

미디어 형태의 예측기를 이용한 DPCM시스템

DPCM with Median Type Predictors

崔 眞 豪* · 李 勇 勳**
(Jin-Ho Choi · Yong-Hoon Lee)

Abstract- A DPCM system employing a median predictor, which is called the predictive median-DPCM(PM-DPCM), is proposed. An interesting observation that in PM-DPCM transmission errors are often isolated and not propagated over the reconstructed signal is made, and is analyzed deterministically and statistically. In addition, it is shown that the decoder of the PM-DPCM is always a stable system. In order to examine the performance characteristics of PM-DPCM, it is applied to real images. The results indicate that reconstructed images through the PM-DPCM can be better than those through the standard DPCM when transmission errors occur, and that under noise-free conditions the PM-DPCM performs like the standard DPCM.

1. 서 론

예측 부호화(predictive coding) 방식의 일종인 Differential Pulse Code Modulation(DPCM)은 매우 유용한 신호 압축 방법으로 음성, 영상 등 다양한 신호의 전송 양을 줄이는데 사용되어 왔다[1]. DPCM에서는 신호의 과거 값을 이용해 현재의 신호 값을 예측한 후 예측 값과 실제 값의 차인 예측 오차만 전송함으로써 신호 압축효과를 얻게 된다. 이 방식은 신호를 높은 질로 전송할 수 있고, 구현이 간단하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 DPCM은 전송 선로의 잡음에 매우 민감하여, 잡음이 있을 경우 복원된 신호의 질은 매우 떨어지

게 된다. 이 문제를 극복하기 위해 PCM성분을 DPCM에 더하는 Hybrid D-PCM기법등이 소개되었다[5, 6, 10]. 이러한 변형된 DPCM기법은 잡음에 강하나 구현이 상대적으로 복잡하다.

DPCM에서 신호 예측은 finite impulse response(FIR)를 가진 선형 예측기(linear predictor)가 사용되어 왔다. 선형 예측기는 일반적으로 입력 신호를 wide sense stationary(WSS) 랜덤 프로세스(random process)로 가정하고 예측 오차의 분산(variance)이 최소화되도록 설계된다. 따라서 이 예측기는 신호가 WSS가정을 만족할 때는 잘 작동하지만 그 가정이 만족되지 않는 부분(예: 영상 신호의 edge부분)에서는 성능이 떨어진다. 이 문제를 해결하기 위해서 적응형 예측기(adaptive predictor)의 사용이 권장되어 왔다[1]. 하지만 적응형 예측기는 DPCM의 구현을 복잡하게 하거나 전송될 신호의 양을 증가시키는 부정적인 측면이 있다. 최근에 적응형 예측기의 대안으로 비선형

*正 會 員 : KAIST 電氣 및 電子工學科 博士課程

**正 會 員 : KAIST 電氣 및 電子工學科 助教授 · 工博

接受日字 : 1990年 12月 20日

1次修正 : 1991年 3月 19日

예측기의 사용이 제안되었다. Salo등은 [9]에서 선형 FIR시스템과 비선형 미디언 operator의 조합 형태인 FIR median hybrid(FMH) operator를 DPCM에서의 예측기로 사용하여 특히 영상의 edge부분에서 선형 예측기보다 나은 예측을 함을 보였다. 이러한 현상은 미디언 operator의 edge보존 성질[7]에 기인한다. FMH예측기는 그 구현이 간단하여 이 예측기를 가진 DPCM시스템은 구현의 복잡도에 있어서 표준형 DPCM시스템과 큰 차이가 없다.

본 논문에서 우리는 우선 미디언 operator를 예측기로 사용한 DPCM시스템이 전송선로의 잡음에 강할 수 있다는 새로운 사실을 관찰하겠다. 특히 우리가 보일 것은 미디언 예측기를 사용한 DPCM시스템이, 표준형 DPCM과 달리, 복원된 신호에서 전송 도중 발생한 잡음을 전달시키지 않고 고립시키는 성질이 있다는 것이다. (불행하게도 Salo 등[9]이 사용한 FMH operator를 이용한 예측기는 선형 operator와 결합되어 있어서, 그들이 제안한 DPCM시스템은 잡음에 약하다.) 이 잡음 고립 성질은 결정론적인 그리고 통계적인 방법으로 분석된다. 또한 미디언 형태의 예측기를 포함하는 복호화기의 궤환(feedback)시스템이 항상 안정적(stable)임이 보여진다. 마지막으로 우리는 전송선로의 잡음에 강하며 좋은 예측을 할 수 있는 미디언형 예측기를 가진 DPCM시스템을 제안하고, 그 성능을 기존의 선형 또는 비선형 예측기를 사용한 DPCM시스템들과 영상 신호를 사용한 실험을 통해 비교하겠다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제 II 절에서 미디언 형태의 예측기를 이용한 DPCM의 예를 통하여 이 시스템의 잡음 고립 성질이 보여진다. 그리고 결정론적인 해석을 통하여 잡음 고립 성질을 분석하며 제안된 DPCM시스템의 안정성을 보이겠다. 잡음 고립성질의 통계적인 분석은 제 III 절에 서술되며 실험 결과는 제 IV 절에서 보여진다.

2. 미디언 형태의 예측기를 이용한 DPCM시스템

그림 1은 잘 알려져 있는 DPCM시스템의 구성도이다. 여기에서 예측기를 크기가 M인 미디언(median)예측기로 한다면 현재의 입력 y(n)의 예측 값 $\hat{y}(n)$ 은

$$\hat{y}(n) = \text{median}[y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-M)] \quad (2.1)$$

즉 $\hat{y}(n)$ 은 최근 M개 입력들의 중간 값[또는

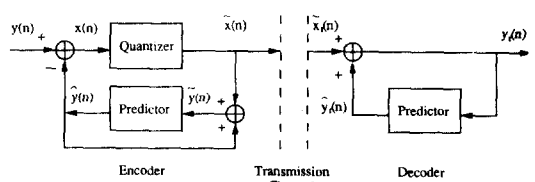


그림 1 DPCM 시스템

Fig. 1 Block diagram of a DPCM system.

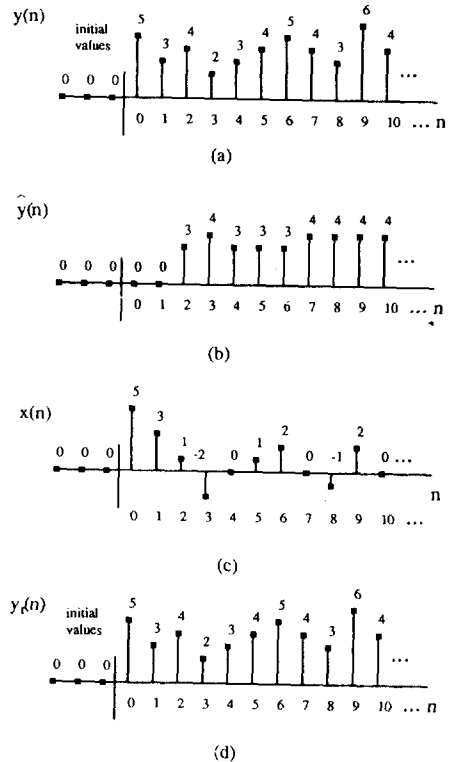


그림 2 (a) 원 신호, (b) M = 3인 미디언 예측기의 출력, (c) 예측 오차신호, (d) 복원된 신호.

Fig. 2 Signal reconstruction through the median predictor without noise, (a) the original signal. (b) the output of the median predictor of M=3, (c) the prediction error signal. (d) the reconstructed signal.

(M+1)/2번째로 작은 값]이다. 여기에서 M은 항상 홀수로 가정된다. PM-DPCM시스템은 선형 예측기를 사용한 DPCM과 마찬가지로 수신단에서 원래 신호를 복원할 수 있다. 그림 2에서 양자화기(quantizer)의 효과를 무시하고[즉, 예측 오차

$x(n)$ 은 양자화된 예측 오차 $\hat{x}(n)$ 과 같음], 전송 선로에 잡음이 없다면[즉, 수신 예측 오차 $x_r(n)=x(n)$], 복원된 신호 $y_r(n)$ 은

$$y_r(n) = x(n) + \text{median}[y_r(n-1), y_r(n-2), \dots, y_r(n-M)] \quad (2.2)$$

이 식에서 $y_r(n-i)=y(n-i)$, $i=1, 2, \dots, M$, 이면 $y_r(n)=y(n)$ 이 된다. 그 이유는 송신단에서 예측 오차 신호 $x(n)$ 은

$$x(n) = y(n) - \text{median}[y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-M)] \quad (2.3)$$

으로 나타내어지기 때문이다. 신호 복원에 대한 예는 그림 2에서 보여진다. 이 그림에서 $M=3$ 이며 $y(n)$ 과 $x(n)$ 의 초기치들은 0(영)이다. 우리는 복원된 신호 $y_r(n)$ 이 원래 입력과 완전히 같음을 볼 수 있다.

일반적으로 WSS신호에 미디언 operator를 적용했을 경우 그 출력 분산(output variance)은 같은 신호에 사용된 적절한 선형 operator의 출력 분산보다 크다. 따라서 PM-DPCM에서 미디언 예측기에 의한 예측 오차의 분산은 표준 DPCM의 최적 설계된 선형 예측기의 오차 분산보다 통상 클 것이라는 예상을 할 수 있다. 예측 오차의 분산에 대한 통계적인 연구는 [3]절에 서술되는데 그 곳에서 우리는 이 예측기들을 1차원 및 2차원 신호들에 적용한 후 그들의 예측 오차를 비교하였으며, WSS가 아닌 신호에 대하여는 미디언 예측기가 더 작은 예측 오차 분산을 낼 수 있다는 것을 보였다.

[3]절에 서술한 바와 같이 PM-DPCM의 장점 중 하나는 이 시스템이 잡음을 고립시킬 수 있다는 것이다. 아래에서 우리는 이 성질을 그림 3의 예를 통해 보인 후, 분석하겠다. 이 과정을 조금 간략하게 하기 위해 양자화기의 영향은 무시된다. 그림 3(a)는 수신된 예측 오차 신호이다. 이 신호는 시간계수(time index) $n=6$ 에서의 값을 제외하면 신호와 동일하다. ($n=6$ 에서는 잡음이 신호 값을 변화시켰다.) 그림 3(b)는 (a)의 신호를 사용하여 복원된 신호인데 잡음은 $n=6$ 에서만 나타나고 나머지 값들은 그림 2(d)의 복원 신호 값들과 같음을 볼 수 있다. 즉 impulse잡음은 고립되고, 그 이후의 복원 값들에 영향을 미치지 않았다. 이 현상을 설명하기 위해 먼저 그림 2(a)를 보자. 여기서 $y(6)$ 의 값은 근처 값들 중에서 가장 큰 값으로 어떤 시간 계수에서도 $M=3$ 인 미디언 예측기의 출력으로 뽑히지 않음을 알 수 있다(그림 2(b)

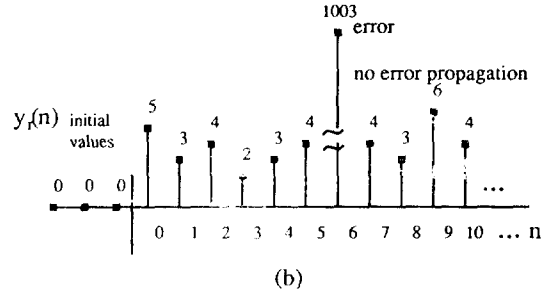
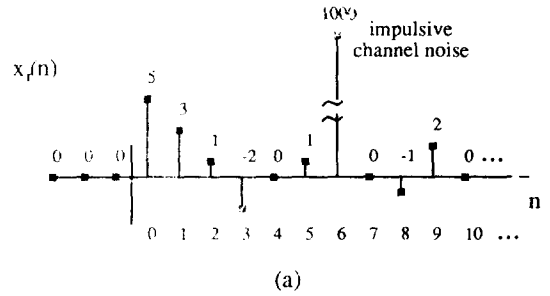


그림 3 (a) 전송 선로의 잡음에 의해 변화된 $x(n)$, (b) 이 신호를 이용하여 복원된 신호.

Fig. 3 Signal reconstruction through the same predictor as in Fig. 2. with an error at $n=6$ (a) the prediction error signal, $x_r(n)$ which is changed by a transmission channel error. (b) the reconstructed signal from $x_r(n)$.

참조). 그림 3(a)에서 잡음은 양(positive)방향 잡음으로 $n=6$ 에서 복원된 신호 $y_r(6)$ 의 값을 원래 신호의 값보다 더욱 크게 한다. 따라서 이 예에서 $n=7, 8, 9$ 에 대하여

$$\begin{aligned} & \text{median}[y_r(n-1), y_r(n-2), y_r(n-3)] \\ & = \text{median}[y(n-1), y(n-2), y(n-3)] \end{aligned} \quad (2.4)$$

이 성립하며 $y_r(n)=y(n)$ 이 된다. 일반적으로 미디언 예측기를 사용했을 경우 많은 입력 신호값들이 예측기의 출력으로 결코 뽑히지 않게 되며 이러한 값들의 시간 계수에서 전송 선로 잡음이 발생했을 경우 복호화기(decoder)의 미디언 예측기가 잡음이 섞인 값들을 선택하지 않고 송신단에서와 같은 예측을 한다면 잡음 고립 현상이 나타나게 된다. 이 관측을 체계적으로 서술하면 다음과 같다.

관측 1: 단 한 개의 잡음이 시간 계수 $n=n_0$ 에서 발생하였다고 하자. 즉 $x(n_0) \neq x_r(n_0)$, 그러나 $n \neq n_0$ 인 모든 n 에 대해 $x(n)=x_r(n)$. 이 경우

$n_0+1 \leq n \leq n_0+M$ 인 모든 n 에 대해 다음 두 조건 중 하나를 만족한다면 잡음은 고립된다.

조건 1 : $y(n_0) >$
 $\text{median}[y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-M)]$ 일때

$y_r(n_0) >$
 $\text{median}[y_r(n-1), y_r(n-2),$

$\dots, y_r(n-M)]$

조건 2 : $y(n_0) >$
 $\text{median}[y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-M)]$ 일때

$y_r(n_0) >$
 $\text{median}[y_r(n-1), y_r(n-2), \dots, y_r(n-M)]$

이 관측의 증명은 매우 쉬우므로 생략한다. 잡음이 여러 개 발생한 경우 그들의 시간 계수가 충분히 떨어져 있다면(예 : 시간 계수 n_0 와 n_1 에서 잡음이 발생한 경우 $|n_0 - n_1| \geq M$) 위의 관측은 계속 성립된다. 그러나 가까운 위치에서 여러 개의 잡음이 발생한 경우에는 PM-DPCM시스템이 이들을 고립시킬 수 있는 확률은 매우 떨어진다. 다음에서 우리는 잡음이 고립되지 않고 전달되는 경우를 살펴보기로 한다. 앞에서와 같이 잡음이 시간 계수 n_0 에서 발생하였다고 하자. 이 때 이 잡음이 고립되지 않았다면 잡음은 전달되는데 이 전달 잡음을 $e_p(n)$, $n > n_0$,으로 나타내자. 그러면

$$\begin{aligned} e_p(n) &= y_r(n) - y(n) \\ &= x_r(n) + \text{median}[y_r(n-i), i=1, \dots, M] \\ &\quad - \{x(n) + \text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M]\} \\ &= \text{median}[y_r(n-i), i=1, \dots, M] \\ &\quad - \text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M] \end{aligned} \quad (2.5)$$

위의 식에서 $n > n_0$ 에서 $n_r(n) = x(n)$ 임을 가정했기 때문에 2번째 등식이 성립한다.

아래에서 우리는 $|e_p(n)|$ 이 n_0 에서 발생한 잡음 값보다 작다는 것을 보임으로써 제안된 PM-DPCM시스템이 안정적(stable)임을 증명하겠다.

정리 1 : 시간 계수 n_0 에서 잡음이 끼었을 때 즉 $x_r(n_0) = x(n) + e$ 일때, $n > n_0$ 인 모든 n 에 대해

$$\begin{aligned} \min[e_p(n-i), i=1, \dots, M] &\leq e_p(n) \leq \\ \max[e_p(n-i), i=1, \dots, M] &\end{aligned} \quad (2.6)$$

이 정리의 증명은 길어서 부록에 서술되었다. 식 (2.6)는 현재의 전달 잡음 $e_p(n)$ 이 과거의 전달 잡음들에 의해 제한되는 것을 보여 준다. 여기

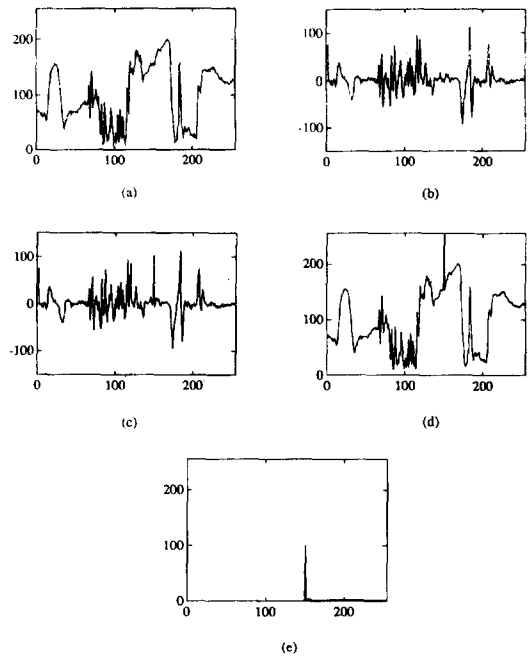


그림 4 (a) 원 신호 $y(n)$, (b) 예측 오차 신호 $x(n)$, (c) 수신된 예측 오차 신호 $x_r(n)$, (d) 복원된 신호 $y_r(n)$, (e) 원 신호와 복원된 신호의 차 $|y(n) - y_r(n)|$.

Fig. 4 An example for one row of real image signals. (a) the original signal $y(n)$, (b) the prediction error signal $x(n)$ (c) the received error signal $x_r(n)$ (d) the reconstructed signal $y_r(n)$ (e) the difference between $y(n)$ and $y_r(n)$, $|y(n) - y_r(n)|$.

에서 모든 $n > n_0$ 와 i , $1 \leq i \leq M$ 에 대해 $|e_p(n-i)| \leq |e|$ 이므로

$$|e_p(n)| \leq |e|. \quad (2.7)$$

그림 4는 제안된 PM-DPCM ($M=3$)을 영상 신호(Lena image, 그림 8 참조)의 한 줄에 적용하였을 때의 결과를 보인다. 그림 4(c)의 수신된 예측 오차 신호는 $n=150$ 에서 잡음 $e=100$ 을 가지고 있다. 원래 신호와 복원된 신호의 차이는 그림 4(e)에 보인다. 이 경우 이 PM-DPCM은 잡음을 고립시키지 못함을 알 수 있다. 그러나 $n=150$ 이후 잡음값은 급격히 감소된다. 이러한 잡음 감소 현상은 4절의 실험 결과를 통하여 다시 보여질 것이다.

이제까지 우리는 1차원(1-D) PM-DPCM의 성과와 성질을 살펴보았다. 이러한 성질들은 아래에 서술되는 바와 같이 2차원(2-D)으로 직접 확장된

원 신호 $y(n)$: 0 0 0 1 1 1 1
 예측 오차 $x(n)$: 0 0 0 1 1 0 0
 복원된 신호 $\hat{y}(n)$: 0 0 0 1 1 1 1

(a)

원 신호 $y(n)$: 0 0 0 1 1 1 1
 예측 오차 $x(n)$: 0 0 0 0 1 0 0
 복원된 신호 $\hat{y}(n)$: 0 0 0 0 0 0 0

(b)

그림 5 이진 신호의 PM-DPCM : (초기 조건은 모두 0이고, $M = 3$ 이다.) (a) 잡음이 없는 경우, (b) 잡음이 있는 경우 : 잡음에 의해 edge 정보가 반감되어 복원된 신호에 edge가 사라졌다.

Fig. 5 The PM-DPCM for a binary input signal. All initial values are zero and $M = 3$, (a) without noise. (b) with noise ; the edge informations are halved and disappear in the reconstructed signal.

다. 2차원 PM-DPCM을 위한 미디언 예측기는 크기가 3인 다음 두가지만을 고려하겠다.

$$\text{Med1} : \hat{y}(m, n) = \text{median}[y(m-1, n+1), y(m-1, n), y(m, n-1)] \quad (2.8)$$

$$\text{Med2} : \hat{y}(m, n) = \text{median}[y(m-1, n-1), y(m-1, n), y(m, n-1)] \quad (2.9)$$

식 (2.8)과 식 (2.9)의 예측기들은 각각 Med1, Med2 예측기라 불리워질 것이다. 이러한 예측기를 가진 2-D PM-DPCM은 1차원에서와 마찬가지로 오차 고립 성질을 가지고 있고 안정된(stable) 시스템이다. 이는 관측 1과 정리 1이 2차원인 경우에도 직접 적용되기 때문이다(부록에 있는 정리 1의 증명이 다차원에서도 성립하는 것을 쉽게 볼 수 있다). 2차원 PM-DPCM의 성능은 4절에서 실험을 통해 보이겠다.

이 절에서 마지막으로 1-D 및 2-D PM-DPCM 시스템들의 신호 edge부근에서의 성능을 살펴보겠다. 특히 edge에서 잡음이 발생했을 때 1-D PM-DPCM이 edge에 대한 정보를 잃어버리는 현상을 보이고자 한다. 이를 위해 이진 신호들에 PM-DPCM을 적용한 결과를 그림 5와 6에 보였다. 그림 5(a)는 잡음이 없을 때 1차원 이진 신호에 대한 PM-DPCM의 결과이다($M = 3$). 예상대로

원 신호 $y(m,n)$: 0 0 0 1 1
 0 0 1 1 1
 0 1 1 1 1

예측 오차 $x(m,n)$: 0 0 0 1 0
 0 0 1 0 0
 0 1 0 0 0

복원된 신호 $\hat{y}(n)$: 0 0 0 1 1
 0 0 1 1 1
 0 1 1 1 1

(a)

원 신호 $y(m,n)$: 0 0 0 1 1
 0 0 1 1 1
 0 1 1 1 1

예측 오차 $x(m,n)$: 0 0 0 1 0
 0 0 1 0 0
 0 0 0 0 0

error

복원된 신호 $\hat{y}(n)$: 0 0 0 1 1
 0 0 1 1 1
 0 0 1 1 1

(b)

그림 6 이차원 이진 신호의 PM-DPCM : (초기 조건은 모두 0이고, 예측기는 Med1이다.) (a) 잡음이 없는 경우, (b) 잡음이 있는 경우 : 잡음에 의해 edge 정보가 반감되어 복원된 신호에 edge가 사라졌다.

Fig. 6 The PM-DPCM using Med1 predictor for a 2-D input signal. All initial values are zero. (a) without noise (b) with noise ; only the point with the error is affected and edge informations remain.

원래 신호가 복원됨을 보여준다. 여기에서 예측오차 신호들 $x(n)$, $x_r(n)$ 에서 edge에 대한 정보가 단 두 점에 주어져 있음이 관찰된다. 그림 5(b)는 잡음이 edge에서 발생하여 $x_r(n)$ 에서 edge정보가 반감되었다. 이때 $y_r(n)$ 에서 edge가 사라지며 원래 신호가 복원되지 못함을 볼 수 있다. 따라서 1-D PM-DPCM의 사용은 상당한 주의가 필요하다. 이 현상은 2-D PM-DPCM에서는 발생하지 않는다. 그림 6(a)와 (b)는 2차원 이진 신호에서 각각 잡음이 없을 경우와 존재하는 경우를 보인다. 이 경우 edge정보는 edge선을 따라서 예측오차 $x(m, n)$ 의 여러 점에 분포되며 한 점에서의 잡음 때문에 모든 edge가 사라지는 현상은 볼 수 없다. 이러한 사실은 4절의 실험에서 더욱 확실히 보여진다.

3. PM-DPCM의 통계적 성질

이 절에서는 PM-DPCM의 통계적 성질들이 유

도되며, 또 그들은 표준형 DPCM의 성질들과 비교된다. 통계적 성질들은 다음 두 가지 관점에서 고찰된다. 첫번째로 송신단에서 예측 오차 신호의 분산이 구해지며 두번째로는 전송선로 잡음이 발생하였을 때 수신단에서 복원된 신호의 기대값이 구해진다. 이 과정들에서 앞의 절에서와 마찬가지로 양자화 영향(quantization effect)은 무시된다.

3.1 예측 오차(prediction error)의 분산(variance)

잘 알려진 대로 DPCM에서는 예측 오차 신호 $x(n)$ 의 분산이 작을수록 높은 데이터 감축효과를 얻을 수 있다. PM-DPCM에서 예측 오차 $x(n)$ 은

$$x(n) = y(n) - \text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M] \\ = \text{median}[y(n) - y(n-i), i=1, \dots, M] \quad (3.1)$$

$x(n)$ 의 분산은 (2.10)식의 $y(n) - y(n-i), i=1, \dots, M$ 의 joint pdf(probability density function)가 주어지면 수치 적분(numerical integration)을 통해 구할 수 있다. 우리는 입력 신호 $y(n)$ 을 Gaussian분포를 가진 AR(autoregressive)프로세스로 가정하고 $M=3$ 인 경우에 대하여 $x(n)$ 의 분산을 수치적으로 계산하였다. 자세히 말하면

$$y(n) = ay(n-1) + w(n) \quad (3.2)$$

여기에서 $w(n)$ 은 $N(0, 1)$ 분포의 iid(independently and identically distributed) white noise이며 $a=0.9$ 로 가정했다. 또한 $\text{Var}[x(n)] = E[x^2(n)]$ 이 되는데 이는 $y(n)$ 이 Gaussian분포인 WSS프로세스이므로 (3.1)식에서 $E[\text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M]] = E[y(n-i)] = E[y(n)]$ 이 되어 $E[x(n)] = 0$ 이 성립하기 때문이다. 그러므로 $M=3$ 일때

$$\text{Var}[x(n)] = \int_{R^3} \{\text{median}(\nu_1, \nu_2, \nu_3)\}^2 p(\nu_1, \nu_2, \nu_3) d\nu_1 d\nu_2 d\nu_3 \quad (3.3)$$

이 식에서 $\nu_i = y(n) - y(n-i), i=1, 2, 3$, 이고 $p(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ 는 ν_1, ν_2, ν_3 의 joint pdf이다. 이 식을 수치 적분하여 얻은 분산 값은 $\text{Var}[x(n)] = 1.711$ 이다. 식 (3.2)의 AR프로세스에 대한 선형 최적 예측기의 예측 오차 분산은 $w(n)$ 의 분산 값과 같으므로 1이다. 따라서 예상되었던 대로 미디언 예측기가 최적 선형 예측기에 비해 큰 분산 값을 가진다. 이 결과는 이차원 미디언 예측기에 대하여도 바로 확장될 수 있다. 그러나 그것에 대한 서술은 길고 직접적인 확장이므로 생략하기로 한다.

다음에 우리는 신호에 edge가 있을 경우의 예측 오차 분산을 살펴볼 것이다. 이 경우는 위와 같이 수치 적분을 사용하는 방법의 적용도 어렵기 때문에 간단한 컴퓨터 모사(simulation)를 통하여 분산 값을 구했다. 우선 우리는 컴퓨터를 사용하여 20×20 크기의 이차원 AR신호 $u(m, n)$ 을 발생시켰다.

$$u(m, n) = 0.9\{u(m, n-1) + u(m-1, n)\} \\ - 0.81u(m-1, n-1) + w(m, n) \quad (3.4)$$

위의 식에서 $w(m, n)$ 은 Gaussian분포를 갖는 평균이 0이고 분산이 1인 white noise이다. 그리고 각각 수평과 수직 edge를 가진 2가지 입력 신호 $y_1(m, n), y_2(m, n)$ 를 만들었다.

$$y_1(m, n) = \begin{cases} u(m, n), & 1 \leq m \leq 10, 1 \leq n \leq 20 \\ u(m, n) + 50, & 11 \leq m \leq 20, 1 \leq n \leq 20 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$y_2(m, n) = \begin{cases} u(m, n), & 1 \leq m \leq 20, 1 \leq n \leq 10 \\ u(m, n) + 50, & 1 \leq m \leq 20, 11 \leq n \leq 20 \end{cases} \quad (3.6)$$

이 입력 신호들에 1, 2차원 예측기들을 적용한 후 각 예측기에 대해 그들이 edge에서 발생시킨 예측 오차의 절대값의 평균을 edge를 따라가면서 구하였다. 이와 같은 과정을 10번 반복하여 매번 구해진 예측 오차의 절대값의 평균을 또 평균하였다. 적용된 예측기는 일차원 선형 최적 예측기 [$\hat{y}(m, n) = 0.9y(m, n-1)$], 일차원 미디언 예측기 ($M=3$), 이차원 미디언 예측기 [식 (2.8)과 (2.9)의 Med1 및 Med2], 이차원 선형 예측기 및 FMH 예측기 [9] 등이다. 이 중 FMH operation을 이용한 예측기 및 이차원 선형 예측기의 정의는 다음과 같다.

$$\text{FMH} : \hat{y}(m, n) = \text{median}[y(m-1, n), \\ y(m-1, n), y(m, n-1), f, p], \\ \text{where } f = 0.5y(m, n-1) + \\ 0.25(y(m-1, n) + y(m-1, n+1)), \\ p = y(m, n-1) + y(m-1, n) \\ - y(m-1, n-1) \quad (3.7)$$

$$\text{Lin1} : \hat{y}(m, n) = 0.9y(m-1, n) + 0.9y(m, n-1) - 0.81y(m-1, n-1) \quad (3.8)$$

$$\text{Lin2} : \hat{y}(m, n) = 0.5y(m-1, n) + 0.25y(m, n-1) + 0.25y(m-1, n-1) \quad (3.9)$$

식 (3.8)의 예측기는 이차원 AR일 때의 선형 최

표 1 Edge를 포함한 신호의 예측 오차의 추정 (estimated) 분산

Table 1 The estimated variance of prediction errors for a signal including an edge.

사용된 예측기	수직 edge	수평 edge
Med1예측기	2.03	46.30
Med2예측기	49.77	48.62
Lin1예측기	5.18	4.89
Lin2예측기	25.85	24.04
FMH예측기	1.02	24.04
일차원 선형 예측기	50.73	
일차원 미디언 예측기	50.57	

적 예측기이며 식 (3.9)는 [19]에서 제안된 예측기이다. 위에 서술된 과정을 통하여 구해진 결과는 표 1에 정리되었다. 이 표에서 우리는 1-D예측기가 2-D예측기보다 큰 예측오차를 낸다는 잘 알려진 사실을 볼 수 있다. 또 대개 미디언 예측기가 선형 예측기에 비해 예측 오차가 크다는 것이 보여진다. 그러나 주목할 사실은 Med1이 수직 edge에 대해 상당히 작은 예측 오차를 낸다는 것이다. 이 사실은 식 (2.8)의 Med1에서 수직 edge가 $y(m-1, n)$ 과 $y(m, n-1)$ 사이에서 발생시 $y(m-1, n)$, $y(m-1, n+1)$ 그리고 $x(m, n)$ 이 모두 edge의 오른쪽에 있게 되는 것에 기인한다. 다음 절의 실제 영상을 사용한 실험에서 우리는 Med1예측기가 상당히 작은 예측 오차를 내는 것을 보게 된다. 표 1에서 또한 FMH예측기가 수직과 수평 edge모두에 대해 비교적 좋은 성능을 가짐을 볼 수 있다.

3.2 복원된 신호의 기대값

PM-DPCM시스템의 잡음에 대한 강인성(robustness)을 통계적으로 보기 위해 일차원 PM-DPCM에서 전달 잡음의 조건부 기대 값(conditional expectation value)이 수치적분을 통해 구해진다. 특히 $n=n_0$ 에서 e 의 값을 가진 잡음이 발생했을 때 $[x_r(n_0)=x(n_0)+e]$, $E\{e_p(n_0+1)|e\}$ 의 값이 얻어진다. 여기에서 잡음 e 와 입력 신호 $y(n)$ 은 통계적으로 독립(statistically independent)임이 가정된다. 식 (2.5)으로 부터 전달 오차 $e_p(n_0+1)$ 은

$$e_p(n_0+1) = \text{median}[y(n_0-i), i=0, \dots, M-1] - \text{median}[y_r(n_0-i), i=0, \dots, M-1] \quad (3.10)$$

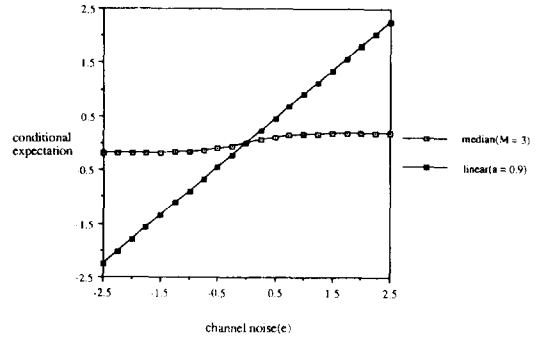


그림 7 조건부 평균 $E\{e_p(n_0+1)|e\}$ 의 plot.

Fig. 7 The conditional expectation, $E\{e_p(n_0+1)|e\}$.

이므로 조건부 기대값은

$$E\{e_p(n_0+1)|e\} = \int_{\mathcal{R}} e_p(n_0+1) p(y_1, y_2, \dots, y_M|e) dy_1 dy_2 \dots dy_M \quad (3.11)$$

이 식에서 $p(y_1, y_2, \dots, y_M|e)$ 은 $y(n_0-i)$, $0 \leq i \leq M-1$ 의 conditional joint pdf이다. 그러나 입력 신호 $y(n)$ 과 잡음 e 는 독립이므로

$$p(y_1, y_2, \dots, y_M|e) = p(y_1, y_2, \dots, y_M) \quad (3.12)$$

그러므로 $p(y_1, y_2, \dots, y_M)$ 이 주어지면 각 e 값에 대해 $E\{e_p(n_0+1)|e\}$ 를 수치 적분으로 구할 수 있다. 그림 7는 $y(n)$ 을 (3.2)식의 AR 프로세스라 했을 때 전달 잡음의 조건부 기대 값을 보여준다 (비교를 위해 선형 최적 예측기를 사용한 표준 DPCM의 전달 오차 값도 보여졌다). 표준 DPCM에서 전달 잡음의 기대 값은 잡음 값 e 에 선형적으로 비례하는 반면 DPCM에서는 전달잡음의 값이 상대적으로 매우 작으며 또 그 값들은 e 에 상관없이 한정되는 것을 볼 수 있다. 따라서 PM-DPCM은 잡음이 impulse성인 경우에도 매우 우수한 성능을 가질 수 있다.

4. 실험 결과

제안된 PM-DPCM과 기존 DPCM시스템들을 비교하기 위해 그들을 영상신호에 적용하였다. 두 가지 영상을 사용하였는데 그들은 그림 8에 보여진 Lena와 Trevor영상이다. 이 영상들은 각 pixel이 8-bit이고 크기는 256×256 이다. 사용된 모든 DPCM은 4-bit DPCM이며, 양자기(quant-

표 2 양자기(quantizer)특성 표. [음(negative)의 입력 값은 절대값을 취한 뒤 위의 표에 의해 대표값을 정하고 출력은 $-y$ 로 한다.]

Table 2 The quantizer specifications. For a negative input value x , the representative value y is determined with its absolute value $|x|$ and $-y$ is given to the output.

입력 값(x)	대표 값(y)
$0 \leq x \leq 4$	2
$4 \leq x \leq 9$	6
$9 \leq x \leq 15$	11
$15 \leq x \leq 21$	18
$21 \leq x \leq 30$	25
$30 \leq x \leq 41$	34
$41 \leq x \leq 59$	48
$59 \leq x \leq 255$	70



그림 8 (a) Lena image, (b) Trevor image(Trevor 영상들 중 5번째 영상임).

Fig. 8 The original images, (a) Lena image, (b) Trevor image (the 5th image of the Trevor image sequences).

izer)는 표 2의 양자기를 이용하였다. 표 3은 앞 절들에서 고려되었던 일, 이차원 예측기들을 이 영상들에 적용했을 때 실험적 분산 값(empirical variance)을 정리한 것이다. 주목할 사실은 Lena 영상에 대하여 Med1예측기가 선형인 Lin1예측기 보다 작은 분산 값을 낸다는 것이다. 이것은 이 영상이 수직 edge성분을 다소 많이 포함하기 때문인 것으로 추측된다. Trevor영상에 대하여는 미디언 예측기들이 선형이나 FMH예측기들에 비해 큰 오차를 가진다. 전송 선로에 잡음이 없을 때는 이들 예측기를 사용한 모든 DPCM시스템들이 원래 영상을 거의 완벽하게 복원함을 볼 수 있다. 그러나 전송 선로에 잡음이 발생하였을 때는 아래에

표 3 영상 신호에 대한 각 예측기의 예측 오차의 추정(estimated)분산.

Table 3 The estimated variance of prediction errors for image signals.

사용된 예측기	영상 신호에 대한 예측 오차의 분산	
	Lena	Trevor
Med1예측기	149	53
Med2예측기	283	71
Lin1예측기	166	18
Lin2예측기	136	29
FMH예측기	128	25

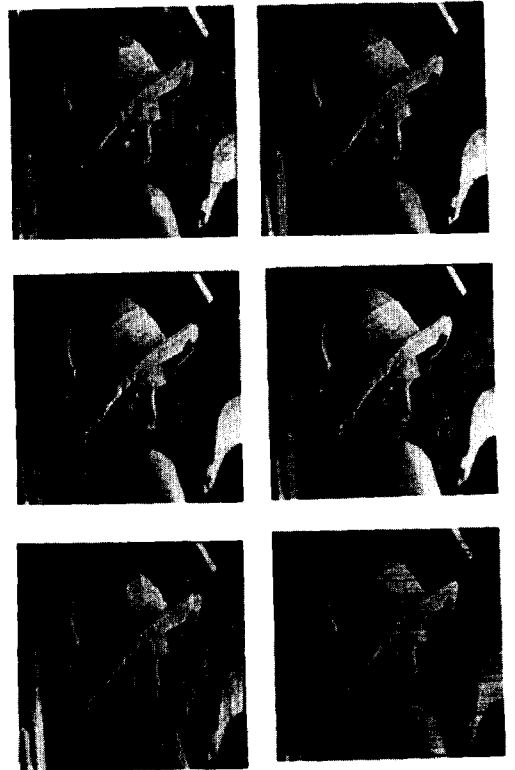


그림 9 $P_e = 0.005$ 일 때 (a) Lin1 예측기의 결과, (b) Lin2 예측기의 결과, (c) Med1 예측기의 결과, (d) Med2 예측기의 결과, (e) FMH 예측기의 결과, (f) 1차원 미디언 예측기의 결과.

Fig. 9 When $P_e=0.005$, the experimental results from (a) the Lin1 predictor, (b) the Lin2 predictor, (c) the Med1 predictor, (d) the Med2 predictor, (e) the FMH predictor, and (f) the 1-D median predictor.

표 4 $P_e=0.005$ 일 때 영상(Lena) 신호에 대한 각 DPCM의 SSE값

Table 4 The ASE values of DPCMs for Lena image when $P_e=0.005$ and $P_e=0(l=5)$.

사용된 예측기	영상(Lena)신호에 대한 SSE
Med1예측기	5.15×10^6
Med2예측기	5.75×10^6
Lin1예측기	1.04×10^6
Lin2예측기	5.26×10^6
FMH예측기	5.02×10^6

서술된 바와 같이 예측기에 따라 큰 차이가 생김을 알 수 있었다.

이 실험에서 전송 선로의 잡음은 $x(n)$ 의 각 bit에서 동일한 확률로 발생한다고 가정하였다. 그 확률은 P_e 로 나타내겠다. 복원된 신호와 원래 신호를 정량적으로 비교하기 위해 각 DPCM에서 두 신호 차이 값들을 제곱한 후 더하였다. 이 때 구해진 양을 SSE(Sum of squared error)로 나타낸다. 구체적으로

$$SSE = \sum_i \sum_j (y_r(i, j) - y_r(i, j))^2 \quad (4.1)$$

표 4는 $P_e=0.005$ 일 때 각 DPCM시스템을 Lena와 Trevor영상에 적용하였을 때 얻어진 SSE값을 보인다. 예상한 대로 이차원 PM-DPCM이 잡음에 대해 우수한 성능을 가짐을 알 수 있다. 기존의 표준 DPCM중에서는 Lin2의 예측기를 가진 시스템이 상당히 잡음에 강함이 보여진다. 이는 이 시스템의 복호화기(decoder)의 시스템 함수의 pole이 unit circle에서 충분히 떨어져서 잡음의 영향을 급격히 감소시키기 때문이다. 그림 9는 $P_e=0.005$ 일때 각 DPCM이 복원한 Lena영상이다. 이차원 Med1예측기를 가진 PM-DPCM이 복원한 영상이 시각적으로 가장 좋음을 알 수 있다. 이 영향은 원래 영상에 매우 가깝다. Lin2 예측기의 DPCM에 의해 복원된 영상은 잡음에 의한 점들을 가지고 있으며 Med2 예측기를 가진 PM-DPCM은 -45° 방향으로 오차 누적 현상이 약간 일어난다. FMH와 Lin1예측기를 사용한 DPCM들은 전송 선로 잡음에 상당히 취약함이 확실히 나타난다. 또한 일차원 PM-DPCM은 edge부근에서 발생한 impulse성 잡음의 영향을 심하게 받아 여러개의 edge가 사라지면서 선이 그어졌다. 우리는 Trevor영상에서도 위와 같은 결과를 볼 수 있었다. 복원된 Trevor영상은 지면 관계상 보이지 않았다.



그림 10 $P_e = 0.01$ 일 때 (a) Med1 예측기의 결과, (b) Med2 예측기의 결과, (c) Lin2 예측기의 결과.

Fig. 10 When $P_e=0.01$, the experimental results from (a) the Med1 predictor, (b) the Med2 predictor, and (c) the Lin2 predictor

그림 10은 $P_e=0.01$ 일 때 복원된 영상들을 보여 준다. 여기서는 $P_e=0.005$ 일 때 가장 좋은 결과를 보였던 Med1, 그 다음으로 좋은 결과를 보인 Med2 및 Lin2예측기들만 고려하였다. 역시 Med1 예측기의 PM-DPCM이 가장 우수함이 눈에 띈다. 이 시스템은 이 경우에도 원래 영상에 가까운 영상을 복원하였다. Med2와 Lin2예측기들을 가진 DPCM에서는 복원된 영상의 질이 더욱 확실히 떨어져 있다.

이 결과들을 요약하면, Med1 예측기를 사용한 PM-DPCM은 매우 우수한 시스템으로 실제 영상에서 전송 선로 잡음에 가장 강할 뿐 아니라 작은 예측 오차까지도 낼 수 있다. 또한 이 미디언 예측기는 기존의 선형 예측기보다도 그 구현이 간단하다. 따라서 많은 실제적인 경우에 있어서 이 PM-DPCM시스템은 매우 유용하리라 믿어진다.

5. 결 론

미디언 형태의 예측기를 이용하여 DPCM시스템을 구성하고 이 시스템의 성능 및 특성을 분석하였다. 이 DPCM은 전송로의 잡음에 강함이 분석

과 실험을 통하여 보여졌다. 또한 비선형 operation인 미디언 예측기를 포함하는 제환(feedback) 시스템인 복호화기의 안정성을 증명하였다. 영상 신호에 대해 이 DPCM을 이용하였으며, 이 때 전송량의 감축비 즉, bit-rate reduction ratio는 4/8 이었다. 기존의 다른 DPCM과 그 성능이 비교되었고 전송로에 잡음이 있는 경우 좋은 성능을 갖고 있음을 실험적으로보였다. 또한 3-bit DPCM에 대해서도 비슷한 결과를 얻을 수 있었으나 이 결과는 중복을 피하기 위해 논문에 포함되지 않았다.

앞으로 해야될 연구로서 미디언의 확장인 Stack [2]이나 WM(Weighted Median) [17] operator를 DPCM의 예측기로 이용하여 보다 작은 예측 오차 분산을 갖고 전송로의 잡음에 강한 DPCM을 구현하는 것이다. 이러한 DPCM은 실제 영상 신호를 잡음이 있는 전송로를 통해 전송하는데 유용하게 쓰여질 수 있을 것이다.

부 록

정리 1의 증명 :

이 증명을 위해서는 아래와 같이 미디언 연산을 최대(max)/최소(min) 연산을 이용하여 표현하는 것이 편리하다.

$$\begin{aligned} \text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M] &= \max[\min(Y_1), \\ \dots, \\ \min(Y_K)] \end{aligned} \tag{A.1}$$

여기에서 $Y_r, 1 \leq r \leq K$, 은 $\{y(n-i), i=1, \dots, M\}$ 의 M 개의 원소 중 임의의 $(M+1)/2$ 개의 원소를 선택하여 얻은 부분 집합이다. 앞으로 우리는 $(M+1)/2$ 을 L 로 나타내겠다. Y_1, \dots, Y_K 는 이러한 모든 다른 부분 집합을 나열한 것이며 $K = \binom{M}{L}$ 이 된다. (미디언 연산을 최대/최소 연산의 복합으로 나타낼 수 있는 것은 이것이 stack연산[2] [17]의 특수한 경우이기 때문이다.) 다음과 같이 가정하자.

$$\begin{aligned} \text{median}[y(n-i), i=1, \dots, M] &= y(n-j) \\ &= \min(Y_q) \end{aligned} \tag{A.2}$$

이 식에서 j 와 q 는 각각 $1 \leq j \leq M, 1 \leq q \leq K$, 사이의 임의의 정수이다. 시간 계수 n 은 잡음이 발생한 점 n_0 보다 크다. 그리고 위의 가정에서 $y(n-j) \in Y_q$ 이다. 각 부분 집합 $Y_r, 1 \leq r \leq K$,에 있는 원소들의 시간 계수를 표현하는 정수들의 집

합은 아래와 같이 정의된다.

$$S_r = \{s_1^r, s_2^r, \dots, s_L^r | y(n-s_h^r) \in Y_r, 1 \leq h \leq L\} \tag{A.3}$$

물론 $S_r \subset \{1, 2, \dots, M\}$ 이고 $j \in S_q$ 집합 S_q 를 고려한다면 식 (A.2)에서 $\min(Y_q) = y(n-j)$ 이므로 이 집합 내의 모든 정수 s_h^q 에 대해

$$y(n-j) \leq y(n-s_h^q) \tag{A.4}$$

또한 식 (A.1), (A.2)에서 $r \neq q, 1 \leq r \leq K$, 인 모든 r 에 대해

$$\min(Y_q) \geq \min(Y_r) \tag{A.5}$$

다음을 정의하자.

$$\Delta_n(i, j) = y(n-i) - y(n-j), i=1, \dots, M \tag{A.6}$$

$\Delta_n(i, j)$ 는 미디언 예측기의 입력들과 출력들과의 차이를 나타낸다. 식 (A.4)로 부터 모든 $s_h^q \in S_q$ 에 대해

$$\Delta_n(s_h^q, j) \geq 0 \tag{A.7}$$

식 (A.5)으로 부터 각 집합 S_r 에 대해 다음을 만족하는 적어도 하나의 $s_h^r \in S_r$ 가 존재하게 됨을 알 수 있다.

$$\Delta_n(s_h^r, j) \leq 0 \tag{A.8}$$

위의 표현과 가정을 사용하여 우리는 n 에서의 전달 잡음 $e_p(n), n > n_0$, 이 유한 값으로 제한되는 것을 보이겠다. 식 (2.5)으로 부터

$$\begin{aligned} e_p(n) &= \text{median}[y_r(n-i), i=1, \dots, M] \\ &\quad - \text{median}(n-i), i=1, \dots, M] \\ &= \text{median}[y_r(n-i), i=1, \dots, M] - y(n-j) \\ &= \text{median}[e_p(n-i) + \Delta_n(i, j), i=1, \dots, M] \\ &\equiv \text{median}[w(n-i), i=1, \dots, M] \\ &= \max[\min(E_1), \dots, \min(E_K)] \end{aligned} \tag{A.9}$$

여기에서 3번째 등식은 $y_r(n-i) = y(n-i) + e_p(n-i)$ 에 기인하고, $w(n-i) = e_p(n-i) + \Delta_n(i, j)$ 로 정의되며 $E_r, r=1, \dots, K$ 은 집합 $\{w(n-i), i=1, \dots, M\}$ 의 부분 집합으로써 각 E_r 은 식 (A.1)의 Y_r 에 대응된다.

우선 전달 잡음 $e_p(n)$ 이 $e_p(n) = \min(E_q)$ 인 경우를 생각하자. 이 때 어떤 $s_h^q \in S_q$ 에 대해 $\min(E_q) = w(n-s_h^q)$ 이면 $e_p(n) = w(n-s_h^q) \leq w(n-j)$ 이다. 이유는 $j \in S_q$ 이며 $w(n-s_h^q)$ 가 E_q 의 원소 중

최소이기 때문이다. 따라서 $e_q(n) = w(n - s_k^q) = e_p(n - s_k^q) + \Delta_n(s_k^q, j) \leq w(n - j) = e_p(n - j)$ 이 마지막 등식은 $\Delta_n(i, j) = 0$ 에 기인한다. 이 결과를 정리하면,

$$e_q(n - s_k^q) \leq e_p(n) \leq e_p(n - j) \quad (\text{A.10})$$

이 성립한다. 이 식에서 첫번째 부등식은 식(A.7)에 기인한다. 이로부터 n 에서의 전달 잡음이 과거의 전달 잡음으로 제한되는 것을 볼 수 있다.

두번째로 어떤 $r, 1 \leq K, r \neq q$, 에 대해 $e_p(n) = \min(\mathbf{E}_r)$ 이라고 하자, 이 때 한 $s_k^r \in \mathbf{S}_r$ 에 대해 $\min(\mathbf{E}_r) = w(n - s_k^r)$ 이고 또 식(A.8)을 만족하는 $s_k^r \in \mathbf{S}_r$ 을 고려하면 $e_p(n) = w(n - s_k^r) \leq w(n - s_k^q) = e_p(n - s_k^q) + \Delta_n(s_k^q, j) \leq e_p(n - s_k^q)$ 그리고 $\min(\mathbf{E}_r) \geq \min(\mathbf{E}_q)$ 이므로 $e_p(n) \geq \min(\mathbf{E}_q) = e_p(n - s_k^q) + \Delta_n(s_k^q, j) \geq e_p(n - s_k^q)$. 여기서 마지막 부등식은 식(A.7)에 기인한다. 이 결과를 종합하면

$$e_p(n - s_k^q) \leq e_p(n) \leq e_p(n - s_k^r) \quad (\text{A.11})$$

이 식에서 또 우리는 $e_p(n)$ 이 과거의 전달 잡음으로 제한됨을 볼 수 있다. 두 결과식(A.10)와 (A.11)에 의해 정리 1의 결과가 주어졌다.

참 고 문 헌

- [1] N.S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms: Principles and Application to Speech and Video*, Prentice-Hall, 1984.
- [2] P.D. Wendt, E.J. Coyle, and N.C. Gallager, "Stack Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 898~911, Aug. 1986.
- [3] E.J. Coyle, "Rank order operators and the mean absolute error criterion," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-36, pp. 64~76, Jan. 1988.
- [4] E.J. Coyle and J.H. Lin, "Stack filters and the mean absolute error criterion," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-36, pp. 1244~1254, Aug. 1988.
- [5] M.C.W. van Buul, "Hybrid D-PCM, a combination of PCM and DPCM," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-26, pp. 302~368, Mar. 1978.
- [6] K.N. Ngan and R. Steele, "Enhancement of PCM and DPCM images corrupted by transmission errors," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-30, pp. 257~265, Jan. 1982.
- [7] Y.H. Lee and S.A. Kassam, "Generalized median filtering and related nonlinear filtering techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, pp. 672~683, June 1985.
- [8] A.V. Oppenheim and R.W. Schaffer, *Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1975.
- [9] J. Salo, Y. Neuvo, and V. Haneenaho, "Improving TV picture quality with linear-median type operators," *IEEE Trans. Consum. Electron.*, vol. CE-34, pp. 373~379, Aug. 1988.
- [10] J.W. Modestino and D.G. Daut, "Combined source-channel coding of images," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-27, pp. 1644~1659, 1979.
- [11] P. Heinonen and Y. Neuvo, "FIR-Median Hybrid Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, pp. 832~838, June 1987.
- [12] J.P. Fitch, E.J. Coyle, and N.C. Gallager, "Median filtering by threshold decomposition," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32, pp. 1183~1188, Dec. 1984.
- [13] N.C. Gallager and G.L. Wise, "A theoretical analysis of the properties of median filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-29, pp. 1136~1141, Dec. 1981.
- [14] G.R. Arce and N.C. Gallager, Jr., "State description for the root-signal set of median filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-30, pp. 894~902, Dec. 1982.
- [15] T.S. Huang, Ed., *Two-Dimensional Digital Signal Processing, II: Transforms and Median Filters*, New York: Springer-Verlag, 1981.
- [16] S.J. Orfanidis, *Optimum Signal Processing: An Introduction 2/e*, Macmillan, 1988.
- [17] M.K. Prasad and Y.H. Lee, "Weighted Median Filters: Generation and Properties," *Proceedings of the 1989 Int. Sym. on Cir-*

cuits and Systems, Portland, Oregon, pp. 425~428, May 1989.

- [18] H.A. David, *Order Statistics 2/e*, John Wiley and Sons, Inc, 1980,

- [19] P. Pirsch, "A new predictor design for DPCM coding of TV signals," Conf. Rec. ICC'80, pp. 31.2.1~31.2.5, June 1980.