

δ-LQG/LTR 보상기에 의한 디지털 자동조종장치 설계

Digital Autopilot Design Using δ-LQG/LTR Compensators

李 明 儀* · 金 承 煥** · 權 五 圭***
 (Myung-Eui Lee · Seung-Hwan Kim · Oh-Kyu Kwon)

Abstract - This paper proposes a design procedure based on the LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) method for a launch vehicle. Continuous-discrete type LQG/LTR compensators are designed using the δ -transformation to overcome numerical problems occurring in the process of discretization. The δ -LQG/LTR compensator using the δ -transformation is compared with the z-LQG/LTR compensator using the z-transformation. The performance of the overall system controlled by the compensator is evaluated via simulations, which show that the discretization error problem is resolved and the control performances are satisfactory in the proposed compensator.

1. 서 론

자동조종장치(Autopilot)란 비행체의 항로 및 자세를 원하는 방향으로 움직이도록 조종해 주는 비행제어 시스템으로서, 항공기, 미사일, 인공위성등의 비행체에는 물론이고 선박이나 탱크의 항로제어에도 이용되고 있는 장치이다. 자동조종장치의 설계목표는 우선 전체시스템의 안정도를 유지하는 것과, 대상비행체의 성능을 가능한한 향상시키는 것이다. 또한 설계목표에 따라 제어기 설계기법을 이용하게 되며 제어기 설계를 위해서는 선형 근사모델이나 이산형 모델로 바꿀 필요가 있다. [5]

자동조종장치 구성에 쓰이는 고전적인 제어기

설계기법으로는 PID 보상기와 진지상 보상기가 대표적이다[6]. 이 설계기법들은 근체적이나 보드선도 등을 써서 전체 제어시스템의 안정도 및 성능을 고려하여 주파수 영역에서 제어기를 설계하는 방법으로, 모델링 오차에 대해 이득여유와 위상여유로 표시되는 성능·안정도 견실성(Robustness)을 유지할 수 있다. 그러나 이 방법들은 단일 입출력 시스템에만 적용할 수 있기 때문에 다변수 시스템의 경우에는 적용할 수 없거나 또는 분해된 모델을 구해야만 하는 어려움이 있다.

자동조종장치의 현대적인 제어기 설계기법으로는 극배치법과 최적제어기법이 있다. 극배치법은 상태피드백이나 출력피드백을 이용하여 대상시스템의 극점을 원하는 극점으로 이동 배치시키는 주파수영역 설계기법이다[7]. 다변수 시스템에서 극배치법은 설계시에 고유벡터를 지정할 수 없으나, 고유구조(Eigenstructure)를 이용한 설계방법은 고유벡터를 임의로 지정할 수 있어 다변수시스템 설

*正 會 員 : 現代電子 · 工博
 **正 會 員 : 國防科學研究所 研究員
 ***正 會 員 : 仁荷大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博
 接受日字 : 1991年 5月 8日
 1次修正 : 1991年 7月 30日

제에도 이용한다[8]. 그러나 이 방법들은 모델링 오차에 대해 견실성이 보장되지 않는 문제점이 있다.

최적제어기법은 선형조정기와 같은 2차형의 성능지표를 설정하고 이를 최소화시키는 제어기를 시간영역에서 구성하는 기법으로서, 성능지표가 주어지기만 하면 설계 및 실현이 쉽고 공칭안정도가 항상 보장되기는 하지만, 실제사양을 직접 설계과정에서 고려할 수 없고 단지 설계후에 성능을 검토하는 시행착오적인 방법이다. 그런데 이 방법은 성능지표를 선정하는데 있어 비조직적일뿐만 아니라 시스템 성능과 모델링 오차에 대한 안정도-강인성 문제에 관한 사양들을 설계시에 직접 고려할 수 없는 문제가 있다.

이러한 문제점을 해소하기 위해 1980년대 초 Doyle과 Stein은 견실한 선형 다변수 제어시스템 설계방법인 LQG/LTR 방법을 제안하였다[9-11]. LQG/LTR 방법은 안정도-강인성 및 시스템의 주파수영역 성능을 만족하는 목표필터루프를 설계하고, 루프전달회복방법을 이용하여 보상된 시스템의 루프전달함수행렬의 특이값을 이미 설계사양을 만족시키고 있는 목표필터루프의 전달함수행렬의 특이값 형상으로 회복시킴으로써 다변수 제어시스템 설계를 조직적으로 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

이 논문에서는 자동조종장치의 제어기를 LQG/LTR 보상기로써 구성하되, 마이크로컴퓨터에 의한 제어기를 실현할 것에 대비하여 제어 대상시스템의 모델은 연속형이고 제어기는 이산형인 연속-이산형 LQG/LTR 보상기를 설계한다. 지금까지의 연구 결과를 보면 연속계나 이산계 각각에서의 LQG/LTR의 설계절차와 관련이론들은 잘 정립되어[9~12] 응용되고 있으나[13~16], 대상 시스템은 연속형이고 제어기는 이산형인 연속 이산계의 LQG/LTR에 대한 해석은 아직도 검토대상이 되고 있다. 또한 자동조종장치의 대상시스템인 비행체에서는 개루우프 시스템이 불안정하고 외란과 모델링 오차가 존재하는데, 이러한 점에서 외란과 모델링 오차하에서도 안정도 견실성과 성능 견실성을 유지하는 LQG/LTR 보상기를 자동조종장치 설계에 채택한다는 것은 큰 의미가 있다고 하겠다.

한편, 연속형 제어대상 시스템을 디지털 제어기로 실현할 때의 설계기법으로는 s-평면설계법, z-평면설계법, w-평면설계법 등이 있으나 이 방법들은 모두 이산화과정에서의 오차로 인해 주파수 응답특성이 바뀌는 문제점을 안고 있다

[18~20]. 이러한 문제점을 해소하기 위해 이 논문에서는 대상시스템의 모델을 δ -변환에 의해 이산형으로 바꾸고, δ -평면 설계법[1]을 이용하여 연속-이산형 제어기를 설계한다. δ -평면 설계법은 최근에 제시된 것으로서 이산화 과정에서의 수치 오차 문제와 주파수 응답특성이 바뀌는 문제를 거의 해소할 수 있으며 설계절차가 간단하다는 장점을 지니고 있다.

이 논문에서는 제어대상 시스템을 발사체로 하고, 발사체의 자동조종장치를 δ -변환에 의한 연속-이산형 LQG/LTR 보상기로 설계한다. 그리고 제어기 성능분석을 위해 연속형 및 z-변환에 의한 연속 이산형 LQG/LTR 보상기들도 설계하여 이 논문에서 제안하는 δ -변환에 의한 설계법과 모의실험을 통해 비교함으로써 이 논문에서 제안하는 설계법의 우수성을 예증한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 자동조종장치 시스템 모델 중에서 발사체의 수학적 모델을 살펴보고, 선형화모델을 유도한다. 3장에서는 2장에서 구한 선형화 모델을 근거로하여 δ -변환을 이용한 연속-이산형 LQG/LTR 보상기의 제어 알고리즘을 유도한다. 또한 4장에서는 모의실험을 통해 제어기의 성능이 만족할 만함을 확인하고, 5장에서 결론을 맺는다.

2. 발사체의 수학적모델

이 장에서는 대상시스템을 발사체로 하여 수학적 모델과 선형화 모델을 유도한다. 이 논문에서 채택한 대상 시스템은 일본의 실용위성용 발사체인 4단으로 구성된 M-3H-3 발사체이며, 수학적 모델은 3차원 6자유도의 축대칭형 강체로 모델링하여 사용한다. 이 발사체의 운동 방정식은 다음과 같이 결합계수가 있는 비선형 연립 미분 방정식으로 표현된다[2-4].

병진운동

$$m(\dot{U} - VR + WQ) = \sum F_x \tag{2.1-1}$$

$$m(\dot{V} - WP + UR) = \sum F_y \tag{2.1-2}$$

$$m(\dot{W} - UQ + VP) = \sum F_z \tag{2.1-3}$$

회전운동

$$I_x \dot{P} + (I_z - I_y)RQ = \sum M_x \tag{2.2-1}$$

$$I_y \dot{Q} + (I_x - I_z)RP = \sum M_y \tag{2.2-2}$$

$$I_z \dot{R} + (I_y - I_x)PQ = \sum M_z \tag{2.2-3}$$

자세각

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

식(2.1)-(2.3)에서 m 은 발사체 질량, U, V, W 는 x, y, z -축 방향의 병진속도, P, Q, R 은 x, y, z -축 중심의 회전각속도, ϕ, θ, ψ 는 롤, 피치, 요 자세각, I 는 관성 모멘트, 그리고 $\sum F, \sum M$ 은 각 축 방향의 외력의 합과 모멘트의 합이다.

대상발사체를 강체이며 축대칭이라 가정하고 동작점 ($Q=W=0, \dot{V}=v, P=p, R=r, U=U_0+u$)에서 선형화시켜 롤 채널과 요채널의 운동방정식을 구하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[2].

$$\sum f_y = m(\dot{v} + U_0 r) = mU_0(\beta + \phi) \quad (2.4-1)$$

$$\sum m_x = \dot{p}I_x = \dot{\phi}I_x \quad (2.4-2)$$

$$\sum m_z = \dot{r}I_z = \dot{\psi}I_z \quad (2.4-3)$$

여기서 $\beta = v/U_0$ 이며, 외력 $\sum f_y, \sum m_x, \sum m_z$ 는 다음과 같이 분해하여 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum f_y &= f_{ya}\beta - T\delta_y + mg(\phi \cos\theta_0 - \psi \sin\theta_0) \\ \sum m_x &= T\ell_r\delta_r + C_{lp}\phi \\ \sum m_z &= m_{za}\beta + T\ell_c\delta_y \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서, g 는 중력가속도, T 는 추력, f_{ya} 는 y -축 방향의 공기력, m_{za} 는 공기력에 의한 모우멘트, C_{lp} 는 롤의 감쇄계수를 나타내며, I_x 는 x -축 방향의 관성 모멘트, δ_y 와 δ_r 은 요와 롤 편각, ℓ_r 은 롤 모멘트 길이(Roll Moment Arm) 그리고 ℓ_c 는 무게중심위치이다.

식(2.4), (2.5)로 부터 발사체의 개루우프 상태 공간 모델은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서,

$$x_p(t) = \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \phi \\ p \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{회전각} \\ \text{요 각속도} \\ \text{요 자세각} \\ \text{롤 각속도} \\ \text{롤 자세각} \end{bmatrix}$$

$$u_p(t) = \begin{bmatrix} \delta_y \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{요 편각} \\ \text{롤 편각} \end{bmatrix}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{f_{ya}}{mU_0} - 1 & \frac{g}{U_0} \cos\theta_0 & 0 & -\frac{g}{U_0} \sin\theta_0 & 0 \\ \frac{m_{za}}{I_z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{lp}/I_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} -\frac{T}{mU_0} & 0 \\ \frac{T\ell_c}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{T\ell_r}{I_x} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

위 시스템 행렬의 계수들은 대상 발사체인 M-3H 3호기를 6단계로 하여 구한 동작점에서의 계수들을 사용한다[4]. 발사체를 축대칭형으로 가정하였으므로 요채널의 특성과 피치채널의 특성은 서로 같다.

3. δ -변환에 의한 연속-이산형 LQG/LTR 제어기 설계

실제의 제어 대상시스템은 대부분 연속형으로서 수학적 모델은 시간영역에서의 상태공간 방정식이나 주파수 영역에서의 전달함수 형태로 주어진다. 연속형 제어 대상시스템을 디지털 제어기로써 제어하고자 할 때 기존의 설계기법들은 이산화과정에서의 오차를 인해 전달특성이나 주파수응답특성이 바뀌고 수치오차가 발생하는 문제점들을 지니고 있다.

이 장에서는 연속형 시스템을 디지털 제어기로 실현시키기 위한 연속-이산형 LQG/LTR 설계기법을 다루기로 한다. 그런데 기존의 설계기법들은 이산화 과정에서 수치오차가 생기는 등 그 특성이 좋지않으므로 이러한 문제점을 해결하기 위해 δ -변환에 의한 연속-이산형 LQG/LTR 보상기를 설계할 것이다.

3.1 δ -변환법의 성질

이산형 또는 샘플링 신호 f_k 에 대한 δ -변환의 정의는 다음과 같다.

$$D(f_k) = F(\gamma) = \Delta \sum_{k=0}^{\infty} f_k (1 + \Delta\gamma)^{-k} \quad (3.1)$$

여기서, γ 는 변환변수, Δ 는 샘플링 시간이다. 식 (3.1)의 정의로부터 δ -변환 함수 $F(\gamma)$ 와 z -변환 함수 $F(z)$ 간에는 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다[1].

$$F(\gamma) = \Delta F(z) \Big|_{z=\Delta\gamma+1}, \quad \gamma = \frac{z-1}{\Delta}$$

δ -변환에 의한 디지털제어기 설계기법은 기존의 설계기법인 z -평면 설계법, s -평면 설계법, w -평면 설계법들에 비해 이산화 오차문제가 현저히 개선되며 또한 설계절차가 간단하다는 장점을 지니고 있다. 그리고 샘플링 시간이 작아짐에 따라 연속형 시스템으로의 수렴성이 보장된다[1].

이 논문에서는 디지털 자동조종장치 구성에 있어 LQG/LTR 보상기를 사용하되, 이산화 오차문제를 개선하기 위해 δ -변환[1]을 이용한 설계방법을 제시한다. 그 설계 절차는 대상시스템을 δ -변환하여 이산화시켜 놓고, 이산화된 시스템에 대한 이산형 LQG/LTR 보상기를 구한 뒤, 이것을 연속형 다이나믹스에 적용시켜 보는 순서로 이루어진다.

3.2 개루우프 시스템의 모델

식(2.8)의 연속형 개루우프 시스템을 이산화시키면 δ -변환 상태공간모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta x_p(k) &= F_p x_p(k) + G_p u_p(k) \\ y(k) &= C_p x_p(k) \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서, 상태벡터 $x_p(k)$, 제어입력벡터 $u_p(k)$ 는 앞에서 정의한 연속형의 경우와 동일하며 δ -연산자, 시스템 행렬 F_p , G_p 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta \equiv \frac{q^{-1}-1}{\Delta}, \quad q: \text{시간 이동 연산자 (Shift Operator)}$$

$$F_p = \Omega A_p, \quad G_p = \Omega B_p$$

여기서 $\Omega = \frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} e^{A_p t} dt = I + \frac{A_p \Delta}{2!} + \frac{A_p^2 \Delta^2}{3!} + \frac{A_p^3 \Delta^3}{4!} \dots$ 이고, Δ 는 샘플링주기를 나타낸다.

3.3 설계 플랜트 모델의 설정

기존 입력이나 외란에 대하여 정상상태 오차가 영이 되도록 적분요소를 포함하는 설계플랜트 모델을 정의하면 δ -변환 영역에서의 설계 플랜트 모델은 다음과 같은 상태공간 모델식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta x(k) &= Fx(k) + Gu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서,

$$x(k) = \begin{bmatrix} u_p(k) \\ x_p(k) \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_p & F_p \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad C_p]$$

다변수 제어 시스템에서 입출력신호들은 서로 다른 물리적 차원의 신호들이기 때문에 설계목적상 제어입력과 출력에 스케일링을 하여 가중치를 두게 된다[16, 17]. 스케일링은 상태변수, 입력, 출력의 모두 또는 일부에 대하여 수행할 수 있는데, 이 논문에서는 다음과 같이 입·출력변수에 스케일링을 하기로 한다.

$$u = S_u u_u, \quad y = S_y y_u \quad (3.4)$$

식(3.4)에서 u_u , y_u 는 스케일링을 하지 않은 입·출력 변수, S_u , S_y 는 입출력 스케일링 행렬이다.

3.4 목표 필터 루우프(Target Filter Loop)설계

목표 필터 루우프는 설계사양에 맞는 성능 및 견실성을 만족시키도록 필터 이득행렬 H_δ 를 선정하는 것이다. 원하는 목표필터 루우프의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_{KF}(\gamma) = C(\gamma I - F)^{-1} H_\delta \quad (3.5)$$

확장된 설계 플랜트에서의 필터 이득 H_δ 는 다음과 같은 절차를 통하여 얻어진다. δ -영역에서의 이산형 칼만필터의 대상시스템의 구조는 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$\begin{aligned} \delta x(k) &= Fx(k) + v(k) \\ y(k) &= Cx(k) + w(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

여기서, $v(k)$ 는 프로세스 잡음, $w(k)$ 는 측정잡음이며 각각의 상호분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Cov}\{v\} &= Q_a, \quad \text{Cov}\{w\} = R_a, \\ \text{Cov}\{v, w\} &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

이 칼만 필터 문제에 대한 해는 필터 이득 행렬 H_δ 를 계산하기 위한 식을 제공하는데 식(3.6)에 대한 최적필터는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\delta \hat{x}(k) = F\hat{x}(k) + H_\delta [y(k) - C\hat{x}(k)] \quad (3.8)$$

칼만필터 이득 H_δ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_\delta = [(\Delta F + I)PC^T][\Delta CPC^T + R_a]^{-1} \quad (3.9)$$

여기서, P 는 다음의 δ -Riccati 대수방정식을 만족시키는 해가 된다.

$$0 = Q_d + PF^T + FP + \Delta FPF^T - H_d[R_d - \Delta CPC^T]H_d^T \quad (3.10)$$

위식에서 알 수 있듯이 δ -변환에 의한 설계기법은 샘플링 주기를 0으로 할 때는 곧바로 연속형으로 확장시킬 수 있다. 또한, $Q_d = LL^T$, $R_d = \mu I$ 로 함으로써 조직적인 LQG/LTR보상기를 설계할 수 있다.

여기서, μ 는 설계 파라미터로서 원하는 대역폭 혹은 교차주파수를 만족하도록 선정한다. 그리고 임의행렬 L 은 안정도-견실성 및 시스템 성능을 만족시키는 특이값 형상을 만들 수 있도록 선정하는데, 저주파 및 고주파에서 특이값을 일치시키는 경우에는 다음과 같이 선정할 수 있다[11].

$$L = \begin{bmatrix} -(C_p F_p^{-1} G_p)^{-1} \\ C_p^T (C_p C_p^T)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

단, $[F, L]$ 은 안정가능하고, $[F, C]$ 는 검출가능하여야 한다.

3.5 루우프 전달회복 과정(Loop Transfer Recovery)

루우프 전달회복 과정은 이산형 δ -LQR문제를 이용하여 제어 이득행렬 G_δ 를 구하는 과정이다. 이산형 δ -LQR문제는 앞절의 이산형 칼만필터와 쌍대인 관계에 있다. 이산형 δ -LQG/LTR구조를 전달함수 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$u(\gamma) = K(\gamma)e(\gamma), \quad e(\gamma) = r(\gamma) - y(\gamma), \quad (3.12)$$

$$r(\gamma) : \text{기준입력}$$

$$K(\gamma) = G_\delta(\gamma I - F + GG_\delta + H_\delta C)^{-1} H_\delta$$

위식에서 G_δ , H_δ 가 설계 파라미터가 되는데, 필터 이득행렬 H_δ 는 앞절의 목표 필터 루우프 설계과정에서 구하게 되며, 제어 이득 행렬 G_δ 는 루우프 전달 회복 과정에서 구하게 된다. 이렇게 함으로써 이산형 δ -LQG/LTR 보상기 설계를 마치게 된다. 그러므로 LTR단계는 보상된 플랜트의 루우프 전달함수 행렬 $G(\gamma)K(\gamma)$ 를 목표 필터 전달함수 행렬 $G_{KF}(\gamma)$ 로 회복시키는 단계이다. 여기서 $G(\gamma)$ 는 플랜트의 전달함수 행렬로서 $G(\gamma) = C[\gamma I - F]^{-1}G$ 이다. 루우프 전달 회복은 δ -저가제어(cheap control) LQR(Linear Quadratic Regulator)문제를 이용함으로써 가능하는데, 목적함수의 상태 가중행렬을 $Q = C^T C$, 제어 가중행렬을 $R = \rho I$ 라고 가정하면 제어 이득 행렬 G_δ 는 다음식을 이용하여 구한다[1].

$$G_\delta = (R + \Delta G^T \Sigma G)^{-1} G^T \Sigma (I + F \Delta) \quad (3.13)$$

여기에서 행렬 Σ 는 다음의 이산형 δ -Riccati대수 방정식의 해를 구함으로써 얻어진다.

$$0 = Q + F^T \Sigma + \Sigma F + \Delta F^T \Sigma F - G_\delta^T [R + \Delta G^T \Sigma G] G_\delta \quad (3.14)$$

시스템 행렬 $[F, G]$ 가 안정 가능하고, $[F, C]$ 가 검출 가능한 최소 위상 플랜트이면 $\rho \rightarrow 0$ 일때 $\|\gamma I - F + H_\delta C\|_\infty \ll \sigma_{\max}(GG_\delta)$ 가 되도록 샘플링 주기 Δ 를 정하면 루우프 전달 함수 $G(\gamma)K(\gamma)$ 는 목표 필터 루우프 전달 함수 $G_{KF}(\gamma)$ 로 회복된다[11, 17].

$$G(\gamma)K(\gamma) \rightarrow G_{KF}(\gamma) \quad (3.15)$$

그런데 LQG/LTR은 루우프 전달회복과정에서 최소위상 시스템에 대해서는 루우프 전달회복을 보장하지만 비최소위상 시스템에서는 목표필터 루우프로에 회복은 보장되지 않는다. 그러나 모든 비최소위상 영점의 주파수가 목표 필터 루우프의 최대교차주파수보다 훨씬 큰곳에 위치하면 적어도 저주파수역에서는 보상된 플랜트의 루우프 전달함수 $G(\gamma)K(\gamma)$ 가 목표필터 루우프 전달함수 $G_{KF}(\gamma)$ 의 특이값으로 만족스럽게 회복된다[11]. 만일 비최소위상 영점이 교차주파수보다 작은 곳에 위치하면 명령추종 및 외란제거 성능이 제한되므로 설계방법을 바꿔야 한다[25].

지금까지 살펴본 이산형 δ -LQG/LTR 설계기법은 모델링 오차에 대한 안정도-견실성과 성능을 만족시키는 조직적인 설계기법이며, 이 장에서 제시한 알고리즘을 사용하면 이산화 과정에서 생기는 수치오차 문제를 해결할 수 있을 뿐만 아니라 연속형 LQG/LTR 보상기 설계에도 적용시킬 수 있는 장점이 있다. 이러한 성질들은 다음 장의 모의실험을 통하여 입증될 수 있다.

4. 모의실험

이 장에서는 주파수 영역에서의 이산화 오차문제와 3장에서 구성한 자동조종장치의 성능을 모의실험을 통하여 오차문제와 3장에서 구성한 자동조종장치의 성능을 모의실험을 통하여 평가해본다. 제어단계중 제3단계의 시점은 발사체 1단분리후 공력적으로 가장 불안정하기 때문에 제3단계를 모의실험의 대상으로 한다[4].

4.1 이산화 오차의 모의실험

연속형 전달함수를 가지고 제어기를 구성하려면 연속형 전달함수를 이산형으로 변환하여야 한다. 이와같이 이산화하는 방법으로 대개는 z -변환을

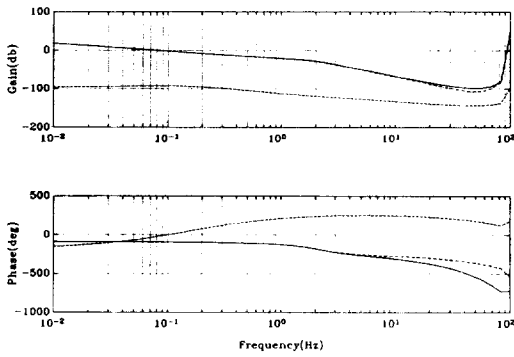


그림 4.1 피치 채널 개루프 전달함수의 보드선도 (— : 연속형, : z-변환, - · - · - : δ-변환)

Fig. 4.1 Bode Plots for Pitch Channel Open-loop Transfer Function (— : Continuous, : z-Transformation, - · - · - : δ- Transformation)

사용해 왔다. 샘플링 시간을 0.01초로 했을 때, 제3단계에서 피치 채널 개루프 전달함수의 z-변환과 δ-변환한 각각의 전달함수는 다음과 같다[24].

$$G_{po}(s) = \frac{5.985s + 0.000286}{s^3 + 0.01825} \quad (4.1)$$

$$G_{po}(z) = \frac{0.1419 \times 10^{-4} z^4 + 0.5464 \times 10^{-4} z + 0.1316 \times 10^{-4}}{z^4 - 2.8445z^2 + 2.7052z - 0.8607} \quad (4.2)$$

$$G_{po}(\gamma) = \frac{0.014\gamma^2 + 0.8302\gamma + 81.9930}{\gamma^3 + 15.5525\gamma^2 + 162.3223\gamma - 0.25} \quad (4.3)$$

식(4.1)~(4.3)에 대한 보드선도를 그려보면 그림 4.1과 같다. 주파수 영역에서의 이득과 위상을 보면 그림에서 알 수 있듯이 z-변환을 사용했을 경우 주파수 특성이 원래의 연속형 시스템에 비해 많이 바뀌게 된다. 따라서 z-평면에서 제어를 설계하면 이산화 오차의 영향으로 제어기의 성능이 만족스럽지 못하게 된다. 그러나 δ-변환을 사용하게 되면, 그림 4.1에서 알 수 있듯이 샘플링 주파수 범위 안에서는 원래의 연속형 전달함수와 δ-변환 함수의 주파수 특성이 거의 같은 것을 알 수 있다. 따라서 δ-평면에서 제어를 설계하면 이산화 오차의 영향이 거의 해소됨을 확인할 수 있다.

4.2 자동조종장치의 모의실험

이 절에서는 3장에서 구한 제어기 알고리즘을 발사체의 제3단계에서 구한 상태방정식에 적용시켰을 때의 시스템의 응답을 살펴본다.

제3단계에서 구한 연속형 플랜트의 개루우프 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_p = A_p x_p(t) + B_p u_p(t)$$

$$y = C_p x_p(t)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -4.29e-5 & -1 & 5.79e-3 & 0 & -5.79e-3 \\ 1.82e-2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.03e-6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} -1.82e-3 & 0 \\ 5.895 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 17.21 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기에서 시스템의 영점을 구해보면 모두 최소 위상임을 알 수 있다. 위의 연속형 시스템을 샘플링 시간을 10(msec)로 하여 δ-변환한 이산형 개루우프 상태방정식은 다음과 같다.

$$\delta x_p = F_p x_p(k) + G_p u_p(k)$$

$$y = C_p x_p(k)$$

여기서,

$$F_p = \begin{bmatrix} -9.5271e-4 & -0.99968 & 5.7898e-3 \\ 1.8199e-2 & -9.0981e-4 & 5.2688e-6 \\ 9.0998e-5 & 0.99997 & 1.7563e-7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2.8950e-4 & -5.7898e-3 \\ -1.7563e-7 & -5.2688e-6 \\ -4.3907e-9 & -1.7563e-7 \\ -2.5150e-7 & -5.0300e-7 \\ 1.0 & -2.5150e-7 \end{bmatrix}$$

$$G_p = \begin{bmatrix} -2.9287e-1 & -1.6607e-4 \\ 5.8948 & -7.5564e-8 \\ 2.9457e-2 & -1.5113e-9 \\ 0 & 1.7210e+1 \\ 0 & 8.6050e-1 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이때, 이산화 플랜트의 영점을 구해보면 역시 최소 위상임을 알 수 있다. 최소 위상의 연속형 시스템을 이산화할 때, 이 예에서 보는 바와 같이 δ-변환은 최소 위상 특성을 항상 유지시키는 장점을 지니고 있다[1]. 반면에 z-변환은 샘플링 주기에 따라 이산화 과정에서 생기는 샘플링 영점이 비최소 위상이 될 수도 있는 문제점을 안고 있다.

제어기 설계사양은 다음과 같다.

(a) 일정한 기준입력이나 외란에 대하여 정상상

태 오차가 영이 되도록 한다.

- (b) 명령추종성능과 외란제거 성능, 센서잡음에 대한 저감도를 위하여 저주파수 및 고주파수에서 특이값을 일치시킨다.
- (c) 교차주파수는 10(rad/sec)이다.

정상상태 오차가 영이 되도록 적분요소를 포함하는 설계플랜트 모델을 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta x &= Fx(k) + Gu(k) \\ y &= Cx(k) \end{aligned}$$

여기서, 행렬 F, G, C 는 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_p & F_p \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad C_p]$$

3장에서 제시한 δ -변환에 의한 LQG/LTR 보상기의 설계 파라미터중에서 μ, ρ 와 칼만필터이득 H_δ 와 LQR 문제의 이득행렬 G_δ 는 식(3.9), (3.11), (3.13)으로부터 MATLAB[23]을 이용하여 구하였는데 그 값은 다음과 같다.

$$\mu = 0.01, \quad \rho = 1e-8$$

$$L = \begin{bmatrix} -0.48069 & 0.48069 \\ 0 & 2.9226e-7 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$H_\delta = \begin{bmatrix} 3.9263 & 4.4377 \\ 3.6847e-1 & 3.5911e-2 \\ 8.5945e-1 & 4.1113e-3 \\ 2.6226e-1 & 6.9616e+1 \\ 4.0276e-3 & 1.5231e+1 \\ 0 & 0 \\ -1.0668e-2 & 9.2443 \end{bmatrix}$$

$$G_\delta = \begin{bmatrix} 2.38-1 & 4.204e+2 & 6.776e+3 \\ 2.19-12 & 1.140e-7 & 2.461e-6 \\ -3.281e-7 & -2.643e-5 & 7.687e-8 \\ 2.688e+2 & 5.734e+3 & 7.056e-10 \end{bmatrix}$$

설계파라미터 중에서 ρ 값은 보통 교차 주파수의 10배 정도까지 회복할 수 있도록 정하는데 $\rho = 1e-8$ 일 때의 특이치 선도를 CC[21]를 써서 구하면 그림4.2와 같다. 위의 설계파라미터를 다음의 LQG/LTR 보상기의 전달함 수식에 넣으면 δ -변환에 의한 이산형 LQG/LTR 보상기가 설계된다.

$$K(\gamma) = G_\delta(\gamma I - F + GG_\delta + H_\delta C)^{-1} H_\delta$$

비선형 미분방정식의 해를 구할 수 있는

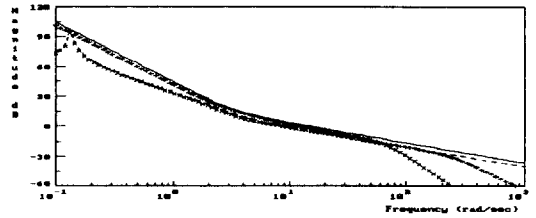


그림 4.2 루우프 전달함수와 목표필터 루우프의 특이치 선도

(목표필터 루우프 최대 특이값 —, 루우프 전달함수 최대 특이값++++, 목표필터 루우프 최소 특이값----, 루우프 전달함수 최소 특이값xxxx)

Fig. 4.2 Singular Value Plots of Loop Transfer Function and Target Filter Loop (Maximum Singular Values of TFL —, Maximum Singular Values of LTF++++, Minimum Singular Values of TFL----, Minimum Singular Values of LTFxxxx)

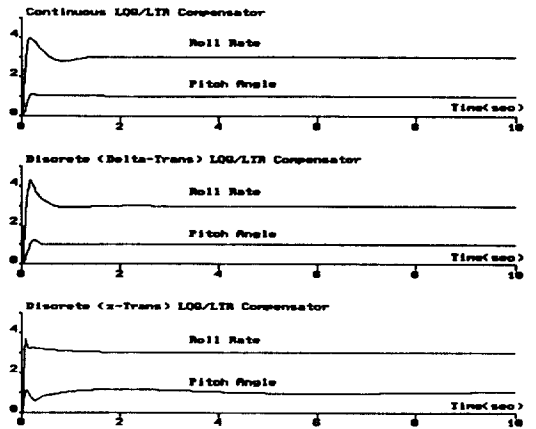


그림 4.3 LQG/LTR 보상기의 계단응답특성
Fig. 4.3 Characteristics of step Response for LQG/LTR Compensator

SIMNON[22]을 이용하여 발사체의 비선형 동특성을 실현시키고 이 보상기를 적용시켜 모의실험을 수행한다. 모의실험에서는 피치와 롤 채널의 기준입력값을 +3276~-3276으로 제한하고 제어입력과 출력이 +32767~-32768을 넘지 않도록 식(3.4)에서와 같이 제어입력과 출력을 다음과 같이 스케일링한다.

○ 연속형 및 δ -변환의 경우

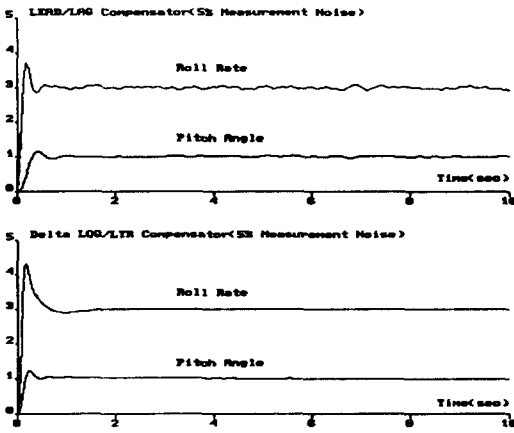


그림 4.4 LQG/LTR 보상기의 측정잡음에 대한 응답특성

Fig. 4.4 Characteristics of step Response with measurement noise for LQG/LTR Compensator

제어입력 스케일링 행렬 $S_u = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.02137 \end{bmatrix}$

플랜트 출력 스케일링 행렬 $S_y = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 65 \end{bmatrix}$

○ z-변환의 경우

제어입력 스케일링 행렬 $S_u = \begin{bmatrix} 4.0e-4 & 0 \\ 0 & 1.549e-3 \end{bmatrix}$

플랜트 출력 스케일링 행렬 $S_y = \begin{bmatrix} 1500 & 0 \\ 0 & 700 \end{bmatrix}$

계단입력에 대한 응답을 구하면 그림 4.3-(2)와 같다. 한편 연속형 LQG/LTR 보상기와 z-변환에 의한 보상기를 마찬가지로 방법으로 설계하여 응답을 구해 보면 각각 그림 4.3-(1)과 4.3-(3)과 같이 된다. 그림 4.4는 δ -LQG/LTR 보상기의 견실성을 고전적 설계기법인 진-지상 보상기[24]와 비교하기 위해 플랜트 출력에 출력크기의 5%가 되는 분산을 갖는 백색 잡음을 측정 잡음으로 포함시켰을 때의 계단응답특성이다.

그림 4.3의 모의실험 결과에서 볼 수 있듯이 δ -변환에 의한 LQG/LTR 보상기는 연속형 LQG/LTR 보상기와 그 응답특성이 비슷함을 확인할 수 있다. 롤 채널의 응답특성에 있어서 δ -변환 LQG/LTR 보상기가 기존의 z-변환 LQG/LTR 보상기보다 오버슈트가 훨씬 크고 지연시간이 긴 것을 알 수 있으나, 상승시간은 짧은 것을 알 수 있다. 피치 채널에 있어서 δ -변환 LQG/LTR 보상기는 z-변환 LQG/LTR 보상기보다 상승시간과 정착 시간에서 우수한 것을 알 수 있다. 그리고 그림

4.4에서의 측정잡음등과 같은 외란에 대해서 δ -LQG/LTR 보상기가 견실한 성능을 보임을 확인할 수 있다.

5. 결 론

이상으로 이 논문에서는 발사체의 자동조종장치 시스템의 수학적 모델링 과정 및 제어기 설계방법을 제시하였다. 제어기로는 LQG/LTR 방법을 사용하였으며 설계기법으로는 δ -평면 설계법을 이용하여 이산화 과정에서 발생하는 수치오차 문제를 해결하였다. 발사체의 롤, 요 채널의 선형화 모델을 유도하여 3장에서는 δ -변환을 이용한 연속-이산형 LQG/LTR 제어기 알고리즘을 제시하였다. 4장에서는 모의실험을 통하여 3장에서 구성한 제어기 알고리즘과 z-변환에 의한 보상기 및 진-지상 보상기와 비교하여 δ -변환을 이용한 제어기의 우수성을 입증하였다. 이 논문에서 제시한 설계법에서는 이산화 오차의 문제가 거의 해소됨을 확인하였으며, 설계된 제어기의 성능이 만족할만 함을 확인해 보았다.

이 논문에서 제시한 설계법에 따라 제어기를 설계하고, 마이크로 컴퓨터시스템으로써 자동조종장치를 실현시켜 비행모의실험을 수행하는 것이 계속되어야 할 과제이다.

이 논문은 과학기술처의 국책과제 "과학 위성체의 유도제어 시스템에 대한 연구(책임 연구원: 서울대 이장규 교수)"의 위탁과제인 "과학 위성체의 자동조종장치에 관한 연구"의 제1차년도 연구결과와 일부입니다.

참 고 문 헌

- [1] R.H. Middleton and G.C. Goodwin, Digital Control and Estimation: A Unified Approach, Prentice Hall, New Jersey, 1990.
- [2] L. Greensite, Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems: Control Theory, volume 2, Spartan Books, 1970.
- [3] J.H. Blakelock, Automatic Control of Aircraft and Missiles, John Wiley and Sons, Inc, 1965.
- [4] 노오현, 위성 발사체 시스템에 대한 기초연구 II, 과학기술처 특정 연구개발 과제 최종 보고서, 1990.
- [5] C.S. Draper, "Control, navigation, and guid-

- ance," IEEE Control Systems Magazine, pp. 4~7, Dec. 1981.
- [6] N.J. Krikelis and S.D. Fassois, "Micro-processor Implementation of PID Controllers and Lead-Lag Compensators," IEEE Trans. Indust. Electronics, Vol. IE-31, No. 1, pp. 79~85, Feb. 1984.
- [7] S.N. Franklin and J. Ackerman, "Robust Flight Control : A Design Example," J. Guidance and Control, Vol. 4, No. 6, pp. 597~605, Nov. -Dec., 1981.
- [8] K.M. Sobel and E.Y. Shapiro, "Eigen-structure Assignment for Design of Multimode Flight Control Systems," IEEE Control System Magazine, pp. 9~15, May 1985.
- [9] J.C. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design : Concepts for a classical/modern synthesis," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-26, pp. 4~15, Feb. 1986.
- [10] G. Stein and M. Athans, "The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-32, pp. 105~114, Feb. 1987.
- [11] M. Athans, "A tutorial on the LQG/LTR method," Proc. 1986 American Control Conference, Vol. 3, pp. 1289~1296, June 1986.
- [12] M. Athans, "Linear-Quadratic Gaussian with Loop-Transfer Recovery methodology for the F-100 Engine," J. Guidance, Vol. 9, pp. 45~52, Jan. 1986.
- [13] C.L. Sheperd and L. Valavani, "Autopilot design for bank-to-turn missiles using LQG/LTR methodology," Proc. 1988 American Control Conference, Vol. 1, June 1988.
- [14] S. Garg, "Turbofan engine control system design using the LQG/LTR methodology," Proc. 1988 American Control Conference, Vol. 1, pp. 134~141, June 1988.
- [15] S.V. Rao and M.S. Mattice, "Design of reduced order LQG/LTR controllers for target-gun system," Proc. 1989 American Control Conference, vol. 1, pp. 312~315, June 1989.
- [16] 양재운, 박수홍, 조윤철, 조겸래, "LQG/LTR을 이용한 인공위성의 자세제어에 관한 연구," 1990. 한국 항공우주학회 추계 학술 발표회 논문집, pp. 337~346, Nov. 1990.
- [17] 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1988.
- [18] K.J. Astrom and B. Wittenmark, Computer Controlled Systems : Theory and Design, 2nd Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.
- [19] B.C. Kuo, Digital Control Systems, Rinehart and Winston, Inc., 1980.
- [20] C. Phillips and T. Nagle, Digital Control Systems Analysis and Design, Prentice-Hall, 1984.
- [21] P.M. Thompson, Program CC Version 4 Reference Manual, Vol. 1~2, Systems Technology, Inc., Nov. 1988.
- [22] K.J. Astrom and B. Wittenmark, SIMNON : User's Guide for MS-DOS Computer, SSPA System, Jan. 1990.
- [23] Math Works, Inc., PC-MATLAB, 1987.
- [24] 이명의, 권오규, " δ -변환에 의한 발사체의 디지털 자동조종장치설계," 한국 항공우주학회지, Vol. 19, No. 1, pp. 1~10, Mar. 1991.
- [25] Z. Zhang and J.S. Freudenberg, "Loop Transfer Recovery for Nonminimum Phase Plants," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 35, no. 5, pp. 547~553, May 1990.