

〈論 文〉

인장/비틀림 조합하중하의 다공질 철소결체의 탄성-소성 거동

金 琪 泰* · 權 寧 三**

(1990년 9월 12일 접수)

Elastic-Plastic Response of Sintered Porous Iron under Combined Tension and Torsion

K.T. Kim and Y.S. Kwon

Key Words : Sintered Porous Iron(다공질 철소결체), Work Hardening(가공경화), Porosity(기공도), Combined Tension/Torsion(인장/비틀림 조합하중)

Abstract

A set of constitutive equations is formulated to predict elastic-plastic strain hardening response of sintered porous iron under combined tension and torsion. The proposed constitutive equations were capable of predicting characteristic behaviors of porous metals. Agreement between theoretical curves and experimental data for elastic-plastic response of sintered porous iron was very good for various initial porosities.

1. 서 론

통상적인 상온압축 및 소결에 의해 제조된 소결 부품은 내부에 잔류하는 기공때문에 같은 화학적 성분을 갖는 단련(wrought)된 부품에 비해 기계적 성질이 좋지 않다. 따라서, 소결부품의 기계적성질을 향상시키기 위해서는 그 내부에 함유하는 기공을 일부 또는 전부 제거하여야 한다. 이를 위해서는 단조, 압연, 인발등의 가공으로 다공질 중간성형체의 기공을 제거함으로 기계적성질을 향상시키는 방법을 고려하게 된다. 이러한 다공질 중간성형체의 가공공정을 해석하기 위해서는 다공질고체의 일반하중하에서의 탄성-소성 변형거동을 예측할 수 있는 구성이론의 형성이 중요하다.

다공질고체는 내부기공의 존재로 인하여 기존의 비다공질고체와는 그 기계적 특성이 다르다. 다공질고체의 탄성-소성변형을 위하여 여러 연구자들이

소성 항복조건을 제안하였다. Green⁽¹⁾과 Gurson⁽²⁾은 Torre⁽³⁾가 사용한 완전 소성재료로 된 중공구 모델을 사용하여 구한 정수압하의 엄밀해와 각기 달리 구한 편차압력의 근사해를 결합하여 다공질 고체의 소성 항복함수를 제안하였다. Kuhn과 Downey⁽⁴⁾, Shima와 Oyane⁽⁵⁾, 및 Kim^(6,7)은 실험을 통하여 경험적인 소성 항복조건을 제안하였다. 그러나, Doraivelu등⁽⁸⁾과 Kim^(6,7)은 소성항복조건들이 재료에 따라 큰 차이가 있음을 보였다. 또한, 현재까지 문헌에 발표된 실험치는 주로 일축압축, 정수압압축, 또는 금형에서의 양단압축등의 조건에서 구한 값들로 국한되어 있다.

본 논문에서는 Kim등^(6,7)이 제안한 다공질금속을 위한 특수 구성방정식을 바탕으로 하여 인장/비틀림 조합하중하의 다공질금속의 탄성-소성변형을 위한 구성방정식을 제시하였다. 탄성거동에서는 기공의 영향을 고려한 일반화된 Hooke의 법칙을 사용하였고, 탄성-소성거동은 변형률공간을 주공간으로 하여 Naghdi등⁽¹⁰⁻¹⁶⁾에 의해 개발된 탄성-소성변형의 구성이론을 수정하여 다공질고체에 적용하였다.

*정회원, 포항공과대학 기계공학과

**포항공과대학 대학원

끝으로, 본 논문에서 제안된 구성이론은 Kim등⁽⁹⁾과 본 연구에서 구한 인장/비틀림의 조합하중하에서의 다공질 철 소결체의 소성 항복조건 및 탄성-소성 거동의 실험치와 비교하였다.

2. 기본 구성방정식

본 논문에서 사용할 탄성-소성 구성이론의 기본 방정식을 정리하면^(6,7,10-16), 변형률텐서 e_{KL} 과 소성 변형률을 나타내는 대칭 2차 텐서 e_{KL}^p 의 존재를 가정하면 응력텐서 s_{KL} 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_{KL} = \hat{s}_{KL}(e_{MN}, e_{MN}^p) \quad (1)$$

고정된 e_{KL}^p 에 대하여, \hat{s}_{KL} 은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$e_{KL} = \hat{e}_{KL}(s_{MN}, e_{MN}^p) \quad (2)$$

또한, 고정된 e_{KL}^p 에 대하여 연속적이고 미분가능한 스칼라값의 항복함수 g 의 존재를 가정하면

$$g(e_{KL}, e_{KL}^p) = 0 \quad (3)$$

는 6차원 변형률공간에서의 개방영역 E (탄성영역)와 그 경계면 ∂E (즉, 항복곡면)로 정의된다. 함수 g 는 영역 E 내부의 모든 점에서 $g < 0$ 이어야 한다.

식 (2)와 (3)을 이용하면 항복함수 g 에 상응하는 응력공간에서의 통상적인 소성 항복함수 f 를 구할 수 있다. 즉,

$$f(s_{KL}, e_{KL}^p) = g(e_{KL}, e_{KL}^p) \quad (4)$$

식 (4)는 응력공간에서 탄성영역 $s : f < 0$ 와 그 경계면(항복곡면) $\partial S : f = 0$ 로 정의된다.

함수 \hat{g} 는 다음과 같이 정의되며,

$$\hat{g} = \frac{\partial g}{\partial e_{KL}} \dot{e}_{KL} \quad (5)$$

식(5)로 부터 탄성-소성상태로 부터의 제하(unloading, $g=0, \hat{g} < 0$), 중립부하(neutral loading, $g=0, \hat{g}=0$) 그리고 부하(loading, $g=0, \hat{g} > 0$) 등의 하중조건이 변형률공간에서 정의된다. 또한, 함수 \hat{f} 은

$$\hat{f} = \frac{\partial f}{\partial s_{KL}} \dot{s}_{KL} \quad (6)$$

로 정의된다. 또한, 부하중에는 $g=0, \hat{g} > 0$ 이므로 재료의 변형경화 현상은 스칼라함수 $\Phi = \hat{f}/\hat{g}$ 의 부호로부터 경화성(hardening), 연화성(softening) 및 완전소성거동(perfectly plastic behavior)등을 결정할 수 있다. 즉, 경화성일 때는 Φ 가 양의 값을, 완전소성일 때는 영, 연화성일때는 음의 값을 갖는다⁽¹⁴⁾.

본 논문에서는 식 (1)의 특수한 경우로서 일반화

된 Hooke의 법칙을 나타내는 다음과 같은 응력함수를 가정한다. 즉,

$$s_{KL} = C_{KLMN}(e_{MN} - e_{MN}^p) \quad (7)$$

여기서 C_{KLMN} 는 4차 탄성계수이며 초기 기공도 ϕ_0 에 의존한다. 또한, 두 변형률 텐서의 차이 $e_{MN} - e_{MN}^p$ 는 탄성 변형률 텐서를 나타낸다. 그리고 소성 스트레인 속도 텐서 \dot{e}_{KL} 와 가공경화 속도 \dot{k} 는 부하중의 (즉, $g=0, \hat{g} > 0$) 변형의 폐회로에서 일의 양이 음이 아니라는 가정과, 중립부하로부터 부하로의 연속성을 가정할 때 다음과 같이 유도될 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$\dot{e}_{KL} = \frac{\hat{g}}{\Gamma + \Lambda} \frac{\partial f}{\partial s_{KL}}, \quad \dot{k} = D_{KL} \dot{e}_{KL} \quad (8)$$

여기서

$$\Gamma = -\frac{\partial f}{\partial s_{KL}} \left(\frac{\partial f}{\partial e_{KL}} + \frac{\partial f}{\partial k} D_{KL} \right) \\ \Lambda = \frac{\partial f}{\partial s_{KL}} \frac{\partial g}{\partial e_{KL}}, \quad \Gamma + \Lambda > 0 \quad (9)$$

여기서 D_{KL} 은 변형률 텐서 e_{MN} 과 소성 변형률 텐서 e_{MN}^p 및 초기 기공도 ϕ_0 의 함수이다. 또한, 스칼라 함수 Φ 는 다음과 같이 정의될 수도 있다.

$$\Phi = \frac{\Gamma}{\Gamma + \Lambda} \quad (10)$$

3. 다공질금속을 위한 특수 구성방정식

2차원 텐서들은 다음과 같이 편차 성분과 구성분으로 분해하여 사용하면 편리하다.

$$s_{KL} = \tau_{KL} + \bar{s} \delta_{KL}, \quad e_{KL} = \gamma_{KL} + \bar{e} \delta_{KL} \\ e_{KL}^p = \gamma_{KL}^p + \bar{e}^p \delta_{KL}, \quad \bar{s} = \frac{1}{3} s_{KK} \quad (11)$$

$$\bar{e} = \frac{1}{3} e_{KK}, \quad \bar{e}^p = \frac{1}{3} e_{KK}^p$$

식 (11)을 사용하면 식 (7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau_{KL} = 2\mu(\gamma_{KL} - \gamma_{KL}^p); \quad \bar{s} = 3k(\bar{e} - \bar{e}^p) \quad (12)$$

여기서 μ 와 k 는 각각 초기 기공도 ϕ_0 에 따라 변화하는 다공질고체의 상당 전단 탄성계수와 상당체적 탄성계수이다.

기공도 $\phi (= V_p/V)$ 는 소성변형 중의 모재의 체적변화를 무시함으로 다음과 같이 주어진다⁽⁶⁾.

$$\phi = 1 - (1 - \phi_0) \exp(-v) \quad (13)$$

여기서 V 와 V_p 는 다공질고체의 전체체적 및 기공의 체적을 나타내며, $v (= e_{KK})$ 는 체적변형률이며, ϕ_0 는 ϕ 의 초기값이다.

이제 다음과 같이 기공도 ϕ 와 정수압력 \bar{s} 의 영향을 포함하는 다공질 금속을 위한 소성 항복함수를 고려한다.

$$f = \frac{1}{2} \tau_{KL} \tau_{KL} + \alpha \phi \bar{s}^2 - \kappa$$

$$g = 2\mu^2 (\gamma_{KL} - \gamma_{KL}^p) (\gamma_{KL} - \gamma_{KL}^p) + \alpha \phi (3k(\bar{e} - \bar{e}^p))^2 - \kappa \quad (14)$$

여기서 ϕ 는 e_{KL} 의 함수, α 는 양의 상수, κ 는 가공경화 변수이다. 식 (14)₂는 식 (12)를 이용하여 식 (14)₁로부터 구해진다. 또한 $\alpha=0$, $\phi=0$ 및 $\dot{\kappa}=0$ 일때 식 (14)₁은 통상적인 응력공간에서의 von Mises 항복조건식으로 유도된다. 식 (14)에서 항복곡면의 크기는 가공경화 변수 κ 에 의존함을 알 수 있다. 또한, $\kappa = \frac{1}{3}(1-\phi)^n Y_s^2$ 일 때는 모재가 완전 소성 재료인 경우를 나타낸다⁽⁷⁾. 여기서 Y_s 는 일축 인장에서의 모재의 초기 항복강도이며, n 은 양의 상수를 나타낸다.

가공경화 속도, 식 (8)₂에 포함된 2차 텐서 D_{KL} 은 이제 다음과 같이 정의한다.

$$D_{KL} = \beta_1 \tau_{KL} + \beta_2 \bar{s} \delta_{KL} \quad (15)$$

여기서 가공경화 계수 β_1 과 β_2 는 실험치로부터 결정되며 초기 기공도 ϕ_0 의 함수로 나타낼 수 있다. 식 (15)를 사용하여 식 (8)₂를 다시 쓰면

$$\dot{\kappa} = \beta_1 \tau_{KL} \dot{\gamma}_{KL} + \beta_2 \bar{s} \dot{e}_{\bar{\kappa}} \quad (16)$$

따라서, 식 (12)와 (14)를 사용하면 다음 식들을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial s_{KL}} = \tau_{KL} + \left\{ \frac{2}{3} \alpha \phi \bar{s} + \frac{\alpha(1-\phi)\bar{s}^2}{3k} \right\} \delta_{KL} \quad (17)$$

$$\frac{\partial g}{\partial e_{KL}} = 2\mu \tau_{KL} + \{2\alpha k \phi \bar{s} + \alpha(1-\phi)\bar{s}^2\} \delta_{KL} \quad (18)$$

$$\Gamma = \beta_1 \tau_{KL} \tau_{KL} + \alpha \bar{s}^2 \{ \beta_2 - \alpha(1-\phi)\bar{s} \} \cdot \{ 2\phi + (1-\phi)\bar{s}/k \} \quad (19)$$

그리고

$$\Lambda = 2\mu \tau_{KL} \tau_{KL} + 4\alpha^2 \phi^2 k \bar{s}^2 + 4\alpha^2 \phi(1-\phi)\bar{s}^3 + \alpha^2(1-\phi)\bar{s}^4/k \quad (20)$$

4. 인장/비틀림 조합하중하의 구성방정식

인장/비틀림의 조합하중, 즉 일축 인장응력(s_{11})과 전단응력(s_{12})의 2축응력을 받는 얇은 벽을 갖는 다공질 튜브 시편을 고려한다. 여기서, 반경방향의 응력과 변형률의 변화를 무시할 수 있으며 $e_{22} = e_{33}$, $e_{22}^p = e_{33}^p$ 이다⁽¹⁷⁾.

인장/비틀림 조합하중하의 응력과 변형률은 식

(11)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau_{KL} = \frac{1}{3} s_{11} b_{KL} + s_{12} a_{KL},$$

$$\gamma_{KL} = \frac{1}{3} (e_{11} - e_{22}) b_{KL} + e_{12} a_{KL},$$

$$\gamma_{KL}^p = \frac{1}{3} (e_{11}^p - e_{22}^p) b_{KL} + e_{12}^p a_{KL},$$

$$\bar{s} = \frac{1}{3} s_{11}, \quad \bar{e} = \frac{1}{3} (e_{11} + 2e_{22}),$$

$$\bar{e}^p = \frac{1}{3} (e_{11}^p + 2e_{22}^p) \quad (21)$$

그리고

$$\phi = 1 - (1 - \phi_0) \exp(-e_{11} - 2e_{22}) \quad (22)$$

여기서

$$a_{KL} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_{KL} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

식 (21)을 이용하면 소성항복의 조건식 (14)₁은

$$f = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} \alpha \phi \right) s_{11}^2 + s_{12}^2 - \kappa \quad (23)$$

로 쓸 수 있으며, 식 (12)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_{11} = E(e_{11} - e_{11}^p); \quad s_{12} = 2\mu(e_{12} - e_{12}^p) \quad (24)$$

여기서 E 와 μ 는 각각 초기 기공도 ϕ_0 에 따라 변화하는 다공질 고체의 상당 탄성계수와 상당 전단 탄성계수이다. 또한, 소성스트레인 속도와 가공경화 속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{e}_{11} = \xi_2 \left[\left\{ \frac{4}{3} \mu s_{11} (1 + \nu) + \xi_1 (1 - 2\nu) \right\} \dot{e}_{11} + 4\mu s_{12} \dot{e}_{12} \right] / \Delta$$

$$\dot{e}_{12} = s_{12} \left[\left\{ \frac{4}{3} \mu s_{11} (1 + \nu) + \xi_1 (1 - 2\nu) \right\} \dot{e}_{11} + 4\mu s_{12} \dot{e}_{12} \right] / \Delta$$

$$\dot{e}_{22} = (\xi_2 - s_{11}) \left[\left\{ \frac{4}{3} \mu s_{11} (1 + \nu) + \xi_1 (1 - 2\nu) \right\} \dot{e}_{11} + 4\mu s_{12} \dot{e}_{12} \right] / \Delta$$

그리고

$$\dot{\kappa} = \frac{2}{3} \beta_1 (s_{11} (\dot{e}_{11} - \dot{e}_{22}) + 3s_{12} \dot{e}_{12}) + \frac{1}{3} \beta_2 s_{11} (\dot{e}_{11} + 2\dot{e}_{22}) \quad (26)$$

여기서, $\nu = (E/2\mu - 1)$ 는 프와송의 비를 나타내며,

$$\xi_1 = \frac{2}{3} \alpha \phi k s_{11} + \frac{\alpha}{9} (1 - \phi) s_{11}^2$$

$$\xi_2 = \frac{2}{3} s_{11} + \frac{2}{9} \alpha \phi s_{11} + \frac{\alpha(1-\phi)}{27k} s_{11}^2 \quad (27)$$

$$\Gamma + \Lambda = \frac{\alpha(1-\phi)}{27k} (2\alpha\phi k + \beta_2) s_{11}^3 + 2(\beta_1 + 2\mu) s_{12}^2 + \frac{2}{9} (3\beta_1 + \alpha\phi\beta_2 + 6\mu) s_{11}^2 + 2\alpha^2 \phi^2 k s_{11}^2 \quad (28)$$

그리고,

$$\Delta = (\Gamma + \Lambda) - 2\left(\xi_1 - \frac{2\mu}{3} s_{11}\right) \cdot \left\{ \xi_2(1+\nu) - s_{11} \right\}$$

5. 실험치와의 비교

5.1 시편제조 및 실험방법

본 논문에서 사용한 시편의 제조방법 및 실험방법 등은 최근 Kim등⁽⁹⁾의 논문에서 자세히 설명되어 있으므로 여기서는 간략하게 언급한다.

다공질금속의 탄성-소성 변형의 실험을 위한 시편은 거시적으로 기공의 분포가 균일하며 등방성이어야 한다. 따라서, 본 논문에서는 냉간 정수압 성형기(CIP)를 사용하여 분말을 압축성형하였으며 시편의 재료는 순수 철분말(Höganäs ASC 100.29)이다. 또한, 비틀림에 의한 반경방향의 응력구배의 영향을 없애기 위해 얇은 벽을 갖는 튜브시편을 제조하였다.

성형된 다공질 중간성형체는 1150°C의 수소분위기에서 소결한 후 외경은 재료시험기의 그림에 맞는 크기로 기계가공하였으며 가공된 시편들은 가공 중 생긴 잔류응력과 표면 손상에 의한 영향을 없애기 위하여 연마한 후 650°C의 수소분위기에서 약 30분 동안 어닐링하였다. 최종 튜브형 시편의 치수는 내경 12.9±0.01mm, 외경 14.9±0.01mm, 및 길이 100±0.1mm이며, 초기 기공도는 $\phi_0=0.1\sim 0.2$ (또는 상대밀도 $D_0=0.8\sim 0.9$)의 범위를 갖는다.

실험에 사용된 인장/비틀림 재료시험기(MTS)는 축방향의 변위, 변형률 및 하중과 비틀림방향의 토크와 비틀림 각을 원하는 조합상태로 동시에 제어할 수 있다. 인장실험 및 비틀림실험에서 변형률 속도는 각각 $10^{-4}/\text{sec}$ 가 되도록 MTS마이크로 프로파일러를 이용하여 제어하였다.

5.2 초기 항복거동

본 논문에서 제안한 소성 항복함수 및 구성이론은 인장/비틀림 조합하중하의 다공질 철소결체의 탄성-소성 거동의 실험치⁽⁹⁾ 및 본 연구에서 구한 실험치들과 비교하였다.

인장과 비틀림 실험치에서는 상부 및 하부 항복점을 관찰할 수 있는데 이는 어닐링한 연강에서 볼 수 있는 일반적인 초기 소성항복거동이다⁽⁹⁾. 본 연구에서는 이론해석을 위하여 하부 항복점을 초기 항복강도로 선택하여 그 전후의 범위를 각각 탄성 및 소성영역이라고 이상화 하였다. 또한, 작은 변형을 주로 고려하므로 공칭응력(Piola-Kirchhoff stress)과 진응력(cauchy stress)의 차이는 구별할 필요가 없으며 실험치와의 비교에서 편의상 $\sigma = s_{11}$, $\tau = s_{12}$, $\epsilon = e_{11}$, 및 $\gamma = 2e_{12}$ 를 사용하였다.

초기 기공도에 따른 다공질 철소결체의 상당 탄성계수 E 와 상당 전단계수 μ 의 값은 Haynes와 Egediege⁽¹⁸⁾의 실험으로부터 구한 다음의 관계식을 이용하였다.

$$\begin{cases} E = 222.4 - 651.9\phi_0 & (\text{GPa}) \\ \mu = 86.8 - 253.2\phi_0 & (\text{GPa}) \end{cases} \quad \text{for } 0.04 < \phi_0 < 0.20 \quad (29)$$

한편으로, Gurson⁽²⁾과 Richmond와 Smelser⁽¹⁹⁾의 항복함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f = \frac{1}{2} \tau_{KL} \tau_{KL} + \frac{2}{3} \phi^m Y_s^2 \cosh\left(\frac{3m\bar{s}}{2Y_s}\right) - \frac{Y_s^2}{3} (1 + \phi^{2m}) \quad (30)$$

여기서 $m=1$ 인 경우는 Gurson⁽²⁾의 항복함수를 나

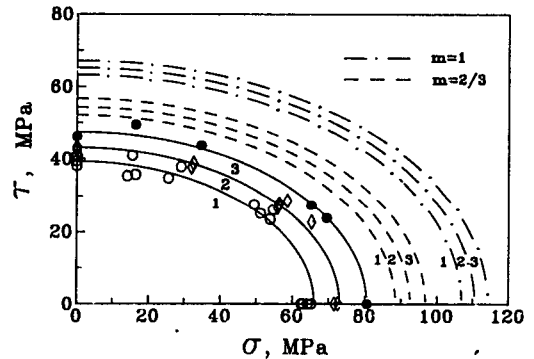


Fig. 1 Initial yield surfaces for porous iron, with various initial porosities. Data \circ are obtained for $\phi_0=0.191\sim 0.203$, data \diamond are obtained for $\phi_0=0.165\sim 0.173$, and data \bullet are obtained for $\phi_0=0.144\sim 0.158$. The solid curves are calculated from (23), with $\alpha=0.82$, $n=6.3$, and $Y_s=137\text{MPa}$. The dashed and dash-dotted curves, respectively, are obtained from (30), with $m=2/3$ and 1. The curves 1, 2 and 3, respectively, are for $\phi_0=0.20$, 0.175, and 0.15

타내며 m 이 2/3와 1사이의 경우는 Richmond와 Smelser⁽¹⁹⁾의 항복함수를 나타내지만 여기서는 그 상한치($m=1$)와 하한치($m=2/3$)만을 고려하였다.

인장, 비틀림 및 인장/비틀림 조합응력 상태에서 구한 다공질 철 소결체의 초기 기공도에 따른 초기 항복조건의 실험치로부터 구한 재료상수들⁽⁹⁾과 식 (23)을 사용하여 구한 초기 항복곡선과 Gurson⁽²⁾ 및 Richmond와 Smelser⁽¹⁹⁾의 초기 항복곡선들을 Fig. 1에 비교하였다. 식 (23)과 재료상수들 $\alpha=0.82$, $n=6.3$ 및 $Y_s=137\text{MPa}$ 를 사용하여 구한 초기 항복곡선은 실험치와 잘 일치하였다. 여기서, 식 (23)의 가공 경화계수의 초기치 κ_0 는 $\kappa_0 = \frac{1}{3}(1 - \phi_0)^n Y_s^2$ 로 부터 구할 수 있다⁽⁷⁾. Gurson⁽²⁾과 Richmond와 Smelser⁽¹⁹⁾의 초기 항복곡선들은 실험치와 큰 차이를 보이고 있는데, 이는 그들은 주로 초기 기공도가 아주 낮은 다공질고체(기공도 0.1이하)의 인장력에 의한 기공의 생성과 증가, 합체등의 거동만을 고려하였기 때문일 것이다.

5.3 비틀림거동

순수 비틀림하에서의 가공경화 거동은 식 (26)에서 정수응력의 영향을 나타내는 가공경화계수 β_2 의 항이 없어지므로 전단변형의 영향을 나타내는 β_1 을 포함한 항만을 고려하면 된다.

Fig. 2는 초기 기공도 $\phi_0=0.185$ 일때 여러 β_1 의 값에 대해 식 (23)~(26)으로 부터 계산하여 구한 전단응력과 전단변형률의 관계를 나타낸다. 여기서, β_1 이 양의 값을 갖는 경우에는 모재가 경화거동, 음의 값을 갖는 경우에는 연화거동을 보이며 $\beta_1=0$ 인 경우에는 완전소성거동을 보임을 알 수 있다. 따라서, 가공경화 계수 β_1 은 식 (23)~(26)을 이용해서 구한 전단응력과 전단변형률과의 이론적인 관계와 여러 초기 기공도에 따른 비틀림 실험치를 비교함으로써 찾을 수 있다.

여러 초기 기공도에 대한 실험치와 비교한 결과 β_1 은 초기 기공도 ϕ_0 에 의존함을 알았다. Fig. 3은 초기 기공도 $\phi_0=0.1\sim 0.2$ 의 범위에서 비틀림 실험치와 계산치로부터 구한 β_1 과 초기 기공도 ϕ_0 의 관계를 나타낸다. 또한, β_1 과 초기 기공도 ϕ_0 의 관계는 최소 자승법에 의해서 다음의 선형 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\beta_1 = 3.49(0.38 - \phi_0) \text{ (GPa)} \quad (31)$$

Fig. 4는 여러 초기 기공도를 갖는 다공질 철소

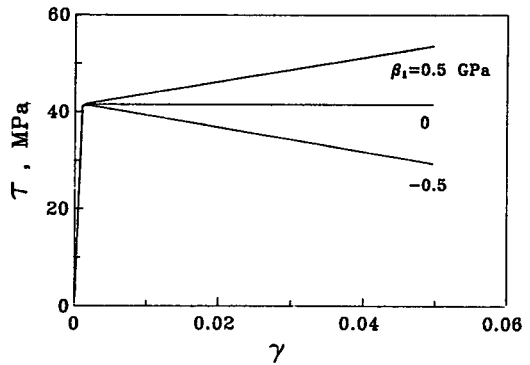


Fig. 2 Shear stress vs. shear strain responses under pure torsion, with various values of β_1

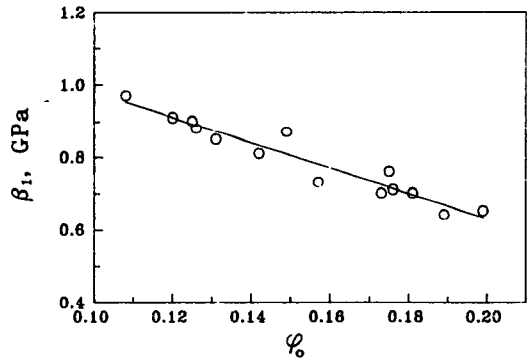


Fig. 3 Relationship between β_1 and initial porosity ϕ_0 (0.1~0.2), obtained from experimental data of pure torsion(\circ), The solid curve is obtained from (31)

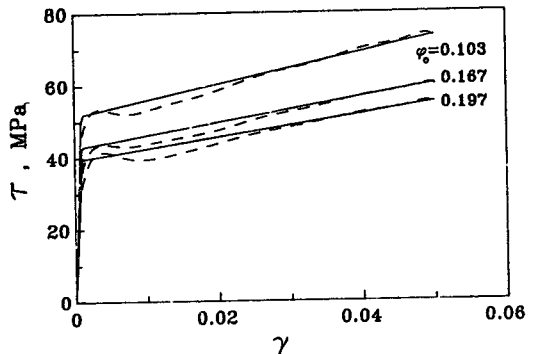


Fig. 4 Comparison of calculated shear stress-shear strain responses (solid) with experimental data (dash) for porous iron, with various initial porosity ϕ_0

결체의 순수 비틀림에 의한 전단응력과 전단변형률의 관계를 나타내는 실험치(점선)와 식 (23)~(26) 및 식 (31)의 β_1 을 사용하여 구한 계산치(실선)의 비교를 나타낸다. 여기서, 구성이론으로부터 구한 계산치는 여러 초기 기공도에서 실험치와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 초기 항복거동에서 실험치와 계산치가 잘 맞지 않는 이유는 이미 언급한 바와 같이 계산치에서 하부 항복점을 초기 항복강도로 사용하였기 때문이다.

5.4 인장거동

일축인장하에서의 가공경화 거동은 식 (26)의 가공경화 계수 β_1 과 β_2 를 모두 포함한다. Fig. 5는 초기 기공도 $\phi_0=0.185$ 인 경우에 β_2 의 영향을 알기 위하여 식 (23)~(26)과 $\beta_1=0$ 으로 부터 계산한 여러 β_2 의 값에 대한 일축인장하의 인장응력과 축변형률의 관계를 나타낸다. 여기서도, 비틀림의 경우와 같이 β_2 의 부호에 따라 모재가 경화, 연화 및 완전소성거동을 보임을 알 수 있다. 또한, $\beta_2=0$ 인 경우에 다공질 금속이 미세한 연화거동을 보이는 이유는 기공의 증가에 의해 가공경화 계수 $\kappa=1/3(1-\phi)^n Y_0^2$ 가 감소함에 따른 연화거동임을 알 수 있다.

가공경화 계수 β_2 의 값은 비틀림 거동에서 이미 구한 β_1 의 값을 사용하여 일축인장하의 인장응력과 축변형률의 관계의 실험치와 식 (23)~(26)의 계산치를 비교함으로써 구할 수 있다.

여러 초기 기공도에 대한 일축인장의 실험치와 계산치를 비교한 결과 β_2 도 초기 기공도 ϕ_0 에 의존

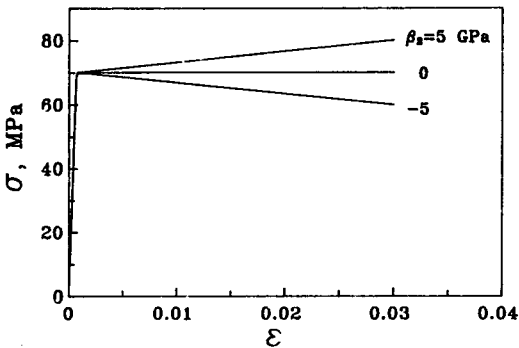


Fig. 5 Uniaxial stress vs. axial strain responses under uniaxial tension, with various values of β_2 and $\beta_1=0$

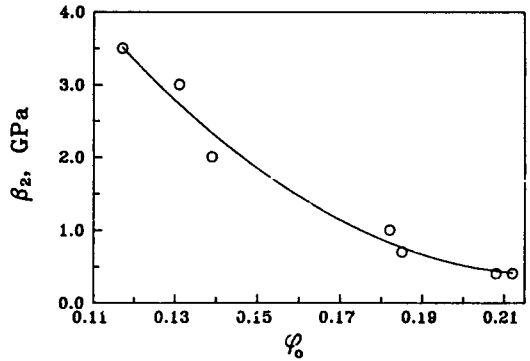


Fig. 6 Relationship between β_2 and initial porosity ϕ_0 (0.1~0.21), obtained from experimental data of uniaxial tension(○). The solid curve is obtained from (32)

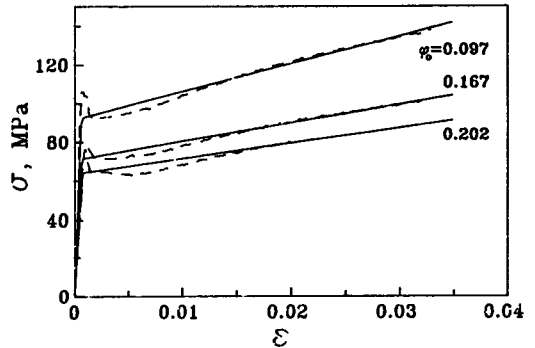


Fig. 7 Comparison of calculated uniaxial stress-strain responses(solid) with experimental data (dash) for porous iron, with various initial porosity ϕ_0

함을 알았다. Fig. 6은 초기 기공도 $\phi_0=0.1\sim 0.2$ 의 범위에서 일축 인장의 실험치와 계산치로부터 구한 β_2 와 초기 기공도 ϕ_0 의 관계를 나타내며 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\beta_2 = (17.03\phi_0 - 3.68)^2 \text{ (GPa)} \quad (32)$$

Fig. 7은 여러 초기 기공도를 갖는 다공질 철소결체의 인장응력과 축변형률 관계의 실험치(점선)와 계산치(실선)의 비교를 나타낸다. 여기서, 식 (23)~(26), 식 (31)의 β_1 및 식 (32)의 β_2 를 사용하여 구한 계산치는 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다.

5.5 인장/비틀림 거동

이제, 일정한 인장응력이 유지된 상태에서 비틀

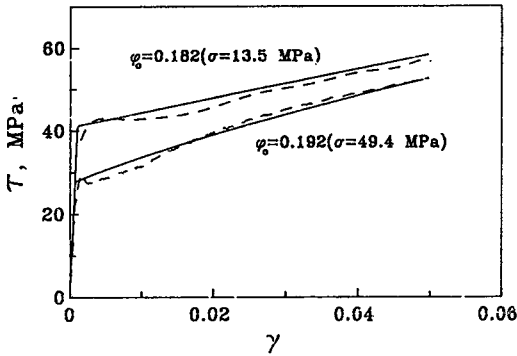


Fig. 8 Comparison of calculated shear stress-shear strain responses (solid) during torsion with experimental data (dash) for porous iron, with $\phi_0=0.182$ and 0.192 under constant tensile stresses $\sigma=13.5$ MPa and 49.4 MPa, respectively

림에 의한 전단응력과 전단변형률의 관계를 고려한다. Fig. 8은 초기 기공도가 각각 $\phi_0=0.182$ 와 0.192 인 다공질 철소결체의 일정한 인장응력이 유지된 상태에서 비틀림에 의한 전단응력과 전단변형률의 관계의 실험치(점선)와 앞에서 구한 β_1 과 β_2 를 사용하여 식 (23)~(26)으로부터 구한 계산치(실선)의 비교를 나타낸다. 여기서, 위의 점선은 $\phi_0=0.182$ 인 다공질 철소결체의 일정한 인장응력 $\sigma=13.5$ MPa 하에서의 비틀림거동이며 아래 점선은 $\phi_0=0.192$ 일때 $\sigma=49.4$ MPa하에서의 비틀림거동으로 계산치가 실험치를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 초기 기공도 $\phi_0=0.142$ 인 두개의 다공질 철소결체 시편에 각각 인장응력을 소성역 내인 $\sigma=91$ MPa까지 가한 후 제하하여 탄성역 내인 $\sigma=63.1$ MPa를 유지하면서 비틀림을 가한 실험결과(위의 점선)와 인장응력을 탄성역 내인 $\sigma=63.1$ MPa를 가한 후 인장응력을 일정하게 유지하면서 비틀림을 가한 실험치(아래 점선) 및 구성이론으로부터 예측한 계산치(실선)의 비교를 나타낸다. 여기서, 인장응력을 $\sigma=91$ MPa까지 가했던 시편은 가공경화의 영향으로 항복강도 및 소성유동 응력이 10MPa정도 증가한 것을 알 수 있으며 구성이론은 실험치를 잘 예측함을 알 수 있다.

Fig. 10은 초기 기공도가 각각 $\phi_0=0.142, 0.167$ 및 0.192 인 다공질 철소결체에 일정한 인장응력이 유지된 상태에서 비틀림에 의한 전단변형률과 축변

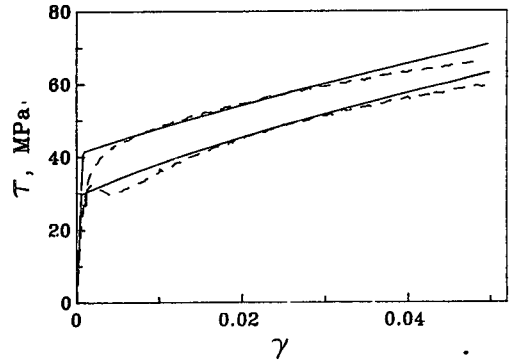


Fig. 9 Comparison of calculated shear stress-shear strain responses (solid) during torsion under constant tensile stress $\sigma=63.1$ MPa with experimental data (dash) for two porous iron specimens ($\phi_0=0.142$) having the same porosity but different previous loading histories. The upper curve was precycled to $\sigma=91$ MPa and the lower curve was not yielded uniaxially

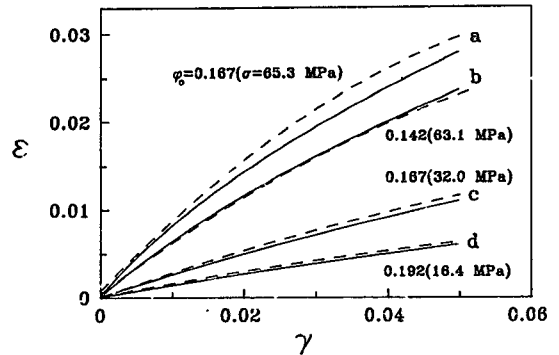


Fig. 10 Comparison of calculated shear strain-axial strain relations (solid) during torsion under different constant tensile stresses with experimental data (dash) of porous iron, with various initial porosity ϕ_0

형률의 관계를 나타낸다. 여기서, 점선은 실험치를 나타내고 실선은 구성이론에서 구한 계산치를 각각 나타낸다. 또한, 전단변형률에 따른 축변형률의 증가를 볼 수 있는데, 일반 비다공질 재료의 경우에는 그 증가정도가 아주 작으며 이는 기공의 영향에 의한 다공질 금속의 특성임을 알 수 있다. 같은 크기의 인장응력이 유지될 때 축변형률은 초기 기공도가 큰 경우 (a)가 작은 경우 (b)보다 상대적으로 더 커짐을 알 수 있다. 또한, 같은 크기의 초기 기공도를 갖는 경우 (a와 c)에는 가해진 인장

응력이 큰 경우(a)에 축변형률은 상대적으로 커짐을 보인다. 실험치는 식 (23)~(26), 식 (31) 및 (32)로 부터 예측된 계산치(실선)와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

6. 결 론

다공질 금속의 탄성-소성 거동을 위해 본 논문에서 제안된 구성이론은 인장/비틀림의 조합하중하에서의 다공질 철소결체의 실험치와 아주 잘 일치하였다.

얇은 벽을 갖는 다공질 철소결체 튜브의 실험에서 초기 소성항복조건식을 구하였고 순수 비틀림 및 일축 인장실험에서 각각 구한 가공경화 계수 β_1 과 β_2 는 초기 기공도의 함수임을 알았다. 초기 기공도에 의존하는 가공경화 계수 β_1 과 β_2 를 사용하여 여러 초기 기공도를 갖는 다공질 철소결체의 탄성-소성, 가공경화 거동을 잘 예측할 수 있었다. 또한, 일정한 인장하중하에서 비틀림에 의한 축변형률의 증가현상과 같은 다공질금속의 특성도 본 논문에서 제안한 구성이론으로 잘 예측할 수 있었다.

끝으로, 다른 초기 기공도의 범위와 다른 재료에서도 본 연구에서 제안한 구성이론의 적용이 가능한지의 여부에 대해서는 더 많은 추가적인 실험이 필요하다.

참 고 문 헌

- (1) Green, R.J., 1972, "A Plasticity Theory for Porous Solids", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 14, p. 215.
- (2) Gurson, A.L., 1977, "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth-Part 1. Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media", *ASME, J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 99, p. 2.
- (3) Torre, C., 1948, "Theorie und Verhalten zusammen. Pulver", *Berg-u. Huttenm. Monatsh.*, Vol. 93, p. 62.
- (4) Kuhn, H.A. and Downey, C.L., 1971, "Deformation Characteristics and Plastic Theory of Sintered Powder Materials", *Int. J. Powder Metall.*, Vol. 7, p. 15.
- (5) Shima, S. and Oyane, M., 1976, "Plasticity Theory for Porous Metals", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 18, p. 285.
- (6) Kim, K.T., 1988, "Elastic-Plastic Responses of Porous Metals under Triaxial Loading", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 24, p. 937.
- (7) Kim, K.T. and Suh, J., 1989, "Elastic-Plastic Strain Hardening Responses of Porous Metals", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 27, p. 767.
- (8) Doraivelu, S.M., Gegel, H.L., Gunasekera, J.S., Malas, J.C., and Morgan, J.T., 1984, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 26, p. 527.
- (9) Kim, K.T., Suh, J., and Kwon, Y.S., 1990, "Plastic Yield for Cold Isostatically Pressed and Sintered Porous Iron under Tension and Torsion", *Powder Metall.*, Vol. 33, No. 3, p. 1.
- (10) Green, A.E. and Naghdi, P.M., 1965, "A General Theory of an Elastic-Plastic Continuum", *Arch. Ration. Mech. Anal.*, Vol. 18, p. 251.
- (11) Green, A.E. and Naghdi, P.M., 1966, "Thermodynamics Development of Elastic-Plastic Continua", *Proc. IUTAM symp. on Irrever. Aspects of Cont. Mech. and Transfer of Phys. Charac. in Moving Fluids*, Parkus, H. and Sedov, L.I., eds., Springer-Verlag.
- (12) Naghdi, P.M. and Trapp, J.A., 1975, "The Significance of Formulating Plasticity Theory with Reference to Loading Surfaces in Strain Space", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 13, p. 785.
- (13) Naghdi, P.M. and Trapp, J.A., 1975, "Restriction on Constitutive Equations of Finitely Deformed Elastic-Plastic Materials", *Q.J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 28, p. 25.
- (14) Casey, J. and Naghdi, P.M., 1981, "On the Characterization of Strain Hardening in Plasticity", *J. Appl. Mech.*, Vol. 48, p. 285.
- (15) Casey, J. and Naghdi, P.M., 1984, "Further Constitutive Results in Finite Plasticity", *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 37, p. 231.
- (16) Casey, J. and Naghdi, P.M., 1984, "Strain Hardening Response of Elastic-Plastic Materials", presented at a Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, Tuscon, AZ, Jan. 10-14, 1983, In *Mechanics of Engineering Materials*, Desai, C.S. and Gallagher, R.H., eds., Chap. 4, Wiley, New York.
- (17) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press, p. 74.
- (18) Haynes, R. and Egediege, J.T., 1989, "Effect of Porosity and Sintering Conditions on Elastic Constants of Sintered Irons", *Powder Metall.*, Vol. 32, p. 47.
- (19) Richmond, O. and Smelser, R.E., 1985, Alcoa Technical Memorandum.