

〈論 文〉

# 축류 터빈의 설계 변수 및 설계 변수의 제한 조건이 성능에 미치는 영향

박호동\* · 정명균\*\*

(1991년 6월 17일 접수)

## Effects of the Design Variables and their Constraints on the Stage Performance of an Axial Flow Turbine

Ho Dong Park and Myung Kyoon Chung

**Key Words :** Axial Flow Turbine(축류 터빈), Sensitivity(민감도), Efficiency(효율), Mean line Prediction(평균 반경 예측), Optimization(최적화), Design Constraints(설계 제한 조건)

### Abstract

A simulation program is developed to analyse the performance of an axial flow turbine stage based on the meanline prediction method. The gradient projection method is utilized to minimize the aerodynamic losses under the specified constraints on such as flow coefficient, total pressure ratio, stage power and blade loading coefficient. After obtaining the optimum point for minimizing the stage loss, a sensitivity analysis is carried out ground the optimum point to find the effects of the design variables and the design constraints on the stage performance. The result of the sensitivity analysis under a constant blade loading coefficient shows that the total loss is more sensitive to the mean diameter, the absolute flow angle at nozzle outlet, the relative flow angle at rotor outlet and the axial mean velocity compared to the chords and the pitches. Moreover, the design constraints on the degree of reaction at root and the blade length-to-diameter ratio are found to be most influential on the maximization of the overall aerodynamic efficiency.

### 기호설명

$C$ : 날개 시위 길이 (m)	$N$ : 회전수 (rpm)
$c_p$ : 정압 계수 (kJ/kg K)	$P$ : 압력 (kN/m <sup>2</sup> )
$D$ : 직경 (m)	$S$ : 원주 방향으로의 날개 간격 (m)
$DOR$ : 반동도	$T$ : 온도 (K)
$H$ : 엔탈피 (kJ/kg)	$TPR$ : 압력비
$h$ : 날개 길이 (m)	$U$ : 접선 속도 (m/sec)
$M$ : 마하수	$V$ : 절대 속도 (m/sec)
$m$ : 질량 유속 (kg/sec)	$W$ : 상대 속도 (m/sec)
	$W_{tt}$ : 중량 (kg)
	$\dot{W}$ : 출력 (kW)
	$\bar{X}$ : 설계 변수 벡터

\*한국중공업 터빈/발전기 설계실

\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

$Y$	: 압축성 압력 손실 계수
$\alpha$	: 절대 유동각(deg)
$\alpha_c$	: 벽면 기울기각(deg)
$\beta$	: 상대 유동각(deg)
$\gamma$	: 비열비
$\delta_c$	: 날개 끝간격(m)
$\eta$	: 효율
$\phi$	: 유량 계수
$\psi$	: 하중 계수
$\tau$	: 응력(kN/m <sup>2</sup> )
$\omega$	: 전압력 손실 계수

#### 하첨자

0	: 정체값
1	: 고정익 입구
2	: 고정익 출구, 회전익 입구
3	: 회전익 출구
$a$	: 절대값
$c$	: 간격(clearance)
$m$	: 평균 반경 혹은 재질
$N$	: 고정익
$OPT$	: 최적치
$p$	: 익렬 형상 유동(profile)
$R$	: 회전익
$r$	: 상대값 혹은 날개 뿌리(root)
$s$	: 2차 유동(secondary flow) 혹은 등엔트로피
$t$	: 날개 끝
$ts$	: total-to-static
$tt$	: total-to-total
$x$	: 축방향
$\theta$	: 원주 방향

## 1. 서 론

최근에 와서 가스 터빈의 용도는 항공기 분야 뿐만 아니라, 소용량의 산업용 발전 설비에도 많이 사용되고 있다. 터보 기계는 사용 분야에 따라 최적 설계 관점이 달라지는데, 항공기용에서는 최소 중량과 최대 효율을, 산업용에서는 최대 효율을 목적 함수로 잡는 경우가 대부분이다<sup>(1)</sup>.

터보 기계의 초기 설계 단계에서는 평균 반경에 대하여 압력 손실 계수를 계산하고, 자유 와류 유동을 이용하여 성능을 해석하는 평균 반경 해석(meanline analysis) 방법이 많이 사용되고 있는

데, 전체 유동의 특성을 날개 뿌리(root), 평균 반경(mean line), 그리고, 날개 끝(tip)의 3개의 위치에서만 계산하기 때문에, 날개의 길이에 따른 전체 특성은 알 수 없지만, 전체적인 터보 기계의 효율은 어느 정도 정확하게 예측할 수 있다. 터빈에 대한 손실 모델은 여러 사람들에 의해 제시되었는데, Balje와 binsley<sup>(2)</sup>, Traupel<sup>(3)</sup>, Soderberg<sup>(4)</sup>, Pfeil<sup>(5)</sup>, Carter<sup>(6)</sup>, Craig 와 Cox<sup>(7)</sup>, Dunham과 Came<sup>(8)</sup>, Kacker와 Okapuu<sup>(9)</sup> 등의 손실 모델이 대표적인 것으로 사료된다.

터빈의 설계 과정에는 열역학, 공기역학 및 기하학적으로 많은 설계 변수가 존재하고, 서로간에 복잡한 상관 관계를 갖고 있다. 따라서, 요구되는 설계 조건을 만족하는 변수의 최적 조합을 구하는 작업은 재래식 반복 작업으로는 상당한 시간을 소요하므로, 60년대 후반부터 수치적 최적화 기법이 터보 기계의 설계 과정에 도입되었다. 처음으로 터보 기계에 최적화 기법을 도입한 Balje와 Binsley<sup>(10)</sup>는 축류 터빈의 효율을 설계 목적 함수로 두고, 6개의 설계 변수와 Wood의 형태 탐색법(pattern search method)을 이용하여 계산하였는데, 압축성 효과(compressibility effects)를 무시한 공기역학적 설계 제한 조건만을 사용하였다. Rao와 Gupta<sup>(11)</sup>는 아음속 자유 와류 축류 터빈의 효율 및 중량을 목적 함수로 하여 Davidon-Fletcher-Powell의 변수 격 무제한 최소화 방법(variable metric unconstrained minimization)을 이용하여, 8개의 설계 변수로 계산하였다. 그러나 사용된 평균 직경을 면적 평균치가 아닌 단순한 길이 평균치로 취하였기 때문에 전체 효율에 민감한 영향을 미치는 날개 뿌리의 반동도 결정에 큰 오차를 초래하였으며, 또한 3차원 유동과 밀접한 관계가 있는 평균 직경에 대한 날개 길이의 비율이 제한되지 않았다. Macchi<sup>(11,12)</sup>는 축류 터빈 및 원심 압축기에 대하여 압축성 효과를 고려하여 Balje 및 Binsley<sup>(2)</sup>와 유사하게 효율에 대하여 계산하였지만, 레이놀즈수의 영향을 무시하였다. 축류 압축기에 관해서는 효율과 중량의 복합 목적 함수에 대하여 경사 투영법(gradient projection method)을 사용하여 8개의 설계 변수로 계산한 Lim과 Chung<sup>(13)</sup>, 그리고 공기역학적 효율, 유동 면적에 대한 유량, 압축기의 실속 여유를 목적 함수로 하여 Davidon-Fletcher-Powell의 변수 격 최소화 방법으로 12개의 설계 변수를 계산한 Massardo와 Satta<sup>(14,15)</sup>의 논문이 최근에 발표되었

다.

본 연구에서는 축류 터빈의 최적 설계 계산에서 사용 용도에 따라 달리 적용될 수 있는 특정 제한 조건, 즉 유량 계수, 압력비, 출력 그리고 하중 계수를 각각 고려하였을 경우에 최대 효율을 가지기 위한 최적 조건을 계산하고자 한다. 또한 단일 설계 변수의 민감도(sensitivity) 뿐만 아니라, 단일 민감도에서 성능에 큰 영향을 주는 설계 변수들에 대하여 복수 민감도를 나타내어 설계 변수 및 설계 제한 조건이 축류 터빈의 성능에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

## 2. 최적화 문제

### 2.1 설계 변수의 선정

먼저 Fig. 1에 축류 터빈단 및 속도 삼각형을 나타내었다. Fig. 1에서 알 수 있는 바와 같이 각 익렬의 출구 속도 삼각형은 유동 출구 각도( $\alpha_2, \beta_3$ )와 축방향 유동속도( $V_x$ )로써 표시되며, 익형은 시위 길이( $C$ )와 익형 출구 각도( $\alpha_2', \beta_3'$ )로써 개략적으로 표시될 수 있다. 익형 출구 각도는 유동 입구 각도, 유동 출구 각도, 날개 시위 길이 및 날개 간격( $S$ )과 관계된다<sup>(16)</sup>. 또한 축류 터빈의 크기는 평균 직경( $D_m$ )과 익렬길이( $h$ )로 대신할 수 있다. 날개 길이는 축방향 유동 속도의 함수이므로, 유동 특성 및 날개의 기하학적 형태는 다음과 같은 8개의 설계 변수로 정의될 수 있다.

$$\vec{X} = \{D_m, C_N, C_R, S_N, S_R, \alpha_2, \beta_3, V_x\} \quad (1)$$

### 2.2 목적 함수

앞에서 언급한 바와 같이, 산업용 발전 설비에서는 효율을 중요시하므로, 축류 터빈의 목적 함수를 총효율( $\eta_{tt}$ )과 정효율( $\eta_{ts}$ )의 복합 선형 형태로 하였다.

$$f(\vec{X}) = K_1(1 - \eta_{tt}) + K_2(1 - \eta_{ts}) \quad (2)$$

여기서 계수  $K_1$ 과  $K_2$ 는 각각의 목적 함수간의 가중비(weighting factor)로서, 그 값은 설계자가 임의로 줄 수 있다. 본 연구는 축류 터빈의 중간단을 대상으로 하였기 때문에 회전익 출구의 속도 에너지는 연속되는 다음 단의 고정익에서 모든 사용되는 것으로 가정하여, 가중비를  $K_1=1.0, K_2=0.0$ 으로 하였다.

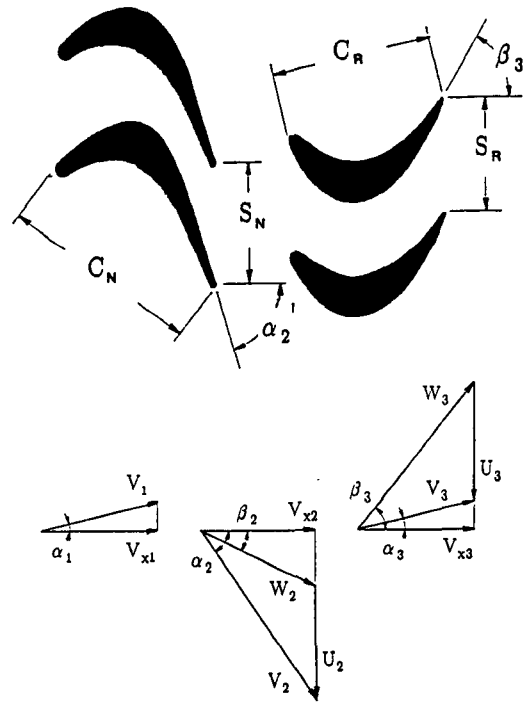
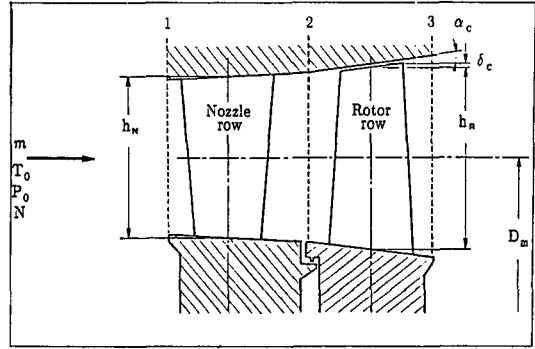


Fig. 1 Axial flow turbine stage and velocity triangle

### 2.3 설계 제한 조건

설계 제한 조건은 Table 1에 보인 바와 같이 총 28개를 사용하였다. 8개의 설계 변수 중에서  $D_m, C_N, C_R, S_N, S_R$ 은 그 자체의 절대값보다는 회전 속도( $U$ ), 익렬 형태비( $h/C$ ), 익형 충실도( $C/S$ ) 및 날개 갯수항( $D/S$ )과 관계되어 제한 조건이 부과된다. 아울러 평균 직경에 대한 날개 길이의 비율( $h/D_m$ ) 및 벽면 기울기가( $\alpha_c$ )는 3차원 유동과 밀접한 관계가 있다. 이러한 값이 증가할수록 2차원 유동이 3차원 유동으로 변해 때문에, 평균 반경의 해석 결과에 큰 오차가 수반하게 된다. 왜냐하면

Table 1 Design constraints

1. Fluid dynamic conditions				
(1)	30.00	≤	$\alpha_2$	≤ 80.00
(2)	-30.00	≤	$\alpha_3$	≤ 30.00
(3)	-30.00	≤	$\beta_2$	≤ 60.00
(4)	30.00	≤	$\beta_3$	≤ 80.00
(5)			$M_{2r}$	≤ 0.80
(6)			$M_{3r}$	≤ 1.40
(7)			$M_{3r}$	≤ 1.00
(8)	0.25	≤	$\phi$	≤ 2.00
(9)	0.25	≤	$\psi$	≤ 3.00
(10)	0.30	≤	$DOR_m$	≤ 0.70
(11)	0.00	≤	$DOR_r$	
(12)	$P_c$	≤	$P_2$	
(13)	1.00	≤	$TPR$	
(14)	$Re_{min}$	≤	$Re_{3}$	≤ $Re_{max}$
(15)	50.00	≤	$V_X$	≤ 400.0
2. Geometric conditions				
(16)	50.00	≤	$U_{3,h}$	≤
			$U_{3,t}$	≤ 400.0
(17)	0.03	≤	$h/D_m)_N$	≤ 0.25
(18)	0.03	≤	$h/D_m)_R$	≤ 0.25
(19)			$\alpha_{c,N}$	≤ 22.50
(20)			$\alpha_{c,R}$	≤ 22.50
(21)	0.03	≤	$S/D_m)_N$	≤ 0.31
(22)	0.03	≤	$S/D_m)_R$	≤ 0.31
(23)	2.00	≤	$h/C)_N$	≤ 8.00
(24)	2.00	≤	$h/C)_R$	≤ 8.00
(25)	0.50	≤	$C/S)_N$	≤ 1.50
(26)	0.50	≤	$C/S)_R$	≤ 1.50
3. Mechanical stress conditions				
(27)			$T_N$	≤ $T_{max}$
(28)			$T_R$	≤ $T_{max}$

평균 반경해석 방법은 반경의 속도 삼각형이 날개 전체의 특성을 나타낸다는 가정을 포함하고 있기 때문이다. 실제 계산에서 설계 제한 조건으로 사용된  $h/D_m$  값을 보면, Balje와 Binsley<sup>(10)</sup>는 넓은 값의 범위에서 살펴 보기 위하여 0.54의 값을, Macchi<sup>(11,12)</sup>는 0.25를 사용하였다. 또한 Traupel<sup>(3)</sup>은  $h/D_m$ 이 0.15를 초과하지 않는다면 3차원 유동 현상을 무시한 평균 반경 계산에서 큰 오차가 나지 않는다고 하였지만, Renaudin과 Som<sup>(17)</sup>은 이 값

에서도 반동도와 끝간격 손실에 3차원 효과가 크게 나타난다고 하였다. 그러나 Rao와 Gupta<sup>(1)</sup>는  $h/D_m$ 에 대한 설계 제한 조건을 사용하지 않고 계산하였다.  $\alpha_c$ 의 설계 제한치를 보면, Ainley와 Mathieson<sup>(18)</sup>은 25.0°로, Rao와 Gupta<sup>(1)</sup>는 22.5°를, 그리고 Macchi등은 30.0°<sup>(11)</sup>와 20.0°<sup>(12)</sup>를 사용하였다. 예비 계산의 결과를 통하여, 날개 길이가 증가될수록 날개 뿌리의 반동도는 최적치 계산 과정에 매우 민감한 제한 조건으로 되었다. 따라서 기존의 계산식은 고정익의 입구 유속과 회전익의 출구 유속이 같은 경우로 가정되었기 때문에, 보다 정확하게 계산하기 위하여 자유 와류 유동 조건에서의 상태로 다음과 같은 식을 사용하였다(부록 1).

$$DOR_r = 1 - \frac{\left(\frac{D_m}{D_{2r}}\right)^2 \tan^2 \alpha_2}{\frac{2}{\phi} (\tan \alpha_2 + \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi}) + \left(\frac{D_m}{D_{3r}}\right)^2 (\tan \beta_3 - \frac{1}{\phi})^2} \quad (3)$$

### 2.4 최적화 해석 기법

축류 터빈단의 설계 최적화는 총효율의 목적 함수와 설계 제한 조건을 수반하는 비선형 문제이다. 이러한 비선형 문제의 수치적 최적화 방법에는 여러 종류가 있지만, 안정성이 좋고 적은 계산 회수로 빨리 최적해를 찾을 수 있는 경사 투영법 (gradient projection method)<sup>(19)</sup>을 사용하였다.

임의의 설계점에서 탐색 경로 (searching pass)를 결정하기 위한 설계 변수에 대한 목적 함수 및 제한 조건의 구배는 중간 차분법의 수치적 방법으로 계산하였다.

### 3. 성능 예측 및 손실 모델

축류 터빈의 총효율을 전압력 손실 계수로 표시하면 다음과 같다(부록 2).

$$\eta_{tt} = \left[ 1 + \frac{\sum_N \left(\frac{P_{03}}{P_2}\right)^{n_1} + \sum_R \left(\frac{P_{03}}{P_3}\right)^{n_1}}{T_{01} - T_{03}} \right]^{-1} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \sum_N &\equiv T_2 \left[ 1 - \left[ 1 + \omega_N \left( \frac{\rho_2 V_2^2}{2P_{02}} \right) \right]^{-n_1} \right] \\ \sum_R &\equiv T_3 \left[ 1 - \left[ 1 + \omega_R \left( \frac{\rho_3 V_3^2}{2P_{03r}} \right) \right]^{-n_1} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\gamma_1 \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

이다.

유동의 비가역성으로 야기되는 익렬을 통한 압력 손실은

$$Y_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02} - P_2} = \omega_N \frac{\frac{\gamma}{2} M_{2a}^2}{[1 + (\frac{\gamma - 1}{2}) M_{2a}^2]^{1/\gamma_1} - 1} \quad (6)$$

$$Y_R = \frac{P_{02r} - P_{03r}}{P_{03r} - P_3} = \omega_R \frac{\frac{\gamma}{2} M_{3r}^2}{[1 + (\frac{\gamma - 1}{2}) M_{3r}^2]^{1/\gamma_1} - 1}$$

으로 유도되며(부록 3), 손실 계수는 실험적 모델을 이용하여 계산한다.

익렬 형상 손실(profile loss)은 Fig. 2의 Ainley와 Mathieson<sup>(20)</sup>의 모델을 이용하였으며, 2차 유동 손실(secondary flow loss) 및 끝간격 손실(tip

clearance loss)은 Dunham과 Came<sup>(6)</sup>의 모델을 사용하였다. 여기에서 사용된 손실 계수, 즉 익렬 형상 계수, 2차 유동 계수 및 끝간격 계수는 단순히 선형적 함으로 계산되는데, 익렬 형상비가 작은 경우에는 익렬 형상 계수와 2차 유동 계수를 정확하게 분류하기란 어려운 일이다. 익렬 형상비가 1.0보다 큰 경우에는 평균 반경에서의 손실을 익렬 형상 손실로 두고, 평균 반경에서의 유동을 2차원으로 보통 가정하지만<sup>(21)</sup>, 축류 터빈과 같이 익렬이 강한 가속을 가지는 경우에는 익렬 형상비가 0.5 정도의 낮은 경우에도 평균 반경에서 2차원 유동을 적용하는 경우도 있다<sup>(22)</sup>. 작은 익렬 형상비와 큰 유동 굴절각의 축류 터빈에서 Dunham과 Came의 손실 계수를 실험치와 비교하면, 2차 유동 손실이 높게 예측된다<sup>(23)</sup>. 그러나 본 계산은 초기치의 익렬 형상비가 크고, 유동 굴절각이 그렇게 크지 않은 아음속이기 때문에, Dunham과 Came<sup>(6)</sup>의 손실 모델의 사용이 가능하다.

#### 4. 해석 문제의 구성

방정식 (4)로 계산되는 축류 터빈의 총효율은 다음과 같이 무차원 변수 및 출력의 함수로써 나타낼 수 있다.

$$\eta_{tt} = \frac{1}{mc_p T_{01}} \frac{\dot{W}}{[1 - TPR^{-(\gamma-1)/\gamma}]} \quad (7)$$

여기서,

$$TPR = \frac{P_{01}}{P_{03}} \quad (8)$$

$$\dot{W} = mU^2\psi \quad (9)$$

$$\psi = \phi(\tan \alpha_2 + \tan \beta_3) - 1.0 \quad (10)$$

$$\phi = \frac{V_x}{U} \quad (11)$$

이다.

따라서 주어진 축류 터빈의 초기 조건에 대한 최적화 과정을 다음과 같은 5가지의 특정 제한 조건이 있는 경우에 대하여 각각 계산하였다.

(1) 특정 제한 조건이 없는 경우  
최적치의 유량 계수, 압력비, 출력, 그리고, 하중 계수에 대한 특정 제한 조건이 없는 경우의 최적화.

(2) 유량 계수가 일정한 경우( $\phi = \text{constant}$ )  
초기치의 유량 계수가 일정하게 유지되는 조건하에서의 최적화.

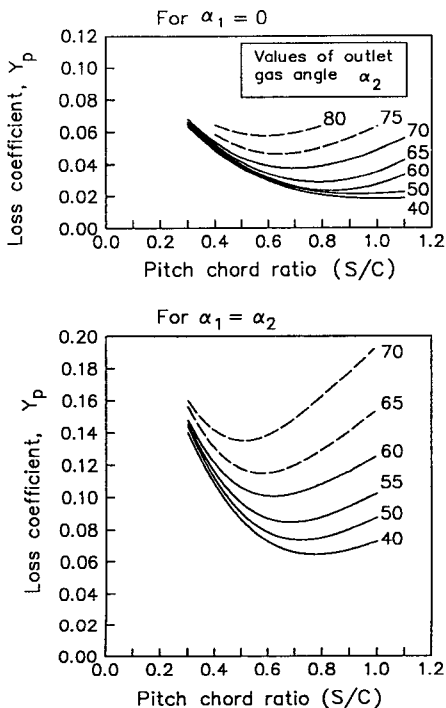


Fig. 2 Profile loss correlations of Ainley and Mathieson

- (3) 압력비가 일정한 경우 ( $TPR = \text{constant}$ ) 초기치의 압력비가 일정하게 유지되는 조건하에서의 최적화.
- (4) 출력이 일정한 경우 ( $\dot{W} = \text{constant}$ ) 초기치의 터빈 출력이 일정하게 유지되는 조건하에서의 최적화.
- (5) 하중 계수가 일정한 경우 ( $\psi = \text{constant}$ ) 초기치의 하중 계수가 일정하게 유지되는 조건하에서의 최적화.

## 5. 계산 결과 및 검토

실제 계산에 사용된 입력 초기치와 기체 성질들<sup>(1),(24)</sup>을 Table 2에 나타내었으며, 익렬 형상은 이중 원호(parabolic arc camber)를 가진  $N_1 - C_r - C_o$  합금강의  $A_3K_7$ 을 이용하였다<sup>(25)</sup>.

회전익의 날개 끝간격은 초기 회전익의 평균 길이의 2%로 일정 간격으로 두었으며, 익렬 후미의 두께(trailing edge thickness)는 시위 길이의 2%의 일정 비율로 고정시켰다. 또 익형 덮개가 있는 경우(shrouded)로 계산하였다. 아울러 초기 설계 과정에서의 계산의 간편함을 위하여, 유동 입사 각도(incidence)는 익형 각도와 같게 놓았다. 유동 편향 각도(deviation)는 Carter의 관계식<sup>(16)</sup>을 사용하여 계산하였으며, 익형 출구 각도는 유동 편향 각도, 유동 출구 각도 및 익형 충실도를 이용하여 계산하였다.

5가지 경우의 최적화 계산 결과를 Table 3에 정리하였다. Table 3에 제시된 것처럼, 전반적으로 특정 제한 조건이 없는 경우(1)과 유량 계수가 일정한 경우(2)의 최적 결과치는 서로 비슷한 형태로

접근된다. 또한 압력비가 일정한 경우(3)과 터빈 출력이 일정한 경우(4)의 최적 결과치도 거의 같은 유동 특성을 가진다. 경우(3), (4), (5)와 비교해서, 경우(1), (2)는 초기치에 비해 효율의 증가량은 2.3% 정도 높고, 아울러 중량의 감소율은 약 50% 정도로 상당히 크다. 그러나 효율 및 중량과 관련하여, 경우(3), (4)는 경우(1), (2)와 거의 상반된 특성을 지니고 있다. 즉 초기치에 비해 최적치의 효율의 증가량은 0.3% 정도로 미세하며, 초기치에 대한 중량의 변화율은 오히려 4.5% 정도로 증가되었다. 하중 계수가 일정한 경우(5)는 경우(1)과 (2), 그리고 경우(3)과 (4)의 중간적 성질을 띄고 있는데, 최적치의 평균 직경은 경우(1), (2)처럼 초기치에 비해 줄어드나, 회전익의 시위 길이는 경우(3), (4)처럼 초기치에 비해 증가된다. Table 3에서 유량 계수의 변화를 보면, 유량 계수가 일정한 경우(2)를 제외한 나머지 경우의 유량 계수가 초기치에 비해 모두 감소되었다. 이는 초기치와 비교해서 평균 직경의 변화율보다 축방향 유동 속도의 감소율이 항상 큰 상태로 최적치에 접근하고 있음을 의미한다. 아울러 압력비가 일정한 경우(3)이나 출력이 일정한 경우(4)처럼 압력비 혹은 출력의 감소를 제한하는 조건은 하중 계수를 경우(1), (2)에 비해 증가시켜, 결국 효율의 증가를 억제시키는 역할을 한다. 최적 설계 조건은 주어진 제한 조건이 허용되는 한, 초기치에 비해서 가능한 낮은 유량 계수와 낮은 하중 계수를 갖는 조건으로 접근된다. 특정 제한 조건이 없는 경우(1)에서의 결과를 보면, 초기치에 비해 최적치의 결과는 소형 소용량으로 변화되었다. 따라서 5가지 경우의 최적치의 결과를 효율 뿐만 아니라, 중량과 출력을 함께 비

Table 2 Design requirements and initial conditions

Variable	Data <sup>(1),(24)</sup>		
mass flow rate	$m$	20.	kg/sec
inlet total temperature	$T_{01}$	1100.	K
inlet total pressure	$P_{01}$	400.	kN/m <sup>2</sup>
rotative speed	$N$	15000.	rpm
inlet absolute flow angle	$\alpha_1$	0.0	deg
material density	$\rho_m$	8000.	kg/m <sup>3</sup>
gas constant	$\bar{R}$	287.	Nm/kg K
viscosity	$\mu$	$4 \times 10^{-5}$	kg/m sec
specific heat ratio	$\gamma$	1.333	—
total pressure ratio	$TPR$	1.846	—

Table 3 Design variables and response variables on optimum values

DESIGN VARIABLE								
DESIGN VARIABLE	BOUNDS		INITIAL POINT	NO CONST. CASE(1)	CONST $\phi$ CASE(2)	CONST $TPR$ CASE(3)	CONST. $\dot{W}$ CASE(4)	CONST. $\phi$ CASE(5)
$D_m$	0.060	0.500	0.4320	0.3541	0.3410	0.4375	0.4375	0.3539
$C_N$	0.009	0.041	0.0173	0.0155	0.0156	0.0170	0.0170	0.0166
$C_R$	0.009	0.041	0.0199	0.0174	0.0170	0.0202	0.0202	0.0203
$S_N$	0.009	0.041	0.0151	0.0144	0.0151	0.0151	0.0151	0.0150
$\alpha_2$	30.00	80.00	58.20	50.06	50.24	58.01	47.98	55.74
$\beta_3$	30.00	80.00	54.57	50.81	48.04	56.72	56.78	57.34
$V_x$	50.00	400.0	272.0	198.4	214.7	262.7	262.1	222.1

RESPONSE VARIABLE								
LOSS (%)	—	—	8.948	6.602	6.912	8.629	8.600	7.919
$W_{tt}$ (kg)	—	—	19.41	10.41	9.259	20.29	20.28	12.12
$\dot{W}$	—	—	3269.	1275.	1227.	3280.	3269.	2193.
$\phi$	0.250	2.000	0.802	0.714	0.802	0.765	0.763	0.799
$\psi$	0.250	3.000	1.420	0.824	0.855	1.389	1.384	1.420
$TRP$	1.000	—	1.846	1.249	1.239	1.846	1.842	1.486

교하는 것이 타당하다. 실질적으로 단위 중량당의 출력이 같은 조건에서 효율의 변화를 비교하여야 하므로, 초기치에 대한 최적치의 비교는 하중 계수가 일정한 경우(5)라고 볼 수 있다. 왜냐하면 하중 계수가 단위 중량당의 출력의 특성과 유사한, 터빈 전체 크기에 대한 출력이기 때문이다.

각 경우에 대한 전압력 손실 계수(stagnation pressure loss coefficient)를 비교한 것을 Table 4에 나타내었는데, 괄호 안의 수치는 총 손실 계수에 대한 비율을 의미한다. 여기서 손실 계수가 낮은 수치라고 반드시 효율이 높은 것을 의미하지는 않는다. 왜냐하면 식(4), (5)에 표시된 것처럼 총 효율은 압력 손실 계수 및 마하수의 함수로 되기 때문이다. Table 4를 살펴보면 매우 특이한 변화를 알 수 있다. 즉 전체적으로 고정익의 압력 손실 계수가 회전익의 압력 손실 계수에 비해서 작으며, 최적치의 총압력 손실 계수가 낮아질수록 고정익의 압력 손실 계수는 초기치에 비해 증가되고, 반대로 회전익의 압력 손실 계수는 감소된다. 또한 압력 손실 계수를 각 성분별로 분류하여 보면, 최적치의 전체 압력 손실 계수가 낮아질수록 고정익의 익렬 형상 손실 계수는 초기치에 비해 증가되지만, 회전익의 2차 유동 손실 계수는 현저하게 감소된다. 이

는 2차 유동 손실 계수가 날개 길이에 반비례되므로, 초기치에 비해 평균 직경 및 축방향 유동 속도가 감소되면 날개 길이가 증가되어, 결국 최적치의 전체 압력 손실 계수가 감소하게 됨을 의미한다. 반대로 평균 반경이 초기치보다 증가되어도, 최적치의 축방향 유동 속도가 날개 길이를 초기치보다 증가시키는 방향으로 감소되기 때문에, 전체 압력 손실 계수의 미세한 감소를 초래된다.

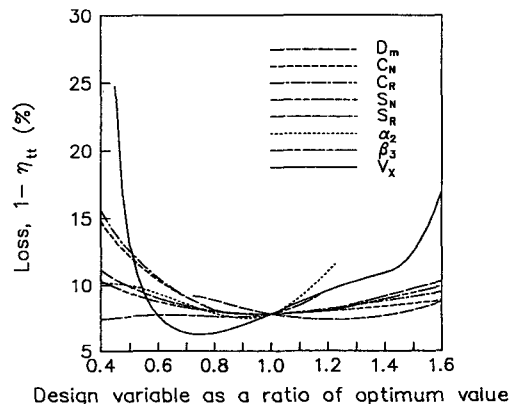
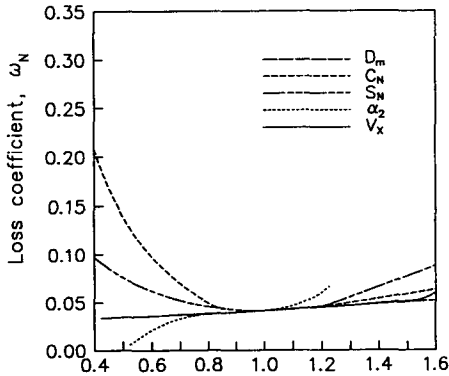


Fig. 3 Sensitivity analysis of total-to-total loss on design variables

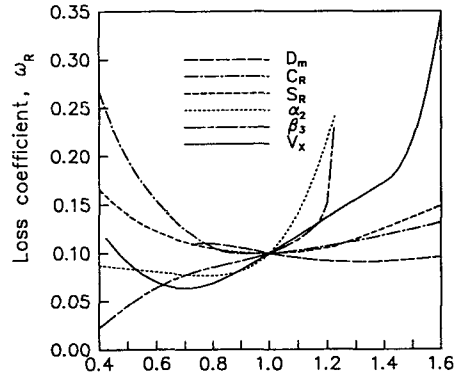
Table 4 Distributions of the stagnation pressure loss coefficients

LOSS COEFF.	INITIAL DATA	NO CONST. CASE(1)	CONST. $\phi$ CASE(2)	CONST. $TPR$ CASE(3)	CONST. $\dot{W}$ CASE(4)	CONST. $\phi$ CASE(5)
<b>NOZZLE</b>						
$\omega_{P-N}$	0.02728 ( 14.1)	0.02485 ( 24.6)	0.02461 ( 25.0)	0.02700 ( 14.6)	0.02696 ( 14.6)	0.02512 ( 17.8)
$\omega_{S-N}$	0.02520 ( 13.0)	0.01368 ( 13.5)	0.01352 ( 13.7)	0.02440 ( 13.2)	0.02432 ( 13.2)	0.01636 ( 11.6)
$\omega_{N,total}$	0.05248 ( 27.1)	0.03853 ( 38.1)	0.03813 ( 38.7)	0.05140 ( 27.8)	0.054128 ( 27.8)	0.04148 ( 29.4)
<b>ROTOR</b>						
$\omega_{P-R}$	0.03938 ( 20.1)	0.02532 ( 25.1)	0.02471 ( 25.1)	0.03544 ( 19.1)	0.03516 ( 19.1)	0.03003 ( 21.3)
$\omega_{S-R}$	0.03411 ( 17.1)	0.01214 ( 12.0)	0.01195 ( 12.1)	0.03142 ( 17.0)	0.03117 ( 16.9)	0.02162 ( 15.3)
$\omega_{C-R}$	0.06753 ( 34.9)	0.02503 ( 24.8)	0.02378 ( 24.1)	0.06681 ( 36.1)	0.06656 ( 36.2)	0.04796 ( 34.0)
$\omega_{R,total}$	0.14102 ( 72.9)	0.06249 ( 61.9)	0.06044 ( 61.3)	0.13367 ( 72.2)	0.13289 ( 72.2)	0.09961 ( 70.6)
<b>STAGE</b>						
$\omega_{Total}$	0.19350 (100.0)	0.10102 (100.0)	0.09857 (100.0)	0.18507 (100.0)	0.18417 (100.0)	0.14109 (100.0)



Design variable as a ratio of optimum value

Fig. 4 (a) Sensitivity analysis of stagnation pressure loss coefficient for a nozzle



Design variable as a ratio of optimum value

(b) Sensitivity analysis of stagnation pressure loss coefficient for a rotor

5.1 단일 설계 변수의 민감도 해석

초기치와 최적치의 비교가 실질적으로 가능한 것은 하중 계수가 일정한 경우(5)의 결과이므로, 경우(5)의 단일 설계 변수의 민감도 해석 결과만을 Fig. 3~9에 나타내었다.

축류 터빈의 총손실에 대한 단일 민감도를 보면 (Fig. 3), 최적치의 총효율은  $D_m, \alpha_2, \beta_3, V_x$ 에 민감하고,  $C_N, C_R, S_N, S_R$ 에 대해서는 민감하지 않다. 그러나 설계 변수가 최적치보다 훨씬 작은 수치에서는  $V_x$  뿐 아니라,  $C_N, C_R, S_N, S_R$ 에 민감하다. 이 결과는 Rao와 Gupta<sup>(1)</sup>의 결과치와 상반된 것으로,



Rao와 Gupta는  $C_N, C_R, S_N, S_R$ 의 설계 변수가  $D_m, \alpha_2, \beta_3, V_x$ 에 비해 민감하다고 하였다. 이러한 차이는 Rao와 Gupta의 계산에서  $h/D_m$ 의 설계 제한 조건이 포함되지 않았기 때문에, 평균 직경이 초기치에 비해 매우 작아지고, 그에 따른 최적치가 다른 값으로 되었기 때문이다. 이는 설계 변수의 민감도가 최적치의 조건에 관계됨을 의미한다. 설계 제한 조건을 고려하지 않는다면  $D_m$ 과  $V_x$ 는 손실을 최소화하는 값이 존재하는데, 최적치에 비해  $D_m$ 은 1.25배 정도로,  $V_x$ 는 0.75배 정도로 변하면, 최적치보다 각각 0.5%, 1.5% 정도의 효율이 증가된다. 그러나  $D_m$ 과  $V_x$ 가 동시에 이러한 조건으로 변하는 경우에는 단일 민감도로써는 효율의 변화를 알 수 없으며, 복수 민감도 해석을 고려하여야 한다.

고정익과 회전익의 전압력 손실 계수에 대한 단일 민감도의 결과를 Fig. 4(a), 4(b)에 각각 나타

내었다. Table 4에서 알 수 있는 바와 같이, 하중 계수가 일정한 경우(5)에서는 최적치의 익렬 형상

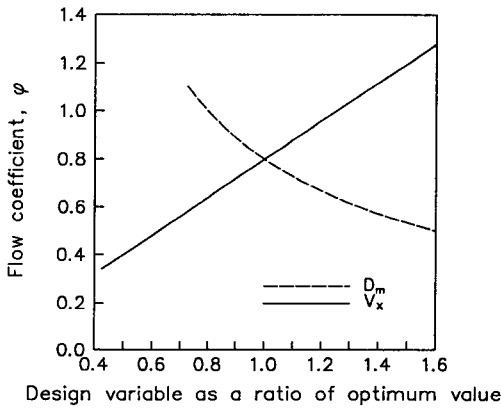


Fig. 5 Sensitivity analysis of flow coefficient

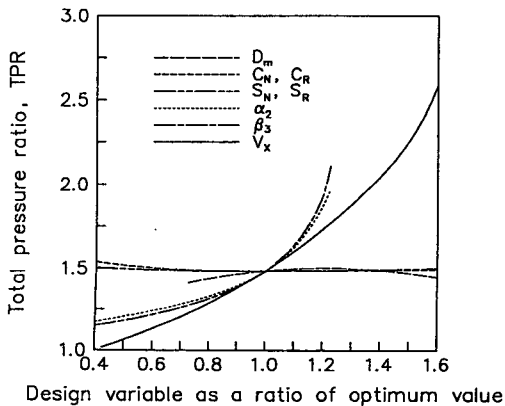


Fig. 6 Sensitivity analysis of total pressure ratio

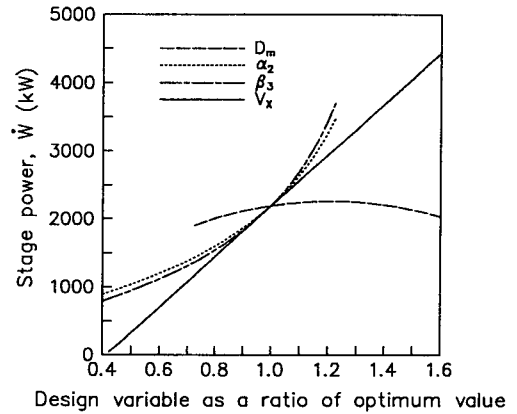


Fig. 7 Sensitivity analysis of stage power

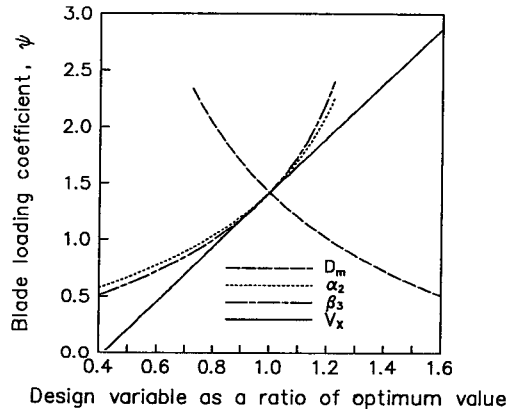


Fig. 8 Sensitivity analysis of blade loading coefficient

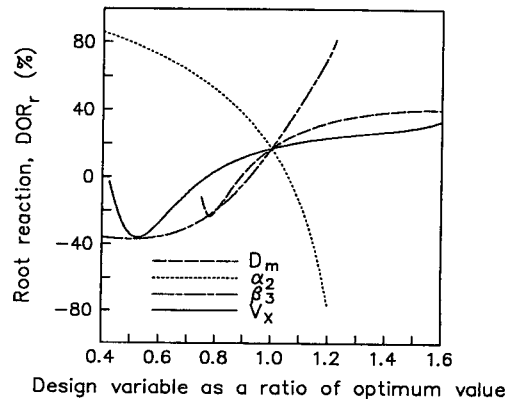


Fig. 9 Sensitivity analysis of degree of reaction at root

손실 계수는 초기치에 비해 증가되고 2차 유동 손실 계수는 감소 되었지만, 전체적으로 고정익과 회전익의 압력 손실 계수의 비율이 3 : 7 정도로 회전익에서 훨씬 크다. 고정익의 전압력 손실 계수 (Fig. 4(a))는  $C_R, S_R, \beta_3$ 뿐만 아니라,  $D_m, \alpha_2, V_x$ 에도 민감하다. 이것은 고정익의 유동 변화는 회전익의 손실 계수에 영향을 미치지 않지만, 역으로 회전익의 유동 변화는 고정익의 손실 계수에 어떠한 영향을 주지 못함을 의미한다. 아울러 고정익의 입구 유동이 축방향으로 유입되기 때문에, 축방향 유동 속도가 고정익에서의 손실 계수에 큰 영향을 끼치지 못한다.

Fig. 5~8에 유량 계수, 압력비, 출력, 그리고 하중 계수에 대한 단일 설계 변수의 민감도를 표시하였다. 먼저 유량 계수의 민감도 (Fig. 5)에서는  $D_m$ 에 반비례하고  $V_x$ 에 비례된다. 압력비 및 출력의 민감도 (Fig. 6, 7)는 거의 같은데,  $D_m$ 에는 미세한 영향만이 존재하고,  $\alpha_2, \beta_3, V_x$ 에 비례한다. 즉 압력비, 출력, 그리고 하중 계수에 대한 설계 변수의 민감도에서  $\alpha_2, \beta_3, V_x$ 는 비슷한 형태의 민감도를 가진다.

날개 뿌리의 반동도에 대한 민감도는 Fig. 9에 나타내었다. 최적치의 반동도는  $D_m, \alpha_2, \beta_3, V_x$ 에 매우 민감하며,  $D_m, \beta_3, V_x$ 에는 비례를,  $\alpha_2$ 에 반비례되는 형태이다. 이 계산 결과는 Rao와 Gupta의 결과와 조금 다른 형상을 나타내는데, Rao와 Gupta는 근사식을 사용하였으며, 아울러 총손실의 민감도와 마찬가지로 최적치의 값이 다르기 때문에 민감도의 특성도 바뀐다.

이상과 같이, 비교적 낮은 하중 계수를 가진 소용량 축류 터빈의 단일 민감도 해석에서 효율에 민감한 설계 변수들은  $D_m, \alpha_2, \beta_3, V_x$ 라고 볼 수 있다 (Fig. 3).  $C_N, C_R, S_N, S_R$ 이 함수로 포함되어 있지

만, 이러한 변수들이 효율에 미치는 영향이 적은 이유는 익렬 형상 손실 모델 (Fig. 2)로 설명된다. 즉 최적치의 유동 출구각이 작을수록 익렬 충실도의 변화에 따른 익렬 형상 손실 계수의 변화량이 상대적으로 낮아지기 때문이다. 그러나 하중 계수가 매우 큰 경우에는 유동 전향각(deflection)이 크기 때문에, 익렬 충실도의 변화가 총효율에 미치는 영향이 상당히 크게 될 것이다.

5.2 복수 설계 변수의 민감도 해석

앞에서의 단일 설계 변수의 민감도는 8개의 설계 변수 중에서 한 개를 제외한 나머지 변수는 최적치 상태의 값을 그대로 유지하고 있는 경우에만 판별이 가능하다. 즉 두 개의 설계 변수를 동시에 변화시키는 경우에는 단순히 각각의 변화량의 합으로서, 총효율의 민감도를 나타낼 수는 없다. 왜냐하면 터빈의 총효율이 각 설계 변수의 비선형적 함수로 되어 있기 때문이다. 따라서 단일 민감도 해석의 결과로 효율에 큰 민감도를 가지는 설계 변수 중에서, 터빈의 전체 크기 및 날개 길이에 크게 관계되는  $D_m$ 과  $V_x$  그리고 익렬 형상과 관계되는  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 에 대해서 각각 복수 민감도를 조사하여, 최적치 계산에서 설계 제한 조건이 효율에 미치는 영향을 살펴 보았다. 5가지의 특정 제한 조건을 각각 고려한 경우의 최적치 계산에서, 여러 가지의 제한 조건 중에서 목적 함수에 특히 민감한 설계 제한 조건을 Table 5에 표시하였다.

(1) 특정 제한 조건이 없는 경우

Fig. 10은 유량 계수, 압력비, 출력, 그리고 하중 계수에 대한 제한 조건이 없는 경우의 총효율의 복수 민감도를 나타내고 있다.

$DOR_r, h/D_m, \tau$ 가 설계 제한 조건으로 총효율에 대하여 민감하게 작용되는데,  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 의 민감도에

Table 5 Active constraints on optimum values

ACTIVE CON- STRAINTS	BOUNDS		INITIAL POINT	NO CONST. CASE(1)	CONST.	CONST.	CONST.	CONST.
	LOWER	UPPER			$\phi$	$TPR$	$\dot{W}$	$\psi$
					CASE (2)	CASE(5)		
					CASE(3)			
$DOR_r$	0.000	—	0.188	0.000	0.000	0.266	0.269	0.170
$U_t$	50.000	400.0	394.7	341.0	328.4	400.0	343.4	
$h/D_m$	0.000	0.250	0.161	0.250	0.250	0.160	0.160	0.250
$a_c$	—	22.50	20.91	13.89	12.91	22.50	22.50	22.50
$\tau$	—	3.000	2.947	3.000	2.785	3.000	3.000	3.000

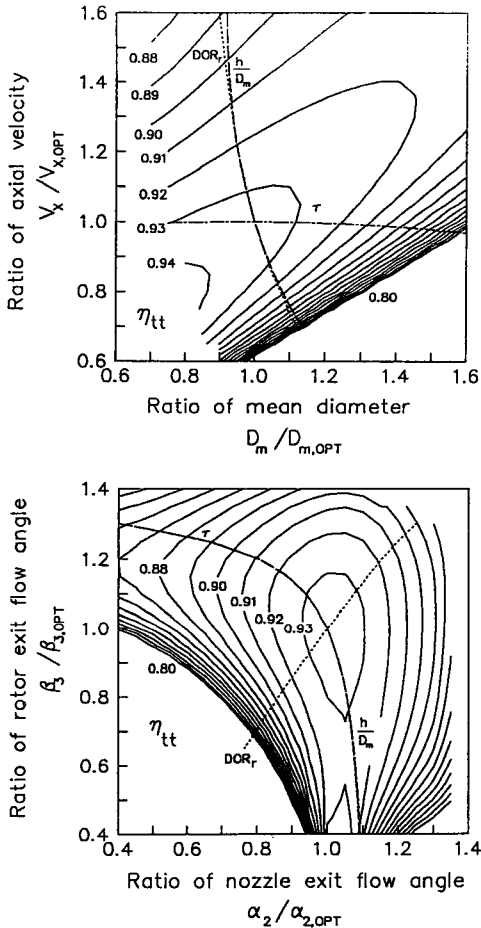


Fig. 10 Multi-sensitivity analysis of total-to-total efficiency for unspecified constraints

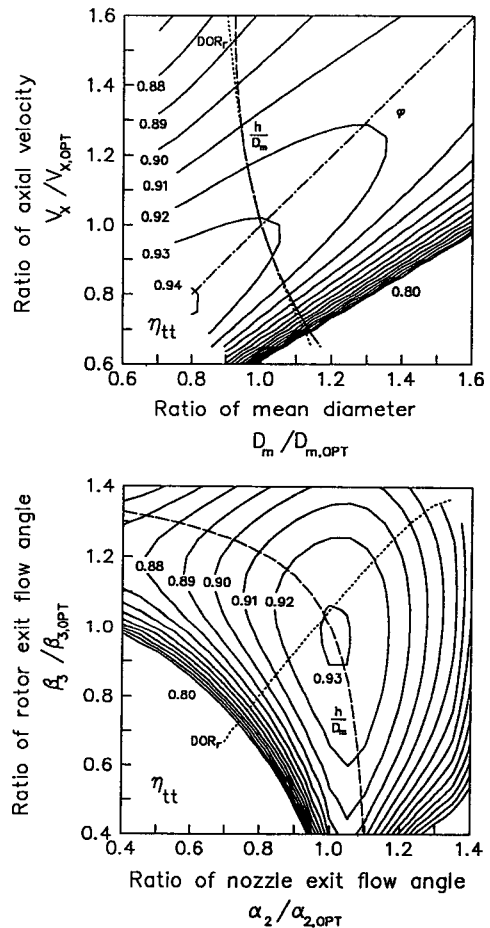


Fig. 11 Multi-sensitivity analysis of total-to-total efficiency for constant flow coefficient

서도 이러한 설계 제한 조건이 작용되고 있지만, 총효율은 거의 최대점에 도달하였다. 그러나  $D_m$ 과  $V_x$ 에 대해서는 최대 효율이 아님을 볼 수 있다. 이는  $\tau$ 가  $V_x$ 에 대한  $h/D_m$ 과  $DOR_r$ 의 특성이 거의 같으며,  $\alpha_2$  및  $\beta_3$ 에서는  $h/D_m$ 과  $\tau$ 의 특성이 같다. Fig. 10에서  $D_m$ 이 최적치보다 증가되고,  $V_x$ 가 최적치보다 감소되는 영역, 그리고  $\alpha_2$  및  $\beta_3$ 가 모두 감소되는 영역은 효율이 매우 심하게 변화되는데, 압력비가 1.0으로 접근되는 영역이다.

(2) 유량 계수가 일정한 경우

초기 조건의 유량 계수가 항상 같은 값으로 유지되면서 최적 계산을 한 경우의 총효율에 대한 복수 민감도를 Fig. 11에 나타내었다. Fig. 11이 보여 주는 바와 같이 유량 계수가 일정한 경우는 특정 제한 조건이 없는 경우(1)과 거의 같은 형태의 복수

민감도를 가지고 있는데,  $\tau$ 가 설계 제한 조건으로 작용되지 않는 것이 조금 다르다. 단지  $h/D_m$ 과  $DOR_r$ 만이 민감한 설계 제한 조건으로 되는 이유는 유량 계수의 특성 때문이다. 즉 경우(1)의 최적화는  $D_m$ 보다  $V_x$ 를 많이 감소시키지만, 유량 변수가 일정한 조건은 경우(1)에 비해  $V_x$ 의 감소를 억제하고,  $D_m$ 의 감소를 촉진하는 역할을 하기 때문이다.  $D_m$ 의 감소에 따라  $h/D_m$ 의 설계 제한 조건이 민감하게 되며, 아울러 경우(1)에서 설명된  $h/D_m$ 과 비슷한 특성의  $DOR_r$ 도 민감하게 작용된다. 그러나  $V_x$ 의 감소를 억제하기 때문에  $\tau$ 의 설계 제한 조건은 민감하지 않게 된다.  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 에 대해서도  $DOR_r$ 가 민감하게 작용되어 효율의 성장을 억제시키고 있는데, 이 또한  $V_x$ 가 그 원인이다.

(3) 압력비가 일정한 경우

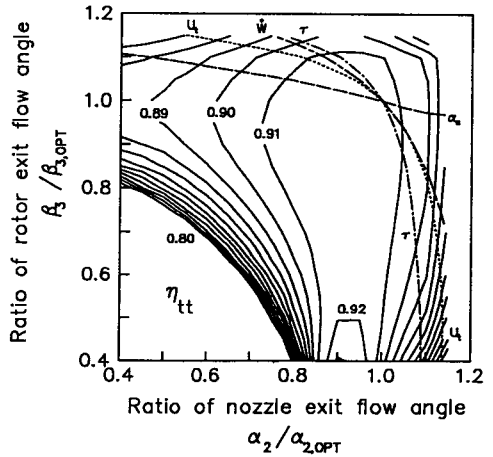
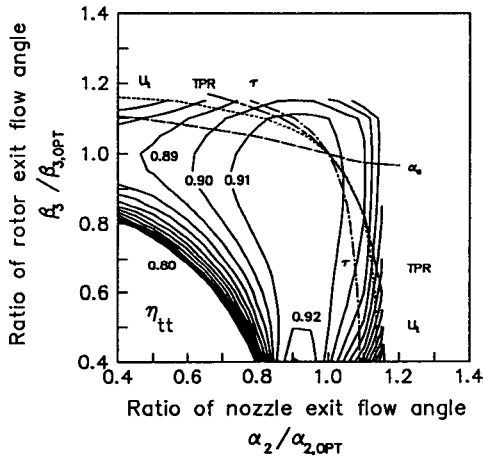
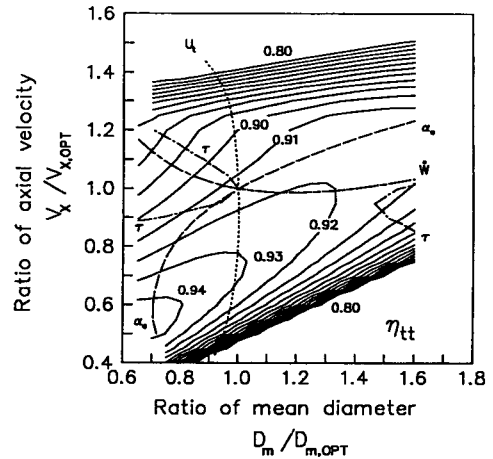
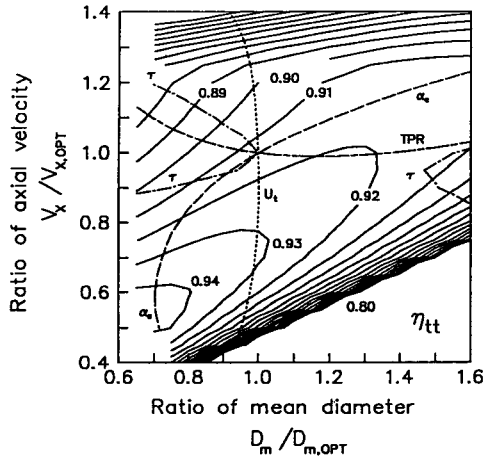


Fig. 12 Multi-sensitivity analysis of total-to-total efficiency for constant total pressure ratio

Fig. 13 Multi-sensitivity analysis of total-to-total efficiency for constant power

압력비를 초기치와 같도록 일정하게 유지하는 경우의 총효율에 대한  $D_m$ 과  $V_x$ ,  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 의 복수 민감도는 Fig. 12에 표시되어 있다. 초기치에 비해  $D_m$ 이 증가된 상태에서 압력비는  $\alpha_2$ ,  $\beta_3$ ,  $V_x$ 에 크게 좌우된다. Fig. 12에서  $D_m$ 과  $V_x$ 에 대해서는,  $U_t$ ,  $\tau$ ,  $\alpha_c$ 가 설계 제한 조건으로 복잡하게 작용된다. 그리고 압력비는  $V_x$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_3$ 에 민감하게 되는데, 압력비가 일정한 조건이  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 의 감소를 억제하고 있다.  $\alpha_c$ 는  $D_m$ ,  $V_x$ ,  $\beta_3$ 에 큰 변화를 나타낸다. 그리고 초기치에 비해 최적치의 출력이 작은 경우(1)에서는  $\tau$ 는  $D_m$ 의 영향이 거의 없지만, 최적치의 출력이 증가될수록  $\tau$ 가  $D_m$ 에 상당한 영향을 받는다. 즉 출력이 클수록  $\tau$ 에 의한 설계 제한 영역이 좁아지고, 반대로 출력이 작을수록  $\tau$ 에 대한 설계 제한 영역이 넓어진다.

(4) 출력이 일정한 경우

Fig. 13은 출력이 일정한 조건에서 계산된 최적치의 총효율의 복수 민감도이다. 압력비가 일정한 경우(3)과 거의 같은 최적치의 결과로서  $U_t$ ,  $\tau$ ,  $\alpha_c$ 가 설계 제한 조건으로 된다. Table 3에서 알 수 있는 것처럼, 일정한 압력비인 경우에는 출력이 증가됨으로써 초기치에 비해 최적치의 효율이 증가된다. 또한 출력이 일정한 경우에는 회전익의 출구 절대 압력이 높아져서 최적치의 효율이 증가된다. 그러나 초기치의 효율이 매우 낮다면, 최적치의 효율은 초기치에 비해 큰 변화량을 가질 수 있지만, 본 계산은 초기치의 효율이 91% 정도로 높기 때문에 효율의 변화량이 작다.

(5) 하중 계수가 일정한 경우

Fig. 14는 하중 계수가 일정한 경우의 효율의 복

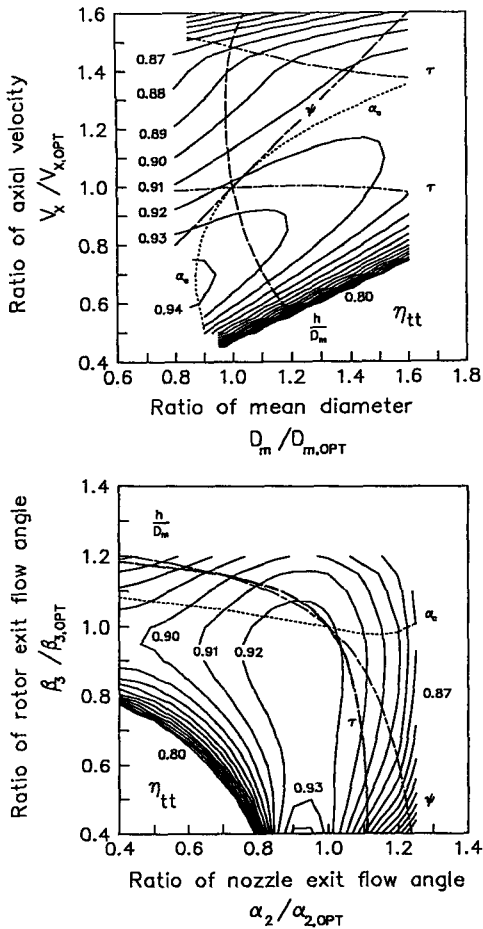


Fig. 14 Multi-sensitivity analysis of total-to-total efficiency for constant blade loading coefficient

수 민감도 해석 결과이다. 앞에서 설명된 바와 같이, 하중 계수가 일정한 경우는 경우(1), (2)와 경우(3), (4)의 중간적 특성을 띄고 있으며, 민감한 설계 제한 조건은  $h/D_m$ ,  $\alpha_c$ ,  $\tau$ 이다. 경우(1), (2)처럼  $D_m$ 의 감소로 인하여  $h/D_m$ 의 설계 제한 조건이, 그리고 경우(1), (2)에 비해 하중 계수가 큰 경우(3), (4)처럼  $\alpha_c$ 의 설계 제한 조건이 모두 효율에 민감하게 작용되고 있다. 경우(1)과 마찬가지로, 설계 변수  $\alpha_2$ 와  $\beta_3$ 에 대한  $h/D_m$  및  $\tau$ 의 설계 제한 특성이 같다. 또한 이 경우에는 단일 민감도의 해석 결과와 비교가 가능한데, Fig. 3에서 최대 효율을 얻기 위해서는 최적치보다  $V_x$ 가 감소,  $D_m$ 은 증가하면 된다. 이는 Fig. 14와 일치되나, 만약  $D_m$ 과  $V_x$ 가 단일 민감도가 결과처럼 효

율을 증가시키기 위하여, 동시에 변화할 경우에는 오히려 효율이 최적치보다 감소하는 결과가 초래된다. 따라서 단일 설계 변수의 민감도는 오직 한 개의 설계 변수가 최적치에 비해 변하는 경우에만 적용이 가능하며, 만약 민감도가 강한 두 개의 설계 변수가 동시에 최적치에서 변화된 값을 가질 경우에는, 해당되는 설계 변수들의 민감도 해석을 하여야 한다.

이상과 같이 유량 계수, 압력비, 출력, 그리고 하중 계수에 대한 제한 조건을 설정하고, 그에 대한 최적 효율의 민감도를 설계 제한 조건과 비교하였다. 최적치의 하중 계수가 작을수록  $DOR_r$ 의 설계 제한 조건이 총효율에 민감하며, 특정 제한 조건이 없는 최적치에 비해 하중 계수가 클수록,  $\alpha_c$ 의 설계 제한 조건이 총효율에 민감하게 된다. 아울러 최적치의 압력비나 출력이 초기치에 비해 클수록  $U_i$ 의 설계 제한 조건에, 반대로 작을수록  $h/D_m$ 의 설계 제한 조건에 민감하게 된다는 것을 알 수 있다.

## 6. 결 론

소용량 축류 터빈의 최적 설계 조건을 계산함에 있어서, 5가지 특정 제한 조건을 각각 고려하여 최적치와 단일 민감도 및 복수 민감도 해석을 한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 하중 계수가 1.42인 축류 터빈의 최적 조건에서는  $D_m$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_3$ ,  $V_x$ 가 총효율에 민감한 설계 변수가 되며, 그에 비해  $C_N$ ,  $C_R$ ,  $S_N$ ,  $S_R$ 의 설계 변수는 상대적으로 민감도가 낮다.

(2) 최적치의 전압력 손실계수가 초기치에 비해 작아질수록, 초기치에 대한 고정익의 압력 손실 계수의 비율은 증가하고, 회전익의 압력 손실 계수의 비율은 감소한다.

(3) 초기치에 비해 최적치의 하중 계수가 작을수록  $DOR_r$ 의 설계 제한조건이 총효율에 민감하다. 반대로 하중 계수가 클수록  $\alpha_c$ 의 설계 제한 조건이 총효율에 민감하다. 압력비 혹은 출력이 초기치에 비해 작을수록 최적치의 총효율은  $h/D_m$ 에, 클수록  $U_i$ 에 민감하게 작용한다. 유량 계수가 초기치에 비해 작을수록  $\tau$ 가 총효율에 민감한 설계 제한 조건이 된다.

(4) 특정 제한 조건이 없는 경우의 최적치의 결과에서 알 수 있는 것처럼, 주어진 설계 제한 조건

의 범위 내에서  $DOR_r$ 은 가능한 작은 값으로,  $h/D_m$ 은 큰 값으로 최적 계산이 진행된다(Table 5). 따라서 공기역학적 관점에서 3차원 유동과 직접적으로 관계되는  $h/D_m$  및  $DOR_r$ 의 설계 제한 조건이 충효율에 민감하게 된다. 그러므로 평균 반경 해석 방법으로 축류 터빈의 성능을 예측하고, 최적 조건을 계산하기 위해서는  $h/D_m$ 과  $DOR_r$ 의 설계 제한치의 선정이 매우 중요하다.

### 참고문헌

- (1) Rao, S.S. and Gupta, R.S., 1980, "Optimum Design of Axial Flow Gas Turbine Stage, Part. I: Formulation and Analysis of Optimization Problem, Part. II: Solution of the Optimization Problem and Numerical Results," ASME J. of Eng. for Power, Vol.102, pp.782~797.
- (2) Balje, O.E. and Binsley, R.L., 1968, "Axial Turbine Performance Evaluation. Part. A: Loss-Geometry Relationships," ASME J. of Eng. for Power, Vol.90, Paper No. 68-GT-13.
- (3) Traupel, W., 1960, Thermische Turbomaschinen, Vol.I, No.3, Auflage, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin.
- (4) Soderberg, C.R., 1949, Unpublished note, Gas Turbine Laboratory, MIT.
- (5) Pfeil, H., 1969, "Optimale Primärverluste in Axialgittern und Axialstufen von Strömungsmaschinen," VDI-Forschungshaft, Vol.535.
- (6) Carter, A.F., Platt, M. and Lenherr, F.K., 1968, "Analysis of Geometry and Design Point Performance of Axial Flow Turbines, Part I-Development of the Analysis Method and Loss Coefficient Correlation," NASA CR-1181.
- (7) Craig, H.R.M. and Cox, H.J.A., 1970, "Performance Estimation of Axial Flow Turbines," Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol.185, pp.407~424.
- (8) Dunham, J. and Came, P.M., 1970, "Improvements to the Ainley-Mathieson Method of Turbine Performance Prediction," ASME J. of Eng. for Power, Vol.92, Paper No. 70-GT-2.
- (9) Kacker, S.C. and Okapun, U., 1982, "A Mean Line Prediction Method for Axial Flow Turbine Efficiency," ASME J. of Eng. for Power, Vol.104, Paper No. 81-GT-58.
- (10) Balje, O.E. and Binsley, R.L., 1968, "Axial Turbine Performance Evaluation. Part B: Optimization With and Without Constraints," ASME J. of Eng. for Power, Vol.90, Paper No. 68-GT-14.
- (11) Macchi, E., 1985, "Design Limits, Basic Parameter Selection and Optimization Methods in Turbomachinery Design," Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery, Üçer, A.S., Stow, P. and Hirsch, Ch., Vol.2, NATO ASI Series, Martinus Nijhoff Pub., pp.805~828.
- (12) Macchi, E. and Perdichizzi, A., 1981, "Efficiency Prediction for Axial-Flow Turbines Operating with Nonconventional Fluids," ASME J. of Eng. for Power, Vol.103, Paper No. 81-GT-15.
- (13) Lim, J.S. and Chung, M.K., 1989, "Design Point Optimization of an Axial-flow Compressor Stage," Int.J.Heat and Fluid Flow, Vol.10, No.1, pp.48~58.
- (14) Massardo, A. and Satta, A., 1990, "Axial Flow Compressor Design Optimization: Part I-Pitchline Analysis and Multivariable Objective Function Influence," ASME J. of Eng. for Power, Vol.112, Paper No.89-GT-201.
- (15) Massardo, A., Satta, A. and Marini, M., 1990, "Axial Flow Compressor Design Optimization: Part II-Throughflow Analysis," ASME J. of Eng. for Power, Vol.112, Paper No. 89-GT-202.
- (16) Carter, A.D.S. and Hughes, H.P., 1950, "A Theoretical Investigation into the Effect of Profile Shape on the Performance of Aerofoils in Cascade," British ARC, R&M 2384.
- (17) Renaudin, A. and Somm, E., 1970, "Quasi-Three-Dimensional Flow in a Multi-stage Turbine Calculation and Experimental Verification," Flow Research on Blading, Proceedings of the symposium, Elsevier Press., pp.51~83.
- (18) Ainley, D.G. and Mathieson, G.C.R., 1955, "An Examination of the Flow and Pressure Losses in Blade Rows of Axial Flow Turbines," A.R.C., R&M 2891.
- (19) Sohoni, V.N., Arora, J.S. and Haug, E.J., 1978, "A General Purpose Nonlinear Programming

Computer Code GRP Based on the Gradient Projection Method," TN-41, Univ. of Iowa.

- (20) Ainley, D.G. and Mathieson, G.C.R., 1957, "A Method of Performance Estimation for Axial-Flow Turbines," A.R.C., R%M 2974.
- (21) Mobarak, A., Khalafallah, M.G., Osman, A.M. and Heikal, H.A., 1988, "Experimental Investigation of Secondary Flow and Mixing Downstream on Straight Turbine Cascades," ASME J. of Turbomachinery, Vol.110, Paper No. 88-GT-8.
- (22) Kopper, F.C., Milano, R. and Vanco, M., 1981, "Experimental Investigation of Endwall Profiling in a Turbine Vane Cascade," AIAA J., Vol.19, No.8, AIAA 80-1089R, pp. 1033~1040.
- (23) Moustapha, S.H., Paron, G.J. and Wade, J.H. T., 1985, "Secondary Flows in Cascades of Highly Loaded Turbine Blades," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol.107, Paper No. 85-GT-135.
- (24) Cohen, H., Rogers, G.F.C. and Saravanamuttoo, H.I.H., 1972, Gas Turbine Theory, Longman Press., pp.182~240.
- (25) Horlock, J.H., 1973, Axial Flow Turbines, Robert Press., p. 75.
- (26) Schobeiri, T., 1988, "Lecture Notes on Turbomachinery," Graduate Course Texas A&M University, Turbomachinery Laboratory.

부록 1

· 반동도

반동도 (degree of reaction) 란 고정익과 회전익의 총엔탈피 낙차에 대한 회전익의 엔탈피 낙차의 비율을 말한다. 따라서 임의의 유선  $j$ 에서의 축류 터빈의 반동도는 다음과 같이 표시된다.

$$DOR_j = \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_3} \Big|_j = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} \Big|_j \quad (12)$$

여기서,

$$T = T_0 - \frac{V^2}{2c_p} \quad (13)$$

이다.

또한 임의의 유선  $j$ 에서의 온도차는 Euler의 터빈 공식에 따라, 속도의 함수로 계산된다.

$$c_p (T_{02} - T_{03}) = U_2 V_{\theta 2} + U_3 V_{\theta 3} \quad (14)$$

따라서 반동도는 각 익렬의 회전 속도, 축방향 유동 속도 및 유동 각도의 함수로 나타낼 수 있다.

$$DOR_j = 1 -$$

$$\frac{V_{x2}^2 - V_{x1} + V_{x2}^2 \tan^2 \alpha_2 - 2U_2 V_{x2} \tan \alpha_2 - (V_{x1}^2 - V_{x3}^2 + V_{x1}^2 \tan^2 \alpha_1 - V_{x1}^2 \tan^2 \alpha_1)}{2\alpha_1 - V_{x3}^2 \tan^2 \beta_3 + U_3^2} \Big|_j \quad (15)$$

식(15)를 간편하게 표시하기 위하여 Schobeiri<sup>(26)</sup>가 사용한 매개 변수를 이용하면, 반동도는 다음과 같이 계산된다.

$$DOR_j = 1 -$$

$$\frac{\mu_2^2 - \mu_1^2 + \mu_2^2 \tan^2 \alpha_2 - \mu_1^2 \tan^2 \alpha_1}{2 \frac{D_2 \mu^2}{\phi} \tan \alpha_2 - \mu_1^2 + 1 - \mu_1^2 \tan^2 \alpha_1 + \tan^2 \beta_3 - \left(\frac{1}{\phi}\right)^2} \Big|_j \quad (16)$$

여기서,

$$\mu_1 \equiv \frac{V_{x1}}{V_{x3}}, \quad \mu_2 \equiv \frac{V_{x2}}{V_{x3}}, \quad \nu_2 \equiv \frac{U_2}{U_3} \quad (17)$$

이다.

터보 기계의 초기 설계 단계에서 많이 사용되는 자유 와류 유동 (free vortex flow) 으로 가정하면, 임의의 유선  $j$ 에서의 변수들은 다음과 같이 평균 반경에서의 변수들로 표시된다.

$$\begin{aligned} \tan \alpha_{1j} &= \frac{D_m}{D_{1j}} \tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_{2j} &= \frac{D_m}{D_{2j}} \tan \alpha_2 \\ \tan \beta_{3j} &= \frac{D_m}{D_{3j}} \left( \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi} \right) + \frac{D_{3j}}{D_m} \frac{1}{\phi} \\ \phi_j &= \frac{D_m}{D_{3j}} \phi \end{aligned} \quad (18)$$

본 계산은 축방향 유동 속도가 일정하고, 고정익 입구의 유동이 축방향임 경우이므로, 유선  $j$ 에서의 반동도는 식(17)와 (18)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$DOR_j = 1 -$$

$$\frac{\left(\frac{D_m}{D_{2j}}\right)^2 \tan^2 \alpha_2}{\frac{2}{\phi} \left( \tan \alpha_2 + \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi} \right) + \left(\frac{D_m}{D_{3j}}\right)^2 \left( \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi} \right)^2} \quad (19)$$

따라서 날개 뿌리의 반동도는 식(3)으로 표시된다.

## 부록 2

· 축류 터빈의 효율

축류 터빈의 총효율 (total-to-total efficiency)

$$\eta_{tt} = \frac{T_{01} - T_{03}}{T_{01} - T_{03s}} \quad (20)$$

여기서 하첨자 s는 고정익 입구에 대한 등엔트로피 상태를 의미한다.

전압력 손실 계수 (stagnation pressure loss coefficient)

$$\omega_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{\frac{1}{2} \rho_2 V_2^2}, \quad \omega_R = \frac{P_{02r} - P_{03r}}{\frac{1}{2} \rho_3 W_3^2} \quad (21)$$

따라서 총효율을 전압력 손실 계수로 나타내기 위하여, 식(19)를 변형시키면

$$\frac{1}{\eta_{tt}} = 1 + \frac{(T_2 - T_{2s}) T_{03ss} / T_2 + (T_3 - T_{3ss}) T_{03} / T_3}{T_{01} - T_{03}} \quad (22)$$

로 되며, 하첨자 ss란 회전익 입구에 대한 등엔트로피 상태이다. 따라서 터빈의 총효율은 다음과 같이 변환된다.

$$\eta_{tt} = \left[ 1 + \frac{(T_2 - T_{2s}) \left( \frac{P_{03}}{P_2} \right)^{\gamma_1} + (T_3 - T_{3ss}) \left( \frac{P_{03}}{P_3} \right)^{\gamma_1}}{T_{01} - T_{03}} \right]^{-1} \quad (23)$$

여기서,

$$\gamma_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

이다.

익렬의 압력비는 온도의 함수로 표시된다.

$$1 + \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02}} = \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^{-1/\gamma_1} \left( 1 - \frac{T_2 - T_{2s}}{T_2} \right)^{-1/\gamma_1}$$

$$1 + \frac{P_{02r} - P_{03r}}{P_{03r}} = \left( \frac{T_{03r}}{T_{02r}} \right)^{-1/\gamma_1} \left( 1 - \frac{T_3 - T_{3ss}}{T_3} \right)^{-1/\gamma_1} \quad (24)$$

여기에서

$$\Sigma_N \equiv T_2 - T_{2s} = T_2 \left[ 1 - \frac{T_{01}}{T_{02}} \left[ 1 + \omega_N \left( \frac{\rho_2 V_2^2}{2P_{02}} \right) \right]^{-\gamma_1} \right]$$

$$\Sigma_R \equiv T_3 - T_{3ss} = T_3 \left[ 1 - \frac{T_{02r}}{T_{03r}} \left[ 1 + \omega_R \left( \frac{\rho_3 W_3^2}{2P_{03r}} \right) \right]^{-\gamma_1} \right]$$

라고 두면, 축류 터빈의 총효율은 다음과 같이 유도된다.

$$\eta_{tt} = \left[ 1 + \frac{\Sigma_N \left( \frac{P_{03}}{P_2} \right)^{\gamma_1} + \Sigma_R \left( \frac{P_{03}}{P_3} \right)^{\gamma_1}}{T_{01} - T_{03}} \right]^{-1}$$

아울러 식(5)에서의 온도비는 마하수 및 회전 속도의 함수로 표시된다.

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = 1$$

$$\frac{T_{03r}}{T_{02r}} = 1 - \left( \frac{U_2^2 - U_3^2}{2c_p T_{02}} \right) \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2a}^2}{1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2r}^2} \right] \quad (25)$$

$$= 1 \text{ for } D_m = \text{constant}$$

## 부록 3

· 압력 손실 계수

압축성 압력 손실 계수 (compressible pressure loss coefficient)

$$Y_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02} - P_2}, \quad Y_R = \frac{P_{02r} - P_{03r}}{P_{03r} - P_3}$$

전압력 손실 계수 (stagnation pressure loss coefficient)

$$\omega_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{\frac{1}{2} \rho_2 V_2^2}, \quad \omega_R = \frac{P_{02r} - P_{03r}}{\frac{1}{2} \rho_3 W_3^2}$$

압축성 압력 손실 계수를 익렬의 압력비와 마하수로 나타내면 다음과 같다.

$$Y_N = \left( \frac{P_{01}}{P_{02}} - 1 \right) \frac{1}{1 - \left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2a}^2 \right]^{-1/\gamma_1}}$$

$$Y_R = \left( \frac{P_{02r}}{P_{03r}} - 1 \right) \left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{3r}^2 \right]^{1/\gamma_1}$$

마찬가지로, 전압력 손실 계수도

$$\omega_N = \left( \frac{P_{01}}{P_{02}} - 1 \right) \frac{\left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2a}^2 \right]^{1/\gamma_1}}{\frac{\gamma}{2} M_{2a}^2} \quad (27)$$

$$\omega_R = \left( \frac{P_{02r}}{P_{03r}} - 1 \right) \frac{\left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{3r}^2 \right]^{1/\gamma_1}}{\frac{\gamma}{2} M_{3r}^2}$$

로 된다. 따라서 압축성 압력 손실 계수 및 전압력 손실 계수와의 관계식은 식(26)과(27)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$Y_N = \omega_N \frac{\frac{\gamma}{2} M_{2a}^2}{\left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2a}^2 \right]^{1/\gamma_1} - 1}$$

$$Y_R = \omega_R \frac{\frac{\gamma}{2} M_{3r}^2}{\left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{3r}^2 \right]^{1/\gamma_1} - 1}$$