

〈論 文〉

통일구성방정식을 이용한 구조물의 열점소성 거동에 관한 해석

윤 성 기* · 이 주 진**

(1990년 5월 17일 접수)

Analysis of Thermo-Viscoplastic Behavior of Structures Using Unified Constitutive Equations

Sung-Kie Youn and Joo-Jin Lee

Key Words : Thermo-Viscoplasticity(열 점 소 성), Convection Heat Transfer(대 류 열 전 달), Unified Constitutive Equation(통일구성방정식), Rate-dependent Effect (가중율효과), Creep(크리프), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract

Certain structural components are exposed to high temperatures. At high temperature, under thermal and mechanical loading, metal components exhibit both creep and plastic behavior. The unified constitutive theory is to model both the time-dependent behavior(creep) and the time-independent behavior(plasticity) in one set of equations. Microscopically both creep and plasticity are controlled by the motion of dislocations. A finite element method is presented incorporating a unified constitutive model for the transient analysis of viscoplastic behavior of structures exposed to high temperature.

기 호 설 명

- b_i : 체적력
- B : 변위-변형률 매트릭스
- E : 탄성계수 매트릭스
- f_{ij}, g_j : 구성방정식 함수
- n_i : 단위수직벡터
- t : 시간
- t_i : 외력벡터(traction vector)
- T : 온도
- u_i : 변위벡터
- Z_k : 내부상태변수(internal state variables)
- α : 열팽창계수
- ϵ : 변형도
- σ : 응력

- ϕ : 형상함수
- (\cdot) : ()의 시간률

1. 서 론

고온에 노출되는 기계부품들의 금속재료는 크리프(creep) 등의 시간에 의존하는 거동이 미치는 영향이 크기 때문에 단순한 소성거동에 대한 분석만으로는 정확한 구조해석이 이루어질 수 없다. 특히 구조물이 상당히 짧은 시간 동안에 큰 온도변화를 받게 될 경우, 열응력 및 구조물 자체의 온도변화에 따른 기계적 성질의 변화로 시간에 따른 온도변화에 대한 해석과 하마께 열하중으로 인한 구조물의 시간에 따른 열-점소성 거동의 해석이 요구된다.

열-점소성 거동의 해석을 위해서는 구조물의 가

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과
**정회원, 표준연구소 역학물성실

열에 대한 열전도 메카니즘의 규명이 선행되어야 하고 그러한 메카니즘을 규명한 후에 구조물의 시간에 따른 온도분포의 변화의 해석이 이루어져야 한다. 구조물의 거동을 해석하기 위해서는 열전도 해석을 바탕으로 온도변화에 따른 기계적 성질 변화 등을 고려하여 재료의 기계적 거동을 나타낼 수 있는 구성방정식 모델(constitutive model)을 선정하는 것이 필수적이다. 고전적인 구성방정식은 시간에 의존하는 크리프거동과 단순한 소성거동이 분리된 두개의 방정식 세트로 해석하여 왔다. 그러나 근래에는 결정격자내의 전위 이론(dislocation dynamics)에 바탕을 두고 금속재료의 크리프 및 소성거동을 하나의 방정식 세트로서 나타내는 통일구성방정식 모델들⁽¹⁻³⁾이 개발되었다. 통일방정식들이 개발된 동기는 크리프와 소성거동은 모두 전위운동에 의해 지배되므로 이 두거동을 분리하여 해석하는 것은 재료학적 이론상 타당하지 않다는 관찰에서 비롯되었다.

본 논문에서는 고온에 노출되는 열-점소성 거동의 해석을 위해 소성유동, 크리프, 응력풀림(stress relaxation) 등의 거동을 동시에 다룰 수 있는 통일구성방정식 모델에 대해 논하고 적절한 모델을 선정한다. 이 모델은 미소변형이론에 근거한 것이므로 구조물의 거동을 소변형률(small strain)과 소회전(small rotation)의 범위내로 가정하여 해석한다. 선정된 모델에 대해서 시간변화율 형태의 방정식으로부터 유한요소법을 통한 수치화와 사용된 구성방정식을 효율적으로 처리할 수 있는 수치해석법상의 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘을 사용하여 유한요소법 전산코드를 작성하고, 작성된 코드를 이용하여 고온에서 하중을 받는 단순보와 국부적으로 심한 가열을 받는 구조물에 적용하여 고전적인 구성방정식으로 복합적인 해석이 어려웠던 열-점소성 거동을 효과적으로 해석할 수 있음을 보인다. 본 논문은 응력해석에 주요점을 두었으므로 열해석에 관한 상세한 논의는 가급적 생략하기로 한다.

2. 유한요소법을 통한 문제의 수치화

2.1 평형방정식

열-점소성 거동의 구조해석을 위한 관련방정식은 시간변화율의 형태로 표시되어야 하며 의사정적(quasistatic)인 상태를 가정 했을때 시간 변화율

의 형태로 표시한 평형 방정식은 아래와 같이 표시된다.

$$\dot{\sigma}_{ij} + b_i = 0 \quad (1)$$

속도변화율과 변형도 변화율과의 관계는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (2)$$

여기서 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 와 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 는 각각 탄성 및 비탄성 변형도율을 나타낸다. 그리고 재료의 구성방정식은

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \gamma_{ij} \dot{T} \\ \dot{\epsilon}_{ij}^p &= f_{ij}(\sigma, Z_k, T) \\ \dot{Z}_i &= g_i(\sigma, Z_k, T) \end{aligned} \quad (3)$$

로 표시할 수 있는데 γ_{ij} 는 재료의 열 팽창과 관련된 텐서(tensor)로 α_{ij} 를 열팽창 계수라 할때 $\gamma_{ij} = E_{ijkl} \alpha_{kl}$ 이 된다. 식 (3)의 구체적인 형태에 관해서는 다음절에서 논한다.

경계가 $\partial\Omega$ 인 영역 Ω 를 차지하고 있는 문제에 있어서 경계조건은 경계의 일부인 $\partial\Omega_1$ 와 $\partial\Omega_2$ 에서 각각

$$\begin{aligned} \dot{u}_i &= u_i \\ \dot{\sigma}_{ij} n_j &= t_i \end{aligned} \quad (4)$$

로 표시되며 여기서 \dot{u}_i 와 t_i 는 각각의 경계에서의 변위율과 트랙션 벡터(traction vector)율을 의미한다. 또한 $\dot{\sigma}_{ij}$, \dot{Z}_i , T_0 를 각각 σ_{ij} , Z_i , T 의 초기치라고 할때 초기조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, 0) &= \dot{\sigma}_{ij}(x) \\ \epsilon_{ij}^p(x, 0) &= 0 \\ Z_i(x, 0, T) &= \dot{Z}_i(x, T_0) \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 통일구성방정식 모델

구성방정식은 재료의 복잡한 거동을 효과적으로 나타낼 수 있어야 하는데 그외에도 아래와 같은 사항을 고려하여 선정해야 한다. 첫째 구성방정식 상에 나타나는 상수와 매개변수들의 결정이 복잡하거나 또는 많은 양의 시험을 필요로 하는가, 둘째 전산화에 문제점이 없는가, 세째는 예상되는 사용 온도범위 및 하중상태에서의 거동을 나타내는데 문제점이 없는가 하는 점들이다.

금속재료의 미세 구조적 측면을 살펴보면 소성 변형이나 크리프 현상이 모두 전위(dislocation)운동에 의해 지배되고 있다는 것이 알려졌다. 따라서 같은 요인에 의해 지배받는 두현상(소성변형과 크리프)을 별개의 구성방정식으로 취급할 것이 아니라 통일된 구성방정식으로 나타내고자 하는 노력이

진행되어 왔고 그 결과로 나타난 모델들이 UPC (Unified-Plasticity-Creep) 모델들이다. 이러한 모델들은 가상 정적상태나 또는 천이역에서의 금속재료의 거동을 변형률이나 시간 등과 같은 외적인 변수들만이 아닌 내부구조적 변수, 즉 응력상태, 전위밀도(dislocation density) 등을 사용하여 나타낸다. UPC 모델들은 시간에 무관한 소성거동 및 시간에 의존하는 거동인 크리프 등을 별개의 구성방정식으로 나타냄으로써 인해서 고온에서의 금속재료의 시간에 따르는 거동을 효과적으로 해석하는데에 어려움이 있었던 기존의 모델들과는 달리 열점소성 거동의 효과적인 해석을 가능케 하여준다. UPC 모델들은 연구자들의 관심분야에 따라 다양한 형태로 개발되어져 왔으므로 이들 모델들의 일률적인 비교는 상당히 어렵다. 만일 이들을 구조해석에 사용하기 위한 입장에서 보면 대개 몇가지 그룹으로 나누어진다. UPC 모델들이 마이크로 구조적인 현상을 어떻게 기계적인 소성 및 크리프 현상들과 관련시켰는가에 따라 대략 아래의 5가지로 나눌 수가 있는데 어떤 측면을 강조하는가에 따라 분류의 기준이 변할 수 있으므로 절대적인 것은 아니다.

- (i) Krig, Swearingen and Jones 모델^(6,7)
- (ii) Miller 모델^(8~10)
- (iii) Bodner 모델^(11~10)
- (iv) Korhonen, Hannular and Li 모델⁽¹⁴⁾
- (v) Gittus 모델⁽¹⁵⁾

그러나 모델들에 따라서는 다축응력상태로의 일반화에 제한이 있거나 소성경화만이 고려되고 연화효과(softening effect) 등이 고려되어 있지 않기도 하다. 또한 온도에 의한 영향 등이 적절히 반영되었는지 않거나 구성방정식에 사용되는 상수 및 매개변수의 결정에 많은 시험이 요구되는 것이 있는가 하면 수치해석화에 문제점이 있기도 하다. Bodner 모델은 1968년도에 처음 발표되었고 그 이후 많은 변화와 개선을 거쳐왔다. 본 논문에서는 앞서의 문제점들을 고려하여 최근에 개발된 Bodner-Partom 모델을 선정하였다^(4,5). 이 모델은 고온에서 사용되는 합금을 염두에 두고 개발된 것으로 등방성 및 방향성 경화, 열회복현상, 주기적 경화 및 연화의 응력-변형도 관계, 온도 및 압력의 영향 등을 효과적으로 나타낼 수 있는 모델로 용융온도의 약 70% 정도가 되는 상당한 높은 온도에서까지의 재료의 거동을 나타낼 수가 있다. 이 모델은 재료의 비등방성 소성경화 현상뿐 아니라 경화의 회복 등 소성변형

에 있어서의 온도에 의한 영향 등이 잘 고려되어져 있다. Bodner-Partom 모델의 개략적인 형태를 살펴보기로 한다. 이 모델에서는 관심사항이 소성변형 및 크리프 등에 있으므로 변형률이나 응력성분이 모두 편차(deviatoric) 양으로 나타난다.

(1) 유동법칙

변형률은 탄성변형률과 비탄성변형률로 이루어지고 비탄성변형률 성분에 대해서 등방성 형태의 Prandtl-Reuss 법칙이 적용된다고 가정한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (\dot{\epsilon}_{kk} = 0) \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij} \quad (S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}) \quad (7)$$

(2) 운동방정식

$$\lambda^2 = D \dot{\epsilon} / J_2 \quad (8)$$

이 식은 위의 식 (7)에서 얻어지는데 여기서 $D \dot{\epsilon}$ 와 J_2 는 각각 식 (7)의 변형률 텐서와 응력텐서의 2차 불변치(second invariant)이다. 즉

$$D \dot{\epsilon} = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^n \dot{\epsilon}_{ij}^n$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$$

이다. 비탄성변형을 지배하는 관계식은 $D \dot{\epsilon} = F(J_2)$ 의 형태로 나타내어지는데 Bodner-Partom에 의해 취해진 형태는 아래와 같다.

$$D \dot{\epsilon} = D_0 \exp \left[- \left(\frac{Z^2}{3J_2} \right)^n \right] \quad (9)$$

여기서 D_0 는 전단시의 한계변형률을 표시하고 n 은 온도에 의존하는 매개변수, Z 는 하중 히스토리에 의존하는 매개변수(내부상태변수)로서 소성유동상의 경화량을 나타내는 값이다. 식 (7)과 (8) 그리고 (9)로부터 식 (10)을 얻는다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{S_{ij}}{J_2} D_0 \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{Z^2}{3J_2} \right)^n \right] \quad (10)$$

(3) 내부상태변수방정식

내부상태변수 Z 는 등방성경화분 (Z')과 방향성경화분 (Z'')으로 이루어진다.

$$Z = Z' + Z'' \quad (11)$$

등방성 경화에 대한 진화방정식은

$$\begin{aligned} Z'(t) &= m_1 [Z_1 - Z'(t)] \dot{W}_p(t) \\ &\quad - A_1 Z_1 \left[\frac{Z'(t) - Z_2}{Z_1} \right]^{r_1} \end{aligned} \quad (12)$$

이고 방향성 경화에 대한 진화방정식은

$$\begin{aligned} Z''(t) &= \beta_{ij}(t) u_{ij}(t) \\ \dot{\beta}_{ij}(t) &= m_2 [Z_3 u_{ij}(t) - \beta_{ij}(t)] \dot{W}_p(t) \\ &\quad - A_2 Z_1 \left[\frac{(\beta_{kk}(t) \beta_{kk}(t))^{1/2}}{Z_1} \right]^{r_2} u_{ij}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

로 주어진다. 위식들에서 \dot{W}_p 는 경화의 척도로 쓰여지는 소성일률로 $\dot{W}_p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^n$ 이다. m_1, m_2 는 경화율을 나타내는 재료상수들이고 Z_1 과 Z_2 는 각각 Z' 의 포화치 그리고 주어진 온도에서 Z' 의 최소치를 나타낸다. u_{ij} 는 주어진 응력상태의 방향여현을 나타낸다. u_{ij} 와 v_{ij} 는 아래와 같이 정의된다.

$$u_{ij} = \sigma_{ij}(t) / (\sigma_{kl}(t) \sigma_{kl}(t))^{1/2}$$

$$v_{ij} = \beta_{ij}(t) / (\beta_{kl}(t) \beta_{kl}(t))^{1/2}$$

초기치들은 각각 $Z'(0) = Z_0, W_p(0) = 0, \beta_{ij}(0) = 0$ 으로 주어진다. A_1, A_2, r_1, r_2 는 온도변화에 의존하는 재료상수값들이다.

2.3 유한요소법의 구성

열해석 및 응력해석을 위해서는 모두 유한요소법을 이용한 수치 해석을 행하게 되는데 응력해석에 이용된 구성방정식의 상태변수(state variable)를 계산하기 위한 시간적분을 위해서는 아주 작은 시간증분치(time-step)를 사용해야 한다. 응력해석에 사용된 시간증분치는 개략적으로 열해석(nonlinear transient thermal analysis)에 요구되는 시간증분치의 10분의 1정도이다. 따라서 구조해석시에 어떤 특정한 시간에 있어서의 온도 분포는 열해석시에 얻어진 온도분포를 시간에 따라 내삽법을 사용하여 얻어냄으로써 계산시간 및 경비를 절약할 수가 있었다. 비정상상태의 열해석은 같은 격자모델을 가지고 별도의 열해석용 유한요소코드로 행해졌다. 열해석시 재료의 열적성질이 온도에 따라 변하고 또한 열부사도 고려되기 때문에 비선형 문제가 된다. 열해석에 있어서 방정식들의 시간에 따른 변화는 Crank-Nicolson알고리즘을 사용하여 해석하였고, 특정시간에서의 비선형 문제는 Newton-Raphson법을 사용하여 처리하였다.

2.1절에 보인 방정식들의 구조를 살펴보면 시간 변화율의 형태로 표시된 평형방정식들은 주어진 구성 방정식의 제약조건(constrained conditions)으로도 볼 수가 있을 것이다. 약화된 형태의 초기경계치 문제는 시간 t 의 주어진 구간에 있어서 아래와 같이 변위율의 장(displacement rate field) \dot{u} 를 구하는 문제로 귀착된다.

$$\int_{\Omega} E_{ijkl} \dot{u}_{k,l} w_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega} E_{ijkl} \alpha_{kl} \dot{T} w_{i,j} d\Omega = \int_{\Omega} E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{k,l}^n w_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega} b_i w_i d\Omega + \int_{\partial \Omega_2} t_i w_i ds \quad (14)$$

여기서 w 는 무게함수(weight function)이고 이 무게함수의 스페이스는 대상재료의 구성방정식의 형태에 따라 정해지게 된다. t_i 는 트래クション 벡터(traction vector)의 i 번째 성분이다.

유한요소로 수치해를 구하기 위해서

$$\dot{u}_i^h(x, t) = \sum_{j=1}^N \dot{u}_j^h(t) \phi_j(x)$$

$$w_i^h(x) = \sum_{j=1}^N w_j^h \phi_j(x) \quad (15)$$

와 같이 개략화 하는데 위에서 N 은 노드의 수이고 ϕ_j 는 형상함수(basis function)이다. 식 (15)를 이용하면 식 (14)는 매트릭스의 형태로

$$\int_{\Omega} B^T E B \dot{u}^* d\Omega = \int_{\Omega} B^T E \dot{\epsilon}^n d\Omega + \int_{\Omega} \Phi^T b d\Omega + \int_{\partial \Omega_2} B E \alpha T d\Omega + \int_{\partial \Omega_2} \Phi^T t ds$$

가 된다. 위에서 \dot{u}^* 는 격자 노드의 변위를 벡터이다. 본 연구에서 사용한 해법에 관한 알고리즘(solution algorithm)은 다음과 같다.

- (1) σ, Z_i, t 의 초기치 설정
- (2) 열해석 결과로부터 내삽법에 의해 시간 $t = t_n$ 에서의 온도분포를 얻어냄
- (3) 시간 $t = t_n$ 에서 $\dot{\epsilon}^n = f(\sigma, Z_k, T)$ 를 계산
- (4) 평형방정식을 풀어 $\dot{u}_n(t_n)$ 를 구함
- (5) $\dot{\epsilon}(t_n)$ 를 계산함.
- (6) $\dot{\epsilon}^e = \dot{\epsilon}(t_n) - \dot{\epsilon}^n$ 를 계산함
- (7) $\dot{\sigma}(t_n)$ 를 계산함
- (8) $\dot{Z}_i(t_n)$ 를 계산함
- (9) 시간 증분치 Δt 를 가지고 $\dot{\sigma}, \dot{Z}_i$ 를 시간에 대해 적분하여 $\sigma(t_{n+1}), Z_i(t_{n+1})$ 을 얻어냄.
- (10) 만일 $t_{n+1} = t_n + \Delta t < T$ 이면 (1)로 되돌아가
- (11) 멈춤

(9) 항에 나타나는 적분시 직접적분방식인 Forward Euler방법을 사용하였으며 이러한 경우에 구성방정식의 형태가 수학적으로 유연치 못하므로 시간증분치의 크기를 작게 하였다.

3. 단순보와 급격한 열하중의 구조물 해석

위에서 논의된 방법에 의해서 고전적인 구성방정식을 통해서는 해석이 어려웠던 재료거동의 여러가지 특성을 수치적으로 살필 수가 있다. 수치해석 예들은 이러한 구성방정식모델과 유한요소법의 적

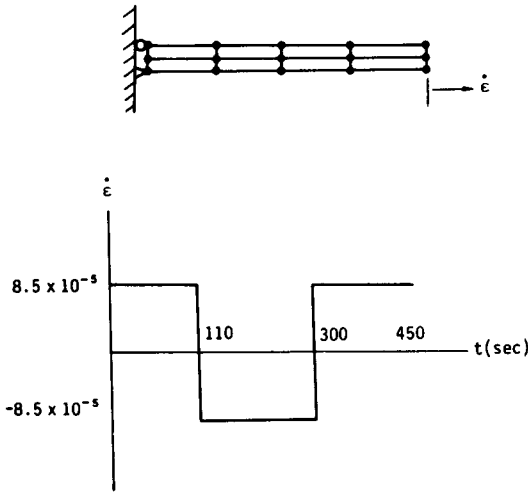


Fig. 1 A bar subjected to specified strain history.

용을 통해서 해석가능한 여러가지 재료의 특징적 거동을 보이기 위해 선택된 것들이다. 모든 경우에 있어서 온도해석에 사용된 격자모델과 구조해석에 사용된 격자모델은 동일하게 하였다.

Fig. 1은 첫번째 모델을 보여준다. 구조물의 온도는 균일하다고 보고 주어진 온도에서 주어진 바와 같은 변형도율의 변화를 가할 때의 보의 거동을 살피고자 한다. 사용된 재료는 가스터빈 날개에 사용되는 B 1900 Hf라 불리우는 합금이다. 재료의 노출 온도가 아주 높고 또한 온도범위도 크기 때문에 어느 특정한 온도에서의 응력-변형도 곡선을 나타내는 것은 의미가 없을 것이다. 수치해석을 위해서 구성방정식의 매개변수들에 사용된 값들은 아래와 같다.

- 온도에 무관한 상수값들

$$D_0 = 1.0 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1},$$

$$Z_1 = 3000 \text{MPa}, Z_3 = 1150 \text{MPa}, r_1 = r_2 = 2,$$

$$m_1 = 0.270 \text{MPa}^{-1}, m_2 = 0$$

- 온도에 의존하는 매개변수값들

Temp. T ($^{\circ}\text{C}$)	< 760	870	980	1090
n	1.055	1.03	0.85	0.70
$Z_2 = Z_0$ (MPa)	2700	2400	1900	1200
A_1 (sec^{-1})	0	0.0055	0.02	0.25
A_2 (sec^{-1})	0			

- 탄성계수

$$E = 1.987 \times 10^5 + 16.78 T - 0.1034 T^2 + 1.143$$

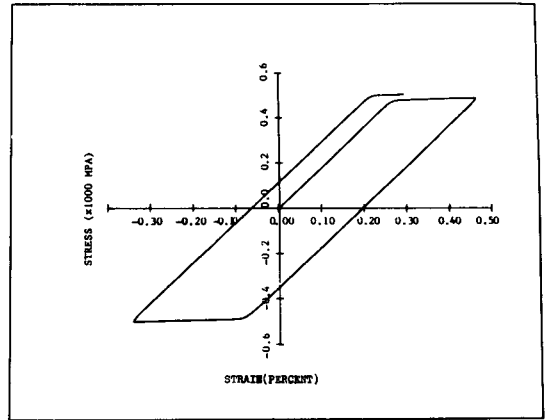
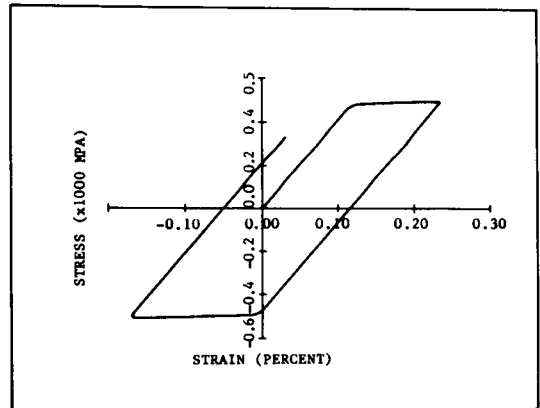
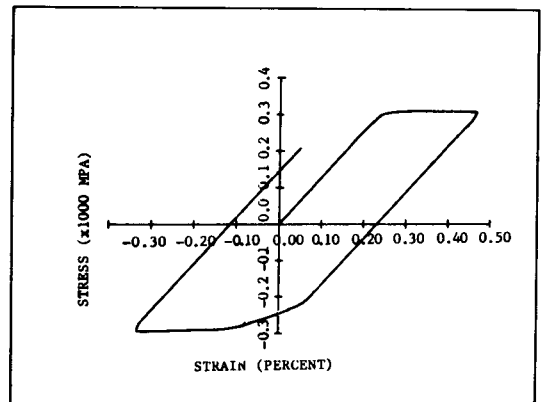


Fig. 2 The bar response at 1,500°R

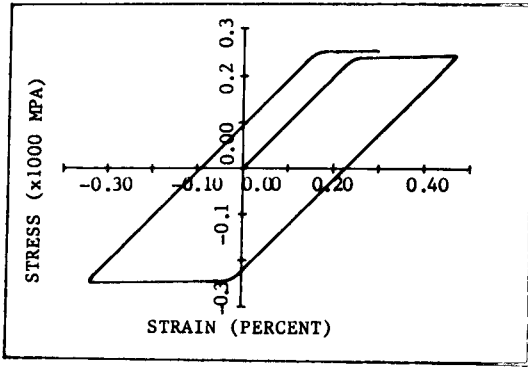


(a) Without directional hardening

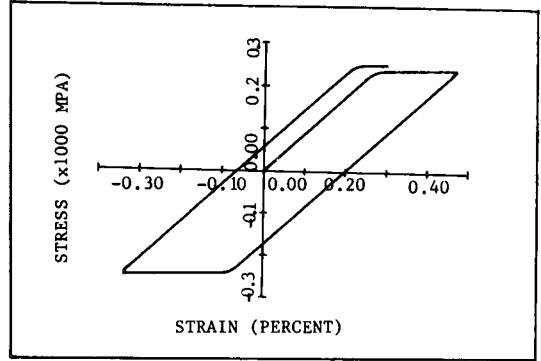


(b) With directional hardening

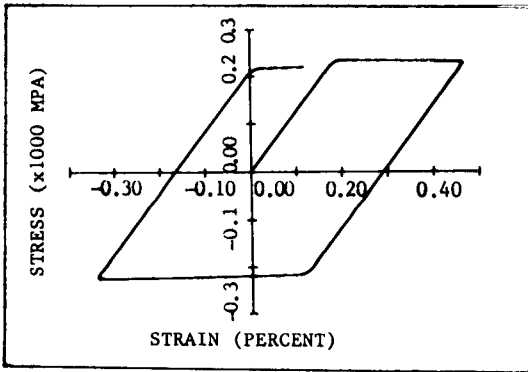
Fig. 3 The bar response at 2,200°R



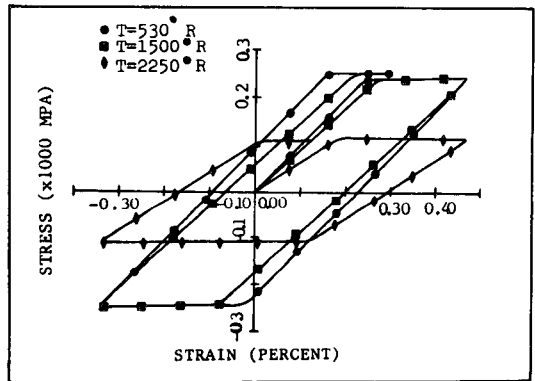
(a) Stress-strain, $T=530^{\circ}R$



(c) Stress-strain, $T=2,250^{\circ}R$



(b) Stress-strain, $T=1,500^{\circ}R$



(d) Comparative stress-strain curves

Fig. 4 The bar response at various bar temperatures.

$$\times 10^{-5} T^3 (\text{MPa})$$

$$G = 8.650 \times 10^4 - 17.58 T + 0.02321 T^2 - 3.464$$

$$\times 10^{-6} T^3 (\text{MPa})$$

위의 값들과 그 이외의 재료의 물성치에 관한 값들은 참고문헌 (4)와 (5)에서 취했다.

Fig. 2는 보의 온도가 $1500^{\circ}R$ 일때의 보의 반응을 계산한 결과이다. 보의 반응은 등방성 경화 (isotropic hardening)만을 고려한 경우이다.

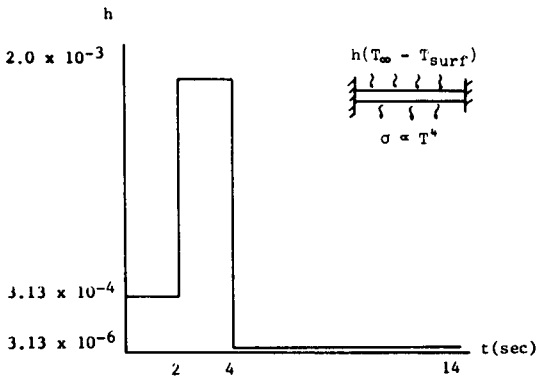
Fig. 3은 보의 온도가 $T=2200^{\circ}R$ 일때의 반응을 보이는데 방향성 경화를 고려한 경우에 압축에 의한 항복점 근처에서의 거동이 등방성 경화만을 고려한 경우와 상당한 차이가 있음을 보여주고 있다.

Fig. 4는 보의 온도가 보의 거동에 미치는 영향을 보여주고 있다. 온도가 $530^{\circ}R$ 에서 $1500^{\circ}R$, $2250^{\circ}R$ 로 증가됨에 따라 항복점의 크기가 떨어지고 초기탄성역에서의 탄성계수의 값이 감소함을 보이고 있다. 이러한 결과를 통해서 계산에 사용된

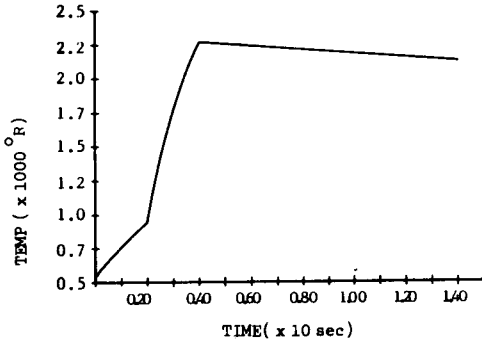
구성방정식이 온도에 대한 영향을 효과적으로 반영해 주고 있음을 알 수가 있다.

두번째 모델로는 대류열전달에 의한 가열을 받는 보의 열점소성 거동을 고찰하기 위한 문제가 선택되었다. 또한 복사열로 인하여 보의 주위에 열을 빼앗기고 있다고 보았다. 보내의 온도는 균일하게 처리되었으나 대류열전달계수가 시간에 따라 급격히 변화함으로써 보의 온도 역시 시간에 따라 변화하도록 하였다. 이러한 현상은 이동하고 있는 충격파의 이동로에서 나타나는 현상을 묘사한 것으로 볼 수 있다.

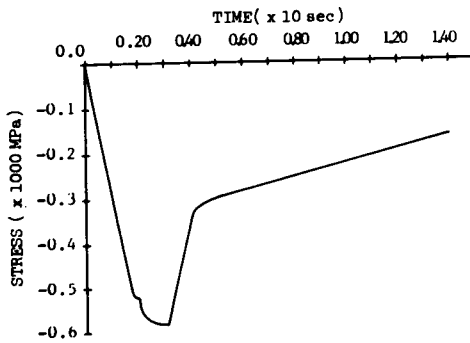
Fig. 5에 이러한 하중에 대한 반응으로써 시간에 따른 보내의 응력의 변화를 계산한 결과를 나타내었다. 응력의 변화를 살펴보면 고전적인 소성 모델에 의해서는 불가능하다고 볼 수 있는 현저한 가중율 의존효과 (rate-dependent effect)나 응력풀림 현상 등을 관찰할 수가 있다.



(a) Problem statement



(b) Temperature history



(c) Viscoplastic stress history

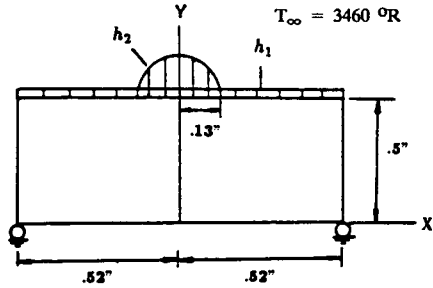
Fig. 5 Transient response of built-in bar subjected to severe transient heating.

위의 해석들은 동일 구성방정식을 유한요소법으로 사용함으로써 인해서 간단한 구조물 부재를 가지고 높은 온도에서 시간에 따르는 구조물이 거동을 이미 언급한 바와 같이 가중율효과, 크리프, 응력 풀림 등의 현상을 효과적으로 반영하면서 해석할

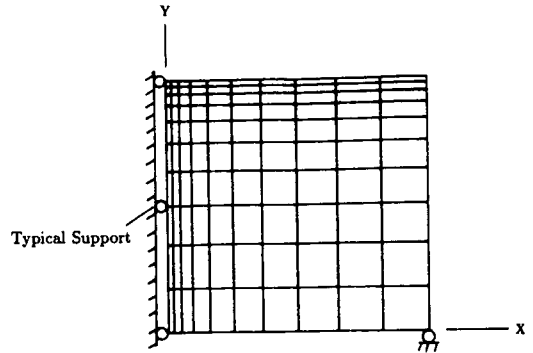
$$h_1 = 1.0 \times 10^{-3} \quad h = h_1(0 < t < 0.3)$$

$$h_2 = 4.5 \times 10^{-3} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{x}{0.13}\right) \quad h = h_1 + h_2(0.3 < t < 0.7)$$

$$T_\infty = 3460 \text{ }^\circ\text{R}$$



(a) Problem statement.

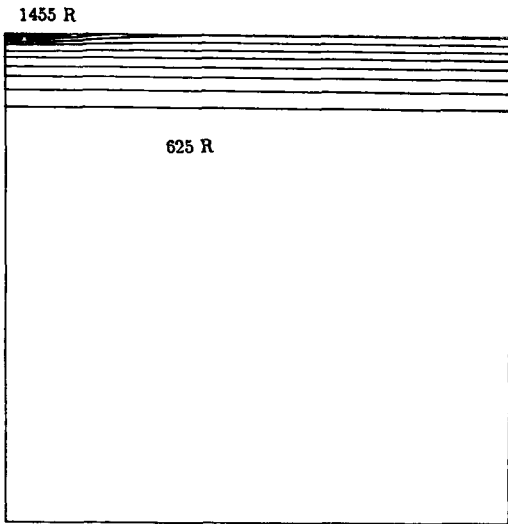


(b) Finite element model.

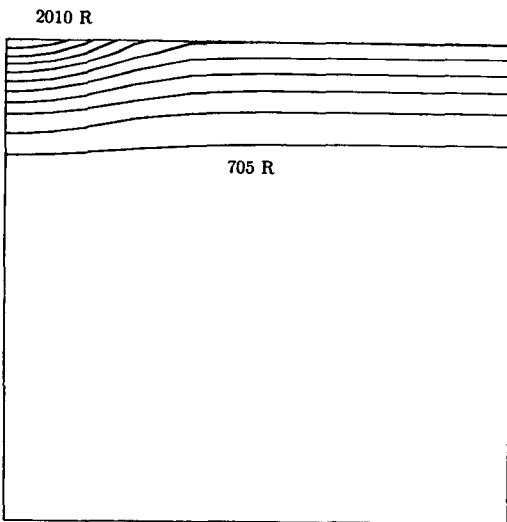
Fig. 6 A Structure subjected to thermal loading

수 있음을 보인 것이다.

다음은 시간에 따라 급격히 변하는 열적 하중을 국부적으로 받는 구조물에 대한 해석이다. 이를 통하여 단순한 정적상태에서의 소성변형에 대한 해석만이 아닌, 점성효과를 반영하여 문제를 해석함으로써 고온에서의 급속부재가 나타나는 시간에 의존하는 여러 물리적량과 거동을 효과적으로 해석할 수 있음을 보이고자 한다. 특히 응력의 시간에 따른 변화를 계산하고 하중이 가해지는 속도에 따른 응력증가와 그 이후의 풀림현상 등을 계산함으로써 실제의 점소성거동 해석의 유효성을 보이고자 한다. Fig. 6(a)은 재질이 B 1900 Hf의 합금인 급속부재가 시간에 따른 열적하중을 받고 있는 상태를 보인다. 이 부재는 한쪽면에 $0 < t < 0.3$ 초에서는 대류열전달계수 h_1 에 의해 외부로부터 열을 받고 있는 $0.3 < t < 0.7$ 초에서는 그림에서 보이는 바와 같이 국부적으로 h_1 보다 훨씬 큰 h_2 에 의한 추가적



(a) Temperature distribution at $t=0.32\text{sec}$



(b) Temperature distribution at $t=0.7\text{sec}$

Fig. 7 Transient thermal response

인 열을 받게 된다. Fig. 6(b)는 y 축에 대해 대칭인 모델의 1/2을 보인 유한요소법 모델이다. 급격한 열하중을 받는 부위에는 열해석 및 응력 해석의 정확성을 높이기 위하여 작은 요소들을 배치하였다. 물론 이 재료의 열적성질들은 온도에 의한 함수이다. Fig. 7(a)는 $t=0.32\text{초}$ 에서의 열해석 결과로 얻어진 온도 분포를 보이고 있고 Fig. 7(b)는 $t=0.70\text{초}$ 에서의 온도분포를 보인다. 국부적으로

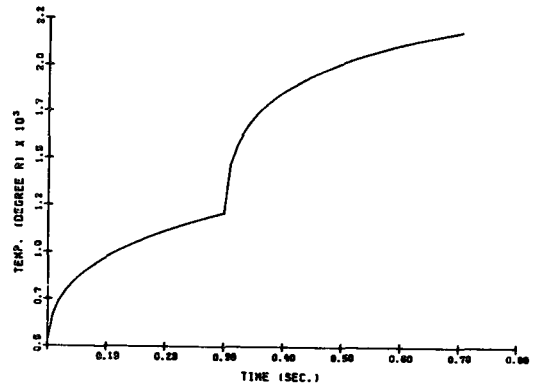
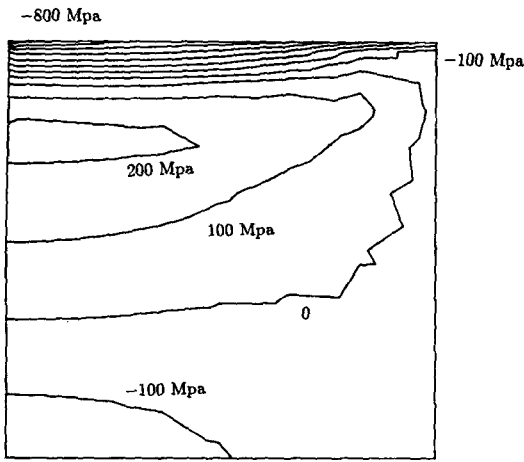
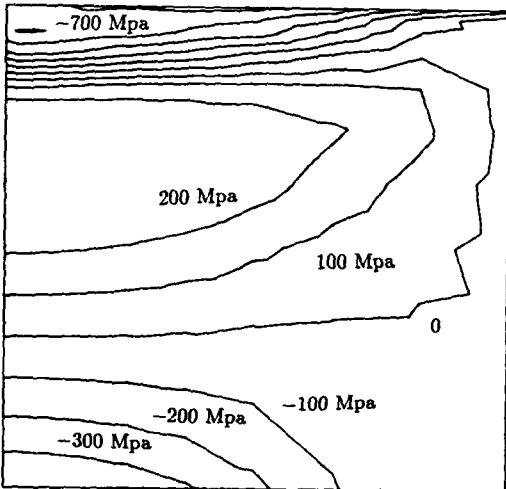


Fig. 8 Temperature history

상당히 고온인 2000°R 이상의 온도에 노출됨을 알 수 있다. 실제로 국부적으로 심한 가열을 받는 부분의 시간에 따른 온도변화 양상을 보이기 위해 $x=0$, $y=0.5$ 인 왼쪽 상단의 점에서의 시간에 따른 온도변화를 Fig. 8에 도시하였다. Fig. 8에서 알 수 있는 바와 같이 이 점에서의 온도는 0.3초 직후에 상당히 짧은 시간내에 2배 이상으로 급속히 증가하는 것을 볼 수가 있는데 이것은 급격한 열적하중의 증가로 볼 수가 있을 것이다. Fig. 9(a)와 (b)는 이러한 열적하중하에서 $t=0.32\text{초}$ 와 $t=0.7\text{초}$ 에 있어서 점소성 거동해석 결과로 얻어진 응력 분포를 보이고 있다. 전체적으로 보면 부재 상부의 열팽창으로 인한 전반적인 변형이 시간에 따라 증가하므로 $t=0.7\text{초}$ 에서 부재내의 응력정도가 대체로 $t=0.32\text{초}$ 에서 보다 높게 나타나 있으나 왼쪽 상단 부분만을 보면 오히려 $t=0.32\text{초}$ 에서의 응력이 $t=0.7\text{초}$ 보다 더 큰 값을 가지고 나타남을 알 수가 있다. 이는 Fig. 8에 나타난 바와 같이 이 점에서의 온도의 갑작스런 증가로 인한 가중율 효과로 보아야 할 것이다. $t=0.7\text{초}$ 에서 이점의 온도는 더 높은 값을 갖게 되지만 응력풀림 현상으로 인해 급격히 증가했던 응력치가 감소함을 알 수가 있다. 이러한 현상을 보다 정확하게 살펴보기 위하여 앞서와 같은 점에서 시간에 따라 응력이 변화하는 상태를 Fig. 10에 보인다. Fig. 10에서 알 수 있듯이 0.3초 직후에 응력치가 급격히 상승하고 그 이후에는 응력풀림 현상 등으로 응력치가 낮아지고 있다. Fig. 11은 이 부재내의 $t=0.7\text{초}$ 에 있어서 비탄성 변형 성분의 분포를 보이고 있어서 특정시간에서의 재료의 점소성 변형역을 나타내어 주고 있다. Fig.



(a) Stress contours, $t=0.32\text{sec.}$



(b) Stress contours, $t=0.7\text{sec.}$
Fig. 9 Viscoplastic stress response

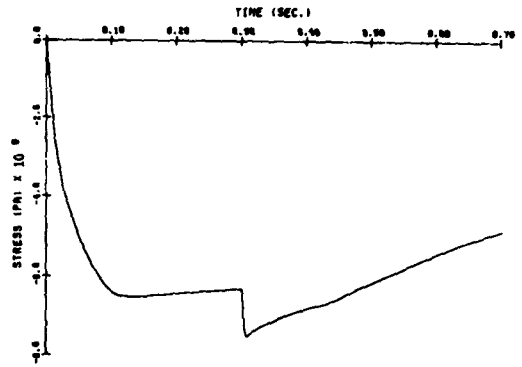


Fig. 10 Viscoplastic stress history

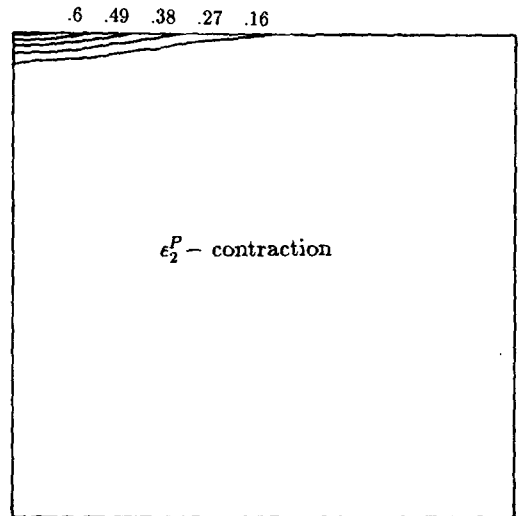
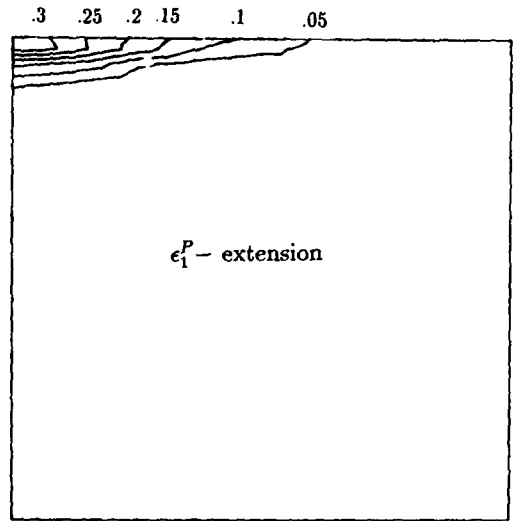


Fig. 11 Viscoplastic strain response

12는 $t=0.7$ 초에 있어서 부재의 변형된 모습을 보인다. 가열 개시후 충분한 시간이 지난후 부재의 윗쪽 부위에서 열변형으로 인한 전반적인 형상의 변화를 살필 수가 있다.

구조해석에 있어서 앞절에서도 언급한 바와 같이 직접적인 시간적분을 사용할 경우 시간의 증분치를 작게 하여야 하므로 예측-수정(predictor-corrector)방식의 적분 알고리즘을 사용하여 프로그램내에서 자동적으로 시간 증분치의 조절이 행해질 수 있도록 하면 계산시간을 많이 줄일 수 있을 것이다. 현재는 시간증분치가 클 경우 계산도중 수

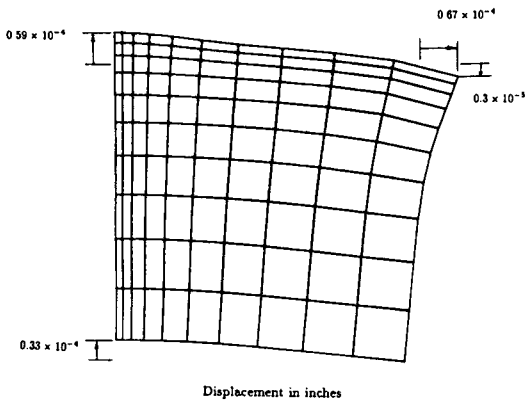


Fig. 12 Deformed structure

럼이 이루어지지 않아 시간증분치를 다시 작게 조절하여 처음부터 다시 시작하는 경우가 있어 시간적 손실이 문제가 되고 있다.

4. 결 론

이상에서 살펴본 바와 같이 시간에 따라 심한 온도변화를 겪는 구조물의 열점소성 거동을 통일구성방정식의 한 형태인 Bodner-Partom 모델을 유한요소법에 사용하여 적용함으로써 기존의 방법으로는 시간에 의존하는 크리프와 그렇지 않은 소성거동의 해석을 위해서 두개의 별도의 방정식 체계를 풀어야 하는데 이러한 문제점을 없애고 높은 온도에서의 구조물의 점소성 거동의 해석이 가능하였다. 간단한 예제들을 통하여 여러한 방법이 올바른 결과를 나타내어 줌을 볼 수 있었고 특히 점소성유동에 있어서의 여러 복잡한 현상, 즉 응력풀림(stress relaxation), 크리프, 가중률 효과(rate-dependent effect) 등을 효과적으로 처리할 수 있음을 알 수 있었다. 또한 시간에 따라 심한 변화를 보이는 열적하중을 받는 경우의 예제를 통해서 보다 복잡한 정도의 문제들에의 적용을 보였는데 비단 이러한 종류의 문제뿐 아니라 고온에 견디는 구조물의 거동에 일반적으로 적용되어질 수 있고 보일러 등에서 문제가 되는 균열 등의 해석에도 이용될 수가 있을 것이다.

참 고 문 헌

(1) Bodner, S.R. and Stouffer, D.C., 1983, "Comments

on Anisotropic Plastic Flow and Incompressibility", Int. J. Eng. Sci., Vol. 21, pp. 211~215.

(2) Krieg, R.D., Swearingen, J.C. and Rohde, R.W., "A Physically Based Internal State Variable Model for Rate Dependent Plasticity", Proceedings ASME/CSME PVP Conference, pp. 15~27.

(3) Robinson, D.N., 1978, "A Unified Creep-Plasticity Model for Structural Metals at High Temperatures", ORNL-TM-5969.

(4) Chan, K.S., Lindholm, U.S., Bodner, S.R., Hill, J.R., Weber, R.W., and Meyer, T.G., 1986, "Constitutive Modeling for Isotropic Materials", Third Annual Status Report, Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, NASA CR 179522.

(5) Chan, K.S., Lindholm, U.S., and Bodner, S.R., 1988, "Constitutive Modeling for Isotropic Materials", Final Report, Southwest Research Institute, NASA CR 182132.

(6) Krieg, R. D., Swearingen, J. C. and Rhode, R.W., "Inelastic Behavior of Pressure Vessel and Piping Components", ASME, New York, p. 15.

(7) Krieg, R. D., Swearingen, J. C. and Jones, W.B., 1987, "A Physically Based Internal Variable Model for Rate Dependent Plasticity", Chart.

(8) Miller, A. K., 1976, "An Inelastic Constitutive Model for Monotonic, Cyclic, and Creep Deformation", J. Eng. Mat. Technol., 98H, pp. 97~113.

(9) Miller, A.K. and Ziaai-Moayyed, A.A., 1982, "Some Critical Experimental Tests on MATMOD Equations with Respect to Directional Hardening and Cyclic Deformation", ASTM STP-765, pp. 202~222.

(10) Miller, A. K., Obabueki, A. and Lee, C. H., 1985, "Predicting the Special Growth Rates of Small Fatigue Cracks Using a Unified Model", Second Int. Conf. Small Fatigue Cracks, Santa Barbara, Calif, Jan.

(11) Bodner, S. R., 1968, "Constitutive Equations for Dynamic Material Behavior", Mechanical Behavior of Materials Under Dynamic Load, ed. U.S. Lindholm Springer-Verag, New York, pp. 176~190.

(12) Stouffer, D. C. and Bodner, S.R., 1979, "A Constitutive Model for the Deformation Induced Anisotropic Plastic Flow of Materials", Int. J. Eng. Sci., Vol. 17, pp. 757~764.

(13) Bodner, S.R., and Chan, K.S., 1986, "Modelling of Continuum Damage for Application in Elastic-Vicoplastic Constitutive Equations", J. Eng. Fract. Mech., Vol. 25, pp. 705~712.

(14) Korhonen, M.A., Keusseyan, R.L., Li, L.-X., and

Li, C.-Y., 1900 , “Novel Technique in Metal Deformation Testing”, ed. R.H. Wagoner, Metallurgical Society of AIME, Warrendale, Pennsylvania, pp. 275 ~284.

(15) Gittus, J.H., 1987, “The Mechanical Equation of State”, Unified constitutive Equations for Creep and Plasticity, ed. A.K. Miller, Elsevier, pp. 221~243.