

# 에너지 트랩 효과를 이용한 單一電極 세라믹 필터에 관한 研究

## A Study on the One-Strip Electrode Ceramic Filter Using the Energy Trapping Effect

宋 竣 泰\* · 鄭 仁 永\*\*  
(Joon-Tae Song · In-Young Jeong)

### 요 약

에너지 트랩 효과를 이용한 單一電極 세라믹 필터에 대한 이론을 분석 정리하였으며, 시뮬레이션을 통하여 프로그램을 개발하였다. 또한, 이 세라믹 필터를 PZT-4 시료로 제조한 후, 이론치와 실험치를 비교 검토하였다. 에너지 트랩 효과가 나타날 조건은 電波 波數가 零일 때 電極 部分의 주파수가 無電極 部分의 주파수보다 작을 경우이었다. 共振點은 이론치와 실험치가 평균 5.6[%]의 오차를 나타내었으며, 또한 帶域幅은 평균 3.72[%]의 오차를 나타내었다. 따라서, 본 연구에서 정리한 이론에 의한 시뮬레이션과 제시한 방법에 의해서 單一電極 세라믹 필터를 제조하면 오차가 비교적 적고 원하는 특성을 지닌 필터를 용이하게 구성할 수 있으리라고 사료된다.

**Abstract-** In order to simulate the ceramic filter in the state of the one-strip electrode, the theory has been analyzed and a computer program has been developed using the energy trapping effect. The ceramic filters were fabricated using the PZT-4 specimen. The necessary condition that the ceramic filter has the energy trapping effect is that the electroded portion frequency should be smaller than the unelectroded portion frequency when the wave number is zero. Each of the average differences of the resonant point and bandwidth between by the theoretical calculations and by experiment results was 5.6[%] and 3.72[%]. It is considered that the one-strip ceramic filter having a desired characteristics and the lowest difference can be fabricated easily by means of the simulation developed in this paper and the fabrication methods.

### 1. 서 론

\*正 會 員 : 成均館大 工大 電氣工學科 教授 · 工博  
 \*\*正 會 員 : 成均館大 大學院 電氣工學科 卒業 · 工博  
 接受日字 : 1990年 3月 12日  
 1次修正 : 1990年 10月 26日  
 2次修正 : 1990年 11月 12日

W. Shockley등과 M. Once등은 에너지 트랩 현상을 水晶 振動子와 세라믹 共振子에 적용시켜서 이론적 해석을 시도하였다. [1, 2, 3]

田中과 清水, R.D. Mindlin 그리고 H.F. Tiersten等도 이 현상을 필터에 적용시켜서 振動모드, 전극形態 그리고 材料特性등이 共振주파수나 帶域幅에 미치는 영향등에 대한 이론적 해석 연구를 하였는데, 이 共振주파수와 帶域幅 산출을 田中과 清水는 필터의 등가회로를 이용하여 전기적인 방법으로 해석을 시도하고 있으며, [4] R.D. Mindlin과 H.F. Tiersten은 두께 振動모드의 粒子變位 (particle displacement)를 이용하여 기계역학적인 해석 방법으로 시도하고 있다. [5, 6] 그러나 세라믹필터는 同一素子에서 여러 振同모드 발생과 高調波 발생 때문에, 이론 해석이 難解해 시뮬레이션하기에 어려운 점이 있었다.

본 연구는 R.D. Mindlin과 H.F. Tiersten등이 정리한 에너지 트랩 현상에 대한 이론을 PZT-4 세라믹 (VALPEY-FISHER社 製造)의 두께 縱振動모드에 적용시켰다. 그리고 시뮬레이션 과정을 통하여 요구하는 특성을 가진 필터의 제작시 필요한 파라미터를 확인하며, 실험을 통하여 이론에 의한 결과와 실험에 의한 결과를 비교 검토하고자 한다. 따라서 본 연구는 粒子變位를 기계역학적으로 해석한 이론에 세라믹 材料와 전극 材料의 諸整數 및 振動모드를 적용해서 시뮬레이션하면 세라믹 필터 특성을 얻을 수 있고, 이에 의해서 試片의 두께와 전극幅을 변화시켜 共振주파수 이동과 帶域幅을 조절할 수 있으므로 원하는 특성을 지닌 필터를 구성할 수 있으리라고 기대된다.

## 2. 세라믹 필터의 分散特性 및 插入損失

### 2.1 分散特性

#### 2.1.1 關聯方程式

强誘電體 壓電 세라믹을 이용하여 單一電極의 세라믹 필터를 그림 1과 같이 구성하였다. 그림 1에서 分極軸은  $X_3$ 방향이며,  $X_1$ 방향의 전극幅은  $2l$ 이다. 전극의 길이는 전극幅에 비하여 매우 크므로  $X_3$ 방향은 無限한 것으로 가정한다. 세라믹板

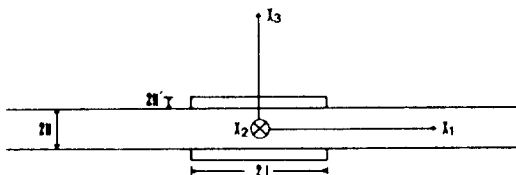


그림 1 單一電極의 세라믹 필터 構造.  
Fig. 1 Schematic diagram of the onestrip electroded ceramic filter.

의 두께는  $2h$ 이고, 전극두께는  $2h'$ 이다. 이와 같은 强誘電體의 壓電 세라믹板의 振動을 기술하는데, 필요한 기본 방정식은 다음과 같다. [6, 7, 8]

$$T_{ij,i} = \rho \ddot{u}_j \quad (1)$$

$$D_{k,k} = 0 \quad (2)$$

$$S_{ki} = 1/2(u_{k,i} + u_{i,k}) \quad (3)$$

$$E_k = -\phi_{,k} \quad (4)$$

여기서,  $i, j, k$ 는 공간좌표(Cartesian coordinate)를 나타내고,  $\rho$ 와  $\phi$ 는 각각 밀도와 전위 (electrical potential)를 나타낸다. 식 (1)에서 文字위의 點은 시간에 대한 2번 微分을, 인덱스 앞의 쉼표는 공간좌표에 대한 微分을 나타낸다.  $T_{ij}, u_j, D_k, S_{ki}, E_k$ 는 각각 應力텐서, 기계적변위벡터, 전속밀도벡터, 變形텐서 그리고 전계벡터의 구성이다. 壓電方程式은 식 (5)와 같다.

$$T_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} - e_{kij} E_k$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ijk} E_k \quad (5)$$

여기서,  $c_{ijkl}, e_{kij}, \epsilon_{ijk}$ 는 각각 彈性, 壓電 그리고 誘電常數이다. 본 연구에서 사용한 PZT-4의 材料常數 [9, 10]와 식 (3) 및 식 (4)로부터 식 (5)의  $T_{ij}$ 와  $D_i$ 를 산출해서 이들을 식 (1)과 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 結果式을 얻을 수 있다.

$$C_{11}u_{,1,1} + C_{12}u_{,2,2} + C_{13}u_{,3,3} + e_{31}\phi_{,31}$$

$$+ C_{66}u_{,2,1,2} + C_{66}u_{,1,2,2} + C_{44}u_{,3,1,3}$$

$$+ C_{44}u_{,1,3,3} + e_{15}\phi_{,1,3} = \rho \ddot{u}_1$$

$$C_{66}u_{,2,1,1} + C_{66}u_{,1,2,1} + C_{12}u_{,1,1,2} + C_{11}u_{,2,2,2}$$

$$+ C_{13}u_{,3,3,2} + e_{31}\phi_{,3,2} + C_{44}u_{,3,2,3}$$

$$+ C_{44}u_{,2,3,3} + e_{15}\phi_{,2,3} = \rho \ddot{u}_2$$

$$C_{44}u_{,3,1,1} + C_{44}u_{,1,3,1} + e_{15}\phi_{,1,1} + C_{44}u_{,3,2,2}$$

$$+ C_{44}u_{,2,3,2} + e_{15}\phi_{,2,2} + C_{13}u_{,1,1,3}$$

$$+ C_{13}u_{,2,2,3} + C_{33}u_{,3,3,3} + e_{33}\phi_{,3,3} = \rho \ddot{u}_3$$

$$e_{15}u_{,3,1,1} + e_{15}u_{,1,3,1} - \epsilon_{11}\phi_{,1,1} + e_{15}u_{,3,2,2}$$

$$+ e_{15}u_{,2,3,2} - \epsilon_{11}\phi_{,2,2} + e_{31}u_{,1,1,3}$$

$$+ e_{31}u_{,2,2,3} + e_{33}u_{,3,3,3} - \epsilon_{33}\phi_{,3,3} = 0 \quad (6)$$

#### 2.1.2 電極이 없는 경우

그림 1은 전극이  $X_2$ 방향으로 無限한 單一電極이므로 식 (1)과 식 (2)의 해는  $X_2$ 方向에 從屬되지 않는다. 따라서, 전극이 없는 板에서  $X_1, X_2, X_3$ 방향의 運動方程式과 같은 電荷方程式의 일반 해는 다음과 같다. [10]

$$u_{s1} = A_{s1} \cos \eta_s X_3 \exp[i(\omega t - \xi_s X_1)]$$

$$u_{s2} = 0$$

$$u_{s3} = A_{s3} \sin \eta_s X_3 \exp[i(\omega t - \xi_s X_1)]$$

$$\phi_s = B_s \sin \eta_s X_3 \exp[i(\omega t - \xi_s X_1)] \quad (7)$$

여기서,  $\eta^s$ 는  $X_3$ 방향, 즉 두께방향 振動波數 (thickness wavenumber),  $\xi_s$ 는  $X_1$ 방향의 傳波波數 (propagation wavenumber),  $\omega$ 는 각주파수 그리고  $t$ 는 시간이다. 식 (7)에서 만일,  $X_1$ 방향의 波數  $\xi_s$ 가 實數이면 식 (7)은  $X_1$ 방향으로 진행하는 파가 되며, 陰의 虛數이면 식 (7)은 指數 函數의 減衰하는 파가 된다.

식 (7)을 식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} c_{11}\xi_s^2 + c_{44}\eta_s^2 - \rho\omega^2 & i(c_{13} + c_{44})\eta_s\xi_s \\ -i(c_{44} + c_{13})\eta_s\xi_s & c_{44}\xi_s^2 + c_{33}\eta_s^2 - \rho\omega^2 \\ -(e_{15} + e_{31})\eta_s\xi_s & e_{15}\xi_s^2 + e_{33}\eta_s^2 \\ i(e_{31} + e_{15})\eta_s\xi_s & \\ e_{15}\xi_s^2 + e_{33}\eta_s^2 & \\ -(\epsilon_{11}\xi_s^2 + \epsilon_{33}\eta_s^2) & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{s1} \\ A_{s3} \\ B_s \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

식 (8)의 左邊 右側이  $u_1, u_3, \phi$ 의 振幅에 대한 行列로서 振幅의 물리적 의미를 갖고 있기 때문에  $[A_{s1} \ A_{s3} \ B_s]^T \neq 0$ 의 正칙 行列 (nonsingular matrix)이다. 따라서 식 (8)이 성립하려면 左側行列式이 零으로 되어야 한다. 그런데 이 左側行列式에서  $\omega, \xi_s$ 값에 대해 3개의 ( $\eta_{si}$ )이 존재하므로 각 ( $\eta_{si}$ )<sup>2</sup>값을 식 (8)중 임의의 두 식에 대입하면 振幅比도 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{A_{s1} : A_{s3} : B_s\}^{(i)} = \{\beta_{s1}^{(i)} : \beta_{s3}^{(i)} : \beta_{s2}^{(i)}\} \quad (9)$$

식 (9)의 行列式에서  $\omega, \xi_s$ 값에 대해 3개의  $\eta_{si}$ <sup>2</sup>가 존재하므로 일반해 (7)은 다음과 같이 각  $\omega, \xi_s$ 값에 대해 3개의 해를 더한 식이 된다.

$$\begin{aligned} u_{s1} &= e^{i(\omega t - \xi_s X_1)} \sum_{i=1}^3 C_s^{(i)} \beta_{s1}^{(i)} \cos \eta_{si} X_3 \\ u_{s2} &= 0 \\ u_{s3} &= e^{i(\omega t - \xi_s X_1)} \sum_{i=1}^3 C_s^{(i)} \beta_{s3}^{(i)} \sin \eta_{si} X_3 \\ \phi_s &= e^{i(\omega t - \xi_s X_1)} \sum_{i=1}^3 C_s^{(i)} \beta_{s2}^{(i)} \sin \eta_{si} X_3 \end{aligned} \quad (10)$$

그림 1의 전극이 없는 板의 표면  $X_3 = \pm h$ 에서 境界조건은 다음과 같다. [11]

$$T_{s31} = T_{s33} = D_{s3} = 0 \quad (11)$$

식 (10)은 식 (11)을 만족해야 하므로 다음 식이 성립되어야 한다.

$$\sum_{i=1}^3 C_s^{(n)} L_{sj}^{(n)} = 0 \quad (12)$$

식 (8)의  $\omega$ 를 規準화된 주파수  $\Omega = \omega/\omega_0$ 로 나타내면 식 (13)과 같이 된다. 여기서,  $\omega_0 = (c_{44}/\rho)^{1/2} \pi/2h$ 이다.

$$\begin{bmatrix} \frac{c_{11}}{c_{44}}\gamma_s^2 + a_s^2 - \Omega^2 & i\left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1\right)a_s\gamma_s \\ -i\left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}}\right)a_s\gamma_s & \gamma_s^2 + \frac{c_{33}}{c_{44}}a_s^2 - \Omega^2 \\ -i\left(\frac{e_{15}}{c_{44}} + \frac{e_{31}}{c_{44}}\right)a_s\gamma_s & \frac{e_{15}}{c_{44}}\gamma_s^2 + \frac{e_{33}}{c_{44}}a_s^2 \\ i\left(\frac{e_{31}}{e_r} + \frac{e_{15}}{e_r}\right)a_s\gamma_s & \\ \frac{e_{15}}{e_r}\gamma_s^2 + \frac{e_{33}}{e_r}a_s^2 & \\ -\left(\frac{\epsilon_{11}}{c_{44}}\gamma_s^2 + \frac{\epsilon_{33}}{c_{44}}a_s^2\right) & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{s1} \\ A_{s3} \\ B_s \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

여기서,  $\gamma_s = 2\xi_s h/\pi$ 로 하였고, 이는 規準화된  $X_1$ 방향의 波數이다.  $a_s = 2\eta_s h/\pi$ 로 하였고 規準화된  $X_3$ 방향의 波數이다. 또한,  $e_r = (c_{44}\epsilon_{33})^{1/2}$ 이다. 식 (9)에서와 같이 식 (13)의 임의의 두 식으로부터 規準화시킨 振幅比를 산출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta_{s1}^{(i)} &= i\left(\frac{e_{31}}{c_{44}} + \frac{e_{15}}{c_{44}}\right)\left(\gamma_s^2 + \frac{c_{33}}{c_{44}}a_s^2 - \Omega^2\right)a_s\gamma_s \\ &\quad - i\left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1\right)\left(\frac{e_{15}}{e_r}\gamma_s^2 + \frac{e_{33}}{e_r}a_s^2\right)a_s\gamma_s \\ \beta_{s3}^{(i)} &= \left(\frac{c_{11}}{c_{44}}\gamma_s^2 + a_s^2 - \Omega^2\right)\left(\frac{e_{15}}{e_r}\gamma_s^2 + \frac{e_{33}}{e_r}a_s^2\right) \\ &\quad - \left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1\right)\left(\frac{e_{31}}{e_r} + \frac{e_{15}}{e_r}\right)^2 a_s^2 \gamma_s^2 \\ \beta_{s2}^{(i)} &= -\left(\frac{c_{11}}{c_{44}}\gamma_s^2 + a_s^2 - \Omega^2\right)\left(\gamma_s^2 + \frac{c_{33}}{c_{44}}a_s^2 - \Omega^2\right) \\ &\quad + \left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1\right)^2 a_s^2 \gamma_s^2 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (12)의  $L_{sj}^{(n)}$ 를 規準화된 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_{s1}^{(i)} &= \sin(\pi/2)a_{si}\{\beta_{s1}^{(i)}a_{si} \\ &\quad + i\beta_{s3}^{(i)}\gamma_s + i\frac{e_{15}}{e_r}\beta_{s2}^{(i)}\gamma_s\} \\ L_{s3}^{(i)} &= \cos(\pi/2)a_{si}\{-i\frac{c_{13}}{c_{44}}\beta_{s1}^{(i)} \\ &\quad \gamma_s + \frac{c_{33}}{c_{44}}\beta_{s3}^{(i)}a_{si} + \frac{e_{15}}{e_r}\beta_{s2}^{(i)}a_{si}\} \\ L_{s2}^{(i)} &= \cos(\pi/2)a_{si}\{-i\frac{e_{31}}{e_r} \\ &\quad \beta_{s1}^{(i)}\gamma_s + \frac{e_{33}}{e_r}\beta_{s3}^{(i)} \\ &\quad a_{si} - \beta_{s2}^{(i)}a_{si}\} \end{aligned} \quad (15)$$

따라서, 規準화된 식 (12)이 성립하려면 식 (15)를 대입한 다음과 같은 식이 되어야 한다.

$$|L_{sj}^{(n)}| = 0 \quad (16)$$

식 (16)을 만족시키는  $\Omega$ 와  $\gamma_e$ 의 관계가 전극이 없는 板에서의 規準化된 分散特性曲線을 나타낸다.

### 2.1.3 電極이 있는 경우

전극 모양이  $X_2$ 방향으로 無限하고,  $X_1, X_3$ 방향으로 有限하므로 전극 板에서는  $X_1$ 방향으로 定在波가 구성된다. 전극이 있는 板에서의 粒子變位인 運動方程式(1)과 電荷方程式(2)의 일반 해는 다음과 같다. [10]

$$\begin{aligned} u_{e1} &= A_{e1} \cos \eta_e X_3 \sin \xi_e X_1 e^{i\omega t} \\ u_{e2} &= 0 \\ u_{e3} &= A_{e1} \sin \eta_e X_3 \cos \xi_e X_1 e^{i\omega t} \\ \phi_e &= B_e \sin \eta_e X_3 \cos \xi_e X_1 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (17)$$

전극과 세라믹板 사이 ( $X_3 = \pm h, -\ell < X_1 < \ell$ )에서의 境界조건은 다음과 같다. [9]

$$\begin{aligned} T_{e31} &= \pm 2h'(\lambda_0' + 2\mu')u_{e1,11} \mp 2h'\rho'u_{e1} \\ T_{e33} &= \mp 2h'\rho'u_{e3} \\ \phi_e &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, '(prime)표된 것은 전극에서의 값을 나타낸다.  $\lambda'$ 와  $\mu'$ 는 等方性(isotropic)인 전극의 라메 상수이고,  $\lambda_0' = 2\lambda'\mu' / (\lambda' + 2\mu')$ 이다.  $T_{e31}$ 에서  $\pm 2h'(\lambda_0' + 2\mu')u_{e1,11}$ 는 전극의 彈性係數에 위한 應力이고,  $\mp 2h'\rho'u_{e1}$ 에서 -부호는 세라믹板의 윗면에 부착된 전극이 중력에 의해 저항을 받는 應力の 質量負荷이고, +부호는 아랫면 전극의 質量負荷이다.  $T_{e33}$ 값의 重複 부호도 전극이 彈性에 의해 미친 중력의 質量負荷이다.

전극이 없는 경우와 마찬가지로 식 (17)을 식 (6)에 대입하고, 振幅比를 구해 식 (17)의 일반 해를 산출한 다음 식 (18)을 적용시키면 식 (19)와 같이 되어야 한다.

$$|L_{e1}^{(n)}| = 0 \quad (19)$$

식 (19)를 만족시키는  $\Omega$ 와  $\gamma_e$ 의 관계가 전극이 있는 板에서의 分散特性曲線을 나타낸다.

## 2.2 單一電極 필터의 插入損失

### 2.2.1 어드미턴스

$X_3$ 좌표에만 의존하는 두께 縱振動모드의 기계적 變位와 전기적 變位는 식 (6)으로부터 다음과 같이 정리될 수 있다. [12, 13]

$$C_{33}u_{3,33} + e_{33}\phi_{,33} = \rho\ddot{u}_3 \quad (20)$$

$$e_{33}u_{3,33} - \epsilon_{33}^s\phi_{,33} = 0 \quad (21)$$

또한 두께 縱振動모드의 應力成分  $T_{33}$ 과 法線方向

의 전기적 變位成分  $D_3$ 도 식 (6)으로부터 다음과 같이 된다.

$$T_{33} = C_{33}u_{3,3} + e_{33}\phi_{,3} \quad (22)$$

$$D_3 = e_{33}u_{3,3} - \epsilon_{33}^s\phi_{,3} \quad (23)$$

그런데, 가변 주파수가 실린 입력전압이 전극 표면에 인가되었을 경우,  $X_3 = \pm h$ 인 점에서 境界조건  $T_{33}$ 와 전위(electrical potential)  $\phi$ 를 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$T_{33} = \mp 2\rho'h'\ddot{u}_3 \quad (24)$$

$$\phi = \pm 1/2 V_0 e^{i\omega t} \quad (25)$$

여기서,  $V_0$ 는 입력전압,  $\omega$ 는 입력 각주파수이다. 전극이 없는 板의 두께방향 粒子變位の 정상해  $u_3$ 를 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$u_3 = A_0 \sin \eta X_3 e^{i\omega t} \quad (26)$$

식 (22)를 2번 정적분하여 다음과 같은 전위를 구할 수 있다.

$$\phi = -\frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^s} u_3 + C_0 X_3 e^{i\omega t} + C_1 \quad (27)$$

식 (27)의 右邊 첫째항은 전극部分에 전계를 가했을 때의 기계적 粒子變位  $u_3$  성분이며 두번째항은 이 기계적 變位에 의해 나타난 逆壓電 전기적 성분이다. 식 (26)의 정상해  $u_3$ 를 식 (27)에 대입하면 전위는 식 (28)과 같이 된다.

$$\phi = -\frac{e_{33}}{\epsilon_{33}^s} A_0 \sin \eta X_3 e^{i\omega t} + C_0 X_3 e^{i\omega t} + C_1 \quad (28)$$

식 (28)은  $X_3 = \pm h, C_1 = 0$ 의 조건에서 식 (27)의 전위와 동등하기 때문에 식 (29)와 같은  $C_0$ 의 값을 구할 수 있다.

$$C_0 = \frac{V_0}{2h} - \frac{e_{33}A_0 \sin \eta h}{\epsilon_{33}^s h} \quad (29)$$

또한  $X_3 = \pm h, C_1 = 0$ 에서 식 (26)과 식 (28)을 식 (22)에 대입하면  $T_{33}$ 를 구할 수 있는데, 이들로부터 다음과 같은  $A_0$ 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{-e_{33}V_0}{2C_{33}\eta h} [\cos \eta h - (K_{33}^2 + R\eta^2 h^2) \\ &\quad \frac{\sin \eta h}{\eta h}]^{-1} \end{aligned} \quad (30)$$

식 (20)과 식 (21)에 있는  $\phi_{,33}$ 항을 두 식으로부터 소거하면 다음과 같은  $\eta$ 와 각주파수  $\omega$ 의 관계식을 얻는다.

$$\eta = \sqrt{\rho/C_{33}} \omega \quad (31)$$

$C_1 = 0$ 의 조건에서 식 (23)에 식 (26)과 식 (27)을

대입하면 단위 면적당 흐르는 전류  $I$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다. [10]

$$I = - \int_{-l}^l D_3(h) dX_1 \quad (32)$$

전압  $V = V_0 e^{i\omega t}$ 에 의한 어드미턴스  $Y$ 는 다음과 같다.

$$Y = i\omega \epsilon_{33} \frac{\ell}{h} \left[ \frac{\cos \eta h - R \eta h \sin \eta h}{\cos \eta h - (K_{33}^2 + R \eta^2 h^2) \sin \eta h^2} \sin \eta h / \eta h \right] \quad (33)$$

2.2.2 插入損失

單一 電極 세라믹 필터의 插入損失을 구하기 위해 그림 2와 같이 회로를 구성하였다. 여기서,  $R$ 은 저항이며,  $Z$ 는 본 연구에서 設計 製作된 필터의 임피던스이다. 이 임피던스는 식 (33)의 어드미턴스를 逆數로 취해 얻은 값이다.  $V_i$ 는 입력실효전압이고,  $V_o$ 는 출력전압이다. 插入損失  $\rho_o$ 는 식(34)와 같다.

$$\rho_o = V_o I = \frac{|Z|}{(R+Z)^2} V_i^2 \quad (34)$$

입력전압의 크기  $V_i$ 를 일정하게 유지하면서 주파수를 可變시켰을 때 각 경우의 插入損失을 데시벨로 나타내면 다음과 같다.

$$dB = 10 \log \frac{\rho_o}{P_{max}} \quad (35)$$

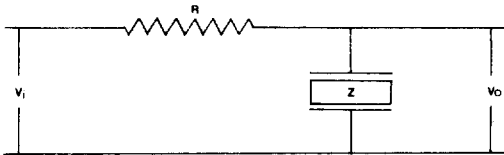


그림 2 필터의 插入損失 測定回路.  
Fig. 2 Insertion-loss measurement circuit of filter.

표 1 PZT-4 諸整數와 알루미늄材料 常數.  
Table 1 Constants of the PZT-4 ceramics and Aluminium material.

$c_{11}^f = 13.90 \times 10^{10}$	[N/m <sup>2</sup> ]	$\epsilon_{11}^s = 6.463 \times 10^{-9}$	[F/m]
$c_{13}^f = 7.43 \times 10^{10}$	[N/m <sup>2</sup> ]	$\epsilon_{33}^s = 5.622 \times 10^{-9}$	[F/m]
$c_{33}^f = 11.50 \times 10^{10}$	[N/m <sup>2</sup> ]	$\rho = 7.6 \times 10^3$	[kg/m <sup>3</sup> ]
$c_{44}^f = 2.56 \times 10^{10}$	[N/m <sup>2</sup> ]	$s_{11} = 30.90 \times 10^{10}$	[C/m <sup>2</sup> ]
$e_{15} = 12.70$	[C/m <sup>2</sup> ]	$s_{12} = 18.70 \times 10^{10}$	[C/m <sup>2</sup> ]
$e_{31} = -5.20$	[C/m <sup>2</sup> ]	$\rho' = 2.140 \times 10^3$	[kg/m <sup>3</sup> ]
$e_{33} = 15.10$	[C/m <sup>2</sup> ]		

여기서,  $P_{max}$ 는  $\rho_o$ 의 최대치이다.

3. 필터 特性의 시뮬레이션

본 연구에서 적용한 試片 PZT-4의 諸整數[14]와 알루미늄의 전극 材料 상수[15]는 표1과 같다.

여기서,  $s_{11}$ 과  $s_{12}$ 는 전극의 라메常數(Lamé's constants)이고,  $\rho$ 와  $\rho'$ 는 각각 PZT-4와 전극의 밀도이다. 이와 같은 試片의 諸整數들을 이용하여 표2와 같은 單一電極 필터를 설계하였다.

임의의 세라믹 필터의 에너지트랩 현상이 나타날 수 있는 조건과 그 범위를 얻기 위하여 시뮬레이션하였다.

分散特性을 얻기 위하여 뮐러방법(Müller Meth-

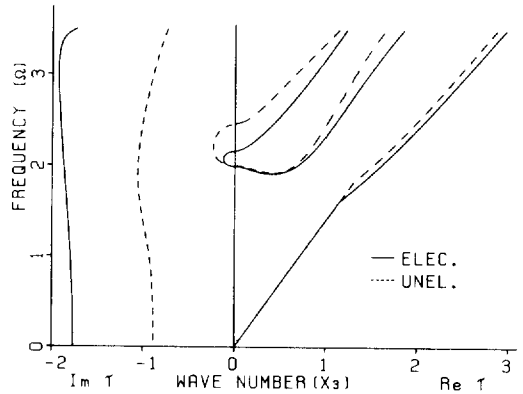


그림 3 필터 F-1의 分散特性曲線.  
Fig. 3 Dispersion curves of Filter F-1.

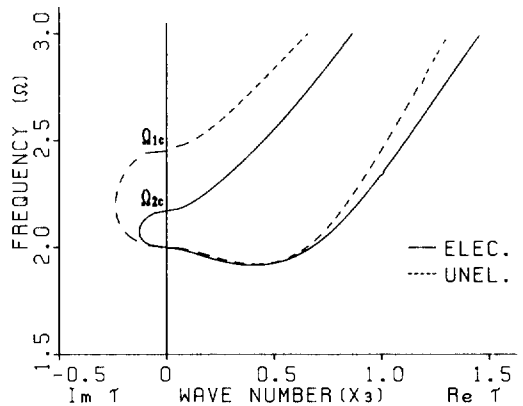


그림 4 필터 F-1, F-2, F-3, F-4 基本모드 分散特性曲線.  
Fig. 4 Dispersion curves of Filter F-1, F-2, F-3, F-4 for fundamental mode.

od) [17]을 이용하였다. 이 윌러법은 複素數根을 빠르고 정확하게 구하는 장점이 있다. 分散特性을 구하기 위하여 시뮬레이션하기 전에 기준점의 계산이 필요한데, 전극이 없는 경우에는 식 (13)의  $\gamma_s=0$ 로 하고 전극이 있는 경우에는  $\gamma_e=0$ 로 하여 다음과 같은 두 기준점을 얻는다.

對稱 두께미끄럼振動 주파수 (symmetric thickness-shear frequency)

$$\omega_m = (c_{44}/\rho)^{1/2} \frac{n\pi}{2h} \quad n=2,4,6 \quad (36)$$

非對稱 두께縱振動 주파수 (antisymmetric thickness-extensional frequency)

$$\omega_n = (\bar{c}_{33}/\rho)^{1/2} \frac{m\pi}{2h} \quad m=1,3,5 \quad (37)$$

여기서,  $\bar{c}_{33} = e_{33}^2/\epsilon_{33}$ 이다. 이들 값을 초기치로 하고 윌러법을 적용하여  $a_{si}$ 와  $a_{ei}$ 를 구한 후에 振動比  $\beta_{si}^{(i)}\beta_{ei}^{(i)}$ 를 구한다. 그 뒤 식(16)과 (19)를 만족하는  $\Omega, \gamma$ 를 구하기 위해 다시 윌러법을 적용한다. 이렇게 하여 구한 필터 F-1의 分散特性曲線을 그림 3에 보였는데, 기본모드에서의 에너지트랩 현상에 대한 주파수 범위를 찾아낼 수 있었다. 그림 4는 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 기본모드 分散特性曲線만을 나타낸 것이다. 이 特性曲線은 規準화된 주파수로 나타내었다. 點線은 전극이 없는 경우이고 實線은 전극이 있는 경우의 特性曲線이다. 따라서, 기본모드일 경우에 식 (36)과 (37)로부터 다음과 같은 식 (38)을 만족해야 에너지트랩 현상이 나타날 수 있음을 알 수 있다.

$$(\bar{c}_{33}/\rho)^{1/2} \frac{\pi}{2h} > (c_{44}/\rho)^{1/2} \frac{2\pi}{2h} \quad (38)$$

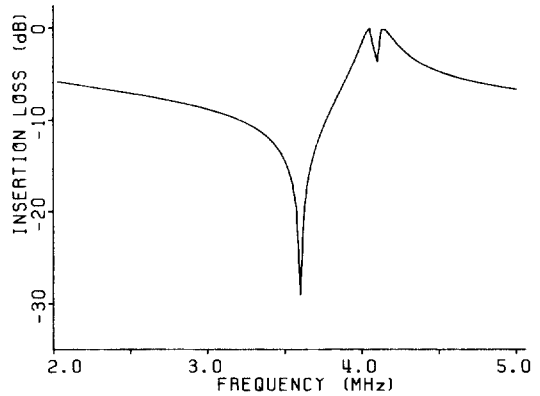


그림 6 필터 F-2의 插入損失.  
Fig. 6 Insertion-loss of Filter F-2.

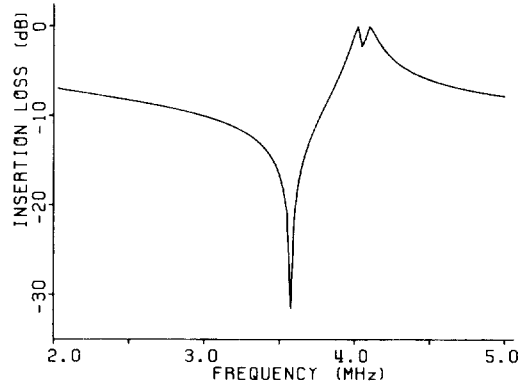


그림 7 필터 F-3의 插入損失.  
Fig. 7 Insertion-loss of Filter F-3.

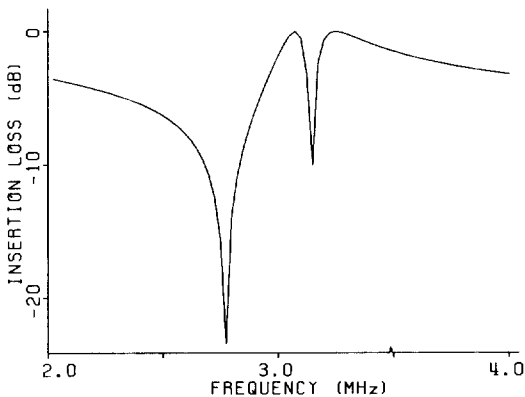


그림 5 필터 F-1의 插入損失.  
Fig. 5 Insertion-loss of Filter F-1.

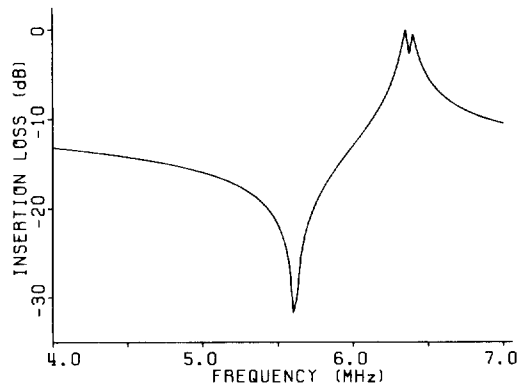


그림 8 필터 F-4의 插入損失.  
Fig. 8 Insertion-loss of Filter F-4.

즉,  $\bar{c}_{33} > 4c_{44}$ 이다.

插入損失은 식 (35)로부터 산출하였고, 저항  $R$ 의 값은  $1[K\Omega]$ 을 선택하였다. 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 插入損失에 대한 시뮬레이션 결과를 각각 그림 5-그림 8에 나타내었다. 각 그림에서 插入損失이 가장 큰 부분이 共振點이다.

#### 4. 實驗 및 結果考察

##### 4.1 實驗

두께방향으로 분극시킨 PZT-4의 세라믹板에 전극附着을 표2와 같이 구성하였다. 전극 부착은 眞

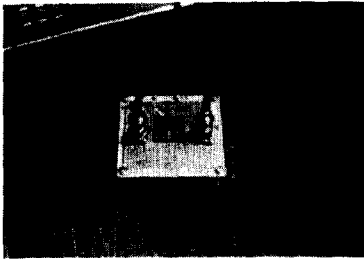


사진 1 필터 F-1과 각 필터들의 共振點 測定 裝置.

Photo 1 Measuring system of resonant frequency & Filter F-1.

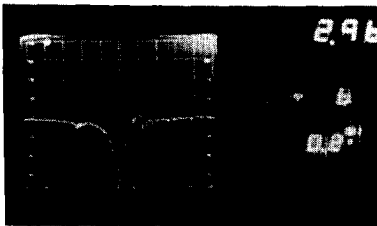


사진 2 필터 F-1의 插入損失.  
Photo 2 Insertion-loss for Filter F-1.

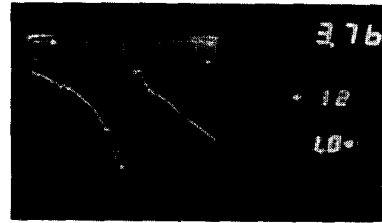


사진 3 필터 F-2의 插入損失.  
Photo 3 Insertion-loss for Filter F-2.

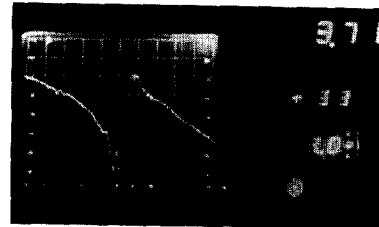


사진 4 필터 F-3의 插入損失.  
Photo 4 Insertion-loss for Filter F-3.

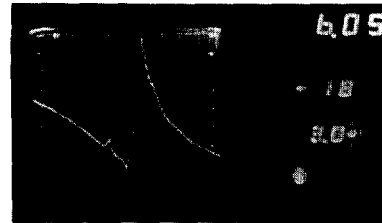


사진 5 필터 F-4의 插入損失.  
Photo 5 Insertion-loss for Filter F-4.

표 2 설계된 單一 電極 세라믹 필터의 諸整數.

Table 2 Constants of designed one-strip electrode for ceramic filters.

NO.	시편두께 $2h$	전극폭 $2l$	전극두께 $2h'$	전극질량 $\rho'$
F-1	$7.16 \times 10^{-4} [m]$	$1.0 \times 10^{-3} [m]$	$5.6 \times 10^{-7} [m]$	$3.0 \times 10^{-7} [kg]$
F-2	$5.50 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-7}$	$4.5 \times 10^{-7}$
F-3	$5.54 \times 10^{-4}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-7}$	$6.0 \times 10^{-7}$
F-4	$3.52 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-7}$	$7.5 \times 10^{-7}$

였다. 측정 장치는 사진 1에 보였다.

측정에 사용된 주파수 분석기는 AS-7412이었고, 주파수 발생기는 AS-7414이었다. 필터의 전극과 입력단자를 핀포인트(pin-point)접촉을 하였으며, 이로 인해 접촉저항이 커서 출력의 크기가 변하여 帶域幅 측정에는 難點이 있었다. 그러나, 單一電極에너지트랩 필터의 경우에는 共振點의 분석이 중요하므로 이를 중점적으로 시도하였다. 共振點은 정확하게 측정되었으며 경시변화도 나타나지 않았다. 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 주파수 특성을 사진 2, 사진 3, 사진 4, 사진 5에 각각 보였다.

4.2 시뮬레이션과 實驗結果의 考察

그림 4에서 각 필터의 기본모드의 分散特性曲線이 서로 일치하고 있는 것은 시편두께를 고려치 않은 規準化주파수로 나타내었기 때문이다. 이 그림의  $\Omega_c < \Omega < \Omega_c$  주파수범위에서 전극이 없는 板의 기계적變位  $u_{33}$ 는  $X_1$ 방향의 傳波波數  $\gamma$ 가 陰의 虛數값이 되므로 指數的으로 減衰하는 파가 되고, 전극이 있는 板의  $u_{33}$ 는  $\gamma$ 가 實數값이므로 정현파가 된다. 즉, 기계적變位는 電極部分에서는 定在波 振動을 하며, 無電極部分에서는 減衰振動을 한다. 그러므로,  $\Omega_c < \Omega < \Omega_c$ 사이의 規準化주파수  $\Omega$ 는 電極部分 아래에 있는 세라믹板에서 에너지 트랩이 된다. 이 주파수 간격을 에너지트랩 주파수범위라 한다.

사진 2-사진 5에서 세로軸은 插入損失[dB]이며 가로軸은 주파수이다. 오른쪽 위의값이 共振點의 주파수를 나타낸다. 이론 해석에서  $X_2$ 방향의 시편 크기를 無限大로 정의하지만, 실험에서는 가로와 세로의 길이 2.54[cm]인 정사각형의 시편을 이용하였기에 縱振動 모드외의 다른 振動 모드등의 간섭에 의해서 서로의 특성곡선에 대한 차이를 보인다고 사료되나, 그림 8-그림 11의 插入損失 공진점 시뮬레이션 이론치와 사진 2-사진 5의 삽입손실의 실험 측정치가 거의 일치하고 있음을 보였다. 이 결과값을 數值的으로 나타내면 표3과 같

표 3 電極의 세라믹 필터의 共振點.  
Table 3 Resonant frequency of ceramic filter for one-strip.

No.	$F_a$ [MHz]	$F_b$ [MHz]	이론치[MHz]	측정치[MHz]	오차[%]
F-1	3.16	2.56	2.77	2.96	6.86
F-2	4.11	3.34	3.60	3.76	4.44
F-3	4.08	3.31	3.58	3.71	3.63
F-4	6.43	5.21	5.61	6.04	7.66

표 4 單一 電極의 세라믹 필터의 帶域幅.  
Table 4 Band-width of ceramic filter for one-strip.

No.	F-1	F-2	F-3	F-4
이론치[KHz]	17.00	16.21	16.49	56.93
측정치[KHz]	18.11	16.67	16.20	54.79
오 차[%]	6.53	2.84	1.76	3.76

다.

표3에서  $F_a$ 는 그림 4에 표시한  $\Omega_c$ 인 점의 주파수를 나타내고  $F_b$ 는  $\Omega_c$ 인 점의 주파수를 나타낸 것이다. 이  $F_a, F_b$ 는 規準化된 주파수  $\Omega$ 를 각주파수  $\omega$ 로 나타낸 것이다. 오차는 다음과 같은 식으로 계산하였다.

$$\text{오차} = \frac{\text{측정치} - \text{이론값}}{\text{이론값}} \times 100[\%] \quad (39)$$

오차는 모두 절대치로 보였다.

표 3에서의 측정치와 이론치 모두가 分散特性曲線의 에너지트랩 구간  $F_a$ 와  $F_b$ 주파수 사이에서 나타나고 있기 때문에 본 연구의 제시 이론 및 시뮬레이션이 실험결과와 일치하고 있음을 보이고 있다.

표 4는 필터 F-1-F-4의 帶域幅(band-width)을 이론치와 측정치로 나타낸 것이다. 이론치는 삽입손실 그림 5 그림 8로부터 산출하였고, 측정치는 삽입손실 사진 2-사진 5로부터 얻었다. 오차산출은 식 (39)를 이용하였고, 絕對值로 나타내었다. 두께  $h$ 가 두꺼울 수록 狹帶域幅을 이루고 있어서 高周波가 나타나는 試片일 수록 두께縱振動모드의 帶域幅은 넓어지고 있다.

5. 結 論

본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 두께 縱振動모드의 에너지 트랩 효과가 일어날 조건은 다음과 같다.

$$C_{33} + \frac{C_{33}}{\epsilon_{33}} > 4C_{44}$$



- 2. 두께 縱振動 기본모드의 에너지트랩 주파수 범위는  $\Omega_c < \Omega < \Omega_c$ 이다.
- 3. 插入損失의 이론에 의한 파형과 측정에 의한 파형이 약간의 차이를 보이나, 두께 縱振動的

561~569, 1959.

- [6] H.F. Tiersten, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 35, No. 1, pp. 53-58, 1963.
- [7] R.D. Mindlin, U.S. Army Signal Corps Eng.

- 4. 시편두께 h가 얇을수록 帶域幅은 더 넓어지는 현상을 보이고 있다. 帶域幅의 이론치와 측정치가 평균 3.72[%]오차를 보이지만 비교적 정확한 값을 얻었다고 사료된다.  
따라서, 시편의 諸整數들을 이론에 적용하므로써 시편 두께를 조정할 수 있는 한계내에서 원하는 주파수의 두께縱振動 세라믹 필터를 구성할 수 있으리라고 思料된다.

### 참 고 문 헌

- [1] W.S. Mortley, F.M.Q. Wireless World, Vol. 57, pp. 399~403, Oct. 1951.
- [2] W. Shockley, D.R. Curran and D.J. Koneval, J. Acoust. Soc. Am, Vol. 41, No. 4, pp. 981~993, Apr. 1967.
- [3] M. Onoe and H. Jumonji, Electron. Commun. Japan, No. 9, pp. 84~93, Sept. 1965.
- [4] 田中, 清水等, 電子通信學會, 超音波研資, US71-3, 1971.
- [5] R.D. Mindlin and M.A. Medick, J. Appl. Mechanics, 26, Trans. ASME, 81, Series E, pp.

Corps Contract DA-36039 SC-56772.

- [8] B.A. Auld, Acoustic fields and Waves in Solids, Vol. 1, Wiley, New York, 1973, p190~200.
- [9] H.F. Tiersten, Liner Piezoelectric Plate Vibrations, Plenum Press, New York, 1969.
- [10] D.V. Shick, Analytical Studies of Thickness-Extensional Trapped Energy Mode Resonators and Transducers, PhD, 1984.
- [11] H.F. tiersten and B.K. Sinha, Ultraso. Instit. Elect. Electron. Eng., New York, pp. 167~171, 1978.
- [12] P. Das, G.A. White, B.K. Sinha, C. Lanzl, H. F. Tiersten and J.F. McDonald, Acoustical Imaging, Vol. 8, pp. 119~135, 1980.
- [13] H.F. Tiersten, B.K. Sinha, J.F. McDonald and P.K. Das, Ultra. Symp. Proc., pp. 163~166, 1978.
- [14] Peizoelectric Ceramic-Typical Room Temperature Data, Vernitron Ceramics Cooperatoin.
- [15] 理化學 辭典, 大光書林, p. 721, 1981.