大韓機械學會論文集 第15卷 第1號, pp. 1~10, 1991.

〈論 文〉

엑스플리시트 시간 적분 유한요소법을 이용한 고속 성형 해석(Ⅰ)
—마찰 및 관성 효과—

유 요 한*·정 동 택*

(1990년 6월 19일 접수)

An Analysis of High Speed Forming Using the Explicit Time Integration Finite Element Method(Ⅰ)
— Effects of Friction and Inertia Force —

Y. H. Yoo and D. T. Chung

Key Words: Explicit Time Integration Finite Element Method(엑스플리시트 시간 적분 유한요소법), High Speed Forming(고속 성형), Elasto-Plastic Analysis(탄소성 해석), Effects of Friction and Inertia Force(마찰 및 관성 효과), Ring Compression (링 압축)

Abstract

Two-dimensional explicit finite element code was developed. The transient dynamics code can analyse large deformations of non-linear materials subjected to extremely high strain rates. The Lagrangian finite element program uses an explicit time integration operator to integrate the equations of motion, thus the stiffness matrix is not introduced. Cylinder upsetting and ring compression problems are simulated to check the effects of friction and inertia force. It is shown that (1) calculated results agree very well with experimental results, (2) constant shear friction method overestimates the decrease of inner ring radius and then underestimates after on in comparison with the Coulomb friction method, and (3) the effect of the increase in initial strain rate is similar to the effect of higher frictional coefficient.

1. 서 론

고속 성형 공정의 해석은 그 중요성에도 불구하고 최근까지 상계해법 등을 이용한 초보적인 해석을 제외하고는 연구실적이 저조한 편이다. 물론 근래에 성형 공정해석에 많이 이용되어 온 강소성이나 탄소성 유한 요소법에, 변형 속도 효과를 고려한 구성방정식을 결합시켜 해석을 시도할 수도 있으나 이런 프로그램들은 대부분 가속도를 무시하고 정적 상태라고 가정하여 해석을 수행하므로 관성 효과가 고속 성형에 미치는 영향을 규명하기 어려운 문제점이 있다.

본 논문에서는 고속 대변형 탄소성 변형 과정을 해석할 수 있는 프로그램(NET)을 개발하고 이것을 실린더 및 링 성형 문제에 적용하여 마찰 및 관성 효과가 변형 거동에 미치는 영향을 규명하여 보았다.

관성 효과를 고려하기 위해서는 문제해석시 가속도 및 속도항을 포함한 완전한 형태의 운동 방정식

*정회원, 국방과학연구소 소재개발부

을 풀어야 한다. 이때 구조물의 진동해석과 같이 변형이 비교적 저속으로 진행되고 저 진동수 모드(low frequency mode)가 우세한 경우에는 임플리시트 시간 적분(implicit time integration) 방식을 주로 사용하나, 변형이 고속으로 진행되고, 고 진동수 모드(high frequency mode)가 우세한 경우에는 엑스플리시트 시간 적분(explicit time integration) 방법을 사용하는 것이 좋다고 알려져 있다. 엑스플리시트 시간 적분 방법을 사용한 유한 요소 및 유한 차분 프로그램을 보통 웨이브 코드(wave code)라 부르며 그중 압축성 효과를 포함하는 코드를 하이드로 코드(hydrocode)라 부르는데 폭발 현상, 고속 충돌, 고속 성형 공정등의 고속 변형 거동을 해석하는데 주로 사용된다. 하이드로 코드는 각종 무기 체계 설계에 이용하기 위하여 1950년대 이후 구미 각 국에서 연구되어 왔으며, DYNA 2D/3D가 가장 널리 알려져 있다[1~3].

2. 엑스플리시트 시간 적분 유한 요소법

2.1 기본 방정식

물체의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_{ij,j}+\rho f_i=\rho\ddot{u}_i \tag{1}$$

트랙션(traction)경계조건

$$\sigma_{ij}n_j=t_i(t) \text{ on } S_t \tag{2}$$

변위 경계조건

$$u_i(t)=x_i(t) \text{ on } S_u \tag{3}$$

접촉 불연속조건

$$(\sigma_{ij}^{+}-\sigma_{ij}^{-})n_j=0 \text{ on } S_c \tag{4}$$

여기서 σ_{ij}는 Cauchy 응력, ρ는 밀도, fi는 체적력 밀도, $\ddot{u}_i$는 가속도, n_j는 경계면 S_t에서의 바깥쪽 수직 단위벡터(unit outward normal vector)이다.

2.2 응력률과 변형률

모든 물성방정식 모델은 변형구배의 극분해(polar decomposition)에 의해 정해지는 회전을 사용하여 정의되는 비회전 형상(unrotated configuration)에 기초를 둔다. 비회전 형상이라 함은 물질의 기본 좌표계로부터 순수 스트레치(stretch)만을 가지도록 회전된 좌표계를 뜻한다. 따라서 구성방정식 모델 내에서는 모든 응력, 변형률, 내부 상태변수 등이 대변형에 수반되는 유한 회전(finite rotation)의 영향을 받지 않는다[4,5].

2.3 4절점 균일 변형도 요소(Four Node Uniform Strain Element)

4절점 2차원 선형 사변형 아이소파라메트릭(isoparametric)요소는 역학 계산에 널리 쓰이고 있다. 이 요소의 적분 방식에는 4점 적분과 1점 적분 방식이 주로 사용되고 있다. 이중 4점 적분 방식은 요소를 과다 적분하여 대규모 소성 변형 또는 비 압축성 변형시 발생하는 굽힘모드에 대한 잠김(lock up)현상이 나타날 수 있다. 그리고 1점 적분 방식은 랭크의 부족(rank deficiency)으로 인하여 변위장에서 비선형 부분을 무시하여 과소 적분하므로 아워글래스 모드(hourglass mode)라는 제로 에너지 모드(zero energy mode)가 발생하여 전 구역으로 전파될 수 있다. 그러나 4점 적분 방식에 비해 현저한 계산 시간의 감소가 있다.

현 코드에서는 아워글래스 모드를 방지하는 기법과 함께 1점 적분 방식을 채택하였다. 여기서는 Flanagan과 Belytschko[6]가 제안한 방식을 사용하였다. 이 방법은 변형장에서 아워글래스 모드를 분리하여 강체운동과 균일 변형도와는 별개로 취급하는 것이다. 아워글래스 모드는 실제 변형 모드에 대하여 수직하므로 이를 방지하기 위하여 사용된 가상 강성(artificial stiffness)과 가상 점성(artificial viscosity)에 의한 일은 전체 변형에너지에 영향을 주지 않는다.

사변형요소에서 공간좌표 x_i는 절점 좌표 x_{iI}와 아이소파라메트릭 형상 함수 ϕ_I를 통해 다음과 같이 연결되어진다.

$$x_i=x_{iI}\phi_I(\xi,\eta) \tag{5}$$

여기서 x_{iI}는 i방향의 I번째(1부터 4까지)의 절점의 좌표를 나타낸다. 또한 같은 형태의 형상 함수가 절점 변위로서 요소의 변위장을 표현하기 위하여 사용된다.

$$u_i=u_{iI}\phi_I(\xi,\eta) \tag{6}$$

2.4 기본 방정식의 수식화

운동 방정식의 위크 폼(weak form)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_e\int_{V_e}(\sigma_{ij,j}+\rho f_i-\rho\ddot{u}_i)\delta u_i dv=0 \tag{7}$$

여기서 δu_i는 운동학적인 구속 조건들(kinematic constraints)을 만족시키며 적분은 현재 형상에 대하여 수행된다. 평면 변형 문제인 경우 두께 방향의 영향은 무시된다. 부분적분과 발산

정리를 적용하면 가상 일의 원리에 대한 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\sum_e\Big(\int_{Se}\sigma_{ij}n_j\delta u_i dl-\int_{Ae}\sigma_{ij}\delta u_{i,j}dA + \int_{Ae}\rho f_i\delta u_i dA-\int_{Ae}\rho\ddot{u}_i\delta u_i dA\Big)=0 \tag{8}$$

여기서 서메이션 심볼(summation symbol)은 각 요소의 힘 벡터가 전체 절점력 벡터(global nodal force vector)로 만들어 지는 것을 나타낸다. 위의 식의 두번째 적분은 요소의 내부 힘 벡터 f_{iI}를 정의하기 위하여 사용된다. 즉,

$$\delta u_{iI}f_{iI}=\int_{Ae}\sigma_{ij}\delta u_{i,j}dA \tag{9}$$

첫번째와 세번째 적분은 외부 힘 벡터를 정의하고 그리고 마지막 적분은 관성효과를 정의한다. 이때 요소의 변위장은 비선형 부분을 무시하는 1점 적분 방법이 사용되었다. 즉, 요소내에서의 응력과 변형도를 균일하다고 가정하였다. 위의 식 (9)는 다음과 같이 근사화 된다. 즉

$$f_{iI}=\bar{\sigma}_{ij}B_{jI},B_{jI}=\phi_{I,j}dA_e \tag{10}$$

위에서 $\bar{\sigma}_{ij}$는 요소내의 가정된 균일(평균)응력이다. 또한 요소내의 평균 운동학적 양들(kinematic quantities)은 다음과 같이 요소내에서 적분을 하므로서 정의 된다.

$$\dot{\bar{u}}_{i,j}=\frac{1}{A}\int_{Ae}\dot{u}_{i,j}dA=\frac{1}{A}\dot{u}_{iI}B_{jI} \tag{11}$$

4점 적분 방식과는 달리 1점 적분시에는 사변형의 면적과 B_{iI}는 형상 함수의 변수가 아닌 현재 각 절점의 좌표값으로 직접 표시되므로 계산시간이 대폭 절감된다.

엑스플리시트 형태의 장점을 얻으려면 질량 행렬을 대각선 행렬화 해야만 한다. 식 (8)의 네번째 적분은 다음과 같이 근사화 된다. 즉

$$\int_{Ae}\rho\ddot{u}_i\delta u_i dA\cong\ddot{u}_{iI}m_{IJ}\delta u_{iJ} \tag{12}$$

그리고

$$m_{IJ}=\rho A\delta_{IJ} \tag{13}$$

여기서 δ_{IJ}는 크로네커 델타(kronecker delta)이다. 각각의 요소 행렬을 조합하면 전체 요소행렬 또한 대각선 행렬이 되며 이를 벡터 M_I로 표시할 수 있다.

축대칭인 경우에는 Goudreau와 Hallquist[7]에 의하여 개발된 Petrov-Galerkin유한요소법을 사용하였다. 이 방법에 따라 식을 전개하면 다음과 같이 정의된다.

$$\sum_e\Big[\int_{Se}\sigma_{ij}n_j\delta u_i dl-\int_{Ae}\Big(\sigma_{ij}\delta u_{i,j}+r\sigma^{33}\delta u_1 -\frac{1}{r}\sigma_{i1}\delta u_i\Big)dA+\int_{Ae}\rho f_i\delta u_i dA -\int_{Ae}\rho\ddot{u}_i\delta u_i dA\Big]=0 \tag{14}$$

식 (14)는 평면변형인 경우의 식 (8)과 거의 유사함을 볼 수 있다. 유일한 차이점은 내부힘을 나타내는 적분에 두개의 항이 더 첨가되는 것이다.

2.5 대변형 탄소성 수식화

본 논문에서 사용된 탄소성 모델은 von Mises항복조건과 등방경화(isotropic hardening)에 기초를 두었다. 우선 변형률은 탄성부분과 소성부분으로 다음과 같이 분리된다고 가정하였다. 즉,

$$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}^{el}+\boldsymbol{d}^{pl} \tag{15}$$

이중 탄성부분의 변형률 $\boldsymbol{d}^{el}$은 Hook의 법칙에 따라 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{c}:\boldsymbol{d}^{el} \tag{16}$$

여기서 $\boldsymbol{c}$는 탄성계수이고 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$는 2.2절에서 언급되었던 비회전 형상에 기초를 둔 좌표계에서의 응력률이다. 그리고 소성부분의 편차 변형률 $\boldsymbol{d}'^{pl}$은 항복곡면에 대한 수직 조건을 따른다고 가정하였다.

$$\boldsymbol{d}'^{pl}=\sqrt{\frac{3}{2}}d_e^{pl}\boldsymbol{Q} \tag{17}$$

여기서 $d_e^{pl}=\Big(\frac{2}{3}\boldsymbol{d}'^{pl}:\boldsymbol{d}'^{pl}\Big)^{1/2}$은 등가소성변형률이고 $\boldsymbol{Q}$는 단위 크기를 가지는 편차 응력이다.

한편, 등가응력 $\bar{\sigma}=\Big(\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma}':\boldsymbol{\sigma}'\Big)^{1/2}$과 등가소성변형도 $\varepsilon^p=\int_0^t d_e^{pl}dt$는 다음과 같은 관계를 가진다고 가정하였다.

$$\frac{\bar{\sigma}}{Y_0}=\Big(1+\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon_0}\Big)^n \tag{18}$$

여기서 Y_0는 초기 항복 응력, ε_0는 기준 변형률 그리고 n은 경화지수이며 이것들은 재료의 고유치이다. 또한 온도및 변형속도가 항복 응력에 미치는 영향은 포함되지 않았다.

2.6 엑스플리시트시간 적분

본 논문에서는 운동방정식을 시간에 대해 적분하기 위해 수정된 중앙 차분(modified central difference)방식이 사용된다. 즉 속도는 전방 차분(forward difference)방식으로 적분되고 변형은 후방 차분(backward difference)방식으로 적분된다.

각 절점에서의 적분방식은 다음과 같다.

$$\ddot{u}_t = M^{-1}\left(f_t^{ext} - f_t^{int}\right) \tag{19}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t\ddot{u}_t \tag{20}$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t\dot{u}_{t+\Delta t} \tag{21}$$

여기서 $\dot{u}$와 u는 각각 속도와 변위 벡터이고 f_t^{ext}와 f_t^{int}는 각각 외부와 내부의 절점력이고 M은 절점의 집중 질량(lumped mass)이고 Δt는 시간증분이다.

중앙 차분 연산자(central difference operator)는 조건에 따라 안정하다. 연산자의 Courant안정조건은 시스템의 최대 진동수에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\omega_{max}} \tag{22}$$

Flanagan과 Belytscheko[8]는 균일 변형도 사변형 요소인 경우 일때 각 요소의 안정 조건을 다음과 같이 찾았다. 즉

$$\Delta t^2 \leq \frac{(\rho_0 A_0)A}{(\lambda+2\mu)B_{il}B_{il}} \tag{23}$$

여기서, λ과 μ는 Lamé 탄성계수들이다. 따라서 안정된 시간 증분값은 모든 요소에 대하여 가장 작은 값으로 정해진다.

2.7 접촉면과 마찰력

현 코드에서 접촉 및 마찰의 취급은 DYNA등의 하이드로 코드에서 사용한 알고리즘을 따랐다[9].

우선 구속 조건이 없다는 가정하에서 모든 절점의 가상적 변위를 계산한다. 그후 각 접촉면상에서 수직방향의 운동학적 구속 조건들을 만족하도록 각 절점에 가해진 힘을 구한다. 이 힘들로부터 접촉면상의 각 절점의 가속도를 계산하여 접촉면상에서 수직방향의 운동학적 구속 조건을 만족하도록 각 절점의 가속도를 변화시킨다. 또한 접촉면상의 상대적인 미끄러짐을 계산하기 위하여 Coulomb 마찰을 사용하였다. 즉 접촉면상에서 접선 방향의 힘이 수직 방향의 힘과 Coulomb 마찰 계수의 곱보다 클때는 두 힘의 차이만큼 미끄러짐이 발생하고 그 반대인 경우에는 미끄러짐이 발생하지 않도록 처리하였다.

반면 대부분의 금속 성형 해석 프로그램에서는 계산의 간편성 때문에 일정 전단 계수(constant shear factor) 개념을 많이 사용한다. Coulomb 방식은 계산량이 많아지지만 체적 성형 뿐만 아니라 박판 성형 가공에도 사용될 수 있는 장점이 있다.

2.8 프로그램의 구조

NET는 연속체의 고속 동적 과도 반응을 해석하기 위한 유한 요소 프로그램이다. NET는 여러가지 재료거동을 고려할 수 있도록 프로그램되어 있다. 현재는 탄성, 탄소성, 가공 경화 효과를 고려할 수 있으며, 필요에 따라 서브루틴을 개조하여 원하는 재료 거동을 입력시킬 수 있다. NET는 Lagrangian 유한 요소 방식을 사용하며, 운동 방정식을 직접적으로 엑스플리시트하게 적분한다. 전통적인 유한 요소법에서는 강성 행렬 방식을 사용하지만 NET에서는 전체 강성 행렬을 계산에 사용하지 않고 매 시간 단계 마다 요소 응력으로부터 각절점의 집중 질량에 대한 운동학적 구속조건을 만족하는 가속도를 구하고 엑스플리시트 시간 적분을 통하여 다음 시간 단계의 각 절점에서의 속도와 변위를 직접 계산한다. 이 값들로부터 각 요소들의 변형구배와 속도구배를 구하고 이것을 이용하여 주어진 구성 방정식으로부터 각 요소에 대한 응력을 구하게 된다. 이상에서 구한 해를 바탕으로 각 절점에 대한 가속도를 구하면 다시 다음 시간 단계로 넘어가게 된다.

3. 고속 성형에 대한 적용

본 논문에서는 저자들이 개발한 프로그램 NET를 가지고 다음 두가지 성형에 대하여 본소에 있는 CYBER 180/860을 사용하여 해석하여 보았다. 본 논문에서 계산에 사용된 것과 동일한 실험내용을 갖춘 문헌이 없으므로 여기서는 준정적(quasi-static)을 가정한 Lee와 Altan[10]의 실험 내용에 따랐으며 모든 입력 데이터는 비교를 쉽게하기 위하여 동일하게 취하였다. 계산결과는 Lee와 Altan[10]의 강소성 상계해와 Hartley 등[11]의 탄소성 유한요소법의 해석 결과와 비교하였다. 계산에 사용된 재료 모델은 Table 1과 같다.

3.1 실린더 압축

첫번째로 새로 개발된 프로그램이 전체적인 변형에 대한 올바른 예측을 할 수 있는가를 확인하기 위하여 경계조건에 둔감한 실린더 압축 문제를 택하였다.

상부와 하부 금형은 방향은 다르지만 일정한 같은 값의 속도를 가진다고 가정하였다. 또한 온도의 영향, 변형률이 항복 응력에 미치는 영향은 무시하

Table 1 Material model

Number	Material	Material model	Material coefficient	Work hardening
1	Al 1100 annealing	Elastoplastic	$\rho=2.7\,(g/cm^3)$ $E=79\,(GPa)$ $\nu=0.33$ $Y_0=62.74\,(MPa)$ $\varepsilon_0=0.05205$ $n=0.3$	$\frac{\bar{\sigma}}{Y_0}=\left(1+\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon_0}\right)^n$
2	Steel	Elastic	$\rho=7.8\,(g/cm^3)$ $E=300\,(GPa)$ $\nu=0.29$	

였다. 계산에 사용된 시편의 크기는 직경이 1.5 inch(38.1mm)이고 높이는 2.25 inch(57.15mm)이다. 또한 미리 언급한 바와 같이 보통 체적 성형에 사용하는 일정 전단 마찰력 대신 Coulomb 마찰력을 사용하였다. 상하 대칭이고, 축대칭문제이므로 실제 모델의 1/4만 해석하였다. 반경 방향으로 20개 그리고 높이 방향으로 30개씩 총 합계 600개의 요소를 사용하였다. 금형과 시편 간의 Coulomb 마찰 계수는 0.1을 사용하였다. 초기 변형률(금형의 속도를 시편의 초기 높이로 나눈 값)은 100/초를 사용하였으며, 압하율 60%까지 계산을 수행하였다.

Fig. 1은 압하율 34%와 53%일때의 시편의 벌지(bulge)된 외형이며 MoS_2를 윤활재로 사용한 실제 실험 결과와 비교하였다. 오른쪽 상단 부분의 직경이 실제 실험치 보다 약간 크게 해석되었다. 이것은 정확한 마찰계수를 사용하지 않았고 또한 초기 변형률이 준정적 실험 결과치에 비하여 상당히 높으므로 인하여 생긴 관성효과에 의한 미소한 트래핑(trapping)효과라고 생각된다. Fig. 2는 계산 결과에 의한 하중 대 압하율선도이며 실험치와 비교하였다. 그리고 실험치는 프레스의 탄성 변형에 대해 보정하지 않았으므로 (약 0.03inch per 100, 000lb) 실선으로 표시된 실험 결과가 약간 왼쪽으로 이동되어야 점선으로 표시된 계산치와 정확히 비교될 수 있다. Fig. 1과 Fig. 2에서 살펴본 바와 같이 실제값과 약간 다른 마찰값을 사용해도 실린더 압축 문제는 경계조건에 비교적 둔감하므로 대단히 근사한 해석결과를 얻는다는 것을 알 수 있다.

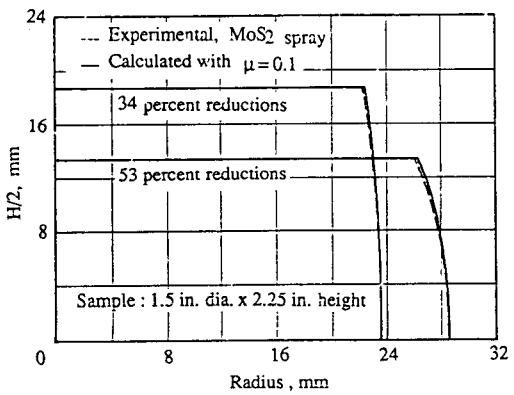

Fig. 1 Cylinder upsetting : Deformed shape of experiment and calculation

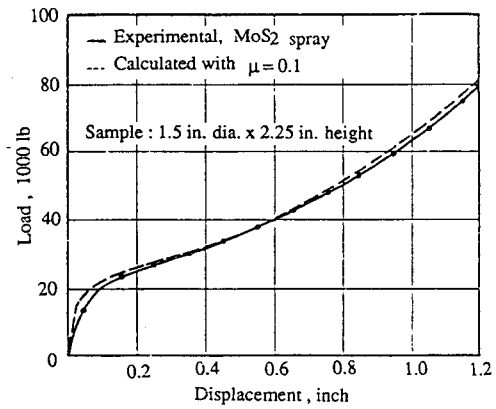

Fig. 2 Cylinder upsetting : Curves of load displacement of experiment and NET calculation

Table 2 Conditions of calcuation

Number	Coulomb friction	Initial strain rate	Reduction of height
1	0.0	100/sec	60%
2	0.05		
3	0.1		
4	0.25		
5	0.5		
6	1.0		
7	0.0	1000/sec	60%
8	0.05		40%
9	0.1		
10	0.14		
11	0.2		
12	0.25		
13	1.0		60%

3.2 링 압축

마찰 및 관성 효과를 보기 위하여 3.1절에서 사용한 재료 모델을 사용하여 마찰에 민감한 링 압축 공정을 해석하였다. 여러 참고문헌 (10)에서 (15)까지에 의하면 내경은 마찰 계수의 변화에 대단히 민감한 변화를 나타낸다고 보고되어 있다.

링의 초기 형상은 외경 3 inch(76.2mm),내경 1.5 inch(38.1mm)그리고 높이 1 inch(25.4mm)인 표준 링을 사용하였다. 반경 방향으로 30개와 높이 방향으로 20개씩 총합 600개 요소를 사용하였다. Coulomb 마찰 계수 μ와 일정 전단 마찰 계수 m과의 완전한 관계식이 없으므로 여러가지 계수로 계산을 수행하였으며, 관성효과를 보기위해 초기 변형률은 100/초와 1000/초를 사용하였다. Table 2에 계산 조건을 나타내었다.

Fig. 3은 초기 변형률 100/초일 때의 압하율에 따른 내경의 변화를 각 마찰 계수에 따라 나타내었고, Lee와 Altan[10]의 강소성 상계해와 비교하였다. 마찰 계수가 적을 때, 즉 $\mu<0.05$ 그리고 $m<0.1$일 때, 내부직경의 변화는 두 경우가 유사함을 볼 수 있다. 특히 마찰이 적을 경우에는 벌지에 의한 비균일 변형이 거의 없으므로 상계해도 상당히 정확하리라 예상된다. 그러나 마찰계수가 클 경우 즉 $\mu\approx1$ 그리고 $m\approx1$일 때는 상계해가 상당히 많은 내경의 수축을 예상하였다. Fig. 4에서는 위에 열거한 계산치와 탄소성 유한 요소법을 사용한 Hartley 등[11]의 결과와 비교하였다. 이 경우 역시

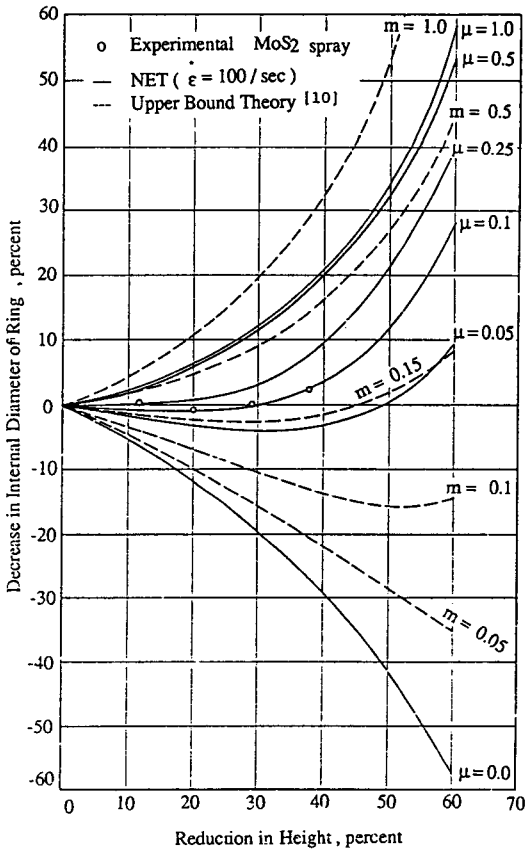

Fig. 3 Ring Compression : Curves of inner diameter decrease vs. reduction in height of upper boundary theory, NET calcuation and experiment with various friction coefficient

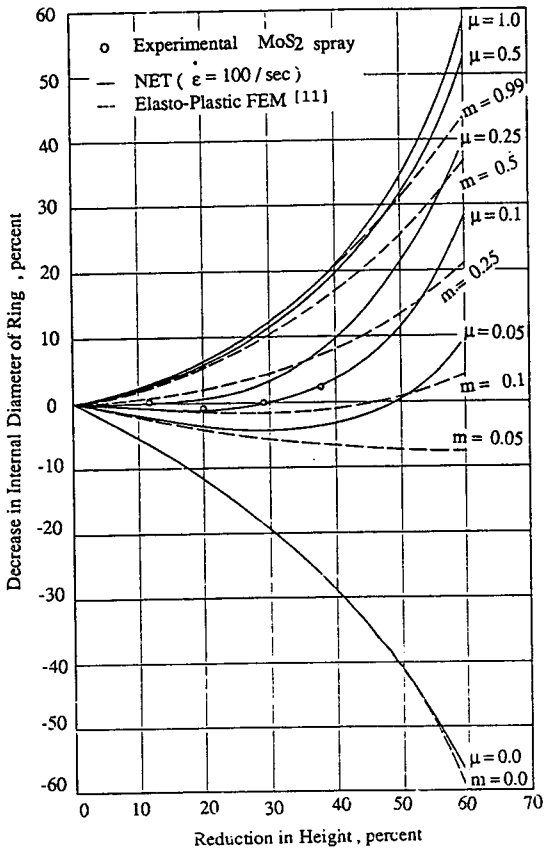

Fig. 4 Ring Compression : Curves of inner diameter decrease vs. reduction in height of elasto-plastic FEM calculation, NET calculation and experiment with various friction coefficient

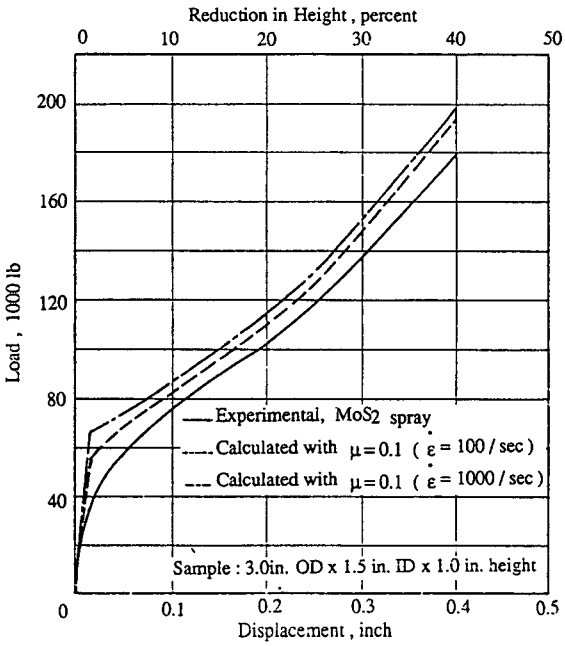

Fig. 5 Ring Compression : Load vs. displacement of experiment and calculated result with initial strain rate ($\dot{\varepsilon}$ =100/s and 1000/s)

마찰이 없는 경우 두 결과가 일치함을 보였다. 그리고 또한 마찰 계수가 최대일 경우 압하율이 약 35%이하일 때는 일정 전단 마찰이, 그리고 35%이상일 경우에는 Coulomb마찰이 더 많은 내경의 수축을 예상하였다. 이것은 일정 전단 마찰은 평균 마찰력의 의미를 가지고 있어서 초기에는 더 많고 종반에는 더 적은 마찰력을 가하기 때문이라고 생각된다. 즉 μ와 m의 관계는 변형이 진행됨에 따라 많은 변화가 있음을 알 수 있다. μ값이 대략 0.05에서 0.15인 경우에는 내경이 증가하였다가 감소하는 것을 볼 수 있다. Fig. 5에서는 μ=0.1일 때 변형 속도에 따른 하중 대 압하율의 변화를 보여준다. 변형 속도가 증가할수록 관성 효과에 의하여 동일 압하율에서 하중이 증가하는 것을 관찰할 수 있다. 여기서도 Fig. 2의 경우와 마찬가지로 실험치는 프레스의 탄성 변형에 대하여 보정되지 않았으므로(약 0.03 inch per 100,000lb) 실선으로 표시된 실험치가 약간 왼쪽으로 이동되어야 점선으로 표시된 계산치와 정확히 비교될 수 있다. 보정치를 고려하면 실험치와 해석치가 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 다음은 초기 변형률의 변화가 링 압축에 미치는 영향을 살펴보았다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 같은 마찰 계수를 사용하였어도 초기 변형률의 증가가 내경의 수축에 많은 영향을 끼침을 보았다. 이는 금형의 변위에 따른 시편내의 반경 방향의 움직임에 대한 관성효과를 보인 것으로 생각되며 결과적으로 마찰 계수의 증가와 유사하다고 생각된다. Fig. 7에서는 압하율 40%일 경우 초기 변형률 및 마찰 계수의 변화가 전체 변형 형상에 미치는 영향을 볼 수 있다. 특히 마찰이 없는 경우에도 초기 압하율의 증가에 따라 내경 증가율이 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 마찰이 없는 경우에도 관성의 영향이 전체 변형 형상에 큰 영향을 주는 것을 알 수 있다(Fig. 7). Fig. 8에서는 초기 변형률이 100/초와 1000/초일 경우에 대하여 압하율 40%일때의 마찰 계수에 따른 원주방향의 변

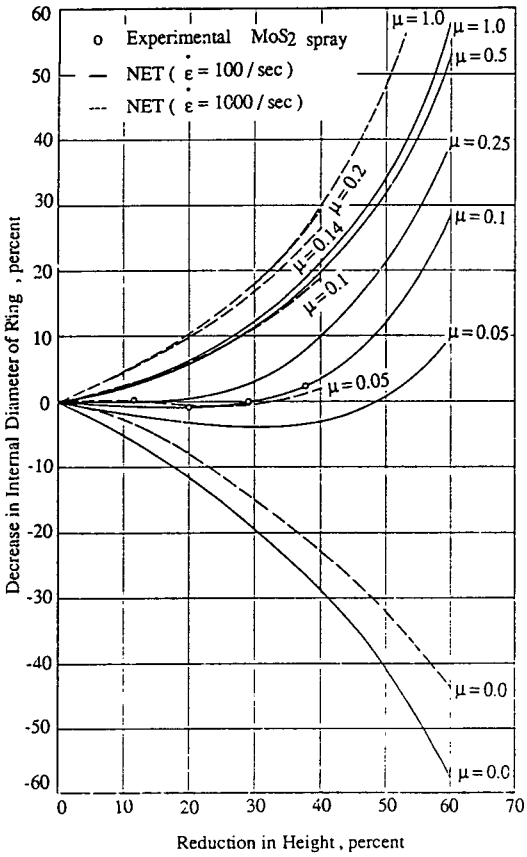

Fig. 6 Ring Compression : Curves of inner diameter decrease vs. reduction in height with diffrent value of initial strain rate

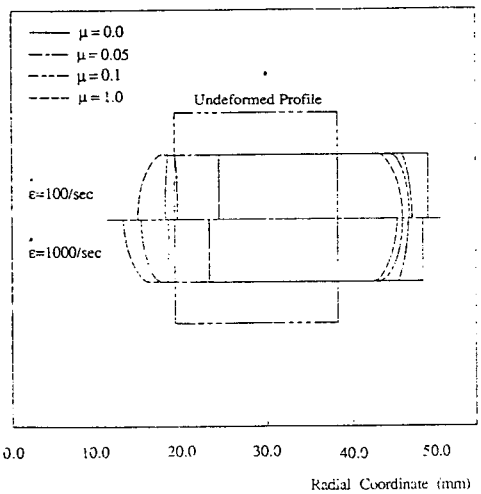

Fig. 7 Ring Compression : Deformed profile at 40% height reduction with various friction coefficient and initial strain rate

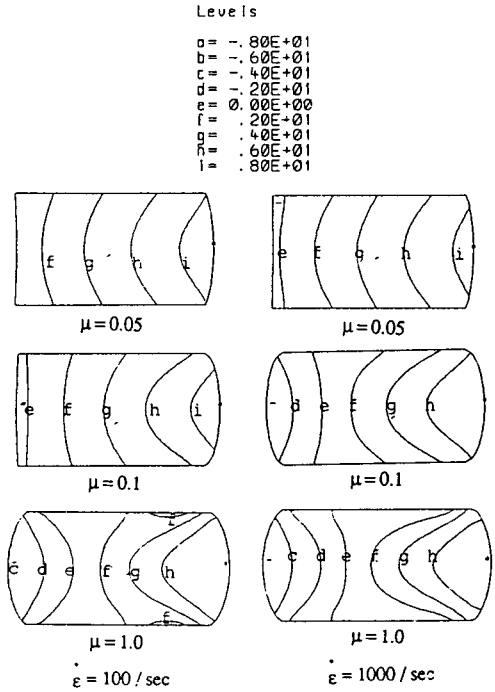

Fig. 8 Ring Compression : Contour of radial displacement with various friction coefficient and initial strain rate

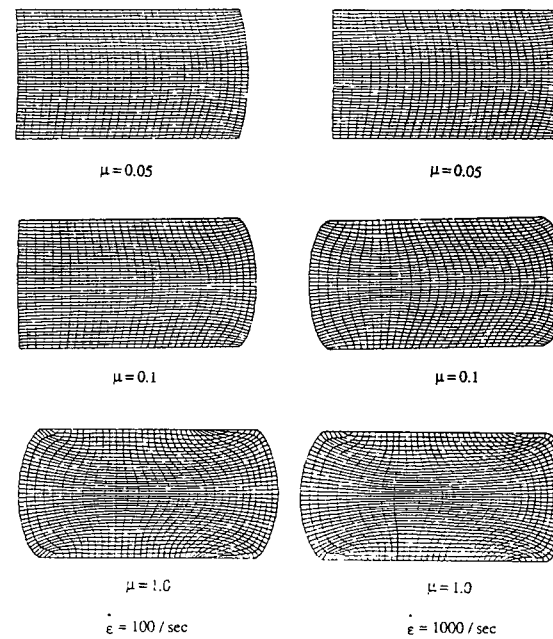

Fig. 9 Ring Compression : Deformed mesh at 40% height reduction with various fricition coefficient and initial strain rate

위에 대한 등고선을 나타내었다. 마찰 계수의 증가에 따라 중립점(변위가 없는 점)의 위치가 축 중심으로부터 바깥쪽으로 이동하는 것을 알 수 있다. 또 초기 변형률이 증가하여도 중립점의 위치가 축 중심으로부터 바깥쪽으로 이동하는 현상을 관찰할 수 있는데 이는 고속 변형에 따른 관성 효과로 판단된다. Fig. 9에서는 초기 변형률이 100/초와 1000/초일 경우에 대하여 각 마찰 계수에 따른 압하율 40%일 때의 변형된 격자 모양을 나타내었다. 특히 $\mu=1$일 경우, 초기 변형률의 증가에 따라 내면에서 접힘(folding)이 더 많이 발생함을 관찰할 수 있다.

4. 결 론

엑스플리시트 시간 적분 유한 요소법을 이용한 고속 탄소성 대변형 해석용 프로그램을 개발하여 고속 성형 해석에 적용해본 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실린더 압축과 링 압축 문제 해석에 적용한 결과, 실험 결과와 해석 결과가 잘 일치함을 확인하였다.

(2) 기존의 일정 전단 마찰이 초기 변형시에는 Coulomb 마찰에 비하여 과다 예측하고 그후에는 과소 예측함을 보였다.

(3) 초기 변형률의 증가에 따른 관성의 효과가 변형에 미치는 영향을 살펴본 결과, 변형률의 증가가 마찰력의 증가와 유사한 효과를 보인다는 것을 밝혔다.

(4) 본 논문에서는 변형률의 변화가 물질의 거동에 미치는 영향이 무시되었고, 변형에 따른 온도의 증가 또한 무시되었으나, 변형률이 클수록 위의 두 가지 영향이 변형에 미치는 효과가 급격히 증가하리라 사료되므로 변형률이 더욱 큰 문제를 정확히 해석하기 위해서는 두가지 영향을 고려해야 한다.

(5) 고속 변형 특성을 효과적으로 해석하기 위해서는 Hopkinson bar test 등의 고속 변형 실험을 세심하게 수행하여, 최적 구성 방정식 형태를 파악하고, 이에 대한 기본 데이터 베이스를 구축하여야 한다.

참 고 문 헌

(1) Zukas, J.A., Nicholas, T., Swift, H.F., Greszczuk, L.B. and Curran, D.R., 1982, "Impact Dynamics", John Wiley, New York.

(2) Hallquist, J.O., 1982, "User's Manual for DYNA 2D an Explicit Two Dimensional Hydrodynamic Finite Element Code with Interactive Rezoning", UCID-18756, Rev. 1, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California.

(3) von Neumann, J. and Richtmyer, R.D., 1950, "A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks", J. Appl. Phys., Vol. 21, No. 3, pp. 232~237.

(4) Dienes, J.K., 1979, "On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies", Acta Mechanica, Vol. 32, pp. 217~232.

(5) Flanagan, D.P. and Taylor, L.M., 1987, "An Accurate Numerical Algorithm for Stress Integration with Finite Rotations", Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 62, pp. 305~320.

(6) Flanagan, D.P. and Belytschko, T., 1981, "A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control," Int. J. Numer. Mech. Eng., Vol. 17, pp. 679~706.

(7) Goudreau, G.L. and Hallquist, J.P., 1982, "Recent Developments in Large Scale Finite Element Hydrocode Technology", Comput. Meth. Appl. Mechs. Engrg., Vol. 30, pp. 725~757.

(8) Flanagan, D.P. and Belytschko, T., 1984, "Eigenvalues and Stable Time Steps for the Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral", J. Appl. Mech., 84-APM-5, Transactions of the ASME.

(9) Hallquist, J.O., Goudreau, G.L. and Benson, D.J., 1985, "Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large-Scale Lagrangian Computations", Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. Vol. 51, pp. 101~137.

(10) Lee, C.H. and Altan, T., 1972, "Influence of Flow Stress and Friction upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders", J. Engrg. for Industry, Trans. ASME, Vol. 94, p. 775.

(11) Hartley, P., Sturgess, C.E.N. and Rowe, G.W., 1979, "A Prediction of the Influence of Friction in the Ring Test by the Finite-Element Method", 7th NAMRC Proceedings, U. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, p. 151.

(12) Male, A.T., 1970, "The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test", J. Lubrication Tech., Trans. ASME, p. 389.

(13) Chen, C.C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression",

Winter meeting ASME, California.

(14) 이현철, 김문생, 김규남, 1989년, "충격 하중을 받는 작은 중공원판의 고변형도율에서의 변형 특성", 대한기계학회 논문집, 제13권, 제6호, pp. 1104~1117

(15) Chou, P.C. and Wu, L., 1986, "A Dynamic Relaxation Finite Element Method for Metal Forming Processes", Int. J. Mech. Sci. 28, 231.