

〈論 文〉

절삭성을 고려한 자유곡면 모형의 볼 엔드 밀링 가공에 관한 연구

박천경* · 맹희영**

(1991년 9월 16일 접수)

Ball End Milling of Sculptured Surface Models By Considering Machinability

Chun-Kyung Park and Hee-Young Maeng

Key Words: Ball end Milling(볼 엔드 밀링), Sculptured Surface(자유곡면), Cutter Path Planning(절삭경로산출계획), Estimation Model of Machinability(절삭성평가 모델), Variable Machining Condition(가변절삭조건)

Abstract

As compared with other cutting types, the ball end milling process causes a complexity in cutting system and a falling-off of machinability. In order to increase the productivity and efficiency in the NC machining of sculptured surfaces, this study carried out the qualitative linearized evaluations about the ball end milling system and applied their practical expressions to the technological processor at the cutter path planning stage. The evaluated expressions were proved to be adequate for practical use from an accuracy point of view and the estimation models were applied to sculptured surface machining processes for finding variable machining conditions. Consequently, it was recognized that variable machining conditions bring about the dispersion of force system and the reduction of machining time by more than 50%.

기호설명

F_T, F_R	: 절삭력의 접선방향과 반경방향 성분	m	: 절삭날 수
F_X, F_Y	: 절삭력의 X, Y 방향 성분	N, n	: 자유곡면의 법선벡터
F_Z	: 커터에 작용하는 드레스트	n	: 커터의 회전수
F_P	: 피크피드 벡터	R_{tc}	: 원통부 축방향 절삭 길이비
f_m	: 분당 이송 속도	R_m	: 절삭력 집중계수
f_D	: 피크피드양	R_D	: 피크피드비
f_i	: 절삭날당 이송량	r, r_c	: 커터의 위치벡터 및 구면부 중심점 벡터
h^*	: 임계 마멸 칩두께 (critical wear chip thickness)	r, r_0	: 커터 반경
K	: 비절삭 저항	T	: 자유곡면의 접선벡터
l	: 축방향 절삭 길이	T_0	: 유효 커터 수명
		u, v	: 파라미터
		V	: 절삭속도
		z_b	: 소재의 z 경계값

*정회원, 서울대학교 기계설계학과

**정회원, 서울산업대학 기계설계학과

- α : 커터 수명식의 지수
- δ : 절삭날 위치각
- ϕ_c : 원통부 절삭 작용각
- μ : 피크피드 방향각
- λ : 이송 방향각
- ξ, ζ : 절삭작용 존재함수

1. 서 론

자동차, 가전제품, 항공기, 선박 등의 외형표면이나 심미적 형상을 요하는 대부분의 플라스틱 제품들에는 비해석적인 자유곡면이 포함되어 있다. 일반적으로 자유곡면의 가공은 초기에 볼 앤드 밀 커터로써 절삭을 하는데, 이 볼 앤드 밀링은 보통의 앤드 밀링이나 정면 밀링(face milling) 등과 비교하여 가공 시간이 매우 길고 사용되는 커터 직경이 제한되며, 정점부(cutter tip)에서의 비정상 절삭이 일어나서 공구 파손의 우려가 크고 기하학적 절삭 조건들이 매우 다양하게 변하면서 곡면 모형에 구속되어야 하는 등의 특징이 있다. 이러한 복잡성 때문에 불행히도 볼 앤드 밀링에 관한 절삭역학 분야는 매우 미진한 정도로 밖에는 연구되어 있지 못하고 있는데, 자유곡면 가공 분야의 생산성이나 품질 향상 또는 자동화 성향을 높여주기 위해서는 자유곡면 절삭계에 관한 볼 앤드 밀링의 연구와 그 응용이 매우 시급하다.

지금까지 볼 앤드 밀링에 관한 연구로는 크게 나누어 성능이 좋은 커터를 개발하려는 목적^(1,2,3)과 절삭성 및 가공 오차에 대한 현상을 규명하려는 목적^(4,5,6,7)에서 주로 이루어졌으며, 곡면 절삭력 계에 있어서의 볼 앤드 밀링 절삭 특성을 해석한 연구로서 박 천경^(8,9,10) 등은 슬로팅(slotting), 주변 밀링(peripheral milling), 자유곡면 밀링 등을 각 양식별로 구별하여 3차원 절삭이론을 수치 접근 방법으로 적용하였고, 통계적 수법으로 곡면 절삭력 계의 변화 특성을 밝힌 바 있다.

그러나 볼 앤드 밀은 그 주된 사용 용도가 곡면 가공용 커터이기 때문에 자유곡면 NC 가공의 생산성과 안전성을 높이기 위해서는 지금까지의 성능평가나 현상 규명에 국한된 연구에서 벗어나 손쉽게 절삭 상수를 결정할 수 있는 방법론이 필요하고 정량화된 실험 결과들이 선형화된 실용식의 형태로 표현될 것이 요구된다. 또한 볼 앤드 밀링 과정에 있어서는 기하학적 절삭 변수들이 복잡하게 변하기

때문에 작업자가 경험을 통해 절삭 특성을 익히는 데에도 힘들며, 절삭 조건을 지정하는 데에는 추가적인 계산 과정이 수반되기 때문에 적극적으로 절삭 특성을 가공 시스템의 공정 계획 단계에 이용하게 되면 그 효과는 다른 형태의 절삭 과정보다 월등히 클 것이 기대되고 있기도 하다.

따라서 본 연구에서는 이와 같은 구비조건과 문제점들을 해소하기 위하여 Fig.1과 같이 볼 앤드 밀링의 절삭성과 경제적 절삭 속도식을 실용식의 형태로 표현하여 절삭조건 최적화를 위한 구속조건으로 설정하였고, 이를 자유곡면의 절삭경로 산출과정에서 구속조건을 만족하면서 부품당의 생산비를 최소로 하는 스피린드속도와 이송속도를 결정하는 데에 적용하였다. 그리고 이는 실험모형에의 적용예를 통해 계산시간과 정확도 및 절삭효과 등에 있어서 실용화의 가능성을 검토하였다. 이때 절삭력계를 해석 함에 있어서는 기하학적 절삭 파라미터들에 대해 무차원적으로 정의된 절삭작용 누적계수(accumulating coefficient)들을 이용하여 절삭력계를 선형화 된 실용식으로 표현하였으며, 절삭 상수들과 절삭작용 누적계수들의 선형적 표현에 의해 평균 절삭력계를 계산한 후, 토크 패턴 모델에 의해 절삭력 집중비를 구함으로써 실 절삭계의 주변력(peripheral force), 드레스트, 토크, 동력 등을 예측하였다. 또한 절삭속도의 결정에 있어서는 경제

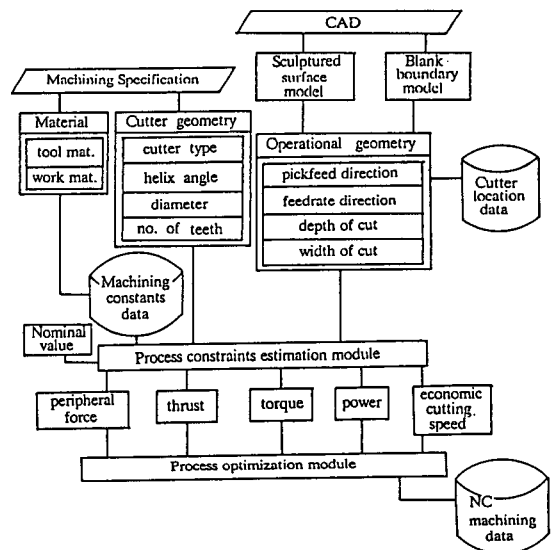


Fig. 1 Network of technological processor

적 절삭속도 예측모델을 설정하여 가공비를 최소로 하는 절삭속도를 선정토록 하였다.

2. 절삭력계의 평가방법

2.1 평균 절삭력계

볼 엔드 밀링 과정에서 미소 절삭날에 작용하는 힘은 비변형 절삭면적에 비례하는 것과 절삭날의 길이에 비례하는 것의 두가지 요소로 구성된다. 따라서 와선형 절삭날에 작용하는 절삭력계는 고정 좌표계에 대한 미소 절삭날의 칩 부하로 나타내고, 이를 축방향의 절삭날에 걸쳐 적분함으로써 얻어진다. 따라서 평균 절삭력계는 이들 성분들을 1회전하는 동안 m 개의 절삭날에 대해 중첩함으로써 결정할 수 있다⁽⁹⁾. 그 결과 I_1, I_2, \dots, I_8 등으로 무차원화한 적분인자, 즉 절삭작용 누적계수들을 정의함으로써 하향 밀링에서 평균 절삭력계는 다음과 같이 나타낼 수 있다. [부록 A 참조]

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_t \end{bmatrix} = m \cdot r_0 \cdot k \cdot f_t \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & 0 \\ -I_2 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \\ r_0 I_7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{bmatrix} = m \cdot r_0 \cdot K \cdot h^*$$

여기서 $M_t(\theta)$ 는 토크, r_0 는 볼엔드밀의 원통부 커터반경, K 는 비절삭저항이며, h^* 는 플랭크면에서 마멸을 고려한 임계 칩두께, 또 r_1, r_2, r_3, r_4 는 칩부하의 분력비를 나타내는 상수이다. 미소 절삭날이 절삭작용각 범위내에 위치할 때 절삭이 일어나는데, 이는 Fig. 2와 같이 자유곡면의 절삭 과정에서 절삭궤적을 나타내는 원통과 볼 엔드 밀의 구면부와의 간섭 영역에 의해 수치해석 방법으로 구할 수 있다⁽⁹⁾.

2.2 절삭작용 누적계수

앞의 식 (1)에서의 절삭작용 누적계수들은 절삭날에 작용하는 칩부하를 전체의 절삭날과 커터의 1회전에 대한 적분을 실시할 때 곡면절삭계에서의 기하학적 변수들만으로 표현되는 양들만을 뽑아서 무차원화한 계수들이며, 이들은 $1 > r_0$ 인 경우에 다

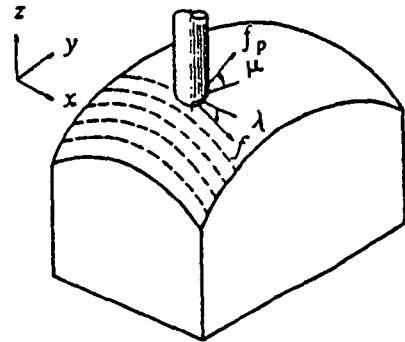
음과 같이 적분된 것이다. [부록 B참조]

$$I_1 = \frac{1}{4\pi} \left[\int_0^{\pi/2} 2G_1(\delta) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{lc} \cdot \sin^2 \phi_c \right]$$

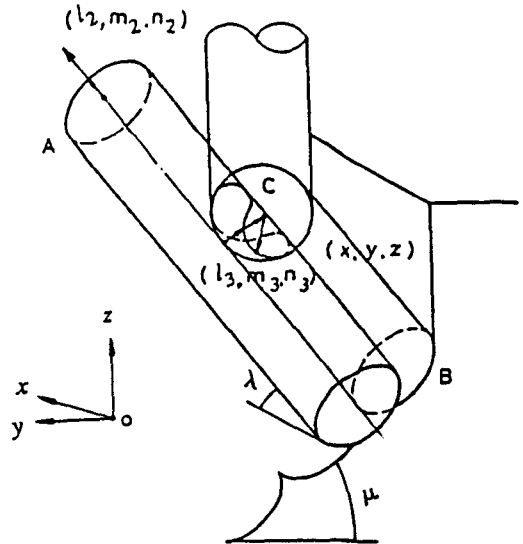
$$I_2 = \frac{1}{4\pi} \left[\int_0^{\pi/2} 2G_2(\delta) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{lc} \left\{ \phi_c - \frac{1}{2} \sin (2\phi_c) \right\} \right]$$

$$I_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} (\sin \phi_2 - \sin \phi_1) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{lc} \cdot \sin \phi_c \right]$$

$$I_4 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} (\sin \phi_1 - \sin \phi_2) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{lc} \cdot R_{\rho h} \right]$$



(a) macroscopic



(b) microscopic

Fig. 2 Cutting process model of sculptured surfaces

$$I_5 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} 2G_3(\delta) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{ic} \cdot R_{\rho h} \right]$$

$$I_6 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} (\phi_2 - \phi_1) \cdot \sin \delta \cdot d\delta + R_{ic} \cdot \phi_c \right]$$

$$I_7 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} G_3(\delta) \cdot \sin^2 \delta \cdot d\delta + R_{ic} \cdot R_{\rho h} \right]$$

$$I_8 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} (\phi_2 - \phi_1) \cdot \sin^2 \delta \cdot d\delta + R_{ic} \cdot \phi_c \right]$$

여기서 $G_1(\delta)$, $G_2(\delta)$, $G_3(\delta)$ 는 구면부 절삭날의 적분작용자(integrating operator)로서 절삭작용자의 범위에 삼각함수가 정적분된 양이다. [부록 B 참조]

그리고 이 절삭작용 누적계수들은 피크피드 방향 각, 이송 방향 각, 축방향 절삭깊이, 절삭폭 등의 절삭변수에 대해 계산되었으며, 이때 절삭변수들은 절삭상수와는 무관하게 결정될 수 있도록 커터 반경으로 나누어 무차원화하였다. 따라서 이 계수들은 자유곡면의 공구경로가 산출될 때마다 랜덤 액

세스 파일로부터 읽어들이 수 있도록 각각의 지정된 기하변수들에 대해 미리 수치계산하여 데이터 베이스로 구축되었는데, I_1 의 예에 대한 그 변화 양상을 도시하면 Fig. 3과 같다.

2.3 절삭력 집중계수

볼 엔드 밀 커터의 구면부 절삭날의 나선각은 적당한 크기의 등가반경을 갖는 원통부의 동일한 나선각의 절삭날로서 투사(mapping)되기 때문에, 주기적인 절삭력 또는 토크 파형은 다음과 같이 정의된 등가반경에 대해 주변 엔드 밀링(peripheral end milling)에서의 기본 모드들로서 취급될 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$r_0^* = \frac{M_t}{F_T} = \frac{M_t}{\frac{m}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_D dF_T \cdot d\theta} = r_0 \left[\frac{f_t \cdot I_7 + h^* \cdot I_8}{f_t \cdot I_4 + h^* \cdot I_6} \right] \quad (3)$$

그리고 절삭력 집중계수는 5가지의 토크 패턴 모드들에 대한 fourier변환 방법을 이용하여 결정할 수

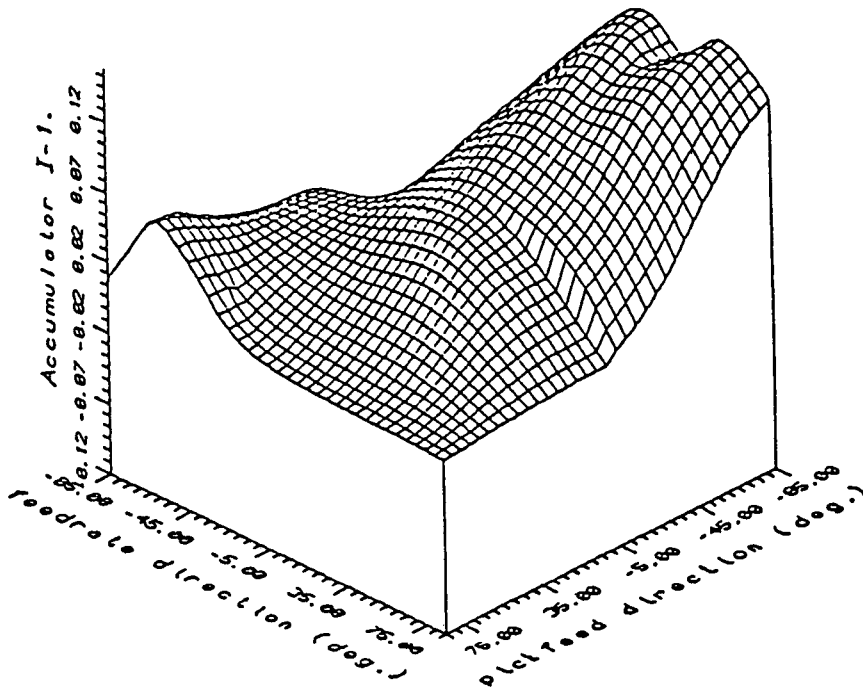


Fig. 3 Variation of cutting action accumulating coefficient I_1 with respect to μ and λ in the case of $1=r_0$ and $R_p=0.5$

있다⁽⁹⁾. 따라서 본 연구에서는 수치 계산성의 편의를 위해 절삭력 집중계수들도 실용범위의 절삭 변수들에 대해 선형화된 식으로 다시 수치계산하여 데이터 베이스로 구축하여 놓았다.

3. 경제적 절삭 속도의 결정

커터 파손이 일어나지 않는 경우, 정상적인 볼 앤드 밀 커터의 공구수명은 일반적으로 구면부 절삭날의 바깥쪽에서 생기는 플랭크 마멸폭에 의해 결정된다. 이때 단속절삭 형태의 절삭양식을 고려한다면, 커터수명은 충격회수와 비변형 칩길이의 함수로서 취급될 수 있다^(9,11) 그리고 커터의 수명 방정식은 다음과 같은 Taylor 공구 수명식으로 표현한다.

$$V \cdot \left(\frac{\phi}{\pi} \cdot T_0\right)^\alpha = C_b \quad (4)$$

따라서 가변적으로 절삭속도를 변화시키면서 가공을 할 때, 부품당의 최소생산비를 목적함수로 하는 경제적 절삭속도는 다음의 관계식을 사용하여 결정한다.

$$\left(\frac{C_b}{V}\right)^{1/\alpha} = T_g = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \left(t_{ct} + \frac{C_t}{M}\right) \quad (5)$$

여기서 $T_g = \frac{\phi}{\pi} T_0$, t_{ct} 는 커터 교환 시간, C_t 는 커터의 재연마 또는 구입 비용, M 은 분당 가공단가이다.

그러나 α, C_b 등의 상수를 결정하는 것은 실험적인 수명 데이터를 필요로 하기 때문에, 본 연구에서는 가공 데이터 핸드북⁽¹²⁾의 추천값들을 최소오차자승법에 의해 결정하였다. MDC 핸드북에 제시되어 있는 주변 밀링 데이터를 최소오차자승법에 의해 결정한 커터 수명식의 예는 Fig. 4와 같다.

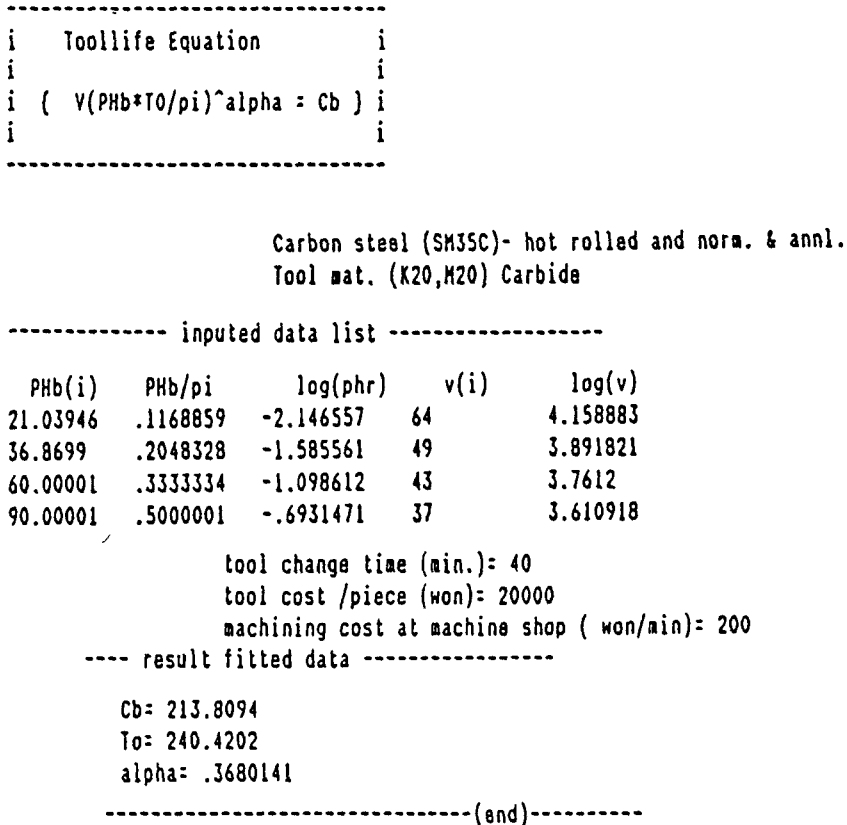


Fig. 4 Resultant fitted data for determining cutterlife equation.

4. NC 절삭에의 응용

4.1 절삭 파라미터의 결정

Fig. 5에서 보이는 바와 같이 다음의 곡선

$$u = u(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

를 따라서 움직이는 커터경로는 다음과 같이 표현한다.

$$r_c(u, v) = r(u, v) + r_0 \cdot n \quad (7)$$

이때 $\mu, \lambda, f_p, 1$ 등의 4가지 기하학적 절삭 파라미터는 다음의 관계식을 이용하여 구하였다.

먼저 단위 접선벡터 T 는 다음과 같다.

$$T = \frac{r}{|r|} = \frac{Au}{(u^T Gu)^{1/2}} \quad (8)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial u} & \frac{\partial r}{\partial v} \end{bmatrix}$$

그리고

$$G = A^T \cdot A$$

T 벡터의 y 성분은 0이기 때문에 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$(\cos \lambda, 0, \sin \lambda) = (T_x^2 + T_y^2, 0, T_z) \quad (9)$$

또한 단위 법선벡터의 z 성분은 다음과 가한다.

$$n_z = \cos \mu \cdot \cos \lambda \quad (10)$$

그리고 피크피드 벡터 F_p 는 다음의 관계식

$$F_p = f_p \frac{T \times N}{|T \times N|} = f_p (1s, m_s, n_s)$$

으로 표현되므로 피크피드 벡터의 z 성분은 다음과 같이 된다.

$$n_s = \sin \mu \cdot \cos \lambda = (T_x \cdot n_y + T_y \cdot n_x) / |T \times N| \quad (11)$$

따라서 식 (9), (10), (11)을 연립하여 구하면 피크피드 방향각 μ 와 이송 방향각 λ 를 구할 수 있다.

한편 u 방향으로 Δr_2 의 절삭 경로 간격을 생각하면 F_p 에 평행한 Δr_2 의 거리, 즉 d 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$d = |\Delta r_2 \times T| \quad (12)$$

따라서 두 절삭 경로 사이의 수직 거리, 즉 피크피

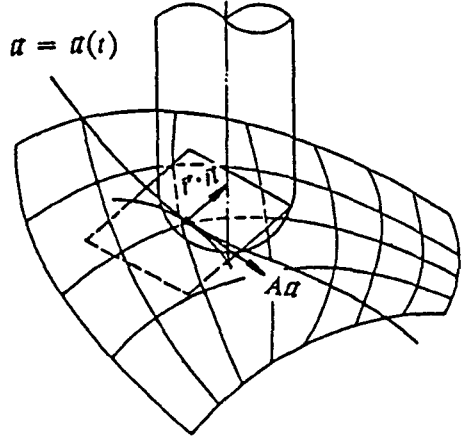


Fig. 5 Cutting along the curve $u = u(t)$ on the parametric surface $r = r(u, v)$

드양 f_p 는 다음과 같이 결정된다.

$$f_p = \left(1 \pm \frac{r_0}{\rho}\right) |\Delta r_2 \times T| \quad (13)$$

또한 축방향 절삭 깊이는 소재의 z 방향 경계면으로부터 현 위치의 커터의 z 값을 뺀으로써 다음과 같이 결정된다.

$$l = z_b - z + r_0 \quad (14)$$

4.2 프로세스 구속 조건의 설정

본 연구에서는 3축 제어되는 NC 밀링머신으로 자유곡면을 절삭할 때를 기준으로 하여 다음과 같은 프로세스 구속조건을 결정하였다.

주변력(peripheral force)의 제한조건으로는 F_x 와 F_y 의 벡터합력이 커터의 최대 주변력에 구속되는 것으로서

$$\sqrt{1 + r_1^2} \cdot R_m \cdot m \cdot r_0 \cdot K \cdot (f_t \cdot I_4 + h^* \cdot I_6) \leq F_{pc} \quad (15)$$

으로 하였고, 드러스트의 제한조건으로는 식 (1)에 의한 드러스트의 표현식에 절삭력 집중계수를 곱함으로써

$$R_m \cdot m \cdot r_0 \cdot K \cdot (f_t \cdot r_3 \cdot I_5 + h^* \cdot r_4 \cdot I_6) \leq F_{zc} \quad (16)$$

으로 하였으며, 토크의 제한조건으로는

$$R_m \cdot m \cdot r_0^2 \cdot k \cdot (f_t \cdot I_7 + h^* \cdot I_8) \leq M_{tc} \quad (17)$$

으로 설정하였다. 한편 이때 경제적 절삭속도에 의한 커터의 회전수는

$$n = \frac{C_b}{\pi \cdot r_0 \cdot \left(\frac{\phi}{\pi} \cdot T_0^a\right)} (r \cdot p \cdot m) \quad (18)$$

으로 표현되기 때문에, 최대동력의 제한조건으로는

$$\frac{n \cdot M_{tm}}{974000} = \frac{n \cdot R_m \cdot m \cdot r_0^2 \cdot K \cdot (f_t \cdot I_7 + h^* \cdot I_8)}{974000} \leq P_{wc} \quad (19)$$

으로 하였고, 최대 주축속도는

$$n \leq n_c (r \cdot p \cdot m) \quad (20)$$

으로 제한하였으며, 최대 이송속도는

$$m \cdot f_t \cdot n \leq f_{mc} (mm/min.) \quad (21)$$

으로 제한하였다. 그러나 본 연구에서는 절삭조건 중 이송량은 공작기계의 부하에, 절삭속도는 공구 수명에만 지배되는 변수로서 해석하였기 때문에 위의 구속조건들은 식(19) 및 (21)을 제외하고는 모두 이들 두 변수에 대해 독립적으로 표현되어 있다. 그리고 식 (19) 및 (21)의 구속조건에 있어서도 경제성의 입장에서 볼 때 이송량을 줄이는 것보다는 절삭속도를 감소시키는 것이바람직하다.

따라서 본 연구에서는 다음의 과정으로 절삭조건을 결정하였다.

- (1) 단계 I : 식 (15), (16), (17)을 만족하는 이송량중 최소값에 해당하는 이송량 f_t 의 결정.
- (2) 단계 II : 식 (18)을 만족하는 커터 회전수 n 결정.
- (3) 단계 III : 식(18), (19), (20), (21)을 만족하는 이송량중 최소값에 해당하는 회전수 n 을 결정.
- (4) 단계 IV : 분단 이송량 f_m 의 계산.

4.3 테크놀로지컬 프로세서의 적용

본 연구에서는 CAD로 설계된 자유곡면 모형으로 부터 절삭경로를 산출하는 단계에서 절삭조건(이송속도, 스피indle 속도)을 자동 부여할 수 있도록 실용식들의 수치해석된 내용의 계산과정을 적용하였는데, 이를 본 연구에서는 테크놀로지컬 프로세서(technological processor)라 하였다. 이는 Fig. 6과 같이 CAD로 설계된 자유곡면 모형과 소재 모형에서 기하학적 작업조건들을 산출하게 하고, 절삭실험 또는 절삭성 데이터베이스로서 마련된 절삭상수들의 입력을 받아 주어진 과정과 같은 계산모듈(estimation module)을 거쳐 적정 절삭조건을 결정하도록 하였다. 이때 입력되는 데이터는 3종류의 파일에서 얻어지는데, 이는 절삭상수 데이터와

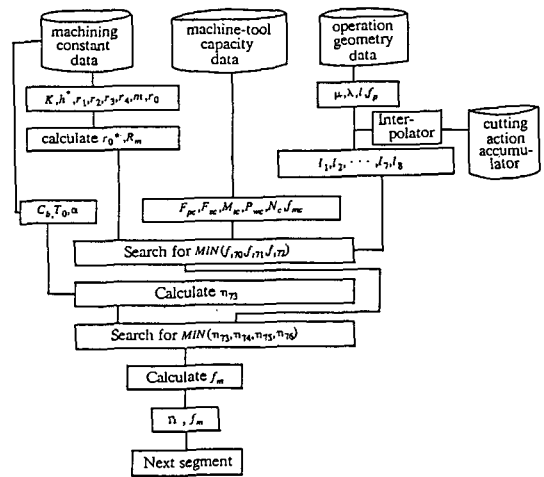


Fig. 6 Procedure of determining process parameters

공작기계 가공능력 데이터, 그리고 공구경로의 산출 과정에서 얻어진 기하학적 작업조건 데이터들이다.

이들 중 절삭상수 데이터와 기하학적 작업조건 데이터들은 등가반경 r_0 와 절삭력 집중계수 R_m 및 절삭작용누적계수 $I_1 \sim I_8$ 을 앞의 식 (2)에 의해 계산하는데 이용되고, 절삭작용 누적계수는 이미 별도로 계산된 데이터들을 읽어 들여 보간한 다음 원통부의 절삭작용량을 가산하게 하였다. 그리고 다음에는 공작기계 가공능력 데이터를 참조로 식 (15)로부터 (21)까지에서 주어진 과정과 같이 적정 이송량 f_t 와 경제적 절삭속도에 따른 회전수 n 을 탐색한 후 최종의 절삭조건을 결정하게 하였으며, 이 값들은 다시 CL 데이터와 함께 각 세그먼트에 대해 NC 가공 데이터로서 저장되게 하였다.

5. 적용 실험 및 고찰

앞의 테크놀로지컬 프로세서를 적용함에 있어서는 CAD로 설계된 자유곡면 모형으로부터의 절삭 경로 산출시 기하학적 작업조건 μ, λ, l, f_p 가 계산되어야 하는데, 기존의 상업화된 CAM용 소프트웨어 패키지는 그 원시 프로그램 상의 계산과정 또는 데이터 베이스와의 인터페이스가 어려워 본 연구에서는 이를 위해 따로 마련된 CAM 패키지(MSURF)⁽⁹⁾를 사용하였다. 절삭력계의 실험모델로서 기하학적 절삭 작업조건들이 연속적으로 다양하게 변화하도록 하기 위해

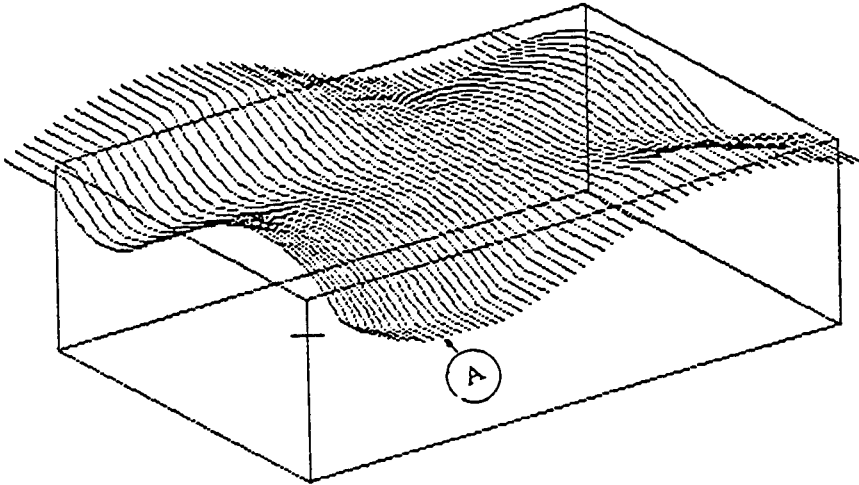


Fig. 7 View and cutter path of a test model

$$z = f(x, y) = 40xy(x^2 - y^2) / (x^2 + y^2 + 0.25)$$

의 양함수(explicit function)로서 표현된 곡면을 모형으로 하였다. 그리고 소재모형은 120×80×50 mm인 직육면체 형으로 하였는데 좌표축은 좌측 하단부의 꼭지점을 영점으로 하였고 z방향의 윗면 경계는 z=20mm의 좌표로 하였는데, 이는 12×16 개의 메시(mesh)로 분할하여 MSURF 패키지에 입력한 후, 형(shape) 설계를 하였다. 가공경로의 산출에 있어서는 절삭특성의우수성에 입각하여 하향밀링으로만 절삭되는 펜듈럼(pendulum) 커터경로 모드를 적용하였으며, 가공조건으로는 외부공차 0.01mm, 내부공차 0mm, 커스페이스(cusp height) 0.2mm가 되도록 산출하였고, 이는 Fig. 7에 나타난 바와 같다. 한편 이 과정에서 테크놀로지컬 프로세서에는 기하학적 작업조건도 함께 산출하여 CL 데이터 파일에 위치 좌표값과 동시에 저장해 하였는데, Fig. 8은 절삭과정에 있어서 변화하는 피크피드 방향각, 이송방향각, 그리고 피크피드양과 이의 수평방향 성분, 축방향 절삭깊이 등의 값들에 대한 변화 과정을 시뮬레이션해 주고 있다.

이를 알루미늄 합금(3003H12) 소재의 실험모형에 적용한 결과, 본 연구에서는 Fig. 9와 같은 가변 이송속도와 가변 스피indle속도를 얻어 낼 수 있었으며, 한편 탄소강(SM45C) 소재의 실험모형에 적용하였을 경우에도 이와 비슷한 양상을 나타내었다.

이때 이들 실험모형의 경우 총 절삭길이는

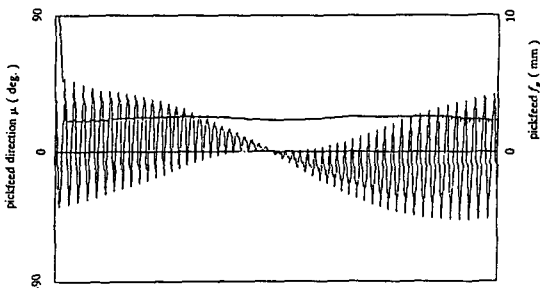
5385.6mm이었는데, 가공물 재질이 알루미늄 합금인 경우 Fig. 9와 같은 가변적 이송속도로써 절삭한 결과 총 절삭시간은 31.3 분이 소요되었으며, 탄소강(SM35C) 인 경우에는 54.8분이 소요되었다.

그러나 현장 작업자가 만약 안전성을 고려하여 이 실험모형을 알루미늄 합금의 경우 이송속도를 80mm/분, 탄소강의 경우 40mm/분 으로서 이송속도를 일정하게 하여 절삭한다면, 계산상 이 2가지의 경우에 각각 79.8분 및 147.1분이 소요되기 때문에 각각 60.7% 및 62.7%의 절삭 소요시간이 단축될 수 있다.

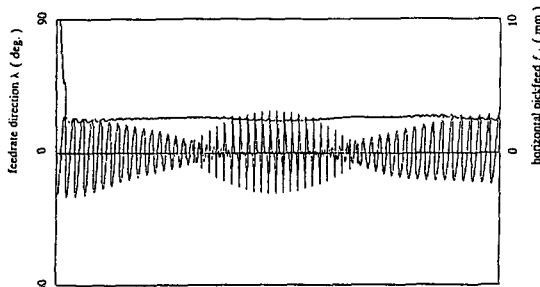
한편 이 같은 과정을 수행하는데 있어서 본 연구에서는 여러 가지의 구속조건들 중 어느 제한조건에 지배되었는지를 파악하기 위해 각 세그먼트마다 플래그(flag)가 붙도록 하였는데, 본 실험모형의 경우에 있어서는 대부분 주변력의 제한조건이 주로 적용되었고, 1의 값이 크고 λ, μ가 음의 값을 갖는 영역에서는 드러스트의 제한조건에 적용되기도 하였다. 여기서 토크나 동력에 대한 구속조건이 적용된 경우는 없었는데, 이는 본 실험에서 허용 공칭값들을 크게 설정하였다기 보다는 보통 동작기계의 가공능력이 실제 볼 엔드 밀링 작업중 작용되는 값들보다 매우 크게 되도록 동작기계가 제작되기 때문이며, 또한 이는 생산성의 입장에서 가능하다면 비교적 커터의 직경이 큰 공구를 사용할수록 바람직하다는 의미가 되기도 한다.

한편 테크놀로지컬 프로세서의 적용효과를 검토하기 위해 Fig. 7의 A부분의 커터경로 행정(stroke)에 대해 $f_t=0.1\text{mm}$ 의 일정 이송을 준 경우와 테크놀로지컬 프로세서를 적용하였을 때의 결과인 가변적 이송을 준 경우의 절삭력계를 비교하였는데, 이 커터경로 행정에 있어서의 기하학적 절삭조건과 이송량의 변화는 Fig. 10과 같다.

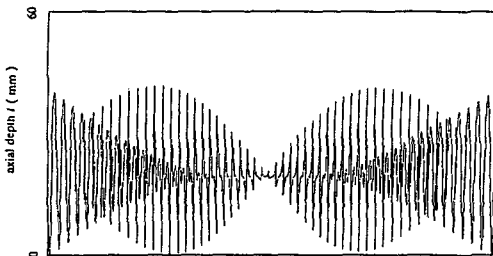
그 결과, 테크놀로지컬 프로세서를 적용하였을 경우에는 절삭률(MRR)이 더 큼에도 불구하고 X, Y방향의 절삭력이 집중되지 않고 있으며 최대 절삭력의 크기도 감소하고 있음을 보여 주고 있다. 그리고 드러스트의 경우에 있어서도 앞의 경우처럼 그 분포 양상이 향상되고 있다. 그러나 드러스트의 경우에는 이송 방향각이 음인 영역에 있어서 좀체로 그 크기가 크게 줄어들지 못하고 있는데, 이는



(a) simulation of μ and f_p



(b) simulation of λ and f_{ph}

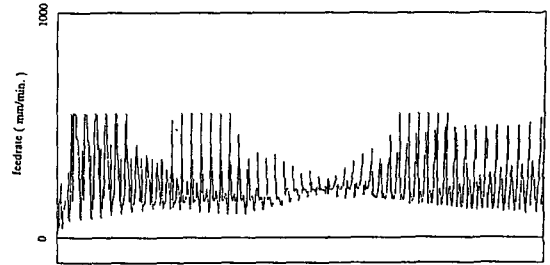


(c) simulation of axial depth l

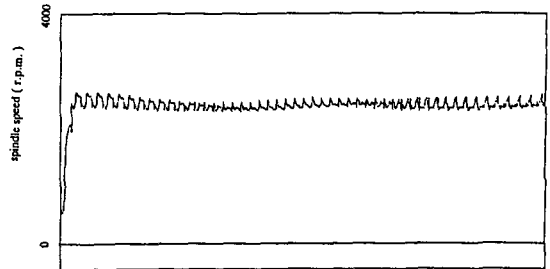
Fig. 8 Simulation of operational geometry

가공시 드릴링과 같은 형태의 절삭이 형성되고 있어서 본 연구에서 모델링한 절삭력 집중계수의 값이 실제절삭력 계보다 작게 계산되고 있는 데에 그 이유가 있다고 생각된다.

한편 Fig. 9(a)의 이송속도 변화에 있어서는 그 값이 갑자기 커지는 곳이 주기적으로 생기고 있음을 확인할 수가 있는데, 이는 축 방향 절삭깊이가 0에 가까워지면서 커터 정점부에 있어서의 절삭날이 이탈될 경우에 생기는 현상으로 절삭력계가 매우 작아져서 구속조건들을 만족하는 이송속도가 상대적으로 커지기 때문이다. 그러나 본 연구에서는 정점부에서 절삭날 파손과 비정상 절삭이 일어날 수 있는 위험성 때문에 알루미늄 합금의 경우에는 $f_t=0.25\text{mm}$, 탄소강의 경우에는 $f_t=0.15\text{mm}$ 가 되는 날당 이송량의 상한치를 주었으며, 그 때문에 이송속도의 값은 크기가 급격히 커지다가도 상한치에 도달한 후에는 더 이상 증가하지 않고 있는 것을 볼 수 있다. 또한 이송속도 값이 크고 절삭 세그먼트의 길이가 아주 작은 경우에는 NC제어기가 다음 동작의 명령을 내리기도 이전에 앞 세그먼트의 절삭이 완료되는 현상도 생길 수 있다. 따라서 본 연구에서는 1개 세그먼트의 절삭 완료 시간이 10ms보다 커야 한다는 제한을 주었다.



(a) feedrate(mm/min.)



(b) spindle speed(r.p.m)

Fig. 9 Result of variable cutting conditions applied to machining of aluminum alloy workpiece

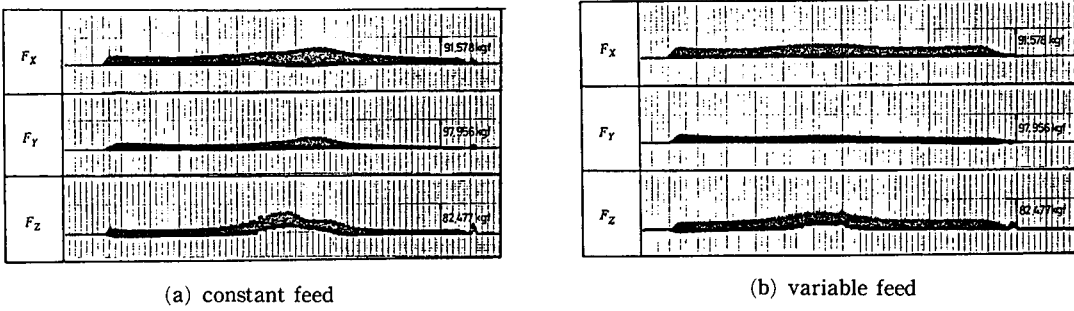


Fig. 10 Comparison of cutting force profiles

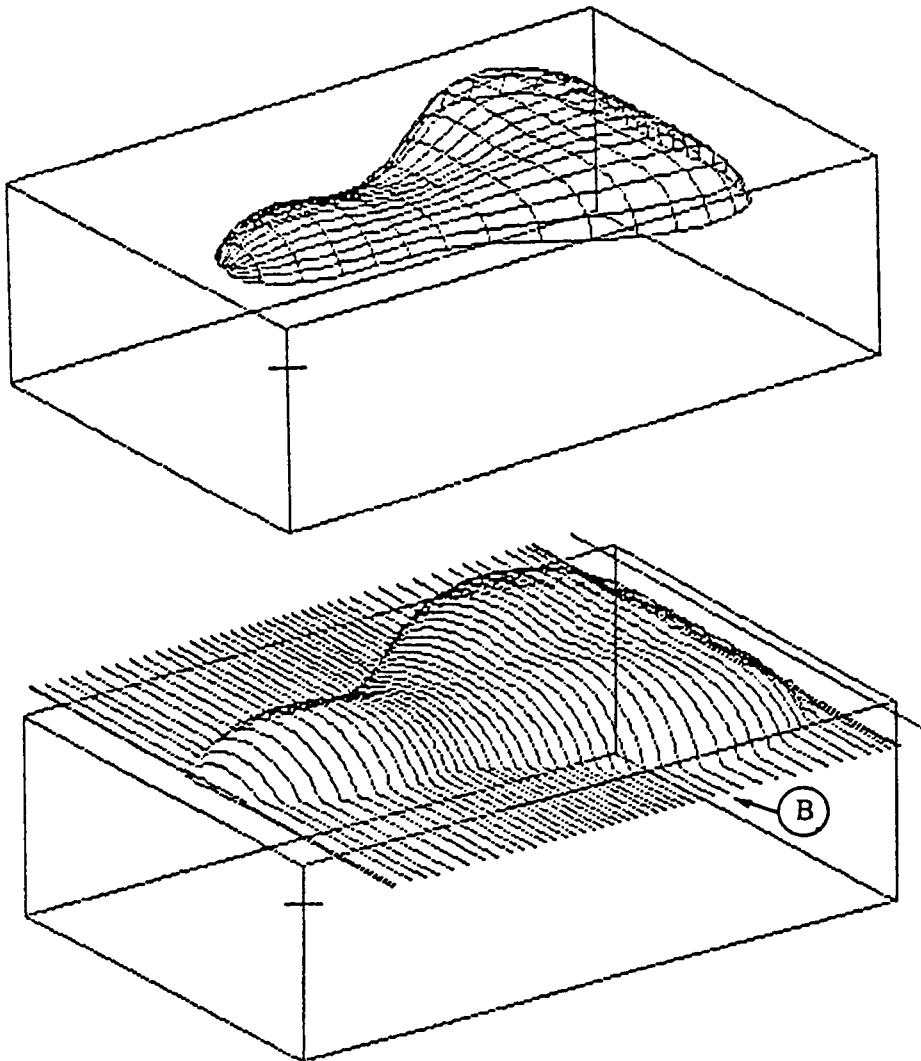


Fig. 11 View of shape and cutter path of a bicycle saddle prototype

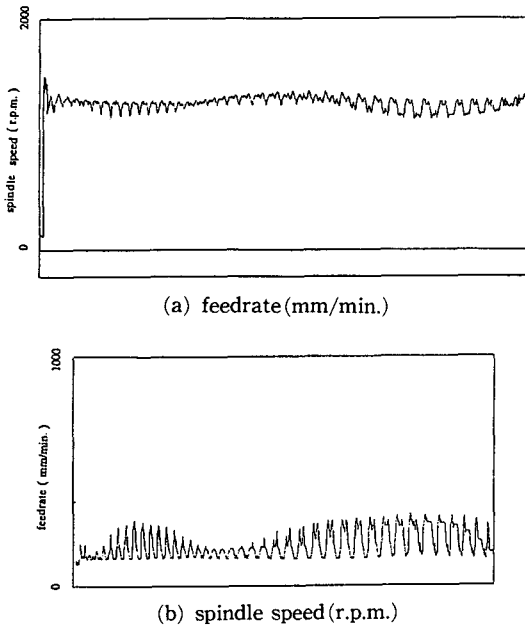


Fig. 12 Result of variable cutting conditions applied to machining of carbon steel (SM45C) workpiece

또한 앞의 과정과 마찬가지로 Fig.11과 같은 실물모형에 대해서도 테크놀로지컬 프로세서의 적용 실험을 마찬가지로 Fig. 11과 같은 실물모형에 대해서도 테크놀로지컬 프로세서의 적용실험을 실시하였는데, 그 결과는 Fig. 12와 같다. 이것은 앞의 실험모형과 비교해 볼 때 기하학적 절삭조건은 변화가 더 심하였으나 한편으로 축 방향 절삭깊이가 5mm이상으로 단조롭게 변화하고 있기 때문에 이송속도 변화에 있어서는 앞의 모형보다는 단조롭게 변하고 있고, 이송속도의 최대값도 다소 저하되어 있는 양상을 볼 수 있었다. 그러나 이 실물모형에 있어서는 피크피드 방향각이 -90° 에 가까이 도달하고 있어서 일시적으로 드릴링에 가까운 절삭현상이 자주 발생하고 있기 때문에 작업상의 안전을 고려한다면 더욱 그 효과가 크게 반영되고 있는 것으로 생각된다.

6. 결 론

이상과 같이 본 연구는 자유곡면의 절삭경로를 산출할 때 절삭특성에 관한 테크놀로지컬 프로세서를 적용하였고, 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 볼 엔드 밀링의 절삭특성을 선형화된 실용식들로 표현함으로써 절삭성에 대한 계산모델을 절삭경로를 산출하는 데 소요되는 정도의 시간 이내에 자유곡면의 공정 계획 단계에 응용할 수 있었다.

(2) 테크놀로지컬 프로세서를 적용함으로써 안전하고도 가공시간을 단축시킬 수 있는 가변적 이송속도와 스피indle 속도를 산출해 낼 수 있었다.

(3) 이때 산출된 가변적 절삭 조건으로 가공을 하면 본 연구의 실험모형에서는 보통의 현장 작업자가 수동으로 절삭 조건을 부여하는 것과 비교할 때 약 60% 정도의 절삭시간을 단축시킬 수 있음을 확인하였고, 이는 자유곡면이 복잡한 형상일수록 그 효과가 클 것임을 기대할 수 있었다.

(4) 또한 가변적 절삭 조건으로 가공을 실시하면 일정 이송속도로 가공을 실시하는 것보다 절삭력 집중을 예방할 수 있으면서도 동작기계의 능력을 효과적으로 활용할 수 있음을 알 수 있었다.

(5) 본 연구의 프로세서를 사용하면 커터 정점부에 있어서의 공구 파손위험을 줄일 수 있고, 구면부 바깥쪽 절삭날에 있어서의 마멸도 적게 할 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Kishinami, T. et al., 1981, "A Theoretical Analysis of Cutting Operation Angle of Circular Cutting Edge Ball End Mill," J. of JSPE, Vol. 47, No.11, pp.73~79.
- (2) Kishinami, T. et al., 1982, "On Relationship between Cutting Ability and Cutting Edge Shape of Circular Cutting Edge Ball End Mill," J. of JSPE, Vol. 48, No. 7, pp. 68~74.
- (3) Aoyama, H. et al., 1987, "Study on Development and Cutting Performance of Elliptic Ball End Mill," J. of JSPE, Vol. 53, No. 3, pp. 461~466.
- (4) Hosoi, T. and Hoshi, T., 1977, "Cutting Actions of Ball End Mill With a Spiral Edge," Annals of the CIRP, Vol. 25, No. 1, pp. 252~261.
- (5) Miyazawa, S. and Takeda, K., 1981, "Micro Milling of Three Dimensional Surface," J. of JSPE, Vol. 47, No. 1, pp. 94~99.
- (6) Fujii, Y. and Iwabe, N., 1982, "Relationship

between Cutting Force Curve and Working Accuracy with Ball-nose End Mills," J. of JSPE, Vol. 48, No. 1, pp. 105~110.

- (7) Yang, M.Y. and Park, H.D., 1990, "The Prediction of Cutting Force in Ball End Milling," Int. J. of Mach. Tools Manufact., Vol.31, No.1, pp.45~54.
- (8) 박천경, 맹희영, 1985, "원추팁 Ball End Mill의 3차원 곡면 절삭력계에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제9권, 제4호, pp.440~451.
- (9) 맹희영, 1989 "자유곡면모형의 볼 엔드 밀링 해석과 NC 절삭에 관한 연구", 서울대학교 대학원, 박사학위논문.
- (10) Maeng, H.Y., and Park, C.K., 1990, "A Study on the Ball End Milling Analysis and NC machining of Sculptured Surface Models," Proceedings of Int. Conference on Die and Mould Technology '90, Vol. 1, pp.218~225.
- (11) Yellowly, I. and Barrow, G., 1980, "The Influence of Thermal Cycling on Tool Life in Peripheral Milling," Int. J. of MTDR, Vol. 20, No. 1, pp. 1~12.
- (12) Machining Data Center, 1980, "Machining Data Handbook," 3rd ed., Vol.1-2, Metcut Research Assoc. Inc., Ohio.

부 록

A. 평균절삭력계의 유도식

Fig. A-1에서 미소절삭날 dD에 작용하는 절삭력계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 dF_T &= K \cdot f_i \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD + K \cdot h^* \cdot \zeta(\theta) \cdot dD \\
 dF_R &= r_1 \cdot K \cdot f_i \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD + r_2 \cdot K \cdot h^* \cdot \zeta(\theta) \cdot dD \\
 dF_x &= r_3 \cdot K \cdot f_i \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD + r_4 \cdot K \cdot h^* \cdot \zeta(\theta) \cdot dD \\
 dM_t &= r \cdot dF_T = r \cdot K \cdot f_i \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD + r \cdot K \cdot h^* \cdot \zeta(\theta) \cdot dD
 \end{aligned}$$

여기서 $\xi(\theta)$ 와 $\zeta(\theta)$ 는 절삭 작용의 유무를 나타내는 절삭 작용 지침으로서

$$\xi(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{절삭 작용시 } (0 < \theta \leq \pi \text{ 영역}) \\ -1 & \text{절삭 작용시 } (\pi < \theta \leq 2\pi \text{ 영역}) \\ 0 & \text{절삭 작용이 없을 때} \end{cases}$$

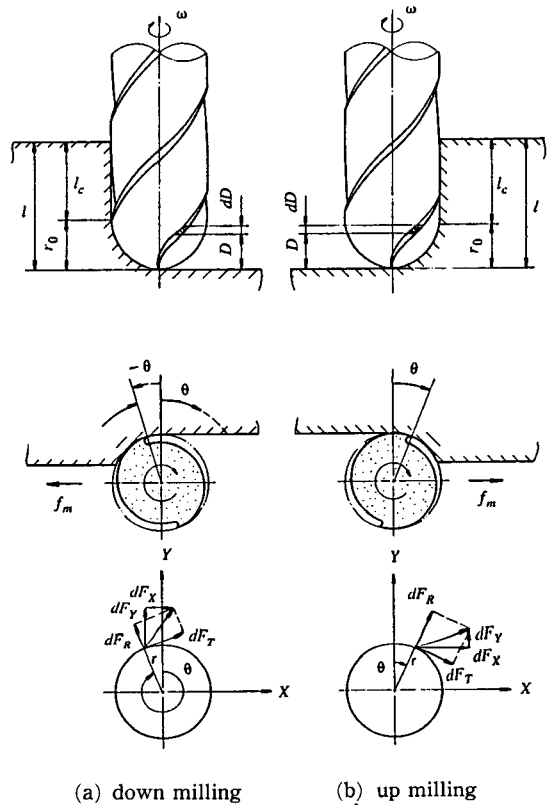


Fig. A.1 Configuration of average cutting force evaluation

$$\zeta(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{절삭 작용시 } (0 < \theta \leq 2\pi \text{ 영역}) \\ 0 & \text{절삭 작용이 없을 때} \end{cases}$$

한편 F_T, F_R 를 고정좌표계 X, Y 방향의 성분으로 환산하면, 여기에 회전변환 행렬을 곱하여 얻을 수 있으므로 상향밀링의 경우에 절삭력계는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{Bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \\ dM_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cdot \sin \theta & \sin^2 \theta & 0 \\ -\sin^2 \theta & \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta \\ r \sin \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix}$$

$$K \cdot f_i \cdot \xi(\theta) \cdot dD + \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ r & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix} K \cdot h^* \cdot \zeta(\theta) \cdot dD$$

그러므로 이를 절삭회전축 방향에 따라 적분하면 한편 이를 기초로 하여 평균 절삭력 계를 커터가 1 회전함을 기준으로 구하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \overline{F_x} \\ \overline{F_y} \\ \overline{F_z} \\ \overline{M_t} \end{Bmatrix} = \frac{m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} F_x(\theta) \\ F_y(\theta) \\ F_z(\theta) \\ M_t(\theta) \end{Bmatrix} d\theta$$

그리고 앞에서 $C_1(\theta), C_2(\theta), \dots, C_8(\theta)$ 들은 θ 만의 함수이기 때문에 다음과 같은 상수들의 평균값들을 정의할 수 있다.

$$\overline{C}_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_i(\theta) d\theta \quad i=1, 2, 3, \dots, 8$$

따라서 이를 이용하면 평균 절삭력계는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \overline{F_x} \\ \overline{F_y} \\ \overline{F_z} \\ \overline{M_t} \end{Bmatrix} = m \cdot K \cdot f_t \begin{bmatrix} \overline{C}_1 & \overline{C}_2 & 0 \\ -\overline{C}_2 & \overline{C}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{C}_5 \\ \overline{C}_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix} + m \cdot K \cdot h^* \begin{bmatrix} \overline{C}_3 & \overline{C}_4 & 0 \\ -\overline{C}_4 & \overline{C}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{C}_6 \\ \overline{C}_8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix}$$

이때 상수들을 무차원한 계수들은 $I_1 = \overline{C}_1/r_0, \dots, I_6 = \overline{C}_6/r_0, I_7 = \overline{C}_7/r_0^2, I_8 = \overline{C}_8/r_0^2$ 으로서 절삭 작용 누적계수 (cutting action accumulating coefficient) 라고 정의하게 되면 평균절삭력계는 다음과 같다.

상향 밀링 (up milling) 에 있어서는

$$\begin{Bmatrix} \overline{F_x} \\ \overline{F_y} \\ \overline{F_z} \\ \overline{M_t} \end{Bmatrix} = m \cdot r_0 \cdot K \cdot f_t \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & 0 \\ -I_2 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_5 \\ r_0 I_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix} + m \cdot r_0 \cdot K \cdot h^* \begin{bmatrix} I_3 & I_4 & 0 \\ -I_4 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_6 \\ r_0 I_8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix}$$

하향밀링 (down-milling) 에서는

$$\begin{Bmatrix} \overline{F_x} \\ \overline{F_y} \\ \overline{F_z} \\ \overline{M_t} \end{Bmatrix} = m \cdot r_0 \cdot K \cdot f_t \begin{bmatrix} -I_1 & I_2 & 0 \\ I_2 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_5 \\ -r_0 I_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix} + m \cdot r_0 \cdot K \cdot h^* \begin{bmatrix} -I_3 & I_4 & 0 \\ I_4 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_6 \\ -r_0 I_8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix}$$

B. 절삭작용 누적계수의 유도식

앞의 식 (A-) 에서 상수들이 평균값들은 다음의 식들로 표현된다. 절삭깊이 l 이 r_0 보다 큰 경우 [$l_c = l - r_0$]

$$\begin{aligned} \overline{C}_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \sin^2 \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_3 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \cos \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \cos \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_4 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \sin \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_5 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \sin \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_6 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_7 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} r \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} r \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \\ \overline{C}_8 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} r \cdot \xi(\theta) \cdot r_0 \cdot \sin \delta \cdot d\theta \cdot d\delta + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l_c} r \cdot \xi(\theta) dz \cdot d\theta \end{aligned}$$

한편 이들 식은 원통부에서 적분가능하므로 주어진 적분구간에 대해 정적분할 수 있고, 구면부에서

도 국부반경(local radius) r 은 $r_0 \cdot \sin \delta$ 인 성질이 있기 때문에 각각의 절삭 모드들에 대하여 계산되어야 할 적분인자들을

$$G_1(\delta) = \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \xi(\theta) \cdot d\theta$$

$$G_2(\delta) = \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cdot \xi(\theta) \cdot d\theta$$

$$G_3(\delta) = \int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot d\theta$$

으로 놓고, $f_{ph}/r_0=R_{ph}$, $f_p/r_0=R_p$, $l/r_0=R_l$, $lc/r_0=R_l-1=R_{lc}$ 로서 각각 수평성분 피크피드비, 절삭깊이비, 원통부 절삭깊이비라고 정의하여 $I_1=C_1/r_0, \dots, I_6=C_6/r_0, I_7=C_7/r_0^2, I_8=C_8/r_0^2$ 등으로 무차원화 하면 식 (2)가 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} F_x(\theta) \\ F_y(\theta) \\ F_z(\theta) \\ M_t(\theta) \end{Bmatrix},$$

$$= \int_D \begin{bmatrix} \cos \theta \cdot \sin \theta & \sin^2 \theta & 0 \\ -\sin^2 \theta & \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta \\ r \sin \theta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix} K \cdot f_i \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$+ \int_D \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix} K \cdot h^* \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

이므로, 여기서

$$C_1(\theta) = \int_D \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_2(\theta) = \int_D \sin^2 \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_3(\theta) = \int_D \cos \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_4(\theta) = \int_D \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_5(\theta) = \int_D \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_6(\theta) = \int_D \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_7(\theta) = \int_D r \cdot \sin \theta \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

$$C_8(\theta) = \int_D r \cdot \xi(\theta) \cdot dD$$

라고 정의하면, 절삭날 1개에 작용하는 절삭력 계는

$$\begin{Bmatrix} F_x(\theta) \\ F_y(\theta) \\ F_z(\theta) \\ M_t(\theta) \end{Bmatrix}$$

$$= K \cdot f_i \begin{bmatrix} C_1(\theta) & C_2(\theta) & 0 \\ -C_2(\theta) & C_1(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & C_3(\theta) \\ C_5(\theta) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_3 \end{Bmatrix}$$

$$+ K \cdot h^* \begin{bmatrix} C_4(\theta) & C_3(\theta) & 0 \\ -C_3(\theta) & C_4(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & C_7(\theta) \\ C_8(\theta) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_4 \end{Bmatrix}$$

의 표현으로 $\theta(=\omega t)$ 의 주기적 절삭력 곡선으로 되며, 이를 m 개의 전체 절삭날에 대해 $2\pi/m$ 의 위상을 주고서 중첩하면 커터에 작용하는 총 절삭력 계가 얻어질 수 있다. 그러나 이는 실제로 수치 계산하는 데에 매우 많은 계산량을 요구한다.