≪연구논문≫ The Journal of Optical Society of Korea(Korean Edition) Volume 2, Number 1, March 1991

회절무늬를 이용한 미세물체의 특성 측정

강기호 · 전형욱 · 손정영 · 오명환*

한국과학기술연구원 응용전자연구실, *한국과학기술연구원, 응용물리 · 전자공학부

(1990년10월 30일 받음)

회절현상을 이용하여 복수 미세 입자의 특성 측정을 위한 격자형의 검지기를 사용한 데이타 처리방식을 제안하고 이에 따른 광학 및 신호처리 시스템을 구성하였다. 에너지 분포함수의 최대치와 최소치를 이용하여 같은 분무기로 분무된 증류수, 알코올, 실리콘 오일, 글리세린 등의 크기 분포를 측정했는데 최대치와 최소치에 의해 구한 입자의 크기가 서로 잘 일치하였다.

I. 서 론

분말이나 유체중에 존재하는 크기가 0.01에서 수백 마이크로 미터 사이에 있는 입자들의 크기및 크기분포 측정기술은 여러 산업 분야에서 제품의 품질 및 산출율 향상과 공중 위생의 측면에서 많은 연구가 되어 왔다. 광을 이용하는 입자측정 기술은 한번에 측정되는 입자수에 따라 복수(ensemble)와 단일(single)입자측정 기술로 나누어지는데, 복수입자 측정기술은 입자계를 구성하는 입자들의 평균 직경을 측정하거나 또는 측정범위내의 입자크기를 몇 등분하여 그 분포를 나타내는 것으로, Raman Scattering[1], Optical Birefringence[2], Spectral Transparency[3] 그리고 회절무늬 분석방법[4,5] 등이 있다.

이중 회절무늬 분석(Diffraction Pattern Analysis) 방법은 그 특성상 다른 복수 입자측정 기술에 비해, 큰 사이즈의 입자들 즉 size parameter(입자 단면의 원주대 입사광 파장의 비)의 값이 30 이상인 경우에 적용할 수 있으나[6], 측정이 간편하고, 입자의 상대적 위치나 속도, 형태 그리고 굴절율의 영향을 가장 작게 받기 때문에 현재 상용으로 가장 많이 쓰이고 있다.

회절무늬 분석방법을 세분하면 입자계에 의한 회절에너지의 공간 분포를 특수코드화된 ring[4]이나 plate[5] 형태의 detector를 사용하여 측정하는 방식과 ring-wedge detector를 이용한 공간에너지 분포의 변화율을 측정하는 것[7] 등이 있다. 이중에서 특히 코드화된 plate는 ring detector나 ring-wedge dectector의 사용방법 보다 계산이 간단하나 크기분포의 세분화가 어렵고, ring detector 방법은 회절무늬의 scale에 민감하여 집광렌즈에 대한 detector의 상대적 위치가 측정에 결정적인 영향을 미친다. 그러나 ring-wedge detector는 ring의 이 결점과 회절무늬의 회전에 민감한 wedge의 결점을 서로 보상하므로 가장 이상적인 회절무늬 응용 입자측정 방식이라 할 수 있겠다.

본 연구에서는 화소수가 512×512인 상용의 비디콘을 detector로 사용하여 ring-wedge detector의 데이터 처리방식을 이용하여 몇가지 입자의 크기분포를 에너지 분포함수를 이용하여 측정했다.

II. 회절 패턴 응용 입자측정기의 분석

회절무늬를 이용하는 입자측정의 광학부 구성은 그림 1과 같이 광원, collimator, 센싱부, 집광렌즈 및 검지기로 구분된다. 이 광학부는 그림 2와 같이 z축이 동축이고 원점이 평행빔의 중심에 있는 3개의 직교좌표로 표시할 수 있다. 그림 2에서 (x_2, y_2)는 입자, (x_1, y_1)는 집광렌즈 그리고 (x, y)는 검지기의 위치를 나타내는 좌표시스템에서 입자가 구형인 경우 임의의 입자 반경을 a, 렌즈의 직경을 ξ, 입자의 위치를 (p,q)로 표시하면 (x_2, y_2)좌표에서 입자 단면적내의 한 위치(x_2, y_2)는 다음과 같이 표시된다.

$$x_2 = r\cos\theta + \rho\cos\phi$$
$$y_2 = r\sin\theta + \rho\sin\phi \qquad (1)$$

여기서 $r = \sqrt{p^2+q^2}$로 평행빔의 반경(b) 보다는 항상 작아야 한다. $\theta = \tan^{-1}\frac{q}{p}$ 이며, ρ 및 ϕ는 입자내의 한

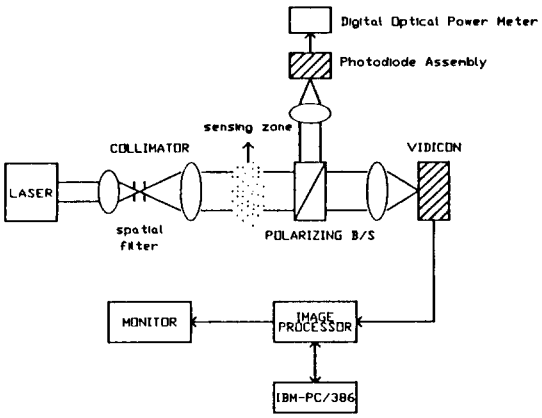

Fig. 1. Schematic diagram of the particle sizing instrument.

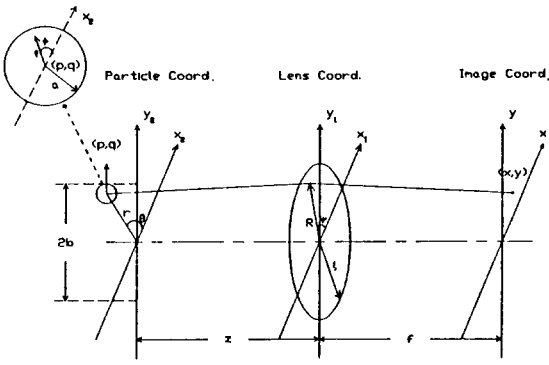

Fig. 2. Coordinates for the analysis of the particle sizing instrument.

점을 표시하는 극좌표에서의 거리 및 방위각이다. 집광렌즈의 중심에서 R 만큼 떨어진 한지점(x_1, y_1)의 위치는 $x_1=R\cos\psi$, $y_1=R\sin\psi$ (여기서 ψ는 렌즈좌표의 방위각)로 나타나므로 입자에 의해(x_1, y_1)에 도달하는 전계의 세기 U_L은

$$U_L=-\frac{i}{\lambda}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\frac{A_O(x_2,\ y_2)}{C}\exp(ikC)\rho d\rho d\phi \qquad (2)$$

$$C=\sqrt{z^2}+\{R\cos\psi-(r\cos\theta+\rho\cos\phi)\}^2+\{R\sin\psi-(r\sin\theta+\rho\sin\phi)\}^2$$

여기서 $A_O(x_2, y_2)$는 입자에 떨어지는 전계 분포로 Gaussian beam일 경우

$$A_O(x_2,\ y_2)=E\cdot\exp[-\frac{r^2+\rho^2+2\rho r\cos(\theta-\phi)}{2b^2}] \qquad (3)$$

로 주어진다. E는 입사광의 축중심에서의 전기장의 세기, b는 평행빔의 반경이다. 집광렌즈에 의해 검지기내의 한점(x, y)에 도달하는 전계의 세기 U_D는

$$U_D=-\frac{i}{\lambda}\int_0^{2\pi}\int_0^{\xi}\frac{U_L}{B}\exp(-\frac{i\pi R^2}{\lambda f}+ikB)RdRd\psi$$

$$B=\sqrt{f^2+(x-R\cos\psi)^2+(y-R\sin\psi)^2} \qquad (4)$$

로 주어진다. 방정식(4)의 닫힌 해(closed form solution)는 존재하지 않으나 입사파가 전계의 세기 E인 평면파이고 ξ가 ∞라고 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_D=\frac{E}{\lambda f}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\exp[-\frac{i\pi}{\lambda f}\{x(r\cos\theta+\rho\cos\phi)+y(r\sin\theta+\rho\sin\phi)\}]\rho d\rho d\phi \qquad (5)$$

(5)식은 입자계와 집광렌즈의 거리 z에 무관한 식이다. 이 (5)식은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$U_D=\frac{E}{\lambda f}\exp[-\frac{i\pi}{\lambda f}(xr\cos\theta+yr\sin\theta)]\cdot\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\exp[-\frac{i\pi}{\lambda f}(x\rho\cos\phi+y\rho\sin\phi)\rho d\rho d\phi \qquad (6)$$

(6)식에서 적분식은 Circle함수 즉 원형입자 단면의 Fourier 변환을 나타내고 있고, (r, θ)를 포함하는 식은 입자의 위치를 나타내는 식이므로 (6)식은 아래식의 Fourier 변환을 나타내고 있다.

$$u_D=F^{-1}[U_D]=E'\cdot\mathrm{Circ}(\frac{\rho}{a})*[\delta(x-r\cos\theta)\cdot\delta(y-r\sin\theta)] \qquad (7)$$

여기서 *는 convolution을 나타내며 δ는 impulse 함수를 나타낸다. (7)식에서 알 수 있는 것은 입자가 광학축상에 있지 않을 때 입자에 의한 전달함수 (transmission function)는 입자의 형태를 나타내는 함수와 위치의 impulse 함수와의 convolution으로 주어진다는 사실이다. (6)식에 의해서 주어지는 회절무늬의 광의 세기(intensity)는

$$I(s)=(\frac{E\pi a^2}{\lambda f})^2[\frac{2J_1(2\pi as/\lambda f}{2\pi as/\lambda f}] \qquad (8)$$

로 주어진다. 위 식에서 J_1은 1차 Bessel 함수를 나타내며 $s=\sqrt{x^2+y^2}$를 나타낸다. 이 결과는 (p,q)에 존재하는 입자가 레이저 빔의 중앙에 존재 할 때와 똑 같은 Fraunhofer 회절무늬를 나타냄을 보이고 있다. Fraunhofer 회절무늬는 입자의 상대적 위치에는 무관하나 위치가

다른 같은 크기의 입자가 여럿 존재할 때는 위치에 따라 (6)식에서 주어지는 (r,θ)를 포함하는 항의 영향으로 회절무늬의 간섭현상이 일어난다. 그러나 회절무늬의 scale에 있어 변동은 일어나지 않는다. (8)식을 이용할 때 검지기 평면의 반경이 s로 주어지는 원내에 떨어지는 에너지는

$$Qs = \left(\frac{E}{f}\right)^2 \cdot \pi a^2 \cdot \left[1 - J_0\left(\frac{2\pi as}{\lambda f}\right) - J_1\left(\frac{2\pi as}{\lambda f}\right)\right] \quad (9)$$

이며, 반경이 각각 s_i, s_{i+1}로 주어지는 링에 떨어지는 에너지는

$$Qs_i, s_{i+1} = \left(\frac{E}{f}\right)^2 \cdot \pi a^2 \cdot \left[J_0(2\pi as_i/\lambda f) + J(2\pi as_i/\lambda f) - J_0(2\pi as_{i+1}/\lambda f) - J_1(2\pi as_{i+1}/\lambda f)\right] \quad (10)$$

로 주어진다. N개의 동일한 입자가 존재할 때에 반경 s인 원내에 떨어지는 에너지는 입자간의 간섭을 고려해야 하는데, 일반적으로 회절무늬 분석에 의한 측정가능 최소입자농도는 $Nm = 0.005/(\pi r^2 \cdot L)$로 주어지는데 여기서 r은 입자의 평균반경이며 L은 입자 stream의 폭이다. 이 최소농도 이상의 경우에서는 근사적으로 N개 입자의 대수적인 합으로 주어진다[5]. 즉,

$$Qs = N \cdot I_0[1 - J_0(2\pi as/\lambda f) - J_1(2\pi as/\lambda f)] \quad (11)$$

여기서 I_0는$(E/f)^2 \cdot \pi a^2$을 나타낸다. 식 (10)를 에너지 분포함수라고 하며[6], 최대치는 식 (9)의 Qs가 최대 증가율을 갖는 $2\pi as/\lambda f = 1.375$에 존재하며, 또한 첫번째 극소치는 식 (9)의 Q_s가 최소 증가율을 갖는 $2\pi as/\lambda f = 3.84$에서 0을 갖는다. 이때 s는 s_i와 s_{i+1} 사이의 값이며, $(s_{i+1} - s_i)$는 일정하다. 이 관계들에서 입자의 반경을 구하면,

$$a = 0.219\ (f/s)\,|_{max} \text{ 또는 } a = 0.61\ (f/s)\,|_{min} \quad (12)$$

과 같이 된다. 그러므로 측정에 의해 에너지 분포함수가 최대가 되는 반경 또는 첫번째 극소가 되는 반경을 구하면, 위 식에 의해 피측정 입자계의 농도에 있어 지배적인 입자의 크기를 구할 수 있다. 또한 분포함수 최대치의 퍼짐등을 조사하면 피측정 입자계의 입자크기 분포를 구할 수 있다. (12)식에서 지배적인 입자계에서는 최대치의 반경 s에서 약 2.8배 정도 떨어진 곳에 에너지 분포함수의 첫번째 극소치가 와야 한다.

III. 실험장치 구성 및 결과

광학부의 구성은 그림 1과 같고, 광원으로는 출력이 6 mW인 He-Ne 레이저를 사용하고, collimator를 사용하여 대략 3 mm 정도의 평행빔으로 만들어 집광렌즈까지 30 cm 정도의 경로를 진행하도록 했다. 집광렌즈는 직경 4 cm, 초점 거리가 8.5 cm인 볼록렌즈를 사용했고, 검지기로는 512×512 화소를 가진 비디콘을 사용했다. 보통 회절무늬 응용 기기에서 검지기의 동특성 범위가 10^3 이상이어야 하나 실험에 사용한 비디콘은 대략 80 정도의 동특성을 가지고 있었다. 식 (8)에서 보는 것과 같이 광의 세기는 입자면적의 제곱에 비례하므로 이 동특성 범위로는 최대로 최소입력을 주는 입자반경의 약 3배 정도가 되는 입자의 직경 범위까지만 포함할 수 있다. 이 비디콘의 포화를 막기위해 집광렌즈에서 약 7 cm 떨어진 곳에 편광 빔 분할기를 두고 이 분할기에서 약 3 cm 떨어진 곳에 피측정 입자가 통과 되도록 했다. 편광 빔 분할기는 비디콘 방향으로 수평편광 성분만을 통과시키는데 수평편광 에너지는 9 μW 정도였다. 피측정 입자는 분무기에서 분무되어 구멍 크기 70 μm의 여과기를 거친, 폭이 약 2 cm 정도의 입자 stream이다. 식 (12)에서 실험값을 적용하면 최대치에 해당하는 a는 a= 11779.6/s이고 첫번째 극소치에 해당하는 a는 a= 32810.7/s이다. 여기서 s는 μm로 표시된다.

에너지 분포함수는 그림 1에서 비디콘에 도달한 회절무늬의 중심점을 정하고 이를 중심으로 하는 극좌표로 변환한 뒤 각 링내 전 화소의 grey level 값을 합산함으로써 습득한다.

그림 3와 4에 시스템의 calibration을 위하여 25 μm (그림 3)과 50 μm(그림 4) 핀홀(pin hole)을 사용했을 경우에 에너지 분포함수(변화가 심한 곡선)와 광의 세기 곡선을 도시해 놓았다. 사진은 각각의 핀홀에 해당하는 회절패턴이다. 양쪽 그림 모두에서 회절패턴의 중앙포화가 일어났기 때문에 분포함수의 최대치가 그림의 오른쪽으로 천이되었으나 첫번째 극소치는 반경이 각각 185(25 μm 핀홀)와 95(50 μm 핀홀)로 식(12)와 잘 일치한다. 그림 3과 4에서 x축을 나타내는 반경(NORMALIZED RADIUS) 값 1은 실제 비디콘의 한 화소상의 간격에 해당하는데 그림 3 또는 그림 4와 (12)식을 이용하여 구해보면 대략 14 μm로 주어진다.

그림 4에 보이는 에너지 분포함수의 극소치들에 해당되는 반경은 각각 95와 173 정도로 (173/95= 1.82) 회절이론에서 주어지는 극소치의 값들 (3.83과 7.02)과 잘 일치하고 있다. 그림 3과4에서 광의 세기 곡선과 분포함수의 극소치 값들이 0으로 떨어지지 않은 것은 잡음 때문인 것 같다.

그림 5는 실리콘 오일을 알코올과 1 : 1로 혼합한 경우

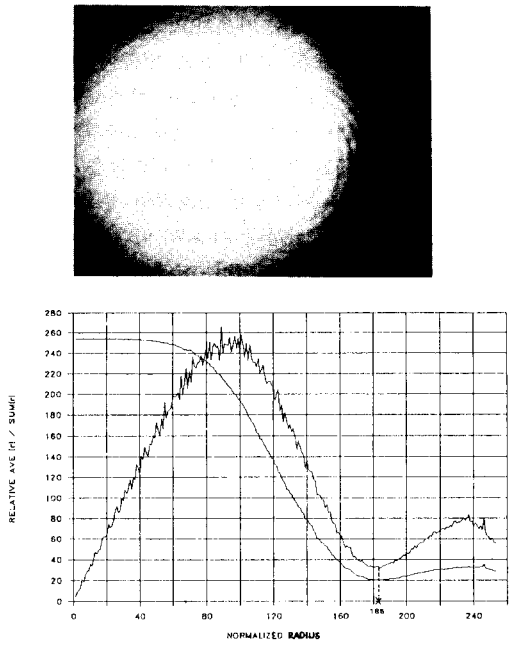

Fig. 3. Intensity and energy distribution function for the pattern of 25 μm pinhole.

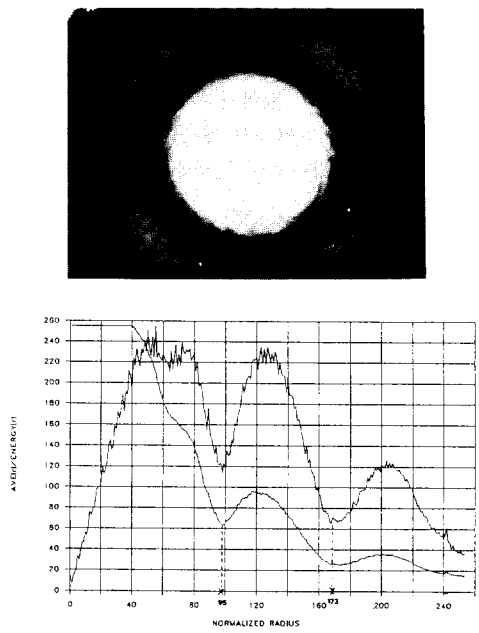

Fig. 4. Intensity and energy distribution function for the pattern of 50 μm pinhole.

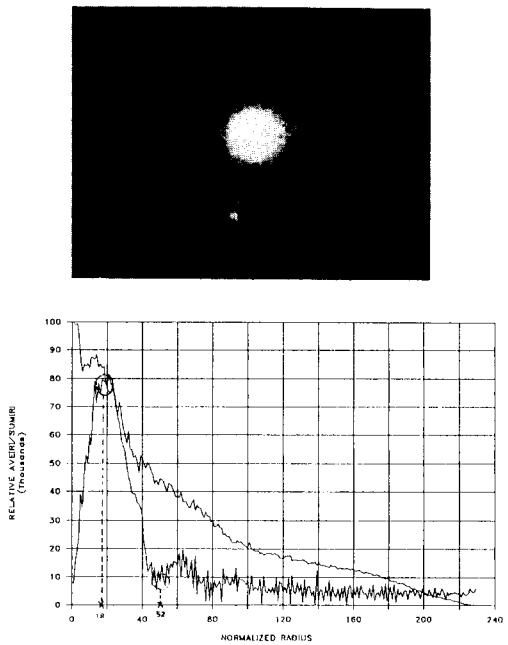

Fig. 5(a). Diffraction pattern(upper), intensity and energy distribution function(lower) for the droplets of the silicon oil and alcohol mixture. (small diffraction pattern case).

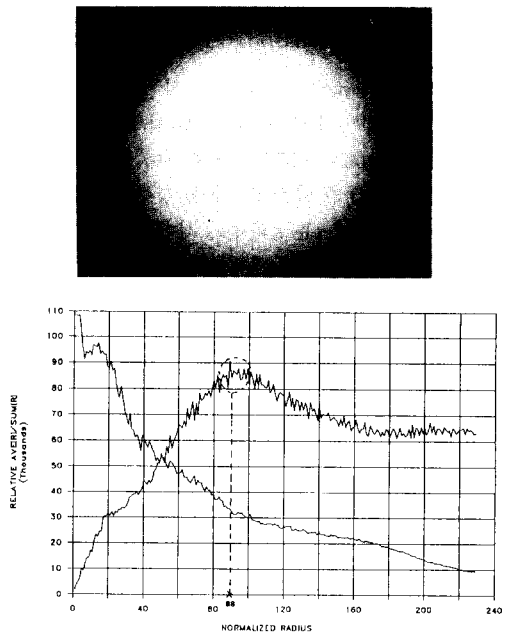

Fig. 5(b). Diffraction pattern(upper), intensity and energy distribution function(lower) for the droplets of the silicon oil and alcohol mixture. (large diffraction pattern case).

분무된 입자들의 회절무늬가 가장 작을 때와 (그림 5 (a)) 를 때의 (그림 5(b))의 광의 세기 및 에너지 분포함수를 보여준다. 분포함수의 최대치는 각각 반경이 252 μm과(r= 18) 1230 μm 정도(r= 99)에서 나타나는데 이에 해당하는 입자의 직경은 94 μm와 19 μm을 나타내며, 각 그림에서 첫번째 극소치는 반경 s가 각각 728 μm(r= 52)과 2590 μm(r= 246)로 입자 직경 90 μm와 13 μm에 대응한다. 그림 5의 경우 회절무늬의 크기가 작을 경우 분포함수의 첫번째 극소치와 최대치에 의해 구한 값이 아주 잘 일치하나 큰 경우는 현재의 검지기로는 첫번째 극소치를 충분히 포함할 수 없어 오차가 크게 나타난다. 또 그림 5에서 알 수 있는 것은 광의 세기 곡선은 에너지 분포함수 곡선처럼 눈에 띄는 정보를 주지 않는 것이다.

그림 6은 글리세린을 알코올과 1 : 1의 비율로 혼합한 후 분무했을 때 얻은 광의 세기 및 에너지 분포함수와 그 회절무늬이다. 에너지 분포함수 곡선이 날카로운 최대치를 보여주나 첫번째 극소치는 거의 분간키 어렵다. 최대치는 대략 반경 s가 308 μm(r= 22), 첫번째 극소치는 s가 798 μm(r= 58) 정도이므로 이에 상응하는 입자의 크기(직경)는 76 μm과 82 μm으로 최대치와 극

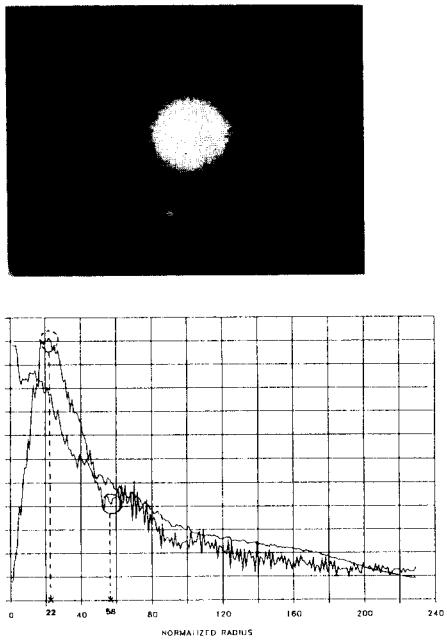

Fig. 6. Diffraction pattern(upper), intensity and energy distribution function(lower) for the droplets of the glycerin and alcohol mixture.

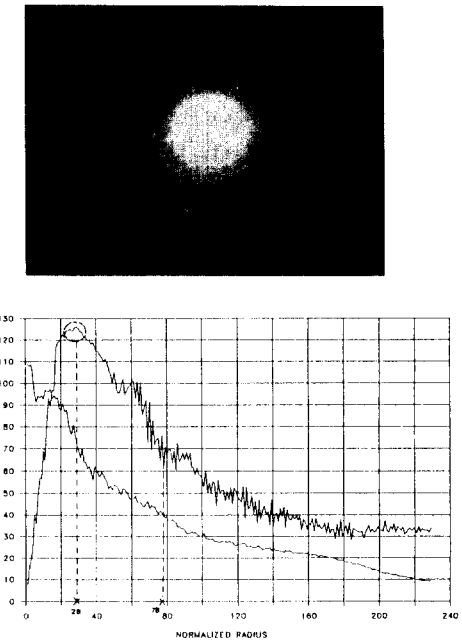

Fig. 7(a). Diffraction pattern(upper), intensity and energy distribution function(lower) for the droplets of distilled water. (small diffraction pattern case).

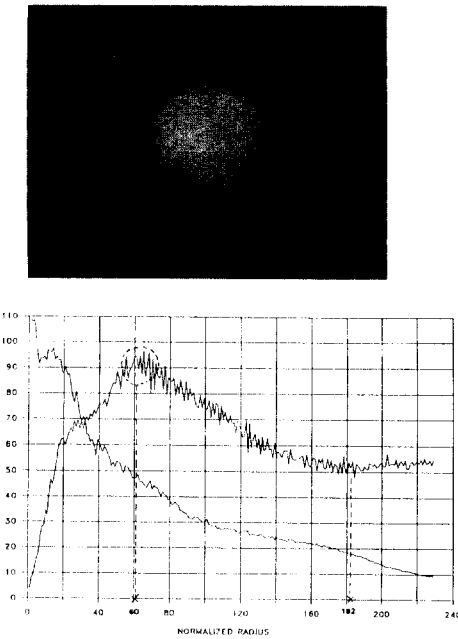

Fig. 7(b). Diffraction pattern(upper), intensity and energy distribution function(lower) for the droplets of distilled water. (large diffraction pattern case).

소치에 의해 얻은 입자의 값이 별 차이가 없음을 보여준다.

그림 7에 증류수를 분무했을 때 나타나는 회절무늬와 이에 대응하는 에너지 분포함수의 최대치가 s값이 392 μm(r= 28) 정도에서 나타나고 첫번째 극소치는 확실치 않지만 대략 r= 78 정도에 나타난다. 분포함수 최대치에 대응하는 입자크기는 약 60 μm이다. 그림 7(b)의 경우(회절무늬가 큰 경우) 분포함수의 최대치가 상당히 퍼져 있으나, s값이 대략 840 μm(r= 60) 정도에서 최대치를 보이고 2560 μm(r= 182) 정도에서 첫번째 극소치를 보인다. 최대치와 극소치에 대응하는 입자의 크기는 대략 28 μm과 26 μm으로 잘 일치 하고 있다. 그림 7(a), 7(b)에서 알 수 있는 것과 같이 증류수 분사에 의한 입자의 크기는 구멍 크기가 최대 70 μm인 여과기의 영향으로 60 μm 이하를 나타내고 있다.

IV. 결론

회절 패턴을 이용하는 복수 입자측정 방법에서 에너지 분포함수에 의한 측정 데이터의 처리는 피측정 입자계의 지배적인 입자의 크기에 대한 정보를 상황하(Insitu)에서 제공하며, 에너지 분포함수의 최대치의 관계에 의해 서로의 단점을 보완할 수 있어 측정 정확도를 높일 수 있었다. 상용의 격자형 검지기는 동특성이 작아 특정 입자가 지배적인 경우에 효과적이었다. 특성 크기의 입자가 지배적이 아닌 경우(poly-disperse), 크기 분포의 정확한 추정을 위해서는 동작특성 범위가 넓은 검지기를 사용하고 에너지 분포함수를 행렬화 함으로써 가능하며, 그럴 때 회절패턴을 이용하는 입자측정 기술의 정도를 더욱 향상 시킬 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Ya, S. Bobovich, S.M. Vovk, V.I. Petrov, M. Ya. Tsenter and L.M. Sharygin, Opt. Spectrosc. (USSR) **59**, 834 (1985).

[2] B.R. Jennings and K. M. Oakley, Appl. Opt. **21**, 1519 (1982).

[3] A. Ya. Perelman and K. S. Shifrin, App. Opt. **19** (11), 1787 (1980).

[4] J. Cornillault, Appl. Opt. **11**, 215 (1989).

[5] R. J. Anderson and E. Johnson, DOE/METL 783-89, U. S. DOE, July, 1983

[6] J. Swithenbank, J. M. Beer, D. S. Taylor, D. Abbot and G. C. McGreath, Proc. AIAA 14th Aerospace Sciences Meeting, 421 (1976).

[7] H. C. Van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles* (Wiley, New York, 1957).

[8] S. H. Lee, *Topics on Applied Physics-Optical Information Processing* (Springer-Verlag, New York, 1981), Chap. 5

Characterization of Microscale Objects based on the Diffraction Pattern Analysis

Kiho Kang, Hyung-Wook Jeon, Jung-Young Son and Myung-Hwan Oh
Applied Electronics Lab., Korea Institute of Science and Technology P.O. Box 131, Cheongryang, Seoul 136-791

(Received: October 30, 1990)

This paper describes the theoretical analysis of a diffraction pattern analyzer for the characterization of microscale object fields and a method for obtaining size and size distribution from the measured diffraction pattern of the object fields. For the experimental verification, a typical optical Fourier transform system was set up and calibrated with 25 μm and 50 μm pinholes. The system responses to distilled water droplets, alcohol, glycerin and silicon oil were imaged with vidicon, and the image was processed to determine the size distribution of each liquid particle field. The energy distribution function which is defined as the total intensity of a circular ring in the diffraction pattern was used to determine the dominant particle size of each liquid particle field.