⁾가 報告되었다. 非定常 層流流動에 대해서는 1958年 Payne⁸⁾의 研究를 비롯하여 最近의 Rumsey⁹⁾의 研究에 이르기까지 數值的 研究가 活潑히 進行되어 왔다^{10,11)}. 그러나, 圓柱 周圍의 熱傳達 問題에 관한 數值的 研究는 意外로 적은 편이다. 즉, Dennis 等¹²⁾의 層流 強制對流에 관한 研究를 비롯한 몇몇 結果만이 報告되고 있는 實情이며¹³⁻¹⁵⁾, 특히, 非定常 熱傳達에 대한 豫測이나 層流流動과 熱傳達現象을 關聯시켜 言及한 論議는 매우 未洽한 實情이다.

따라서, 本 論文에서는 圓柱 周圍의 非定常 層流流動特性과 熱傳達現象 사이의 相關關係를 解明하기 위하여 FDM에 의해 數值的인 研究가 遂行되었다. 結果는 레이놀즈數 $10 < Re < 100$ 의 範圍와 프란틀數 $Pr = 0.7$ 에 대해서 얻어졌으며, 非定常解는 速度場과 溫度場이 初期狀態로부터 時間과 함께 同時에 發達함에 따라 求解되었다. 즉, 初期狀態($t < 0$)는 流體가 靜止되어 있고, 圓柱 表面은 加熱되지 않은 狀態에 該當하며, 時間 $t \geq 0$ 에서 流體는 갑자기 움직여 無限히 먼 上流에서 一定한 速度(U_∞)에 到達하고, 圓柱 表面은 갑자기 加熱되어 一定한 溫度(T_w)로 維持되는 것으로 하였다. 또한, 本 研究에서의 差分解法으로는 FTCS法과 SOR法이 使用되었다.

2. 理論解析

2-1. 支配方程式

半徑 R인 圓柱 周圍의 粘性, 非壓縮性 流體의 非定常 流動場 및 溫度場을 支配하는 2次元方程式을 極座標 (r, θ) 로 나타내면 다음과 같다. 즉, 渦度輸送方程式은

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + U \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} = \nu \nabla^2 \xi \quad (1)$$

$$\text{단, } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

이고, 流動場의 Poisson方程式은

$$\xi = -\nabla^2 \psi \quad (2)$$

이며, 溫度場의 熱的 性質이 一定하고, 內部摩擦이 無視될때, 에너지方程式은

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\nu}{Pr} \nabla^2 T \quad (3)$$

단, 프란틀數(Prandtl number) $Pr = \frac{\rho C_{PP} \nu}{\lambda}$ 이다.

式(1)과 式(3)에 速度成分과 流量函數 Ψ 의 關係, 즉,

$$U = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (4)$$

를 代入하고, 式(1), 式(2), 式(3)을

$$\begin{aligned} r/R \rightarrow r, \quad \theta/R \rightarrow \theta, \quad \xi/(U_\infty R) \rightarrow \xi \\ \Psi/(U_\infty R) \rightarrow \Psi, \quad (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty) \rightarrow T \\ tU_\infty/R \rightarrow t, \quad U_\infty(2R)/\nu = Re \end{aligned} \quad (5)$$

의 無次元變數로 無次元化하면, 無次元 渦度輸送方程式은

$$-\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) = -\frac{2}{Re} \nabla^2 \xi \quad (6)$$

이 되고 流動場의 無次元 Poisson方程式은

$$\xi = -\nabla^2 \Psi \quad (7)$$

이 된다. 無次元 에너지方程式은

$$\begin{aligned} -\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ = -\frac{2}{Re Pr} \nabla^2 T \end{aligned} \quad (8)$$

이다. 極座標(r, θ)를

$$r = e^\eta \quad \text{즉} \quad \eta = \ln r, \quad \theta = \theta \quad (9)$$

을 利用해서 (η, θ)座標系로 變換하고, 無次元 流量函數 Ψ 를

$$\Psi = r \sin \theta + \phi \quad (10)$$

단, ϕ 는 無次元 攪亂流量函數

로 나타내면, 式(6), 式(7), 式(8)은 다음과 같다.

$$-e^{2\eta} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right)$$

$$\begin{aligned} + e^\eta \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \sin \theta - \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \cos \theta \right) \\ = -\frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\xi = -e^{-2\eta} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} -e^{2\eta} \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \\ + e^\eta \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \sin \theta - \frac{\partial T}{\partial \eta} \cos \theta \right) \\ = -\frac{2}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

2-2. 初期條件 및 境界條件

Fig. 1은 物理的 平面과 數值的 平面의 座標系 및 境界를 나타낸 것이다. 圓柱로부터 ϕ, ξ, T

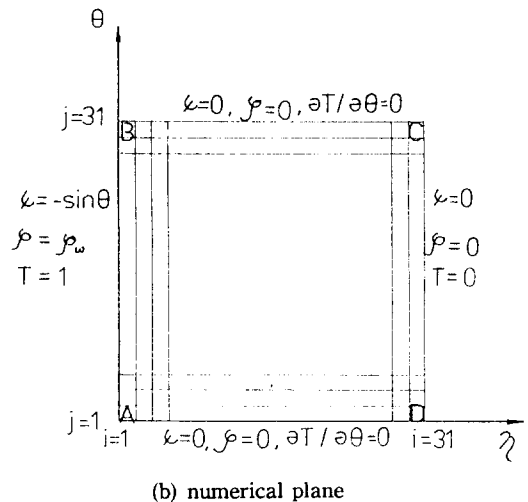
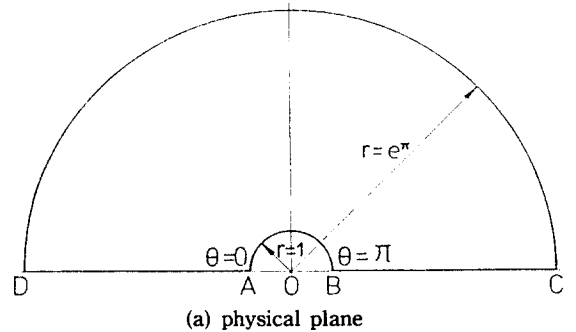


Fig. 1 Schematic diagram for the physical plane and the numerical plane.

가 매우 작다고 假定하기에 充分히 큰 半徑 ($r = e^{\pi} \cong 23.14$)에 外部境界를 設定하고, $\theta = 0$ 인 斷面과 $\theta = \pi$ 인 斷面に 關하여 上下 對稱으로 생각하여, 圓柱의 上面에 關해서만 數值計算을 遂行한다.

初期條件은

$$t < 0 \text{ 일때 } \varphi = \xi = T = 0 \quad (14)$$

이며, $t \geq 0$ 일때 境界條件은 다음과 같다.

(a) 圓柱 表面境界 ($r = 1$) ; $\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0$, $T = 1$

즉, $\eta = 0$ 에서 $\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = -\sin \theta$, $T = 1$ (15)

(b) 對稱境界 ($\theta = 0$ 인 斷面과 $\theta = \pi$ 인 斷面) ;

$$\varphi = \xi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad (16)$$

(c) 外部境界 ($r = e^{\pi}$) ; $\Psi \rightarrow r \sin \theta$, $T = 0$

즉, $\eta = \pi$ 에서 $\varphi = \xi = T = 0$ (17)

3. 數值計算

3-1. 差分方程式

數值的 平面의 位置 (i, j)는 格子點 ($\eta = (i-1)h$, $\theta = (j-1)h$)의 位置를 나타내는 것이다. 式(12)를 中心差分化하여 SOR法을 使用하면

$$\varphi_{i,j}^{(l+1)} = (1 - \omega) \varphi_{i,j}^{(l)} + \frac{\omega}{4} (\varphi_{i-1,j}^{(l+1)} + \varphi_{i+1,j}^{(l)} +$$

$$\varphi_{i,j-1}^{(l+1)} + \varphi_{i,j+1}^{(l)} + h^2 \rho \xi_{i,j}^{2\eta}) \quad (\text{단, } l \text{은 反復回數}) \quad (18)$$

이 되고, 式(11)과 式(13)을 FTCS法으로 差分化하면 各各 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_{i,j}(t + \Delta t) = & \xi_{i,j}(t) + a \{ (\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}) \\ & (\xi_{i,j+1} - \xi_{i,j-1}) - (\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}) \\ & (\xi_{i+1,j} - \xi_{i-1,j}) \} + b \{ (\xi_{i,j+1} - \\ & \xi_{i,j-1}) \\ & \sin \theta - (\xi_{i+1,j} - \xi_{i-1,j}) \cos \theta \} \end{aligned}$$

$$+ c (\xi_{i+1,j} + \xi_{i-1,j} + \xi_{i,j-1} - 4 \xi_{i,j}) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} T_{i,j}(t + \Delta t) = & T_{i,j}(t) + a \{ (\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}) \\ & (T_{i,j+1} - T_{i,j-1}) - (\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}) \\ & (T_{i+1,j} - T_{i-1,j}) \} + b \{ (T_{i,j+1} - \\ & T_{i,j-1}) \sin \theta - (T_{i+1,j} - T_{i-1,j}) \\ & \cos \theta \} + d (T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} \\ & - 4 T_{i,j}) \end{aligned} \quad (20)$$

단, $a = \Delta t e^{-2\eta} / (4h^2)$, $b = \Delta t e^{-\eta} / (2h)$, $c = 2 \Delta t e^{-2\eta} / (\text{Re } h^2)$ $d = 2 \Delta t e^{-2\eta} / (\text{Re } \text{Pr } h^2)$

그리고, 圓柱 表面에서의 表面渦度 ξ_w 는 다음과 같은 Nakabayashi⁵⁾의 式을 使用한다.

$$\xi_{w,j} = - \{ 2 (\varphi_{w+1,j} + \sin \theta) / h^2 + 2 \sin \theta / h + \sin \theta \} \quad (21)$$

3-2. 計算方法

數值的 平面에서 格子間隔은 $\Delta \eta = \Delta \theta = h = \pi / 30$ 로 一定하게 잡는다. 이렇게 잡으면, 物理的 平面에서는 圓柱 表面 가까이에서의 格子間隔은 좁고, 表面에서 멀어질수록 그 間隔은 점점 넓어지게 된다. 따라서, φ , ξ , T 의 큰 變化는 圓柱 表面 가까이에서 일어나므로 이러한 格子選定은 適切하다고 생각된다. 그리고, 時間間隔은 레이놀즈數가 $\text{Re} = 10$ 일 때 $\Delta t = 0.01$, $\text{Re} = 20$ 일 때 $\Delta t = 0.02$, $\text{Re} \geq 50$ 일 때 $\Delta t = 0.05$ 로 選擇하는 境遇에 收斂性이 좋았다.

計算節次는 먼저 $t = 0$ 일 때의 初期狀態를 設定한 後, 式(18)을 計算한다. 이때, 加速係數(overrelaxation factor)를 $\omega = 1.816$ 으로 하여, 두개의 連續된 反復 計算에서 모든 內部 格子點의 φ 의 값이

$$| \varphi_{i,j}^{(l+1)} - \varphi_{i,j}^{(l)} | \leq 10^{-5} \quad (22)$$

을 滿足할 때까지 計算을 反復한다. 그리고 나서 式(21)을 計算한 後 다음 時間으로 進行하여 式(19)와 式(20)을 計算하고, 다시 式(18)을 計算하는 順序를 反復한다.

3-3. 抗力 및 누셀트數 計算

圓柱 表面의 壓力係數 C_P 는

$$C_P = P_\theta / (\rho U_\infty^2 / 2) = -\frac{4}{Re} \int_0^\theta \left[\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right]_{\eta=0} d\theta + const. \quad (23)$$

으로 表示되고, 壓力 抗力係數 C_{DP} 는

$$C_{DP} = D_P / (\rho U_\infty^2 2R/2) = \frac{4}{Re} \int_0^\pi \left[\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right]_{\eta=0} \sin \theta d\theta \quad (24)$$

이다. 또한, 摩擦 抗力係數 C_{Df} 는

$$C_{Df} = D_f / (\rho U_\infty^2 2R/2) = -\frac{4}{Re} \int_0^\pi \xi_w \sin \theta d\theta \quad (25)$$

이다. 따라서, 全 抗力係數 C_D 는

$$C_D = C_{DP} + C_{Df} \quad (26)$$

다. 그리고, 局所누셀트數 Nu_θ 는

$$Nu_\theta = \frac{h_\theta 2R}{\lambda} = -2 \left[\frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_{\eta=0} \quad (27)$$

으로 表示되고, 平均누셀트數 Nu_m

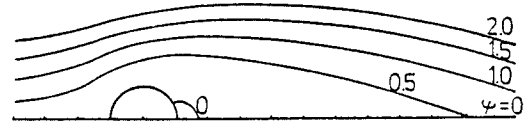
$$Nu_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Nu_\theta d\theta \quad (28)$$

이다. 式(27)은 直接 計算이 可能하고, 式(23), 式(24), 式(25), 式(28)도 數值積分에 의해 쉽게 計算할 수 있다.

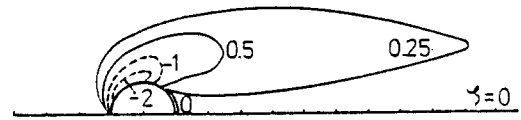
4. 數值解析 結果 및 考察

4-1. 流動現象

Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4와 Fig. 5는 各各의 레이놀즈數에서 最終 計算時間에 있어서의 流線 (stream line)과 等渦度線 (equi-vorticity line)의 形態를 나타낸 것이다. 레이놀즈數가 增加함에 따라 $\varphi=0$ 인 剝離渦 (separation vortex)의 길이는 점차 커지고, 渦度の 形態도 점차 伸張되고 있

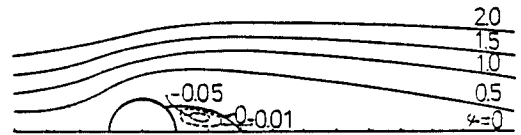


(a) flow pattern

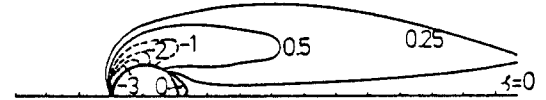


(b) equi-vorticity line

Fig. 2 Flow pattern and equi-vorticity line at Re=10, t=16.

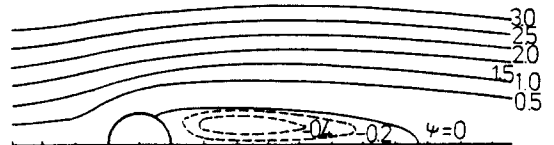


(a) flow pattern

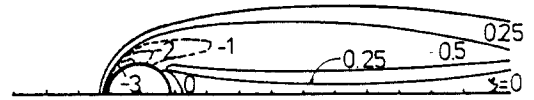


(b) equi-vorticity line

Fig. 3 Flow pattern and equi-vorticity line at Re=20, t=16.



(a) flow pattern



(b) equi-vorticity line

Fig. 4 Flow pattern and equi-vorticity line at Re=50, t=28.

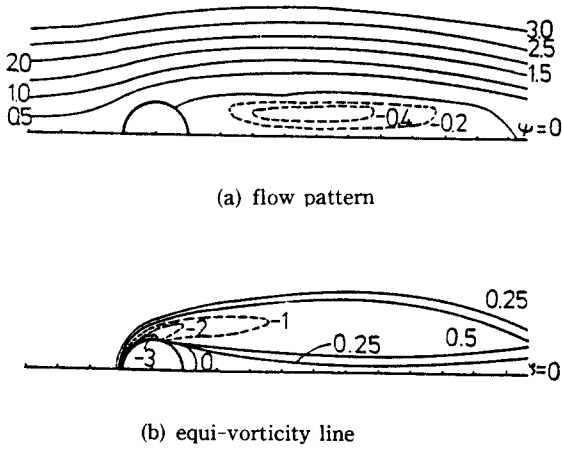


Fig. 5 Flow pattern and equi-vorticity line at $Re=100, t=28$.

음을 알 수 있다.

Fig. 6은 레이놀즈數에 따른 圓柱의 表面渦度 (surface vorticity) 分布를 나타낸 것이다. 레이놀즈數 $Re=20$ 과 $Re=100$ 의 各 境遇에 있어서 最終 計算時間 $t=16$ 과 $t=28$ 에서의 本 計算의 非定常 數值結果는 Martinez⁴⁾와 Braza 等¹¹⁾의 定常狀態의 數值解와 거의 一致함을 보이고 있다. 따라서, $Re=10$ 과 $Re=50$ 의 各 境遇에도 最終 計算時間 $t=16$ 과 $t=28$ 의 選擇은 定常狀態에 到達하기에 充分한 時間으로 생각된다. 그리고, 表面渦도는 圓柱 前面의 停滯點($\theta=0^\circ$)과 後面의 停滯點($\theta=180^\circ$)에서 0의 값을 가진다. 또한, 레이놀즈數 $Re=10$ 인 境遇에 $\theta=150^\circ$, $Re=20$ 인 境遇에 $\theta=138^\circ$, $Re=50$ 인 境遇에 $\theta=125^\circ$, $Re=100$ 인 境遇에 $\theta=115^\circ$ 附近에서 0의 값을 가지며, 이 位置는 Fig. 7의 表面壓力分布에서 알 수 있는 바와 같이 剝離點(separation point)에 該當된다. 따라서, 레이놀즈數의 增加에 따라 表面渦도는 圓柱의 前面($\theta=0^\circ \sim 90^\circ$)에서 增加(負의 값으로)하고 있으며, 圓柱 表面의 剝離域은 擴大되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7의 레이놀즈數에 따른 表面壓力分布에서는 壓力의 最小點은 $Re=10$ 일때 $\theta=108^\circ$ 에서 나타나지만, 레이놀즈數의 增加에 따라 점차 前方으로 移動하여 $Re=100$ 인 境遇에는 $\theta=84^\circ$ 附近에서 나타나고 있음을 보이고 있다. 또한, 剝離點도

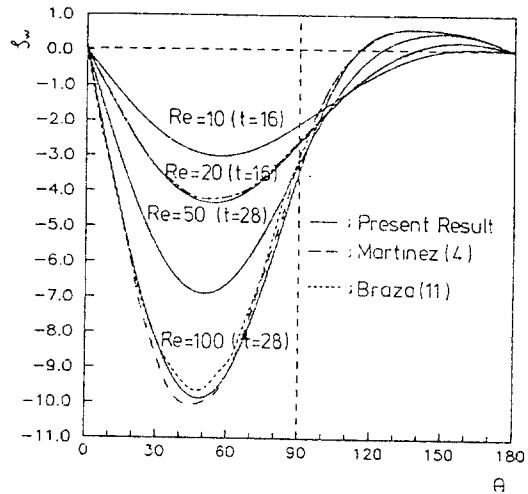


Fig. 6 Surface vorticity of final time.

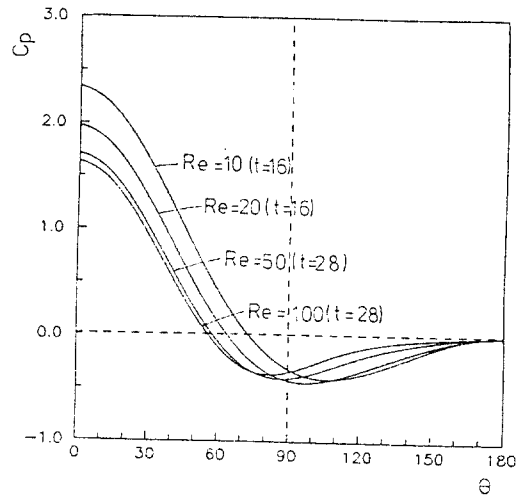


Fig. 7 Pressure coefficient of final time.

Fig. 6에서 說明한 바와같이 레이놀즈數의 增加에 따라 점차 前方으로 移動하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 各各의 레이놀즈數에서의 時間에 따른 抗力과 壓力抗力의 變化를 나타낸 것이다. 初期段階($t < 5$)에서는 이들 變化는 레이놀즈數가 작을수록 더 急激한 變化를 나타내며, 그 以後는 緩慢하게 變化하면서 定常狀態에 接近하고 있음을 알 수 있다. 또한, 레이놀즈數가 클수록 抗力은 작고, 抗力에 대한 壓力抗力이 차지하는 比率은 크게 됨을 알 수 있다.

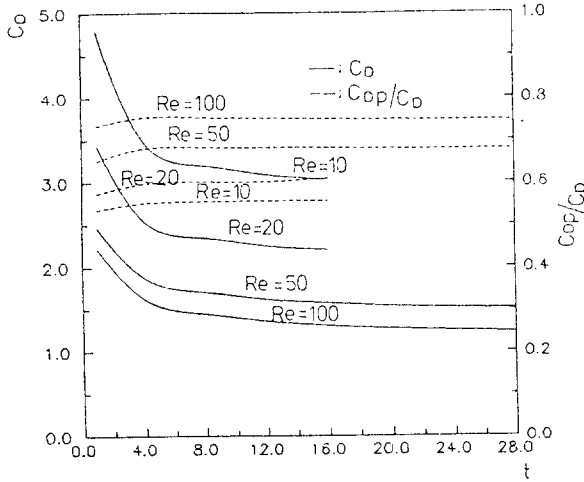


Fig. 8 Drag coefficient as function of time.

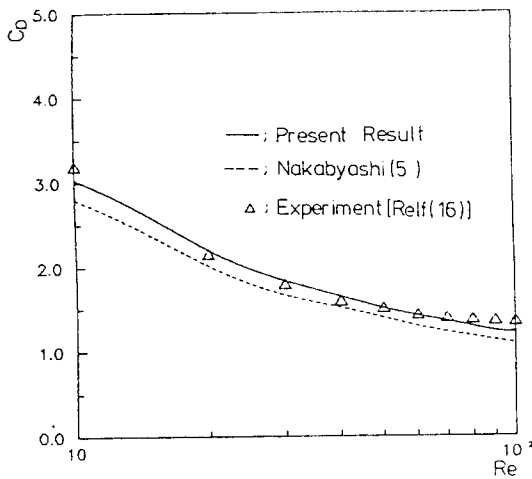


Fig. 9 Drag coefficient of final time as function of Reynolds number.

Fig. 9는 레이놀즈數에 따른 最終 計算時間에서의 抗力의 變化를 나타낸 것이다. 非定常 數值計算의 本 結果는 Nakabayashi 等⁵⁾의 定常狀態에서의 數值結果보다는 若干 높으나, Relf¹⁶⁾의 定常狀態에서의 實驗結果와 대략 잘 一致하고 있다.

4-2. 熱傳達現象

Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12와 Fig. 13은 各各의 레이놀즈數에서 最終 計算時間에 있어서의 等溫線의 形態를 나타낸 것이다. Re=10, 20인 境遇와

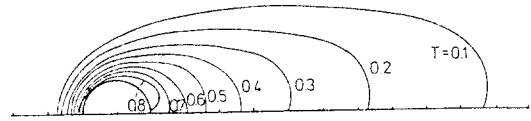


Fig. 10 Isotherm pattern at Re=10, t=16.

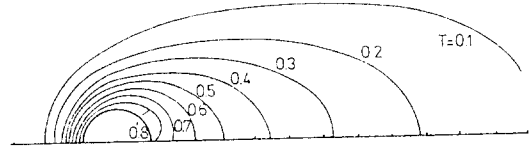


Fig. 11 Isotherm pattern at Re=20, t=16.

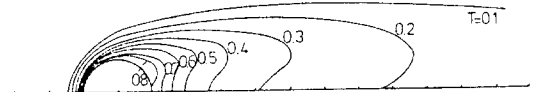


Fig. 12 Isotherm pattern at Re=50, t=28.

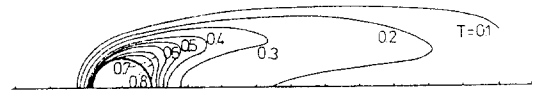


Fig. 13 Isotherm pattern at Re=100, t=28.

Re=50, 100인 境遇에 圓柱 後流領域에서의 等溫線의 分布傾向이 다르게 나타나고 있음을 볼 수 있다. 이것은 이미 알려져 있는 바와 같이 레이놀즈數 Re>40에서 칼만渦流가 發生하는 데¹⁷⁾에 따른 結果로 생각된다.

Fig. 14는 레이놀즈數에 따른 圓柱 表面에서의 局所누셀트數分布를 나타낸 것이다. 圓柱 前面의 停滯點(θ=0°) 附近에서는 流入되는 主流와의 直接的인 衝突로 인하여 熱傳達를 妨害하는 境界層이 거의 없기 때문에 局所누셀트數는 매우 크고, θ가 커짐에 따라 速度 및 溫度境界層의 發達과 함께 局所누셀트數는 점차 減少하게 된다. 그리하여, 剝離點 附近 및 剝離點 바로 後方에서 最小 局所누셀트數를 나타내고, 以後 다시 若干 增加하는 傾向을 보이고 있다. 그리고, 레이놀즈數가 클수록 이런 傾向은 더욱 뚜렷해진다.

圓主 表面으로부터 流體로 傳達되는 全熱傳達量은 圓柱 表面에 걸친 平均누셀트數와 關聯되어진

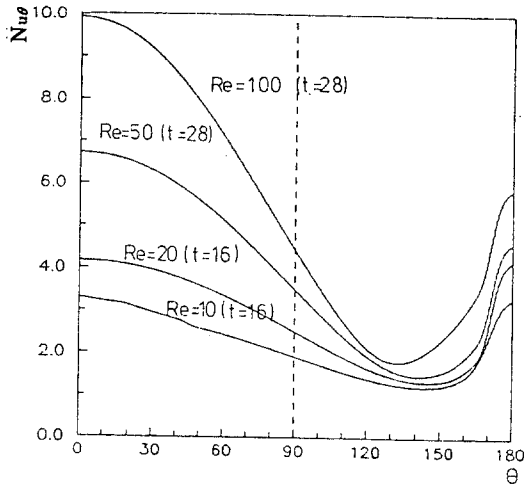


Fig. 14 Local Nusselt number of final time.

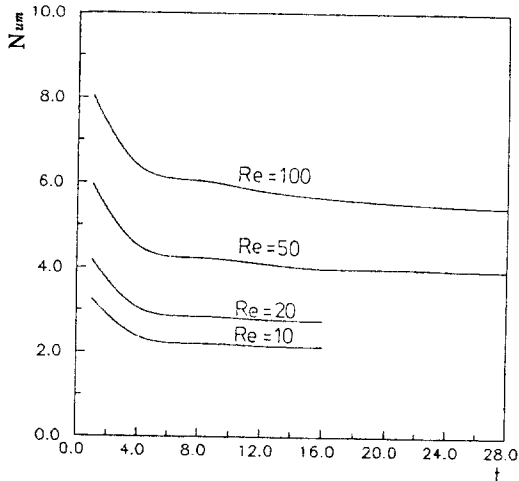


Fig. 15 Mean Nusselt number as function of time.

다. 따라서, Fig. 15에는 각 레이놀즈數에서 時間에 따른 平均누셀트數의 變化를 나타내었다. Fig. 8의 抗力變化와 마찬가지로 初期段階($t < 5$)에서는 急激한 變化를 보이지만, 그 以後에는 緩慢한 變化를 나타내면서 定常狀態로 接近하고 있으며, 레이놀즈數가 클수록 平均누셀트數는 크게 됨을 알 수 있다.

Fig. 16은 레이놀즈數에 따른 最終 計算時間에서의 平均누셀트數의 分布를 나타낸 것이다. 本 數值結果는 Fand¹⁸⁾의 實驗結果와는 다소 差異를 보이고 있다. 이것은 實驗이 물속에서 행해져 空氣

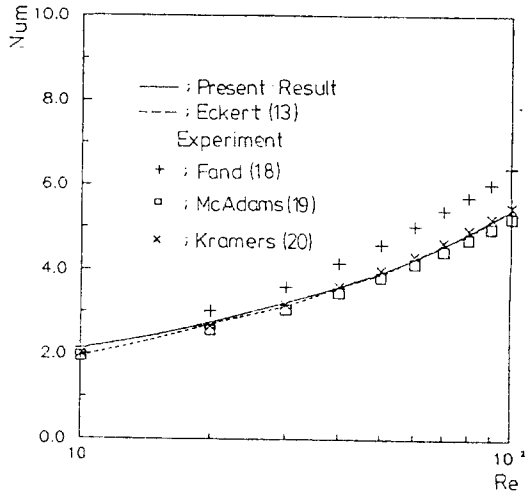


Fig. 16 Mean Nusselt number of final time as function of Reynolds number.

의 境遇보다 프란틀數가 높은 데에 原因이 있는 것으로 생각된다. 그러나, McAdams¹⁹⁾의 空氣中에서 행한 實驗結果와는 比較的 잘 一致하고, Eckert 等¹³⁾의 數值結果와 Kramers²⁰⁾가 空氣中에서 행한 實驗結果로부터 提示한 經驗式 ($Num = 0.39 + 0.51 \sqrt{Re}$) 과도 매우 잘 一致하고 있다.

5. 結 論

圓柱 周圍의 非定常 層流流動과 熱傳達에 대한 數值解析 結果로부터 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 非定常 數值解析의 初期段階($t < 5$)에서는 流動 및 熱傳達現象의 變化가 急激하고, 그 以後 점차 安定되어 定常狀態에 接近함을 알 수 있고, 最終 計算時間에서의 本 計算結果는 定常狀態에서의 數值 및 實驗的 研究結果와 잘 一致한다.

(2) 圓柱 前面과 後面의 停滯點 以外에서 表面 渦度가 0이 되는 位置는 剝離點과 一致하고, 레이놀즈數의 增加에 따라 점차 前方으로 移動하며, 이 剝離點 附近 및 剝離點의 若干 後方에서 局所 熱傳達は 最小를 나타낸다.

(3) 레이놀즈數의 增加에 따라 壓力抗力이 차지하는 比率은 크게 되면서 抗力은 減少하고, 平均 누셀트數는 增加하게 된다.

参考文献

- 1) A. Thom, "The Flow Past Circular Cylinder at Low Speeds", Proc. R. Soc., Ser. A, No. 141, 1933, pp. 651-666.
- 2) M. Kawaguti, "Numerical Solution of the Navier - Stokes Equations for the Flow Around a Circular Cylinder at Reynolds Number 40", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 8, 1953, pp. 747-757.
- 3) D.N. de G. Allen and R.V. Southwell, "Relaxation Methods Applied to Determine the Motion, in Two Dimensions, of a Viscous Fluid Past a Fixed Cylinder", Quartely J. of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 8, 1955, pp. 129-145.
- 4) G. Martinez, These Docteur-Ingenier, I. N. P. Toulouse, 1979.
- 5) K. Nakabayashi, Y. Miyake and T. Aoi, "Numerical Analysis of Low Reynolds Number Flow Around a Body Immersed in a Uniform Stream", Trans. JSME, Vol. 51, No. 467, 1985, pp. 2351-2357.
- 6) K. Nakabayashi, N. Yoshida and T. Aoi, "Numerical Analysis of Viscous Shear Flow Around a Circular Cylinder", Trans. JSME, Vol. 53, No. 493, 1987, pp. 2756-2761.
- 7) K. Nakabayashi, T. Aoi and N. Yoshida, "Analysis for Shear Flows Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Number", Trans. JSME, Vol. 54, No. 507, 1988, pp. 446-452.
- 8) R.B. Payne, "Calculation of Unsteady Viscous Flow Past a Circular Cylinder", J. Fluid Mech., Vol. 4, 1958, p. 81.
- 9) C.L. Rumsey, "Details of the Computed Flowfield Over a Circular Cylinder at Reynolds Number 1200", Trans. ASME, J. of Fluid Engineering, Vol. 110, 1988, pp. 446-452.
- 10) D.C. Thoman and A.A. Szewczyk, "Time Dependent Viscous Flow Over a Circular Cylinder", Phys. Fluid, Supp. 2, Vol. 12, pp. 76-87.
- 11) M. Braza, P. Chassaing and H.H. Minh, "Numerical Study and Physical Analysis of the Pressure and Velocity Fields in the Near Wake of a Circular Cylinder", J. Fluid Mech., Vol. 165, 1986, pp. 79-130.
- 12) S.C. R. Dennis, J. D. Hudson and N. Smith, "Steady Laminar Forced Convection From a Circular Cylinder at Low Reynolds Number", Phys. Fluid, Vol. 11, 1968, pp. 933-940.
- 13) E.R. Eckert and R.M. Drake, "Analysis of Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, New York, 1972.
- 14) P.C. Jain and B.S. Goel, "A Numerical Study of Unsteady Laminar Forced Convection From a Circular Cylinder", Trans. ASME, J. of Heat Transfer, Vol. 98, 1976, pp. 303-307.
- 15) G.E. Karniadakis, "Numerical Simulation of Forced Convection Heat Transfer From a Cylinder in Crossflow", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, No. 1, 1988, pp. 107-118.
- 16) E.F. Relf. A.R. C. Tech. Rep., R. and M., No. 102, 1914.
- 17) S. Taneda, "The Stability of Two - Dimensional Laminar Wakes at Low Reynolds Numbers", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 18, No. 2, 1963, pp. 288-296.
- 18) R.M. Fand, "Heat Transfer form a Cylinder to Water in Crossflow", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 8, 1965, pp. 995~1005.
- 19) W.H. McAdams, "Heat Transmission", McGraw-Hill, New York, 1954.
- 20) H.A. Kramers, "Heat Transfer form Spheres to Flowing Media", Physics, Vol. 12, 1946, pp. 61-80.