

# 동등 편차 슬라이딩 모드를 이용한 직류 서보 전동기의 위치제어

## Position Control of DC Servo Motor Using the EESM Control Method

李 允 鍾\* · 孫 永 大\*\*  
(Yoon-Jong Lee · Young-Dae Son)

### 요 약

본 논문에서는 동등편차 슬라이딩 모드 제어방식이라는 새로운 제어 알고리즘을 제안하였으며 이를 직류 서어보 전동기의 위치제어에 적용하였다. 이 방식은 Filippov가 제시한 위상 속도벡터 개념을 도입한 것으로서, 이를 이용하여 기존의 가변구조 제어법칙에서의 제어이득 선정의 난점을 간편화하고 스위칭 평면상의 상태편차가 스위칭 평면 양쪽에서 같이 값이 되도록 함으로써 슬라이딩 모드가 파괴될 확률을 극소화 시키며 이상적인 슬라이딩 모드에 근접하도록 하였다. 또한, 본 방식을 직류 서어보 전동기의 위치제어에 적용한 결과를 기존의 가변구조 제어법칙에 의한 결과와 비교 검토하여 본 방식의 타당성을 입증하였다.

**Abstract-** A new control algorithm so called equal excursion sliding mode (EESM) control method is proposed to control the position of DC servo motor. This method introduces the concept of phase velocity vector that Filippov presented, and simplifies the problem of control gain selection in a conventional VSC strategy. And, by making state trajectories have equal excursions on both sides of switching hyperplane we minimized the probability of sliding mode's being collapsed, and approximated to the ideal sliding mode. Also, we proved the validity of this method by comparing the application results of this method to DC servo motor with those of conventional VSC strategy.

### 1. 서 론

\*正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 名譽教授 · 工博

\*\*正 會 員 : 漢陽大 工大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字 : 1990年 5月 15日

1次修正 : 1990年 10月 19日

2次修正 : 1990年 12月 5日

최근 서어보 모터에 의한 구동제어 기술의 고도화 및 정밀화가 점점 요구되고 있는데 서어보 제어성능을 나타내는 평가 지표로서 응답시간, 오버슈트, 정확도 및 강인성등을 들 수 있다.

일반적으로 사용되어 온 PID제어기나 선형 상태 궤환 제어기 만으로는 위의 여러특성을 만족시키기 가 곤란하므로 적응제어기를 비롯한 비선형 제어기에 관한 연구가 이루어져 왔다. [5]

이 중의 하나로 최근 강인성을 중시한 제어방식으로서 가변 구조계(Variable Structure System)의 이론을 이용한 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control)방식이 주목을 받고 있다. [2] 이는 제어대상의 상태에 따라서 제어기의 궤환 이득을 바꿔 상태 공간상에 설정한 스위칭 평면(Switching Hyperplane) 근방에 상태를 구속하면서 목표 값에 도달시키는 제어방식인데, 상태가 이 평면상에서 동작할 경우 시스템 매개변수의 변동이나 외란에 거의 영향을 받지 않는 특성을 갖는다. 또한, 슬라이딩모우션을 발생시키기 위해서는 상태가 스위칭 평면을 통과하는 순간에 제어 입력을 스위칭하지 않으면 안되는데 그 원리는 오래전 부터 알려져 왔음에도 불구하고 하드웨어의 제약때문에 본격적인 실용화는 이루지 못했다. 그러나, 최근의 고속스위칭 반도체 소자와 마이크로 프로세서의 출현으로 이 이론이 차차 실제시스템에 적용되기 시작했으며 로봇트 아암과 유도 전동기, Valve Positioner 등과 같은 서어보 시스템의 제어에 응용되고 있다. [13]

가변구조계 이론의 문제점으로서는 크게 두가지를 들 수 있는데 그 첫 번째로, 상태가 초기상태에서 스위칭 평면에 도달할 때까지의 기간(Reaching Phase)중에는 슬라이딩 모우션을 취하지 않으므로 가변 구조계의 장점인 강인성(Robustness)을 가질 수 없다는 점이다. 그러나, 이 도달시간은 극히 짧은 시간이며 스위칭 평면의 조절로 어느 정도 해결할 수 있는 문제이다. 두 번째로, 제어 신호의 dead time과 궤환 이득의 스위칭에 따라 발생하는 제어 입력의 진동(chattering) 현상[4]을 들 수 있는데 이는 상태를 스위칭 평면상에 구속시키는 과정에서 발생하며 구동계에 나쁜 영향을 미치는 현상이다. 이러한 진동의 크기와 스위칭 이득의 크기는 비례 관계에 있으며, 이 진동현상의 억제와 강인성은 trade-off 관계를 가지게 된다. 그러므로, 이 진동현상의 완전한 억제보다는 스위칭 평면상의 상태가 이상적인 경우에 가까운 슬라이딩 모우션을 가지도록 하는 스위칭 이득을 선정해야 한다.

따라서, 본 논문에서는 종래의 임의적인 스위칭 이득 선정보다는 좀 더 간편한 스위칭 이득 선정 방법을 사용하여 스위칭 평면상의 상태 편차가 스위칭 평면 양쪽에서 같은 값이 되도록 함으로써

슬라이딩 모드가 파괴될 확률을 극소화시키고 이상적인 슬라이딩 모드에 근접하도록 하는 제어방법을 제시하였다. 또한, 이 제어법을 직류 서어보 모터에 적용하여 그 제어성능을 고찰하였다.

## 2. 가변 구조 제어 시스템

가변구조계(Variable Structure System)이론은 시스템의 운행중에 현재의 상태오차와 그 미분값에 따라 시스템의 구조를 의도적으로 바꾼다는 점에서 고전적인 제어이론과 다르며, 상태가 슬라이딩 모드(sliding mode)상태에 있을 때의 시스템은 매개변수 변화와 외란에 거의 영향을 받지 않고, 물리적인 실현이 간단하여 실시간 제어(real time control)에 유리한 장점을 가지고 있다.

이 슬라이딩 모드 제어기 설계를 위해서는 다음의 기본적인 두 과정을 거친다. [7]

첫째, 원하는 동작을 얻기 위한 안정한 스위칭 평면을 설정한다.

둘째, 스위칭 평면을 설정하고 난 뒤 시스템의 상태궤적이 이 평면상으로 향하도록 하며 이후 계속 이 평면상에 유지되도록 하는 제어입력 즉, 스위칭 이득을 결정한다.

스위칭 평면은 다음과 같이 정의한다. [1]

$$S = \sum_{i=1}^n C_i X_i, C_i = \text{const} > 0, C_n = 1 \quad (1)$$

슬라이딩 모드시 시스템의 상태궤적은 스위칭 평면상으로 제한되므로 다음의 식으로 슬라이딩 모우션을 표현할 수 있다. [2]

$$S = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{dS}{dt} \triangleq 0 \quad (2b)$$

따라서,  $n=2$ 일 때의 해를 구하면 다음 식과 같다.

$$X_1(t) = X_1(t_0) \exp[-C_1(t - t_0)] \quad (3)$$

여기서,  $t_0$ 는 시스템의 상태가 스위칭 평면에 도달하는 시간이다.

그러므로 상태궤적이 스위칭 평면에 도달하여 슬라이딩 동작을 할 때에는 시스템 매개변수나 외란의 영향을 받지 않고 단지 슬라이딩 라인의 기울기인  $C_1$ 값에 따라서 응답속도가 달라짐을 알 수 있다.

즉,  $C_1$ 을 크게 하면 응답속도는 빨라지나 도달 시간(Reaching Time)이 길어져서 전반적으로 강인성이 떨어지며,  $C_1$ 을 작게하면 그 반대의 현상

이 발생한다.

따라서, 원하는 과도특성을 갖도록  $C_1$ 을 설정할 수 있으며, 또한 이  $C_1$ 값에 의해 지배되는 시스템은 안정해야 한다.

스위칭 평면상에 슬라이딩 모드가 존재할 조건은 다음과 같다. [2]

$$\lim_{s \rightarrow 0} S(dS/dt) \leq 0 \tag{4}$$

스위칭 평면이 설정되면 상태를 이 평면상에 구속시키는 제어입력 즉, 제한 스위칭 이득을 식(4)의 조건으로 부터 구할 수 있다.

### 2.1 등가 제어입력법[3], [11], [12]

일반적으로 이상적인 슬라이딩 모드라고 하면, 제어입력이 무한의 주파수로 변하고 위상 속도 벡터는 단지 스위칭 평면을 따라만 진행된다는 가정 아래 이루어진다. 그러나, 실제로는 여러 종류의 불완전한 요소로 인해 상태레직은 어떤 한정된 주파수를 가지고 불연속면(스위칭 평면) 주위에서 진동하면서 원점으로 복귀하게 되며 또한, 제어입력도 마찬가지로 한정된 주파수를 가지게 된다. 이와 같은 불완전한 요소로서 시스템 고유의 백래쉬(backlash), 히스테리시스(hysteresis)와 스위칭 소자의 지연시간 및 모델링 과정에서 무시한 제반 변수등을 들 수 있다. 그러므로 이러한 불완전한 요소들을 포함하고 있는 실제 시스템에서의 제어입력은 스위칭 평면상에서  $u^+$ 와  $u^-$ 의 값을 번갈아 가지면서 한정된 주파수로 변화하게 된다. 이 진동현상은 고주파성분과 저주파 성분을 동시에 가지는데 이러한 값들의 평균치를 취한 제어입력을 등가 제어입력이라 하며  $u_{eq}$ 로 표시한다. 결국, 스위칭 평면상에서 상태레직이 슬라이딩모우션을 한다고 할 때 제어입력은 불연속이 되는데 이 불연속 입력을 연속입력으로 평가하는 것이 등가 제어입력법이다. 논의를 간단히 하기 위해 다음과 같이 입력에 관해서 선형인 제어 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{X} = AX + Bu \tag{5}$$

여기서,  $X \in R^n$ 는 상태변수 벡터,  $u \in R^m$ 는 제어입력,  $A$ 와  $B$ 는 각각  $n \times n$ ,  $n \times 1$ 의 행렬이며, 시스템 및 제어입력의 차수인  $n, m$ 은  $n \geq m$ 의 관계를 가진다. 만약, 이상적인 스위칭이 이루어진다면 슬라이딩 모드에서의 시스템 방정식은 Wonham과 Johnson[2]이 제안한 다음 두 식으로 이루어진다.

$$S=0 \tag{6a}$$

$$\dot{S} = \frac{dS}{dt} \triangleq \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dt} = CX = 0 \tag{6b}$$

식(5)를 식(6b)에 대입하면 다음 식과 같다.

$$\dot{S} = C[AX + Bu] = 0 \tag{7}$$

그러므로 식(7)에서  $\det(CB) \neq 0$ 으로 가정하여 얻을 수 있는 입력이 등가제어입력  $u_{eq}$ 이며 다음과 같다.

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}(CAX) \tag{8}$$

식(8)을 식(5)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu_{eq} \\ &= [I - B(CB)^{-1}C]AX = A_{eq}X \end{aligned} \tag{9}$$

이 식(9)가 이상적인 슬라이딩 모드시의 시스템 방정식이 된다. 이 때 식(6a)도 동시에 만족하므로 식(9)는식(5)에 비해  $(n-m)$ 차원으로 저차원화 된다. 또한,  $A_{eq}$ 에서 구한 특성 방정식으로 부터 얻을 수 있는 고유치(eigen value)가 그 시스템의 구조(structure)를 결정하게 된다.

### 2.2 동등편차 슬라이딩 모드(EESM)

이상적인 가변구조 제어시스템에서는 시스템의 상태가 스위칭 평면에 도달하고 나면 그 평면상에서 무한소의 진폭을 가지면서 진동을 하게 되며, 이 때 시스템의 구조(structure)가 무한대의 주파수로 스위칭 하면서 변화하게 된다. 그러나, 실제 시스템에서의 상태는 스위칭 소자의 시간지연등으로 인해 스위칭 평면으로 부터 상당한 오버슈트(overshoot)를 가지게 되며 이상적인 슬라이딩 모우션이 되지 못한다. 이 때문에 가변구조계의 특징이라고 할 수 있는 매개변수나 외란등의 변동인자에 대해 강인하다는 점을 상실하게 될 우려가 있다. 이러한 문제점을 해결하고 거의 이상적인 슬라이딩 모드를 얻기 위해 본 연구에서는 EESM(Equal Excursion Sliding Mode) 제어방식을 이용한다.

이를 고찰하기 위해 다음과 같은 2차 시스템을 고려하자.

$$\dot{X}_1 = X_2 \tag{10}$$

$$\dot{X}_2 = -a_1X_1 - a_2X_2 - bu \tag{11}$$

여기서  $X_1, X_2$ 는 상태오차 변수이며  $a_1, a_2$ 는 양의 상수이다.

제어입력은 다음 식과 같이 구성한다.

$$u = \varphi X; \tag{12}$$

여기서  $\varphi$ 는 다음 식과 같이 정의되는 케환이득이다.

$$\varphi = \begin{cases} \alpha & (X_1 S > 0) \\ \beta & (X_1 S < 0) \end{cases} \tag{13}$$

또한 식(1)로부터  $S = C_1 X_1 + X_2$ 가 되며  $S = 0$ 은 스위칭 라인(슬라이딩 라인)을 의미한다.

그림 1에서 보는 바와 같이 초기시간  $t_0$ 에서의 상태위치는 음의 횡축상에 있다고 가정하자. 이후로 상태는 타원 궤적을 따라서 움직이다가 임의의 시간  $t_1 > t_0$ 에서 스위칭 라인에 도달할 것이다. 만약 스위칭 소자의 시간지연이 없다고 가정하면 시스템의 구조는  $t_1$ 에서 스위칭 라인을 향하는 쌍곡선의 궤적을 따라 순시적으로 스위칭 한다. 그러나, 실제로는 지연시간  $\tau$ 가 존재하므로  $t_1 + \tau$ 가 되어야 스위칭 하게 된다.

시간  $t_1 + \tau$ 에서 시스템의 구조가 변화하는 순간에 상태궤적의 진행방향이 바뀌며 쌍곡선 궤적을 따라 스위칭 라인을 향해 나아가게 되며, 임의의 시간  $t_2 > t_1 + \tau$ 에서 상태궤적은 스위칭 라인에 다시 도달하게 된다. 마찬가지로  $t_2 + \tau$ 가 되어야 시스템 구조가 바뀌게 되며 이후 계속해서 같은 동작을 되풀이 하면서 원점으로 나아가게 된다.

여기서 케환이득  $\alpha, \beta$ 를 적절히 선택하지 않으면 상태가 어느 한쪽 구조에서 더 큰 편차를 가지게 되는 문제가 생기는데 이런 경우, 상태가 쌍곡선의 고유치 밖으로 이탈하여 스위칭 평면상에 슬라이딩 모드가 존재하지 않는 경우가 발생할 수가

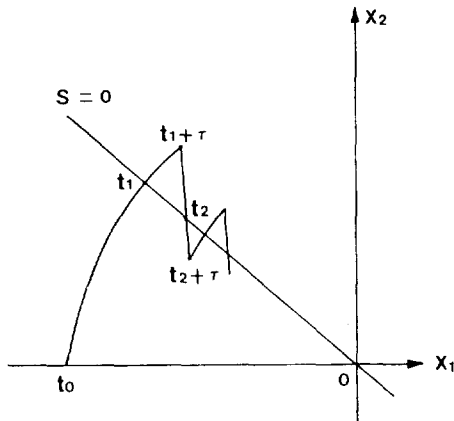


그림 1 VSS의 위상면도  
Fig. 1 Phase plane of VSS state trajectory.

있으며 파라미터 변동과 외란에 둔감하다는 슬라이딩 모드의 장점이 상실될 우려가 있다.

따라서, 본 논문에서는 이와같은 문제를 해결하기 위해, 즉 스위칭 소자의 한정된 지연시간  $\tau$ 가 존재할 때 스위칭 주파수를 최대화 시키기 위한 케환이득을 선택하여 스위칭 라인의 양쪽에서 동일한 상태 편차를 가지게끔 해줌으로써 이상적인 슬라이딩 모드에 근접하도록 한다.

### 2.3 EESM의 전개

다음과 같은  $n$ 차 가변 구조 시스템을 생각해 보자.

$$\begin{cases} \dot{X}_i = X_{i+1} (i=1,2,\dots,n-1) \\ \dot{X}_n = -\sum_{i=1}^n a_i X_i - bu \\ u = \varphi X_1 \\ \varphi = \begin{cases} \alpha & (X_1 S > 0) \\ \beta & (X_1 S < 0) \end{cases} \\ S = \sum_{i=1}^n C_i X_i, C_i = \text{const} > 0 (i=1,2,\dots,n-1), \\ C_n = 1 \end{cases} \tag{14}$$

시스템(14), (15)의 궤적을 따른  $S$ 의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^{n-1} C_i X_i + X_n \right) \\ &= \frac{dX_n}{dt} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i \frac{dX_i}{dt} \\ &= -\sum_{i=2}^{n-1} (a_i - C_{i-1}) X_i - a_1 X_1 \\ &\quad - b\varphi X_1 + (C_{n-1} - a_n) X_n \end{aligned} \tag{16}$$

식(15)로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$X_n = -\sum_{i=1}^{n-1} C_i X_i \quad (S=0\text{일때}) \tag{17}$$

그러므로 식(17)을 식(16)에 대입하여 스위칭 평면상에서  $S$ 의 미분을 구하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \left. \frac{dS}{dt} \right|_{S=0} &= \sum_{i=2}^{n-1} (C_{i-1} - a_i + C_i a_n - C_i C_{n-1}) X_i \\ &\quad + (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1} - b\varphi) X_1 \end{aligned} \tag{18}$$

스위칭 평면  $S=0$ 상에서 슬라이딩 모드가 존재할 조건인 식(4)를 만족하기 위해,  $X_1$ 을 제외한  $X_i$ 의 모든 계수를 0으로 놓아서 다음 식과 같은 계수  $C_i$ 에 대한 제한 조건을 만들 수 있다. [2]

$$C_{i-1} - a_i + C_i a_n - C_i C_{n-1} = 0 \quad (i=2, \dots, n-1) \tag{19}$$

그러므로 식(4)와 (18)로부터 스위칭 평면상에

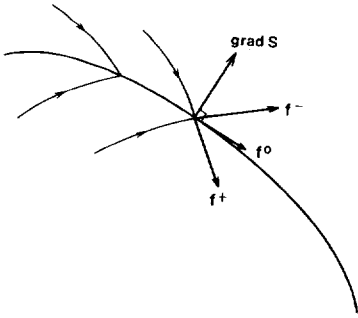


그림 2 슬라이딩 모드시  $f^0$ 를 얻기 위한 Filippov방법 표시  
**Fig. 2** Illustration of the Filippov method of determining the desired velocity vector  $f^0$  for motion in the sliding mode.

서 슬라이딩 모드가 존재할 조건은 다음 식과 같은 두가지 부등식으로 된다.

$$a \geq (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1}) / b \quad (20a)$$

$$b \leq (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1}) / b \quad (20b)$$

이와 같이 구할 수 있는 계환이득  $\alpha, \beta$ 는 그 크기에 따라 시스템의 계적에 상당히 큰 영향을 미친다.

그런데 시스템의 슬라이딩 모우션을 알아보기 위해서는 일반적으로 Filippov [2], [5]가 제안한 위상 속도 벡터 (phase velocity vector) 개념이 종종 도입되는데, 이 위상 속도 벡터는 스위칭 평면상의 시스템의 동작을 나타내며 그림 2에서  $f^0$ 가 이를 의미한다.

이  $f^0$ 는 벡터  $f^+$ 와  $f^-$ 의 양 끝을 잇는 선과 스위칭 평면의 점선과의 교점으로 부터 구할 수 있으며 다음 식으로 나타낼 수 있다. [2], [5], [9]

$$\dot{X} = f^0 = \mu f^+ + (1 - \mu) f^-, 0 \leq \mu \leq 1 \quad (21)$$

여기서  $\mu$ 는  $f^+$ 와  $f^-$ 의 상호 위치와 크기 및 grad S에 따라 변하는 매개변수이다. 그림 2에서  $\mu$ 를 계산하기 위해 조건  $\text{grad } S \cdot f^0 = 0$ 를 적용하면 다음 식을 구할 수 있다.

$$\mu = \frac{\text{grad } S \cdot f^-}{\text{grad } S \cdot (f^- - f^+)} \quad (22)$$

식(22)를 식(21)에 대입하면 다음과 같은 위상 속도 벡터 즉, 슬라이딩 모우션 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{X} = f^0 = \frac{\text{grad } S \cdot f^-}{\text{grad } S \cdot (f^- - f^+)} f^+ + \frac{\text{grad } S \cdot f^+}{\text{grad } S \cdot (f^- - f^+)} f^- \quad (23)$$

여기서 grad S의 단위벡터를  $N$ 이라고 한다면  $N^T$ 는 다음 식과 같다.

$$N^T = \frac{(\text{grad } S)^T}{|\text{grad } S|} = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{n-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$f^+$ 와  $f^-$ 는 계환이득  $\varphi$ 가 각각  $\alpha$ 와  $\beta$ 값을 가질 때의 위상 속도 벡터를 의미하며 다음 식들로 표시된다.

$$f^+ = \dot{X}|_{\varphi=\alpha} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \\ -\sum_{i=1}^n a_i X_i - b\alpha X_1 \end{bmatrix} \quad (25a)$$

$$f^- = \dot{X}|_{\varphi=\beta} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \\ -\sum_{i=1}^n a_i X_i - b\beta X_1 \end{bmatrix} \quad (25b)$$

그러므로 식(24)와 (25b)로 부터 위상 속도 벡터  $f^-$ 의  $N$ 방향 성분은 다음 식과 같다.

$$N \cdot f^- = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}} \left( \sum_{i=2}^n C_{i-1} X_i - \sum_{i=1}^n a_i X_i - b\beta X_1 \right) = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}} \left( \sum_{i=2}^{n-1} C_{i-1} X_i + C_{n-1} X_n - \sum_{i=2}^{n-1} a_i X_i - a_n X_n - a_1 X_1 - b\beta X_1 \right) \quad (2)$$

또한 식(17)을 식(26)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$N \cdot f^-|_{s=0} = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}}$$

$$\left[ \sum_{i=2}^{n-1} (C_{i-1} - a_i + C_i a_n - C_i C_{n-1}) X_i + (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1} - b\beta) X_1 \right] \quad (27)$$

식(19)의 제한조건을 식(27)에 대입하면 다음 식과 같다.

$$N \cdot f^-|_{s=0} = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}}$$

$$(C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1} - b\beta) X_1 \quad (28)$$

마찬가지로, 식(24)와 (25a)로부터  $f^+$ 의  $-N$ 방향 성분은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(-N) \cdot f^+|_{s=0} = \frac{1}{(1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^2)^{1/2}}$$

$$(-C_1 a_n + a_1 + C_1 C_{n-1} + b\alpha) X_1 \quad (29)$$

그림 3과 같은 2차 가변구조 시스템에서 상태 궤적이  $f^-$ 의 위상속도로  $X_1 S > 0$ 인 영역으로부터 스위칭 라인에 도달할 때 소자의 스위칭 지연으로 인해  $X_1 S < 0$ 인 영역에서  $\tau$ 동안 머무르고 난 뒤에야 다시 스위칭하게 되어  $f^+$ 의 위상속도로 임의의 시간  $\tau_1$ 에 걸쳐 스위칭 라인  $S=0$ 으로 되돌아가게 된다.

그런데, 지연시간  $\tau$ 가 충분히 작다고 가정하면 다음과 같은 등식이 성립할 수 있다.

$$[N \cdot f^-|_{s=0}] \tau = [(-N) \cdot f^+|_{s=0}] \tau_1 \quad (30)$$

마찬가지로 상태 궤적이  $X_1 S < 0$ 인 영역으로 부터 스위칭 라인  $S=0$ 을 통과한 후에 위상속도  $f^+$ 로  $X_1 S > 0$ 인 영역으로 들어가게 되며 지연시간  $\tau$ 동

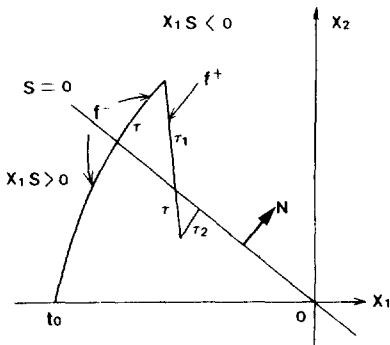


그림 3 2차 VSS의 상태 궤적  
Fig. 3 State trajectory of second-order VSS.

안 지연되고 난 뒤에 다시 임의의 시간  $\tau_2$ 동안  $f^-$ 의 위상속도로 스위칭 라인으로 향하게 된다. 그러므로 지연시간  $\tau$ 가 충분히 작다고 가정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$[(-N) \cdot f^+|_{s=0}] \tau = [N \cdot f^-|_{s=0}] \tau_2 \quad (31)$$

식(28)-(31)로 부터 다음과 같은 관계식들을 구할 수가 있다.

$$\tau_1 = m\tau \quad (32a)$$

$$\tau_2 = \tau/m \quad (32b)$$

$$\text{여기서, } m = \frac{-C_1 a_n + a_1 + C_1 C_{n-1} + b\beta}{C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1} - b\alpha} \quad (33)$$

그러므로 스위칭 주파수  $f_s$ 는 다음과 같다.

$$f_s = \frac{1}{2\tau + \tau_1 + \tau_2} \quad (34)$$

이 스위칭 주파수를 최대를 하기 위해서는  $\tau_1 + \tau_2$ 를 최소화 해야 하는데  $\tau_1 + \tau_2 = (m + 1/m)\tau$ 이므로  $m + 1/m$ 을 최소화 해야 하며  $m=1$ 을 얻을 수 있다. 그러므로 최대 스위칭 주파수는 다음 식과 같다.

$$f_{\max} = \frac{1}{4\tau} \quad (35)$$

식(33)으로 부터 최대 스위칭 주파수를 얻기 위한 제한이득  $\alpha, \beta$ 는 다음 등식을 만족해야 한다.

$$\beta = \frac{2}{b}(C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1}) - \alpha \quad (36)$$

또한,  $m=1$ 을 식(32a)와 (32b)에 대입하여 이 결과를 식(30)과 (31)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$(-N) \cdot f^+|_{s=0} = N \cdot f^-|_{s=0} \quad (37)$$

이와 같이 동등한 편차를 가지는 특성에 의거한 이 제어방식을 동등 편차 슬라이딩 모드 제어방식이라고 정의하며, 식(20a)와 (20b) 및 (36)으로 부터 스위칭 평면상에 EESM이 존재할 조건을 구할 수 있다. 즉,

$$\alpha \geq (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1})/b = P \quad (20a)'$$

$$\beta \leq (C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1})/b = P \quad (20b)'$$

$$\beta = \frac{2}{b}(C_1 a_n - a_1 - C_1 C_{n-1}) - \alpha = 2P - \alpha \quad (36)'$$

그리고 조건식 (20a)'로 부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$2P - \alpha \leq P \quad (38)$$

그러므로 식(20b)'는 자동적으로 만족된다. 결국,

스위칭 평면상에 EESM이 존재할 조건은 식(20a)와 (36)'의 두 식으로 축약된다.

3. 모델에의 적용[6], [10]

본 연구의 해석 모델은 전기자 전압에 의해 제어되는 영구자석형 직류 서어보 전동기이며 일본 SanYo Denki의 제품이다. 이 전동기의 발생 토크 식은 다음과 같다. [8]

$$T_g = J \frac{dw}{dt} + Bw + T_L = K_t i_a \quad (39)$$

전자자 루프의 전압 방정식은 다음과 같다.

$$V_a = L \frac{di_a}{dt} + R i_a + V_g \quad (40)$$

$$V_g = K_e w \quad (41)$$

식(39), (40), (41)로부터 상태 변수  $X_1$ 을 위치 오차,  $X_2$ 를 각속도로 선택하고 시스템의 전기적

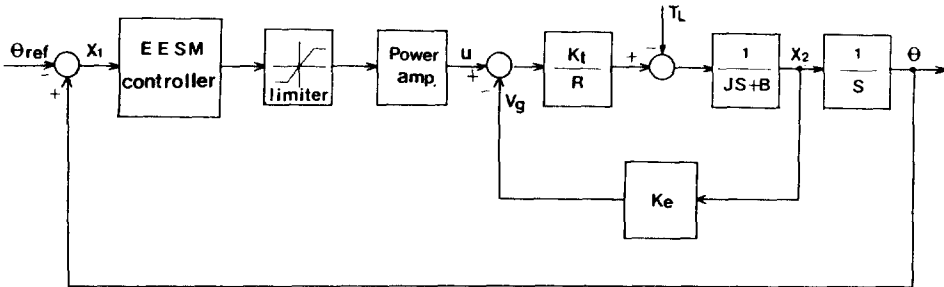


그림 4 시스템 블록선도  
Fig. 4 System block diagram.

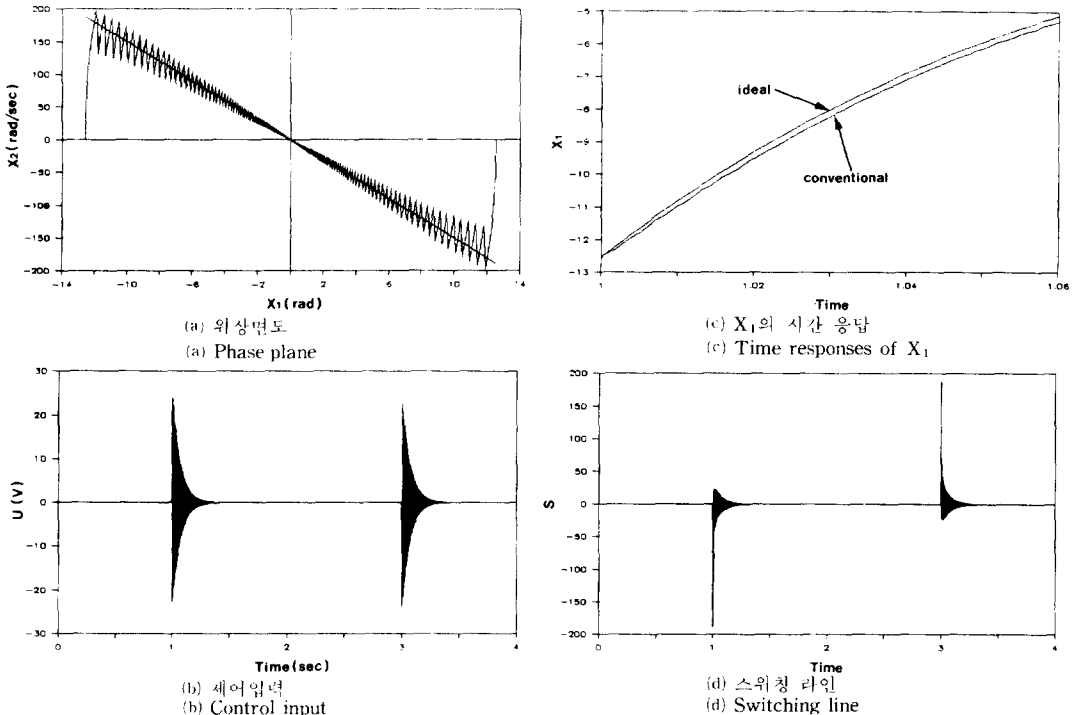


그림 5 기존 가변구조 제어법 적용시의 시뮬레이션 결과  
(a) 위상면도 (b) 제어입력 (c)  $X_1$ 의 시간 응답 (d) 스위칭 라인  
Fig. 5 Simulation results of conventional VSC strategy.  
(a) Phase plane (b) Control input (c) Time responses of  $X_1$   
(d) Switching line

표 1 전동기 매개변수  
Table 1 Motor parameter

parameter	value
R(전기자 저항)	1.1Ω
L(전기자 인덕턴스)	0.4mH
J(회전자 관성)	1.0388×10 <sup>-5</sup> Kg·m <sup>2</sup>
B(마찰 계수)	1.7×10 <sup>-6</sup> Kg·m <sup>2</sup> /sec
K <sub>t</sub> (토크 정수)	50×10 <sup>-3</sup> N·m/A
K <sub>e</sub> (유기전압 정수)	0.04976 V·sec/rad
정격 토크	0.186N·m

시정수를 무시하면 본 시스템은 다음과 같은 상태 방정식으로 표시된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/\tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b/\tau_m \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} T_L \quad (42)$$

여기서,  $X_1 = \theta - \theta_{ref}$ ; 위치오차

$X_2 = dX_1/dt$ ; 각속도

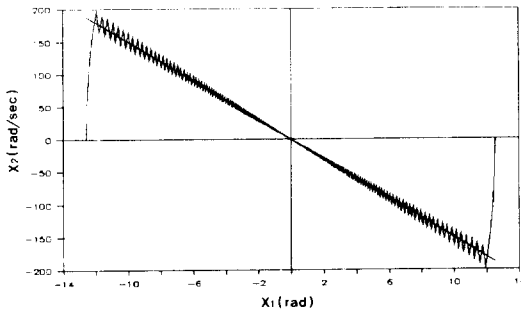
$\tau_m = RJ/(RB + K_t K_e)$

$b = K_t/(RB + K_t K_e)$

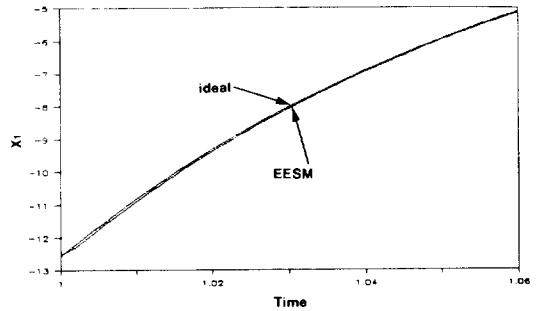
$d = -1/J$

표1에 전동기의 제정수들, 그림 4에 시스템 블록 선도를 나타내었다.

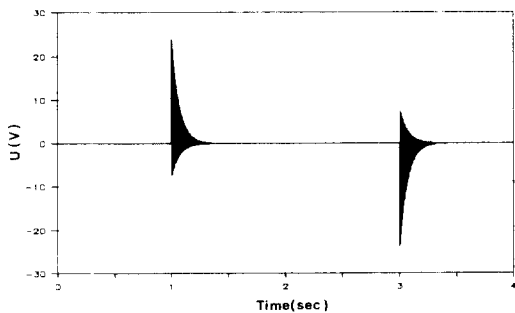
다음의 그림 5와 6은 본 연구의 시뮬레이션 결과들인데 시간 1초에서 4π의 위치 지령을 내리고 3초에서 다시 원위치 지령을 내렸을 때의 경우이며 샘플링 주기는 1msec이다. 그리고 X<sub>1</sub>의 시간 응답은 이상적인 경우와의 비교를 위해 적절한 시간 간격에서 구했으며, C<sub>1</sub>값은 편차정도를 확인하기 위해 상태케적의 위상 속도벡터가 아주 클 때의 값으로 정했다. 그림 5는 슬라이딩 모드 존재 조건을 이용한 종래의 이득 선정법 즉, 식(20a)와 (20b)를 사용할 때 각 변수들의 시뮬레이션 결과 파형을 나타내며 α=1.9, β=-1.9, C<sub>1</sub>=15를 적



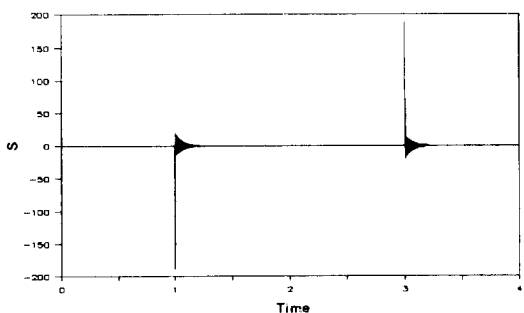
(a) 위상면도  
(a) Phase plane



(c) X<sub>1</sub>의 시간 응답  
(c) Time responses of X<sub>1</sub>



(b) 제어입력  
(b) Control input



(d) 스위칭 라인  
(d) Switching line

그림 6 EESM 제어방식 적용시의 시뮬레이션 결과

(a) 위상면도 (b) 제어입력 (c) X<sub>1</sub>의 시간응답 (d) 스위칭 라인

Fig. 6 Simulation results of EESM control method.

(a) Phase plane (b) Control input (c) Time responses of X<sub>1</sub>  
(d) Switching line



용하여 구한 결과이다. 그림 5(a)의 위상면도는 그림 5(b)의 제어입력이 인가되는 시점인 1초부터 적용한 결과이며 상태궤적을 따른 직선은 스위칭 라인을 나타낸다. 그림 6(a), (b)도 마찬가지로의 경우를 나타낸다. 그림 5(a)와 그림 5(c)에서 알 수 있듯이 스위칭 라인 양쪽의 편차가 같아지지 않고 한 쪽으로만 많이 치우치는 현상이 생기며  $X_1$ 은 이상적인 경우와 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 그림 6은 본방식 즉, EESM 제어방식을 적용하여 구한 결과이며,  $C_1=15$ 로 설정하고 식 (20a)'로부터  $\alpha=1.9$ 로 선택한 뒤 식 (36)'로부터  $\beta=-0.612$ 를 구해 적용한 결과이다. 이 경우 스위칭 라인 양쪽의 편차가 같아지게 되며  $X_1$ 은 이상적인 경우와 거의 같아짐을 알 수 있다. 또한,  $SX_1 > 0$ 인 영역의 시스템은 나선형 구조를,  $SX_1 < 0$ 인 영역에서는 쌍곡선 구조를 가지게 되며 상태 궤적은 이 두 구조 사이에서 스위칭 라인을 따라 동등편차 슬라이딩 동작을 취하면서 원점으로 복귀하게 된다.

4. 실험 및 결과

본 연구의 제어 알고리즘 실험을 위해서 CPU가 80286인 IBM PC/AT를 제어장치로 이용한 전체 하드웨어 구성도를 그림 7에 나타내었다. 부동 소수점 계산을 위해 8MHz Math Coprocessor (80287)를 장착하였으며, 샘플링 주기의 조절을 위해 8254의 모드 3을 이용하며 1msec의 주기를 가지는 구형파를 발생시켜 이 신호를 8259의 인터럽터 요구단자에 인가하여 CPU에 인터럽터를 걸었다. 전동기의 위치는 전동기축에 부착된 엔코우

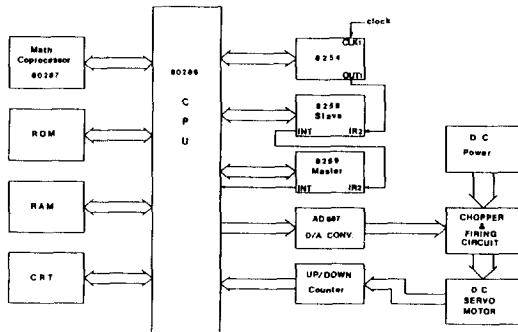


그림 7 제어시스템의 하드웨어 구성도  
Fig. 7 Hardware configuration of control system.

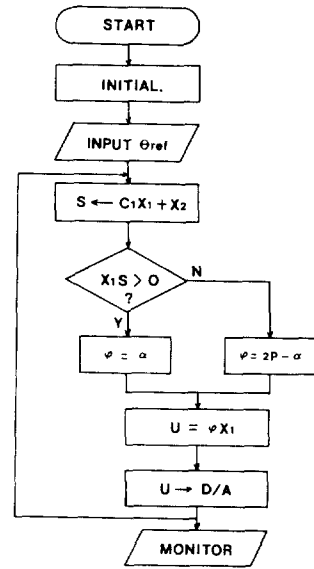


그림 8 동등편차 슬라이딩 모드 제어 알고리즘의 흐름선도  
Fig. 8 Flow chart of EESM control algorithm.

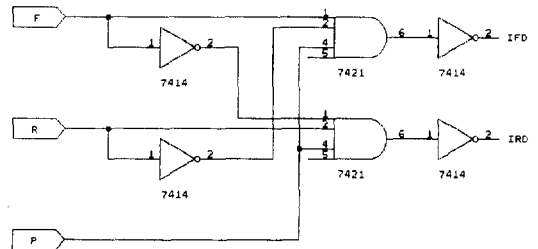


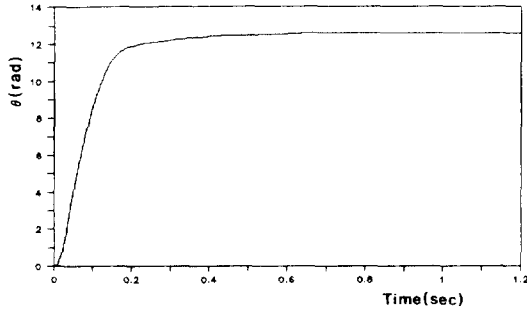
그림 9 논리회로  
Fig. 9 Logic circuit.

더 (500 pulses/rev.)와 UP/DOWN Counter로 검출하며 12비트 D/A변환기 AD667을 이용하여 제어입력을 아날로그 값으로 변환시켰다.

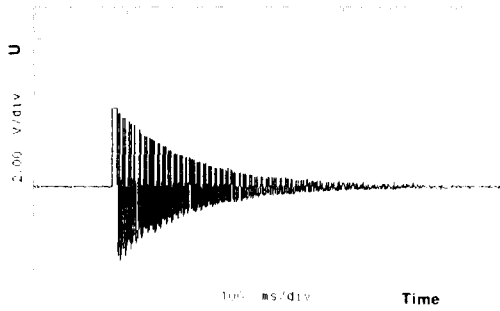
D/A변환기의 출력은 PWM 증폭회로를 거쳐 Base Drive회로의 제어신호로 입력되며 4상한 초퍼를 통해 전동기에 전원을 공급한다. 그림 8은 본 제어 알고리즘의 흐름선도를 나타낸다.

본 실험의 베이스 구동회로를 제어하는 신호는 D/A변환기의 출력신호를 PWM파로 바꾸고 증폭한 뒤 논리회로를 거쳐서 발생한다. 그림 9는 전동기의 정방향과 역방향 신호 및 PWM신호의 논리 구성회로를 나타낸다.

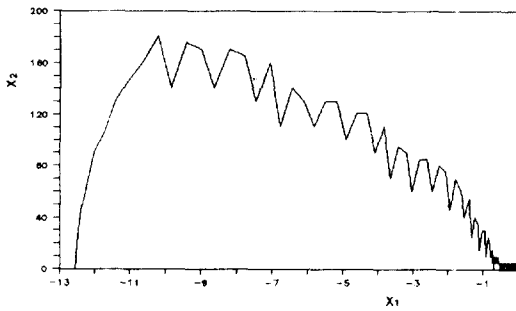
이 때의 IFD와 IRD는 베이스 구동회로의 입력 신호이며 다음 식과 같다.



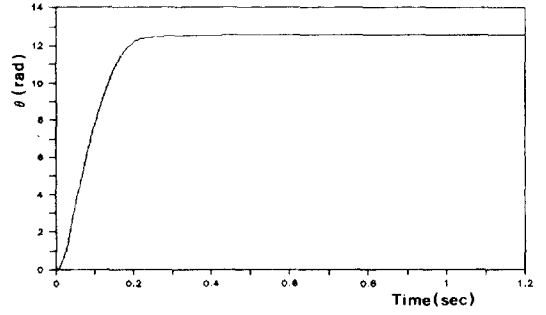
(a) 위치  
(a) Position



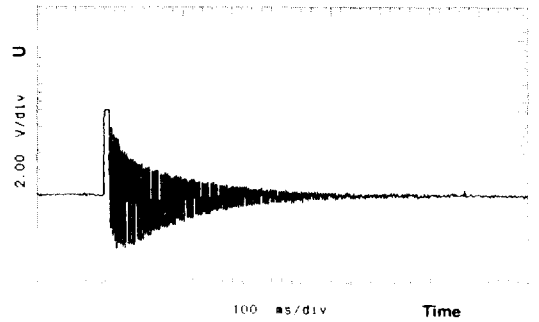
(b) 제어입력  
(b) Control input



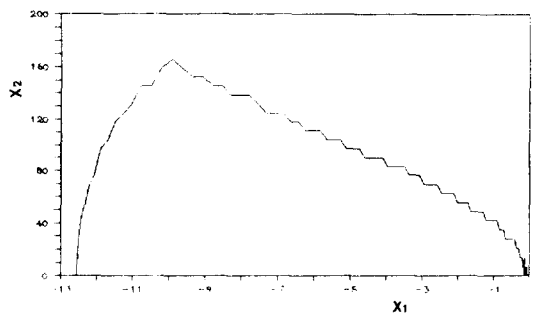
(c) 위상면도  
(c) Phase plane



(a) 위치  
(a) Position



(b) 제어입력  
(b) Control input



(c) 위상면도  
(c) Phase plane

그림 10 기존 방식 적용시의 실험 파형  
(a) 위치 (b) 제어 입력  
(c) 위상면도

Fig. 10 Experimental waveforms of conventional method.

(a) Position (b) Control input  
(c) Phase plane

그림 11 EESM 방식 적용시의 실험 파형  
(a) 위치 (b) 제어 입력  
(c) 위상면도

Fig. 11 Experimental waveforms of EESM control method.

(a) Position (b) Control input  
(c) Phase plane

$$\begin{aligned} \text{IFD} &= \overline{FRP} \\ \text{IRD} &= \overline{FRP} \end{aligned} \quad (43)$$

여기서,  $F$ 와  $R$  및  $P$ 는 각각 정방향과 역방향의 컴퓨터 신호 및 PWM 신호이며 IFD와 IRD가 0

일때 전동기는 각각 정방향과 역방향으로 회전하게 된다.

그림 11과 12는 기존 방식과 본 방식의 실험파형들인데 위치 지령값이  $4\pi$ rad인 스텝지령을 주었을 때의 실제위치와 제어입력 및 위상면도를 나타내고 있다. 이 파형들을 볼 때, 기존 방식은 정상상태 가까이에서 심한 진동현상으로 인해 정상상태 수렴속도가 본 방식에 비해 다소 늦어짐을 알 수 있으며 그림 10(c)와 그림 11(c)의 위상면도를 비교해 볼때 본 방식 적용시의 스위칭이 더 빨리 이루어짐을 알 수 있으며 스위칭점을 벗어나는 편차면에서도 스위칭 라인 양쪽에서 거의 일정함을 알 수 있다. 상태케적의 스위칭 점이 스위칭 라인으로 부터 조금 벗어나는 현상은 모델링 과정에서 무시한 전동기 인덕턴스 성분과 노이즈, 그리고 직류 전원 및 스위칭 소자의 불안정한 요소에 기인한다고 사료된다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 동등편차 슬라이딩 모드 제어방식이라는 새로운 제어 알고리즘을 제안하여 이를 직류 서보 전동기의 위치제어에 적용하였다. 그 결과 기존의 가변 구조제어 이론에서 문제가 되는 스위칭 이득의 선정문제를 간소화할 수 있었으며 상태케적의 스위칭 주파수를 최대화시켜 스위칭 라인 양쪽의 편차폭을 감소시키고 동등편차를 유발시켜 거의 이상적인 슬라이딩 동작을 얻을 수 있었다.

또한, 마이크로 프로세서를 사용한 제어기의 구현으로 본 방법의 제어성능을 검토해 보았으며 응답속도와 진동, 그리고 스위칭 주파수 면에서 기존 방법보다 양호한 특성을 얻을 수 있었다. 스위칭 점을 스위칭 라인으로부터 벗어나게 만드는 측정할 수 없는 노이즈나 제어기의 지연 현상을 고려한 모델링에 대한 연구도 앞으로의 연구 과제라고 사료된다.

### 참 고 문 헌

[1] V.I. Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-22, no. 2, pp. 212~222, April, 1977.  
 [2] U. Itkis, Control Systems of Variable

Structure, John Wiley and Sons, New York, 1976.

[3] V.I. Utkin, "Variable Structure Systems: Present and Future", Automa. & Remote Control, vol. 44, no. 9, pp. 1105~1120, 1983.  
 [4] M.D. Espana, R.S. Ortega and J.J. Espino, "Variable Structure Systems with Chattering Reduction: A Microprocessor Based Design", Automatica, vol. 20, no. 1, pp. 133~134, 1984.  
 [5] R.A. DeCarlo, S.H. Zak and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multi-variable Systems: A Tutorial", Proc. of IEEE, vol. 76, no. 3, pp. 212~232, March, 1988.  
 [6] 이 윤중, 손 영대 외 3인, "슬라이딩 모드를 이용한 DC Servo Motor의 위치제어", 대한전기학회 하계 학술 논문집, pp. 571~575, 1989.  
 [7] N.E. Gough, Z.M. Ismail and R.E. King, "Analysis of Variable Structure Systems with Sliding Modes", Int. J. System Sci. vol. 15, no. 4, pp. 401~409, 1984.  
 [8] B.C. Kuo and J. Tal, DC Motors and Control Systems, SRL Publishing Company, 1978, pp. 97~109.  
 [9] G. Bartolini and T. Zolezzi, "Variable Structure Systems Nonlinear in the Control Law", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-30, no. 7, pp. 681~684, July, 1985.  
 [10] Y.Y. Hsu and W.C. Chan, "Optimal Variable Structure Controller for DC Motor Speed Control", IEE Proc., vol. 131, Pt. D, no. 6, pp. 233~237, Nov., 1984.  
 [11] V.I. Utkin, "Equations of the Slipping Regime in Discontinuous Systems I", Automa. & Remote Control, vol. 32, no. 12, pp. 1897~1907, Dec., 1971.  
 [12] V.I. Utkin, "Equations of the Slipping Regime in Discontinuous Systems II", Automa. & Remote Control, vol. 33, no. 2, pp. 211~219, Feb., 1972.  
 [13] A. Savanovic and D.B. Izosimov, "Application of Sliding Modes to Induction Motor Control", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. IA-17, no. 1, pp. 41~49, Jan./Feb., 1981.