

〈論 文〉

배관계 진동특성에 미치는 탄성 중간지지대의 영향

전오성* · 정진태** · 이용봉* · 황철호**

(1991년 2월 25일 접수)

Effect of an Elastic Intermediate Support on the Vibration Characteristics of Fluid Conveying Pipes

O.S. Jun, J.T. Chung, Y.B. Lee and C.H. Hwang

Key Words : Fluid Conveying Pipe(유체흐름 배관), Critical Velocity(임계 유속), Elastic Intermediate Support(탄성 중간지지)

Abstract

The effect of an elastic intermediate support on the vibration characteristics of a fluid conveying pipe system modeled as simply-simply supported and fixed-fixed supported pipes has been investigated. The approach is based on solving the closed form equation of the 4th order polynomials. The change of natural frequency and critical velocity are also investigated with the fluid density, the fluid velocity, the position and stiffness of the elastic intermediate support varied. The results show that the vibration characteristics of pipe system could be controlled by changing the position and/or stiffness of the elastic intermediate support.

1. 서 론

관 내부를 흐르는 유체에 비정상 흐름 특성이 있을 때 수격(water hammer) 현상이 발생하면서 관에 변형을 일으켜 진동을 발생시킨다. 그러나 정상 흐름에서도 고속 유체의 흐름으로 인하여 관의 변형을 일으키고 안정성이 무너지는 현상이 발생하는데, 양단이 지지된 관에서의 좌굴(buckling)이나 외팔지지된 관에서의 불안정떨림(flutter) 등이 있다.

고속유체 흐름관에서의 과도진동은 관 재료에 피로를 일으켜서 파괴를 일으키기 때문에, 로켓이나 터빈 등에 사용되는 배관계에서는 주변진동과의 공진을 충분히 피할 수 있도록 고유진동수를 일정한 값 이상으로 높여줄 필요가 있다. 배관계는 이 밖

에도 원유수송, 산업설비에서의 고압증기 공급, 화공약품 운반 등에 사용되기 때문에, 파손될 경우 관 내부 물질의 유출로 인한 직접적인 경제손실 뿐 아니라 인명피해나 공장정지 등 부가적인 막대한 손실을 가져올 수 있다. 이러한 점을 고려할 때 배관계의 안정성과 안전성(safety)은 밀접한 관계에 있다고 할 수 있다.

유체가 내부를 흐르는 관에 대한 진동연구는 1960년대 초에서부터 진행되어져 오고 있으며, Paidoussis 등이 지속적으로 관련된 연구를 수행하고 있는 학자로 꼽혀진다^(1~6). 유체흐름 배관계의 연구내용들은 대부분 배관계 안정성에 대한 것들로서, 계산방법의 개선과 모형변수(model parameters)의 추가와 그 변수들의 특성 연구등이 속한다. Pak⁽⁷⁾등은 굴곡된 배관에 대하여 유한요소법을 사용하여 안정성을 해석하였고, Lee⁽⁸⁾등은 전달행렬법을 이용하여 안정영역을 해석하였다.

Sugiyama⁽⁶⁾는 외팔 배관계를 두개의 강체 배관

* 정회원, 한국표준과학연구원 음향진동연구실

** 한국표준과학연구원 음향진동연구실

이 관결 연결된 것으로 모형화하고 집중질량과 탄성지지를 추가할 때 안정영역 특성에 대하여 연구 발표한 바 있으며, Lottati와 Kornecki⁽⁶⁾는 외팔배관계와 양단고정지지 배관계에 있어서 고정지지단의 탄성특성과 감쇠특성이 배관계의 안정성에 미치는 영향에 대하여 연구 발표하였다.

기 설치된 배관계의 진동특성에 변화를 주기 위해서는 관 자체의 재설계에 의한 교체가 바람직하지만, 경우에 따라서는 사용상태 하에서 관 자체를 보강하거나 중간지지를 추가하여서 동특성을 변화시킬 수 있다. 본 연구에서는 양단이 지지된 단순 모델을 사용하여, 양단 사이의 한 위치에 탄성지지를 할 때 고유진동수 변화를 검토하고 고유진동수를 높이는 방안을 제시하고자 한다.

또한 분산변수계 (distributed parameter system) 을 사용하는 경우, 일반적으로 홀수차항이 있는 미분방정식에서 그 해를 다항식⁽²⁾, 고유벡터^(1,2)나 삼각함수^(3,4)의 무한개의 합 등으로 표시하고 있으나 본 연구에서는 미분 방정식으로 표시되는 운동방정식의 해를 4차 방정식의 근을 표시하는 방법을 사용하여 완전해 (closed form solution) 로 표시하여 구함으로서 오차를 제거하고 계산을 간결하게 하였다.

2. 이론적 배경

2.1 운동방정식

비압축성, 비점성 유체가 내부에서 정상적으로 흐르는, Fig. 1과 같은 수평직선관 모델에서, 일반성을 크게 벗어나지 않는 범위내에서 관의 운동이 x-y 평면에서 이루어진다고 가정하면 관의 횡방향 운동은 다음과 같이 표시된다^(1,2,6)

$$E^* I \frac{\partial^2 y}{\partial x^2 \partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \{MU^2 - \bar{T} + \bar{p} A(1-2\nu\delta)\} \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} + 2MU \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}$$

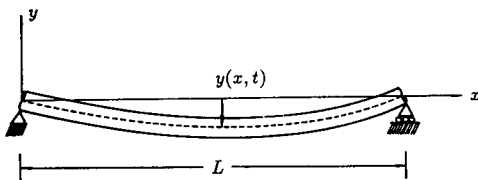


Fig. 1 Simply-simply supported pipe model

$$+ c \frac{\partial y}{\partial t} + (M+m) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

여기서 E^* 는 관의 점탄성 내부감쇠계수, EI 는 관의 굽힘강성 (Flexural rigidity), M 과 m 은 각각 단위 길이당 유체와 관의 질량, U 는 평균유속, c 는 관과 유체 사이의 점성 감쇠계수, A 는 관의 내부 단면적, L 은 관의 길이, ν 는 poisson비를 나타낸다. 또한 \bar{T} 와 \bar{p} 는 관의 장력과 내부 압력이다. 그리고 δ 는 관의 종단에서 축방향으로의 운동에 제약이 있으면 1, 없으면 0이 된다. 이 운동 방정식(1)을 취급이 용이하도록 다음과 같이 무차원수를 도입한다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \quad \tau = \left(\frac{EI}{M+m} \right)^{1/2} \cdot \frac{t}{L^2},$$

$$a = \left[\frac{1}{E(M+m)} \right]^{1/2} \cdot \frac{E^*}{L^2},$$

$$u = \left(\frac{M}{EI} \right)^{1/2} \cdot UL, \quad \beta = \frac{M}{M+m}, \quad \Gamma = \frac{\bar{T}L^2}{EI}, \tag{2}$$

$$\Pi = \frac{\bar{p} \cdot AL^2}{EI}, \quad x = \frac{cL^2}{EI(M+m)]^{1/2}}$$

식(2)의 무차원수를 식(1)에 대입하면 다음과 같이 무차원의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$a \frac{\partial^5 \eta}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \{u^2 - \Gamma + \Pi(1-2\nu\delta)\} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}$$

$$+ 2\beta^{1/2} u \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + x \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0$$

2.1 경계조건

(1) 양단 단순지지

배관의 양쪽끝이 단순지지되어 있는 경우의 경계 조건은, 양단에서의 변위와 모멘트가 0이므로, 무차원으로 표시하면 다음과 같다.

$$\eta(0) = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}(0) = 0$$

$$\eta(1) = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}(1) = 0 \tag{4}$$

(2) 양단 고정지지

양단에서의 변위와 기울기가 0이므로 다음과 같다.

$$\eta(0) = \frac{\partial \eta}{\partial \xi}(0) = 0$$

$$\eta(1) = \frac{\partial \eta}{\partial \xi}(1) = 0 \tag{5}$$

(3) 관 양단 사이에서의 탄성지지

Fig. 2와 같이 ξ 축상의 Δ 지점에 진동제어를 위하여 탄성지지를 한다면, $0 \leq \xi \leq \Delta$ 의 횡방향 운동을 η_1 , $\Delta \leq \xi \leq 1$ 에서는 η_2 로 표시할 때 연속 조건으로부터 다음과 같은 무차원화된 힘의 평형조건을 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial^3 \eta_1(\Delta, \tau)}{\partial \xi^3} - \bar{K} \cdot \eta_1(\Delta, \tau) - \frac{\partial^3 \eta_2(\Delta, \tau)}{\partial \xi^3} = 0 \quad (6)$$

이 식에서 \bar{K} 는 탄성지지대의 강성 k 를 배관의 강성 $\frac{EI}{L^3}$ 로 정규화(normalize) 한 값으로서 $\frac{kL^3}{EI}$ 로 표시되는 무차원수이다. \bar{K} 가 0일 때는 탄성지지대가 없는 경우와 동일하고 강성이 증가할수록 \bar{K} 는 증가하여 단순지지와 같이 강성이 무한대 일 때 \bar{K} 도 무한대가 된다.

변위, 기울기 및 모멘트의 연속조건을 고려하면 나머지 경계조건은 다음과 같이 표시된다.

$$\eta_1(\Delta, \tau) = \eta_2(\Delta, \tau) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \eta_1(\Delta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta_2(\Delta, \tau)}{\partial \xi} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \eta_1(\Delta, \tau)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \eta_2(\Delta, \tau)}{\partial \xi^2} \quad (9)$$

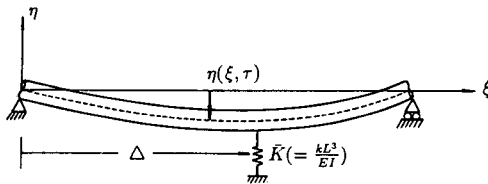


Fig. 2 Pipe model with an elastic intermediate support

3. 해석방법

3.1 특성방정식의 해석

식(3)에서 보인 운동방정식의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 시간과 변위의 함수로 분리하여 표현한다.

$$\eta(\xi, \tau) = Y(\xi) e^{j\omega\tau} \quad (10)$$

여기서 $j = \sqrt{-1}$ 이며, ω 는 고유값이다. 식(10)을 식(3)에 대입하면 다음과 같이 ξ 에 대한 미분 방정식을 구할 수 있다.

$$a^* \frac{d^4 Y}{d\xi^4} + c^* \frac{d^2 Y}{d\xi^2} + d^* \frac{dY}{d\xi} + e^* Y = 0 \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} a^* &= j\omega a + 1 \\ c^* &= u^2 - \Gamma + \Pi(1 - 2\nu\delta) \\ d^* &= j2\omega\beta^{1/2}u \\ e^* &= j\omega\chi - \omega^2 \end{aligned} \quad (12)$$

식(11)은 ξ 에 대하여 선형 상미분 방정식이므로, 해를 $Y = Pe^{\lambda\xi}$ 라고 하면 다음과 같이 특성 방정식을 표시할 수 있다.

$$\lambda^4 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0 \quad (13)$$

이 식에서

$$\begin{aligned} b &= c^*/a^* \\ c &= d^*/a^* \\ d &= e^*/a^* \end{aligned}$$

이다. 이 계수들은 복소수이며, 구하고자 하는 고유값 ω 의 함수로 표현되고 있다. 일반적으로 식(13)의 특성방정식이 4차, 2차 그리고 상수항만으로 이루어진 경우가 대부분인데 비하여, 여기서는 1차항이 존재하고 있다. 이 연구에서는 부록 1에 나타낸 방법에 의해서 4개의 근 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 를 완전해로 표현하였다. 이러한 방법은 1차 및 3차항이 존재하는 일반적인 4차 특성 방정식 해석에도 사용할 수 있을 것이다.

3.2 경계조건에 따른 고유치 해석

ξ 축상의 Δ 의 위치에 탄성지지대가 있는 경우 다음과 같이 구간을 나누어 일반해를 나타낼 수 있다.

$$0 \leq \xi \leq \Delta$$

$$Y_1(\xi) = p_{11}e^{\lambda_1\xi} + p_{12}e^{\lambda_2\xi} + p_{13}e^{\lambda_3\xi} + p_{14}e^{\lambda_4\xi} \quad (14)$$

$$\Delta \leq \xi \leq 1$$

$$Y_2(\xi) = p_{21}e^{\lambda_1\xi} + p_{22}e^{\lambda_2\xi} + p_{23}e^{\lambda_3\xi} + p_{24}e^{\lambda_4\xi} \quad (15)$$

이 일반해는 8개의 미정상수 $p_{ij}(i=1, 2; j=1, 2, \dots, 4)$ 를 갖고 있는데, 배관 양끝단에서의 4개의 경계조건과 탄성지지에서의 연속조건에 의한 경계조건 (6), (7), (8), (9)에 대입하면 p_{ij} 에 대한 8개의 연립방정식을 구할 수 있다. 이 연립방정식이 의미있는 해(non-trivial solution)를 갖기 위해서는 계수들로 이루어진 행렬식이 0이 되어야 한다. 양단 단순지지와 양단 고정지지의 경우에 대한 행렬식을 정리해보면 부록 2와 부록 3과 같다. 이 행렬식을 이루는 λ_i 들이 ω 의 함수이므로 이 행렬식도

ω 의 함수가 되며, 수치해석적인 방법(secant method)을 사용하여 ω 를 구할 수 있다.

4. 수치해석 결과 및 토의

본 절의 수치해석에서는 운동방정식(3)에 나타난 무차원 변수 Γ, Π, α, x 를 무시하였는데, 이들은 각각 관의 장력, 관 내부압력, 관의 점탄성 내부감쇠 계수, 관과 유체와의 점성감쇠 계수에 해당하는 것들로서, 본 연구의 목적이 탄성 중간지지의 영향에 대한 것임을 감안하여 편의상 나머지 관련된 변수들에 대하여만 취급하고자 한다.

4.1 양단 단순지지

Fig. 3은 양단 단순지지 배관계에서 유체밀도 변수 β 가 0.1과 0.5 일때 유속이 변화함에 따른 고유진동수의 변화를 보여준다. $\beta=0.1$ 과 0.5는 단위길이당 유체와 배관의 밀도비가 각각 1:9, 1:1인 경우에 해당된다. 1차 고유진동수 (f_1)는 β 가 작을수록 값이 크고, 2차 고유진동수 (f_2) 및 3차 고유진동수 (f_3)는 β 가 클수록 큰 값을 갖는 것을 보여준다. 1차 고유진동수의 위와같은 특성은 참고문헌(4)의 내용과도 일치하며, $\beta=0.5$ 인 경우에 대하여 유속축과 고유진동수축을 각각 임계속도와 유속이 0일 때의 고유진동수로 정규화하여 나타낼 경우도 이 참고문헌(4)와 같은 결과를 얻음을 확인할 수 있었다. Fig. 3에서 보면 고유진동수는 유속이 증가하면서 감소하는데, 고유진동수가 0이 되는 유

속에서 안정성이 무너지는 좌굴(buckling)이 발생한다. 그러나 유체흐름 배관계에서 좌굴이 발생하지 않더라도 관에 대한 유체밀도비와 유속등에 따라 결정되는 고유진동수가 낮게 되면 주위의 진동과 쉽게 공진을 유발할 가능성이 커지므로 이 특성을 유의할 필요가 있다.

Fig. 4는 수치해의 검증을 위해서 유체가 존재하지 않는 경우에 탄성 중간지지에 의한 고유진동수 변화를 계산해, 기존 문헌의 결과와 비교한 것이다. Thomson(9)은 양단 단순지지된 일반 균일보의 $\Delta=2/3$ 되는 위치에 탄성지지를 한 경우 제1차 모드 근사해의 식을 보여주고 있는데, Fig. 4의 점선에 해당한다. 반면에 그림의 실선은 본 연구에서 사용한 해법을 이용하여 1차, 2차 고유진동수를 계산한 것인데, 탄성지지의 강성이 증가하면서 Thomson의 근사해와 값의 차이가 나는 것을 알 수 있다. 이러한 차이는 참고문헌에서는 1차 모드만 고려한 근사해로 인한 것으로 판단된다.

Fig. 5는 유체흐름 배관계의 정중앙($\Delta=0.5$)에 탄성지지를 한 경우 고유진동수 변화를 보여주고 있다. 유체 밀도비 $\beta=0.5$ 인 경우의 결과로서 중간 탄성지지가 고유진동수를 높여주는 역할을 함을 보여준다. 특히 1차 고유진동수는 탄성지지의 강성이 증가하면서 현저히 증가하여 $\bar{K}=1000$ 인 경우에는 중간 탄성지지대의 강성이 매우 적은 경우($\bar{K}=10$)의 2차 고유진동수에 거의 접근하는 현상을 보여준다. 2차 고유진동수는 유속이 작을 때는 거의 변화가 없고 유속이 증가하면서 그 값의 증가추세가 뚜렷해지고, 3차 고유진동수는 1차 고유진동수

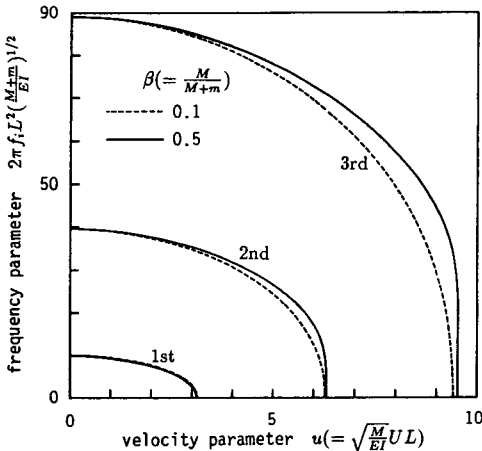


Fig. 3 Natural frequency of simply-simply supported pipe system

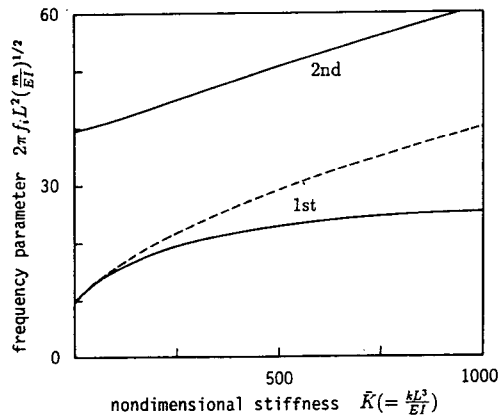


Fig. 4 Comparison of solutions($\beta=0, \Delta=2/3$) with reference(8) (- this study, ... reference)

와 마찬가지로 모든 유속에서 \bar{K} 의 증가와 함께 상승한다.

Fig.6은 $\beta=0.5$ 이고 유속 $u=1$ 일 때 탄성지지대의 위치 Δ 를 변경시키면서 고유진동수를 계산한 결과이다. 1차 고유진동수는 탄성지지대의 위치가 $\Delta=0.5$ 일때 가장 높은 값을 가지며, 2차 고유진동수는 $\Delta=0.3$ 또는 0.7 부근일 때 최대가 된다. Fig. 5에서 유속이 작을 때 2차 고유진동수가 \bar{K} 에 따라서 큰 변화가 없는 것은, Fig.6에서 보는 바와 같이 $\Delta=0.5$ 에서는 \bar{K} 에 따른 변화가 거의 없

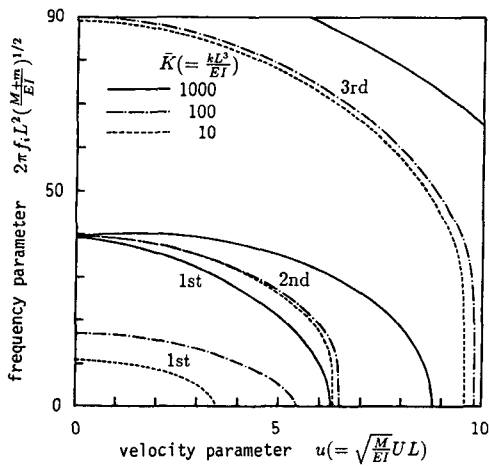


Fig. 5 Natural frequency of simply-simply supported pipe system with midspan support ($\beta=0.5$, $\Delta=0.5$)

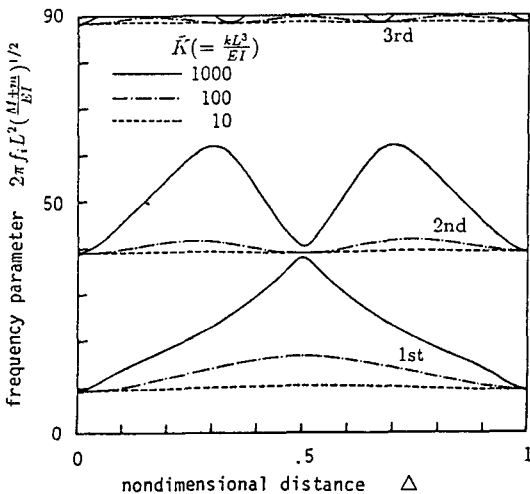


Fig. 6 Natural frequency of simply-simply supported pipe system with the intermediate support position changed ($\beta=0.5$, $u=1.0$)

기 때문이다. 1, 2, 3차 고유진동수는 모두 종합해 보면 탄성지지대의 위치가 각 모드의 최대변위점에 있을 때 고유진동수가 가장 높아지는 현상을 알 수 있다.

앞의 경우와 달리, Fig. 7은 유속 $u=6$ 으로 비교적 고속인 경우인데 1차 고유진동수의 임계유속과 2차 고유진동수의 임계유속사이의 유속의 경우에 해당된다. Fig. 6과 비교할 때, 유속이 커지면 탄성지지 위치 Δ 에 관계없이 모든 고유진동수가 감소되는 것을 보여주고 있다. 지지 위치에 따른 고유진동수의 변화 경향은 Fig. 6과 동일하나 강성이 매우 큰 지지대 ($\bar{K}=1000$)로 중앙을 지지할 때 1차 모드의 고유진동수가 살아나는 것이 특이하다. 이 현상은 다음과 같이 설명될 수 있다. Fig. 5 ($\Delta=0.5$ 인 경우)에서 지지대 강성이 100일때는 임계 유속이 6보다 작지만 강성이 1000일 때는 임계유속이 6보다 커지기 때문이다.

이제 유속 $u=6$ 은 1차 임계유속 이하이므로 1차 고유진동이 여전히 존재하고 있는 것이다. $\Delta=0.5$ 부근의 위치에서만 이렇게 1차 고유진동수가 나타나는 것은 임계유속이 탄성지지대의 강성뿐만 아니라 지지 위치의 함수이기도 하다는 것을 의미해준다. 강성 $\bar{K}=1000$ 인 경우의 1차 고유진동수 곡선을 보면, 중간 지지의 경우에는 임계유속이 6보다 높으며, 고유진동수가 0이 되는 곳을 지지할 때는 임계유속이 6, 그외의 부분을 지지할 경우에는 임계유속이 6보다 작고 1차 모드 진동이 존재하지 않

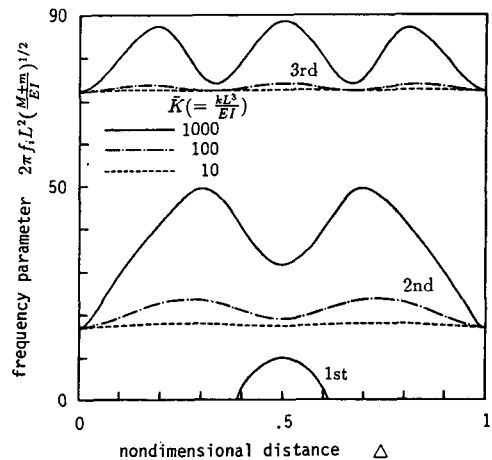


Fig. 7 Natural frequency of simply-simply supported pipe system with the intermediate support position changed ($\beta=0.5$, $u=6.0$)

는다. 이와같은 결과는, 1차 임계유속 이상으로 배관계를 사용하는 것이 가능하다 하더라도 탄성지지대의 위치 선정에 유의할 것을 나타낸다. 이 경우에는 $\Delta=0.3$ 또는 0.7 의 위치에 탄성지지를 하여 2차 고유진동수를 최대로 높이는 방안이 적절할 것이다.

4.2 양단 고정지지

양단 고정지지 유체흐름 배관 모형에 대하여, $\beta=0.1$ 과 0.5 의 경우에 유속변화에 따른 고유진동수의 변화를 Fig. 8에 나타내었다. 양단 단순지지

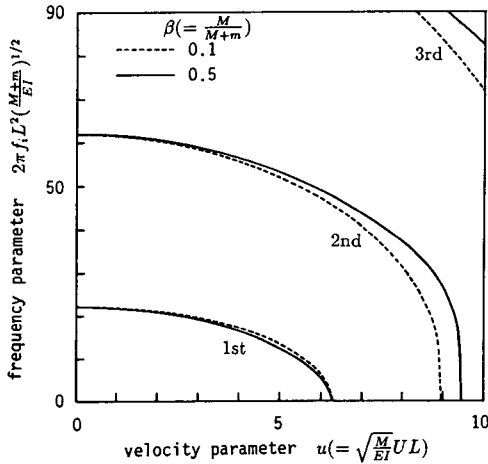


Fig. 8 Natural frequency of fixed-fixed supported pipe system

모형과 비교하여 볼 때 고유진동수가 전체적으로 높은 것을 보여준다. 그리고 임계유속도 높아져서 1차 임계유속은 거의 2배정도 되는 것을 알 수 있고 β 에 따른 특성도 양단 단순지지의 경우보다 비교적 뚜렷하게 나타나고 있다. 1차 고유진동수는 β 증가에 따라 감소하고 2차, 3차가 증가하는 것은 양단단순지지와 같은 현상이다.

Fig. 9는 배관의 중앙에 ($\Delta=0.5$) 탄성지지를 추가했을 때 고유진동수의 변화를 보여준다. 탄성지지대의 강성 $\bar{K}=1000$ 일때 1차 고유진동수가 2차 고유진동수에 접근하는 정도는 양단 단순지지 경우

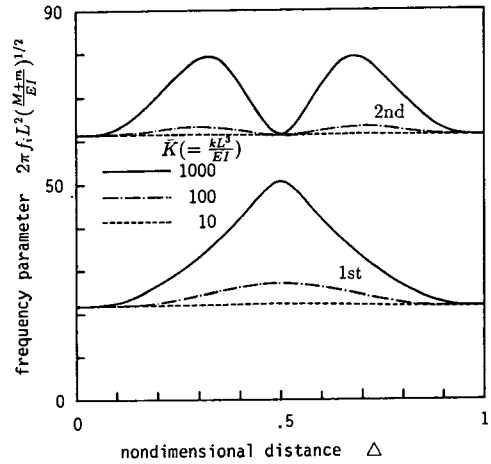


Fig. 10 Natural frequency of fixed-fixed supported pipe system with the intermediate support position changed ($\beta=0.5, u=1.0$)

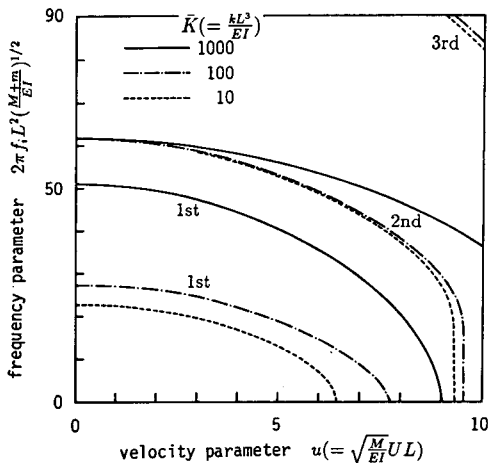


Fig. 9 Natural frequency of fixed-fixed supported pipe system with midspan support ($\beta=0.5, \Delta=0.5$)

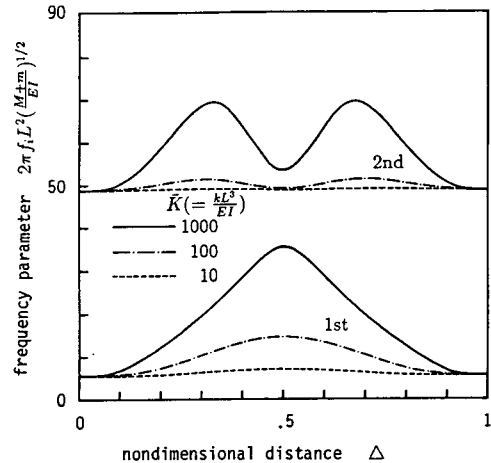


Fig. 11 Natural frequency of fixed-fixed supported pipe system with the intermediate support position changed ($\beta=0.5, u=6.0$)

보다 못하지만 대체로 비슷한 경향을 보여준다.

Fig. 10과 Fig. 11은 $\beta=0.5$ 이고 유속 u 가 각각 1과 6인 경우인데, Fig. 6 및 Fig. 7과 비교하기 위하여 제시하였다. 이들은 고유진동수의 값이 높은 것을 제외하면 양단 단순지지와 거의 같은 특성을 보여준다. Fig. 11에서는 $u=6$ 이 1차 임계유속 이하에 해당되므로 Δ 의 값에 관계없이 1차 고유진동수가 존재하고, $\Delta=0.5$ 일 때 전체적으로 가장 높은 1차 고유진동수를 얻을 수 있다.

이상의 결과들을 종합하면, 유체흐름 배관계의 고유진동수를 높이기 위한 목적으로 양단 사이에 탄성지지대를 사용하는 방법이 이용될 수 있음을 알 수 있다. 1차 임계 유속 이상의 유속이 실제로 가능하다고 할 때, $\Delta=0.5$ 보다는 $\Delta=0.3$ 이나 0.7 부근의 강성이 큰 탄성지지대가 효과적일 수 있음을 보여주었다.

첨언하면, 이 계산에서 식(10)의 ω 를 계산한 결과, 모두 실수의 해만이 존재하였다. 이는 감쇠를 고려하지 않은 결과이나, 외팔보 배관의 경우에는 감쇠에 관계없이 ω 가 복소수의 해를 갖게 되는데, 단순지거나 고정지지에서의 불안정특성(buckling)과 달리 ω 의 허수항의 부호로 불안정 특성(flutter)을 검토하게 된다. 외팔보 모형에 대한 탄성지지의 영향특성은 이러한 관점에서 별도로 다루어질 수 있다.

5. 결 론

내부에 유체가 흐르는 배관계의 진동특성을 변화시킬 목적으로, 양단 단순지지 배관과 양단 고정지지 배관 모형을 선정하여 양단 사이에 탄성지지대 설치를 가정하고 이의 영향을 연구하였다. 수치해석을 통하여 유체의 밀도, 유속, 탄성지지 위치, 탄성계수를 변수로하여 고유진동수 및 임계유속의 변화를 조사한 결과, 탄성지지대의 위치와 탄성계수를 변화시켜 배관계의 진동제어 방안을 제시할 수 있음을 보여주었다.

참고문헌

(1) Paidoussis, M.P., Issid, N.T., 1974, "Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid," J. of Sound and Vibration, Vol.33, No.3, pp.267~294.
 (2) Paidoussis, M.P., 1966, "Dynamics of Flexible

Slender Cylinders in Axial Flow, Part 1, Theory," J. Fluid Mech. Vol.26, Part 4, pp.717~736.
 (3) Blenvins, R.D., 1977, Flow-Induced Vibration, Reinhold, New York.
 (4) Laura, P.A.A. et al., 1987, "A Note on Flexural Vibrations of a Pipeline Containing Flowing Fluid," Applied Acoustics, Vol.21, pp.191~198.
 (5) Sugiyama, Y., 1984, "Study on Stability of Two-Degree-of-Freedom Articulated Pipes Conveying Fluid (the Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)," Bulletin of JSME, Vol.27, No.234, pp.2658~2663.
 (6) Lottati, I. and Kornecki, A., 1986, "The Effect of an Elastic Foundation and of Dissipative Forces on the Stability of Fluid-Conveying Pipes," J. of Sound and Vibration, Vol.109, No.2, pp.327~338.
 (7) Pak, C.H. et al., 1989, "On the Parametrically Excited Vibration of a Three Dimensionally Curved Piping System Containing Pulsating Flow," Prec. of International Symposium on Pressure Vessel Technology and Nuclear Codes & Standards, Sec.4, pp.20~31.
 (8) 이영신, 천일환, 1991, "전달행렬을 이용한 유동매체를 가진 배관요소의 진동특성 분석", 대한기계학회 논문집, 제15권제1호, pp.366~375.
 (9) Thomson, W.T., 1972, Theory of Vibration with Applications, Prentice-Hall, Inc.
 (10) Beyer, W.H., 1979, CRC Standard Mathematical Tables, CRC Press Inc. Florida.

부록 I

• 4차 방정식의 근
 다음과 같은 4차 방정식을 생각한다.

$$\lambda^4 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0 \tag{1}$$

이 4차 방정식은 다음의 3차 해석 방정식을 갖는다
 (7)

$$z^3 - bz^2 - 4dz + 4bd - c^2 = 0 \tag{2}$$

이 3차방정식의 임의의 한 근을 z_1 이라고 하고,

$$R = (-b + z_1)^{1/2} \tag{3}$$

이라고 하면, 다음과 같이 식(1)의 4개의 근을 표시할 수 있다. 이때 $R \neq 0$ 와 $R = 0$ 인 경우로 나누

어서

(1) $R \neq 0$ 인 경우

$$D = (-R^2 - 2b - \frac{2C}{R})^{1/2}$$

$$E = (-R^2 - 2b + \frac{2C}{R})^{1/2}$$

(2) $R = 0$ 인 경우

$$D = (-2b + 2(z_1^2 - 4d)^{1/2})^{1/2}$$

$$E = (-2b - 2(z_1^2 - 4d)^{1/2})^{1/2}$$

로 표시하면, 4개의 근 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 는 다음과 같다.

$$\lambda_1 = \frac{R+D}{2}, \lambda_2 = \frac{R-D}{2},$$

$$\lambda_3 = \frac{-R+E}{2}, \lambda_4 = \frac{-R-E}{2}$$

앞의 식(2)의 3차 방정식의 한근 z_1 을 구하기 위하여 다시 다음과 같이 정리한다.

$$z_1^3 + a_2 z_1^2 + a_1 z_1 + a_0 = 0 \quad (5)$$

여기서 $a_2 = -b, a_1 = -4d, a_0 = 4bd - c^2$ 인데 $z = w - \frac{a_2}{3}$ 을 대입하여 2차항을 소거하면 다음과 같이 된다.

$$w^3 + Aw + B = 0 \quad (6)$$

여기서

$$A = a_1 - \frac{a_2^2}{3}$$

$$B = \frac{1}{27}(27a_0 - 9 a_1 a_2 + 2a_2^3)$$

식 (6)에 삼각함수의 근을 가정하고 3배각의 항등관계식을 이용하면 다음과 같이 식의 한근을 구할 수 있다.

(1) $AB \neq 0$ 일때

$$z_1 = 2\left(-\frac{A}{3}\right)^{1/2} \cos \left[\frac{1}{3j} \ln \left\{ \frac{3B}{Am} + \left(\frac{9B^2}{A^2 m^2} - 1 \right) \right\} \right] - \frac{a_2}{3} \quad (7)$$

여기서 $m = 2\sqrt{-\frac{A}{3}}, j = \sqrt{-1}$ 이다.

(2) $A = 0$ 일때

$$z_1 = (-B)^{1/3} - \frac{a_2}{3} \quad (8)$$

(3) $B = 0$ 일때

$$z_1 = -\frac{a_2}{3} \quad (9)$$

부록 2

· 양단 단순지 지 경우의 행렬식

$$F(w) = |f_{mn}| = 0, \quad (m=1, 2, \dots, 8; n=1, 2, \dots, 8)$$

여기에서

	$n = 1, 2, \dots, 4$	$n = 5, 6, \dots, 8$
f_{1n}	1	0
f_{2n}	λ_n^2	0
f_{3n}	0	$e^{\lambda_n - 4}$
f_{4n}	0	$\lambda_{n-4}^2 e^{\lambda_n - 4}$
f_{5n}	$(\lambda_n^2 - K) e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4}^3 e^{\lambda_n - 4d}$
f_{6n}	$e^{\lambda_n d}$	$-e^{\lambda_n - 4d}$
f_{7n}	$\lambda_n e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4} e^{\lambda_n - 4d}$
f_{8n}	$\lambda_n^2 e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4}^2 e^{\lambda_n - 4d}$

부록3

· 양단 고정지 지 경우의 행렬식

$$G(w) = |g_{mn}| = 0, \quad (m=1, 2, \dots, 8; n=1, 2, \dots, 8)$$

여기에서

	$n = 1, 2, \dots, 4$	$n = 5, 6, \dots, 8$
g_{1n}	1	0
g_{2n}	λ_n	0
g_{3n}	0	$e^{\lambda_n - 4}$
g_{4n}	0	$\lambda_{n-4} e^{\lambda_n - 4}$
g_{5n}	$(\lambda_n^2 - K) e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4}^3 e^{\lambda_n - 4d}$
g_{6n}	$e^{\lambda_n d}$	$-e^{\lambda_n - 4d}$
g_{7n}	$\lambda_n e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4} e^{\lambda_n - 4d}$
g_{8n}	$\lambda_n^2 e^{\lambda_n d}$	$-\lambda_{n-4}^2 e^{\lambda_n - 4d}$