大韓機械學會論文集 第15卷 第1號, pp. 201~208, 1991.

〈論 文〉

수직 균일 열유동하에 있는 접합 경계면 균열의 열응력세기계수 결정

이 강 용*·설 창 원**

(1990년 7월 30일 접수)

Determination of Thermal Stress Intensity Factors for the Interface Crack under Vertical Uniform Heat Flow

Kang Yong Lee and Chang Won Shul

Key Words: Elasticity(탄성), Thermal Stress(열응력), Bimaterial(접합재료), Interface Crack(경계면 균열), Thermal Stress Intensity Factor(열응력세기계수), Complex Variable Method(복소해석방법)

Abstract

In case that an interface crack exists in an infinite two-dimensional elastic bimaterial, the crack surface is insulated under traction free and the uniform heat flow vertical to the crack from infinte boundary is given. Temperature and stress potentials are obtained by using complex variable approach to solve Hilbert problems. The results are used to obtain thermal stress intensity factors. Only mode Ⅰ thermal stress intensity factor occurs in case of the homogeneous material. Otherwise, mode Ⅰ and Ⅱ thermal stress intensity factor is much smaller than one of mode Ⅱ.

1. 서 론

기계나 구조물의 설계에 응용될 수 있는 접합재료의 경계면에 존재하는 균열은 균일 열유동이 흐를때 균열 선단에서 급격한 온도구배가 발생하여 열응력에 의한 파괴가 발생한다. 그러므로 열유동하에있는 접합재료의 경계면 균열에 대한 열응력계수의 결정은 매우 중요하다.

접합재료(bimaterial)의 경계면균열 문제에서는 균질재료의 경우와는 달리 기하학적 불연속(geometric discontinuity)뿐만 아니라 물성치의 불연속(material discontinuity)에 의해서 열림형(mode Ⅰ)의 기계적 하중에서도 열림형(mode Ⅰ) 및 미끄름형(mode Ⅱ)의 응력세기계수가 동시에 존재하는 혼합형 응력상태를 이룬다.

기계적 경계조건하에서 접합재료의 경계면 균열에 대한 이론적 연구는 Williams[1]에 의해서 최초로 이루어졌고, 그 뒤에 Erdogan[2], England[3], Rice와 Sih[4]등도 Muskhelishvili[5]의 복소함수 이론을 도입하여 접합재료의 경계면균열 문제를 해석적으로 풀고자 했다. 그러나 Williams[1]와 England[3]는 파괴역학의 기본 매개변수인 응력세기계수에 대해서 언급하지 않았고, Erdogan[2]은 응력세기계수를 논하고 있지만 두 재료의 물성치의 불연속을 고려하지 않았다. Rice와 Sih[4]는 두 재료의 상호관계를 고려하고 균질재료까지도 해석할 수 있는 함축성있는 복소포텐셜을 유도하고, 무한체에

*정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과
**정회원, 연세대학교 대학원

서의 이론적 응력세기계수를 제시하였다. 이들의 결과는 Wang등[6]의 실험 결과로부터 그 타당성이 입증되었다. 그리고 Lee등[7]은 경계요소법 (boundary element method)에 의해 접합재료 및 균질재료 모두에서 적용되는 응력세기계수 결정에 관한 식을 제시하였다.

한편, 열응력에 대한 연구로서 Bogdanoff[8]는 정상온도분포(steady state temperature distribution)하에 있는 2차원 탄성체 내의 열응력을 구하기 위한 복소포텐셜 관계식을 제시하였다. Florence와 Goodier[9,10]는 균일 열유동(uniform heat flow)하에 있는 구와 원형 구멍에 대한 열응력 및 단열된 구멍(insulated ovaloid hole)에 대해 열 전위 개념 및 Muskhelishvili[5]의 복소포텐셜 관계식을 이용하여 열응력을 구하였다. Sih[11]는 Florence의 해석 결과로부터 2차원 탄성체 내의 균열선단에서의 열응력장이 Irwin이 제시한 기계적 하중하의 형태와 동일함을 보이고 단열된 Griffith 균열선단에서의 열응력세기계수를 구하였다. Sekine[12]는 균일 열유동을 받는 2차원 반무한체(semi-infinite body) 내에 있는 Griffith균열에 대한 열응력세기계수를 전위개념과 복소함수 방법론을 이용하여 수치해로 얻었다. Sumi[13]는 정상온도분포를 갖는 유한직각평판내의 Griffith균열에 대한 열응력세기계수를 수정사상배열방법(modified mapping collocation method) 및 복소함수방법론을 이용하여 수치해로 구하였다.

균일 열유동하에서 접합재료의 경계면 균열에 대한 문제는 Brown과 Erdogan[14]이 일련의 직렬 균열에 대해 응력분포를 제시했으나 열응력세기계수에 대한 구체적 결과를 제시해주지 못하고 있다. 한편 Bregman과 Kassir[15]는 동전형 균열(penny shaped crack)에 대해서, Takakuda[16]는 축대칭 외부접합균열(axisymmetric external interface crack)에 대해서 Muskhelishvili[15]의 복소함수론을 이용하여 접합재료의 열응력세기계수에 관한식을 제시하였다. Sumi등[17,18]은 이층장방형 유한평판내의 중앙균열과 모서리균열에 대해서 열응력세기계수를 수치해로 근사적으로 구했다. 그러나 이상의 연구결과에서 보듯이 접합 경계면상의 단열된 중앙균열에 대한 열응력 세기계수가 이론적으로 제시되어 있지 않다.

그러므로 본 연구에서는 균일 열유동이 접합면에 수직으로 흐르고 접합 경계면 균열의 열경계조건이 단열되어 있는 경우에 균질 및 접합재료 모두에 적용될 수 있는 열응세기계수를 복소해석방법을 이용하여 구하고자 한다.

2. 복소해석방법에 의한 열응력세기계수 결정

2.1 문제설정 및 기본방정식

Fig. 1에서 보듯이 무한 접합재의 경계면에 트랙션이 없고 단열된 길이 2a의 균열이있고 무한경계에서 y방향으로 균일열유동 Q가 주어지며, 균열의 중심을 원점에 두고 접합면을 x축으로 한 직각좌표(x, y)를 채택한다.

여기서 μ는 횡탄성계수, α는 열팽창계수, k는 열전도계수, ν는 프와송비, 하첨자 2와 1은 각각 상층영역(S^+)과 하층영역(S^-)을 의미한다.

이 모델에 대한 열경계조건과 기계적경계조건은 다음과 같다.

$$k_2\frac{\partial T_2}{\partial y}=k_1\frac{\partial T_1}{\partial y}\equiv 0 \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{1}$$

$$k_2\frac{\partial T_2}{\partial y}=k_1\frac{\partial T_1}{\partial y} \quad (|x|>a,\ y=0) \tag{2}$$

$$T_2=T_1 \quad (|x|>a,\ y=0) \tag{3}$$

$$-k_2\frac{\partial T_2}{\partial y}=Q \quad (y=\infty) \tag{4}$$

$$\sigma_{2yy}-i\sigma_{2xy}=\sigma_{1yy}-i\sigma_{1xy}\equiv 0 \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{5}$$

$$\sigma_{2yy}-i\sigma_{2xy}=\sigma_{1yy}-i\sigma_{1xy} \quad (|x|>a,\ y=0) \tag{6}$$

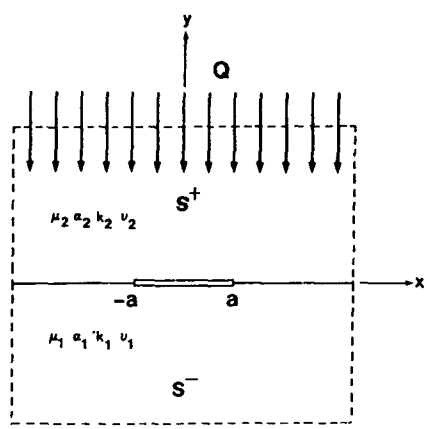


Fig. 1 A center crack on the interface of two bonded dissimilar half-planes subjected to the vertical uniform heat flow

$$u_{2x}+iu_{2y}=u_{1x}+iu_{1y} \quad (|x|>a,\ y=0) \tag{7}$$

여기서 T는 Laplace방정식을 만족하는 온도분포이며, σ는 응력, u는 변위, $i=\sqrt{-1}$이다.

온도와 Bogdanoff[8]의 2차원 정상온도상태에서의 응력과 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$T_j=R_e\{\Omega_j(z)\} \tag{8}$$

$$\sigma_{jxx}+\sigma_{jyy}=4R_e\{\Phi_j'(z)\} \tag{9}$$

$$\sigma_{jyy}-i\sigma_{jxy}=\Phi_j'(z)+\overline{\Phi_j'(z)} +z\overline{\Phi_j''(z)}+\overline{\Psi_j''(z)} \tag{10}$$

$$2\mu_j(u_{jx}+iu_{jy})=\kappa_j\Phi_j(z)-z\overline{\Phi_j'(z)}-\overline{\Psi_j'(z)} +2\mu_j\alpha_j\int\Omega_j(z)dz \tag{11}$$

여기서

$$\kappa_j\equiv\begin{cases}3-4\nu_j & (\text{평면변형률상태})\\ (3-\nu_j)/(1+\nu_j) & (\text{평면응력상태})\end{cases} \tag{12}$$

$\Omega(z)$는 복소온도포텐셜, $\Phi(z)$와 $\Psi(z)$는 Muskhelishvili의 복소포텐셜함수, '은 일계미분, z는 복소변수이고 $j=1,\ 2$이다.

주어진 경계조건을 만족하는 Hibert문제는 다음과 같이 표현된다[17].

$$f'^{+}(x)-f'^{-}(x)=0 \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{13}$$

$$g'^{+}(x)+g'^{-}(x)=0 \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{14}$$

$$\theta'^{+}(x)-\theta'^{-}(x)=0 \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{15}$$

$$\omega'^{+}(x)+\beta\omega'^{-}(x)=2\mu_1\mu_2\{\alpha_2\Omega_2(x)+\beta\alpha_1\Omega_1(x)\} \quad (-a\le x\le a,\ y=0) \tag{16}$$

여기서

$$\Omega_2'(z)=\frac{1}{k_1+k_2}\{k_1g'(z)+f'(z)\} \tag{17}$$

$$\Omega_1'(z)=\frac{1}{k_1+k_2}\{k_2g'(z)+f'(z)\} \tag{18}$$

$$\beta=\frac{\mu_2+\mu_1\kappa_2}{\mu_1+\mu_2\kappa_1} \tag{19}$$

$$\omega'(z)=\chi'(z)+\frac{\mu_2}{1+\beta}(1-\beta\kappa_1)\theta'(z) \tag{20}$$

$$\theta'(z)\equiv\Phi_2'(z)-\overline{\Phi}_1'(z)-z\overline{\Phi}_1''(z)-\overline{\Psi}_1''(z) \quad (z\in S^+) \tag{21}$$

$$\theta'(z)\equiv\Phi_1'(z)-\overline{\Phi}_2'(z)-z\overline{\Phi}_2''(z)-\overline{\Psi}_2'' \quad (z\in S^-) \tag{22}$$

$$\chi'(z)\equiv\mu_1\kappa_2\Phi_2'(z)+\mu_2\overline{\Phi}_1'(z)+\mu_2z\overline{\Phi}_1''(z) +\mu_2\overline{\Psi}_1''(z) \quad (z\in S^+) \tag{23}$$

$$\chi'(z)\equiv\mu_2\kappa_1\Phi_1'(z)+\mu_1\overline{\Phi}_2'(z)+\mu_1z\overline{\Phi}_2''(z) +\mu_1\overline{\Psi}_2''(z) \quad (z\in S^-) \tag{23}$$

접합경계면에서 온도가 일가(single value)가 되기 위한 조건과 변위가 일가가 되기 위한 조건은 각각 다음과 같이 주어진다[17].

$$\int_{-a}^{a}\{g'^{+}(x)-\bar{g}'^{+}(x)\}dx=0 \tag{25}$$

$$\int_{-a}^{a}[(1+\beta)\omega'^{+}(x)-2\mu_1\mu_2\{\alpha_2\Omega_2(x) +\beta\alpha_1\Omega_1(x)\}]dx=0 \tag{26}$$

응력을 $\theta'(z)$와 $\omega'(z)$의 함수로 표현하면 다음과 같다[17].

$$\sigma_{2yy}-i\sigma_{2xy}=\frac{1}{\mu_2+\mu_1\kappa_2}\Big[\frac{\mu_2\beta(1+\kappa_1)}{1+\beta} \{\theta'(z)-\theta'(\bar{z})+(z-\bar{z})\overline{\theta''(z)}\} +\{\omega'(z)+\beta\omega'(\bar{z})+(z-\bar{z})\overline{\omega''(z)}\} -2\mu_1\mu_2\{\alpha_2\Omega_2(z)+\beta\alpha_1\Omega_1(\bar{z}) +(z-\bar{z})\alpha_2\overline{\Omega_2'(z)}\}\Big] \tag{27}$$

$$\sigma_{1yy}-i\sigma_{1xy}=\frac{1}{\mu_1+\mu_2\kappa_1}\Big[\frac{1}{1+\beta}(\mu_1+\mu_1\beta-\mu_2 +\mu_2\beta\kappa_1)\{\theta'(z)-\theta'(\bar{z}) +(z-\bar{z})\overline{\theta''(z)}\} +\Big\{\omega'(z)+\frac{1}{\beta}\omega'(\bar{z})+(z-\bar{z})\overline{\omega''(z)}\Big\} -2\mu_1\mu_2\Big\{\alpha_1\Omega_1(z)+\frac{1}{\beta}\alpha_2\Omega_2(\bar{z}) +(z-\bar{z})\alpha_1\overline{\Omega_1'(z)}\Big\}\Big] \tag{28}$$

2.2 Hirbert 문제의 해

복소온도포텐셜 $\Omega(z)$를 구하기 위하여 구분정칙함수 $f'(z)$와 $g'(z)$에 대한 Hilbert 문제(13), (14)의 해를 구하여야 한다.

식 (13)을 만족하는 $f'(z)$는 경계면과 균열면을 포함한 전 영역에서 정칙이므로 다음과 같이 주어진다.

$$f'(z)=\sum_{m=0}^{\infty}B_mz^m \tag{29}$$

한편 식 (14)를 만족하는 $g'(z)$는 Muskhelishvili[5]의 복소해석방법에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$g'(z)=X(z)P_n(z) \tag{30}$$

여기서

$$X(z)=(z+a)^{-\frac{1}{2}}(z-a)^{-\frac{1}{2}} \tag{31}$$

$$\lim_{|z|\to\infty} zX(z)=1 \tag{32}$$

$$P_n(z)=\sum_{r=0}^{n} C_r z^r \tag{33}$$

계수 B_m, C_n은 온도가 일가가 되기 위한 조건 및 외부의 열경계조건에 의해 결정된다. Plemelj함수 $X(z)$는 균열의 양 끝점 $-a$, a에서 분지점(branch point)을 갖고. 분지 절단선을 통해서 일가이면서 균열을 제외한 영역에서 정칙인 함수이다. 무한 경계에서 y방향의 열유동 Q만 존재하므로 구분 정칙함수 $f'(z)$는 다음 조건을 만족한다.

$$\lim_{|z|\to\infty} f'(z)=0 \tag{34}$$

식 (34)의 결과와 $f'(z)$가 전영역에서 정칙이라는 사실로 부터

$$f'(z)=0 \tag{35}$$

복소온도포텐셜의 세기 식 (17), (18)은 식 (30)과 (35)에 의해서 다음과 같이 구해진다.

$$\Omega_2'(z)=\frac{k_1}{k_1+k_2}\frac{P_n(z)}{\sqrt{z^2-a^2}} \tag{36}$$

$$\Omega_1'(z)=\frac{k_2}{k_1+k_2}\frac{P_n(z)}{\sqrt{z^2-a^2}} \tag{37}$$

식 (36)과 (37)은 무한 경계에서 유한한값(finite value)을 주어야 하므로 다항식 $P_n(z)$는 다음과 같다.

$$P_n(z)=C_0+C_1 z \tag{38}$$

무한 경계에서는 y방향의 열유동 Q만 흐르므로 C_1은 다음과 같다.

$$C_1=i\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}Q \tag{39}$$

계수 C_0를 결정하기 위해서는 식 (30)을 식 (25)에 대입하면 다음과 같다.

$$C_0=\overline{C_0} \tag{40}$$

온도는 y축에 대해서 대칭이므로 계수 C_0는 다음과 같다.

$$C_0=0 \tag{41}$$

식 (39)와 식 (41)의 결과를 복소온도포텐셜 세기 식 (36)과 (37)에 대입하고 적분하면 다음과 같은 복소온도포텐셜을 구할 수 있다.

$$\Omega_2(z)=i\frac{Q}{k_2}\sqrt{z^2-a^2} \tag{42}$$

$$\Omega_1(z)=i\frac{Q}{k_1}\sqrt{z^2-a^2} \tag{43}$$

응력분포를 구하기위해서는 구분정칙함수 $\theta'(z)$와 $\omega'(z)$의 Hilbert문제 식 (15), (16)의 해를 구하여야 한다. 식 (15)를 만족하는 $\theta'(z)$는 균열면과 경계면을 포함한 전 영역에서 정칙이므로 다음과 같이 주어진다.

$$\theta'(z)=\sum_{p=0}^{\infty} D_p z^p \tag{44}$$

한편, 식 (16)의 Hilbert 문제의 해 $\omega'(z)$는 Muskhelishvili[5]의 복소해석방법에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\omega'(z)=\frac{X_0(z)}{2\pi i}\int_{-a}^{a}\frac{F(x)}{(x-a)X_0^+(x)}dx + X_0(z)Q_s(z) \tag{45}$$

여기서

$$X_0(z)=\left(\frac{z+a}{z-a}\right)^{i\gamma_0}\frac{1}{\sqrt{z^2-a^2}} \tag{46}$$

$$\gamma_0=\frac{\ln\beta}{2\pi} \tag{47}$$

$$\lim_{|z|\to\infty} zX_0(z)=1 \tag{48}$$

$$F(x)=2i\mu_1\mu_2 Q\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)\sqrt{x^2-a^2} \tag{49}$$

$$Q_s(z)=\sum_{r=0}^{s} E_r z^r \tag{50}$$

다항식의 계수 D_p, E_s는 변위가 일가가 되기위한 조건 및 외부 경계조건에 의해서 결정된다. $X_0(z)$는 Plemelj함수이다. 무한경계에서 트랙션과 회전성분이 없다고 하면 Muskhelishvili의 복소 포텐셜 $\Phi_j'(z)$와 $\Psi_j''(z)$은 다음 조건을 만족한다.

$$\lim_{|z|\to\infty} \Phi_j'(z)=0 \tag{51}$$

$$\lim_{|z|\to\infty} \Psi_j''(z)=0 \tag{52}$$

따라서 구분정칙함수 $\theta'(z)$와 $\omega'(z)$는 무한 경계에서 다음 조건을 만족한다.

$$\lim_{|z|\to\infty} \theta'(z)=0 \tag{53}$$

$$\lim_{|z|\to\infty} \omega'(z)=0 \tag{54}$$

$\theta'(z)$는 식 (53)과 전 영역에서 정칙일 조건을 모두 만족하려면 영이되어야 한다. 큰 $|z|$값에 대해서 다음을 만족한다.

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-a}^{a}\frac{F(x)}{(x-z)X_0^+(x)}dx=-\frac{A_1}{z}-\frac{A_2}{z^2}-\cdots \tag{55}$$

여기서

$$A_t=\frac{1}{2\pi i}\int_{-a}^{a}\frac{X^{t-1}F(x)}{X_0^+(x)}dx \quad (t=1, 2,\cdots) \tag{56}$$

그러므로 식 (45)의 선적분 항은 다음식을 만족한다.

$$\lim_{|z|\to\infty}\frac{X_0(z)}{2\pi i}\int_{-a}^{a}\frac{F(x)}{(x-z)X_0^+(x)}dx=0 \tag{57}$$

구분정칙함수 $\omega'(z)$가 식 (54)의 조건을 만족하기 위해서는 $Q_s(z)$는 다음과 같아야 한다.

$$Q_s=E_0 \tag{58}$$

식 (45)의 선적분을 계산하기 위해 다음과 같이 균열 주위의 폐경로 적분으로 전환할 수 있다.

$$\int_{-a}^{a}\frac{F(x)}{(x-z)X_0^+(x)}dx=\frac{1}{1+\beta}\int_{c}\frac{F(\zeta)}{(\zeta-z)X_0(\zeta)}d\zeta \tag{59}$$

식 (59)의 경로적분은 Cauchy의 적분정리를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\int_{c}\frac{F(\zeta)}{(\zeta-z)X_0^+(\zeta)}d\zeta=2\pi i\frac{F(z)}{X_0(z)}-\int_{c_\infty}\frac{F(\zeta)}{(\zeta-z)X_0(\zeta)}d\zeta \tag{60}$$

여기서 C_∞는 무한 폐경로이다.

식 (60)의 무한 경계에서의 경로 적분을 수행하므로서 식 (45)는 다음과 같이 된다.

$$\omega'(z)=\frac{1}{1+\beta}\left\{F(z)-2i\mu_1\mu_2Q\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)X_0(z)(z^2-a^2-2\gamma_0^2a^2-2i\gamma_0az)\right\}+X_0(z)E_0 \tag{61}$$

계수 E_0를 구하기 위해 식 (26)에 식 (61)을 대입하면 다음관계식을 얻는다.

$$2i\mu_1\mu_2Q\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)\int_{-a}^{a}X_0^+(x)\{(x^2-a^2-2\gamma_0^2a^2-2i\gamma_0ax)-(1+\beta)E_0\}dx=0 \tag{62}$$

식 (62)를 경로적분으로 전환하여 풀면 E_0는 다음과 같다.

$$E_0=-i\mu_1\mu_2Qa^2\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right) \tag{63}$$

접합 경계면상에서의 응력을 구하기 위해 식 (27)에 $\theta'(z)$가 영이라는 결과와 $\omega'(z)$의 결과식을 대입하면 접합 경계면상에서 다음과 같은 응력분포식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_{2yy}-i\sigma_{2xy}=\frac{-2i\mu_1\mu_2Q}{\mu_2+\mu_1\kappa_2}\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^{i\gamma_0}\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\cdot\left(x^2-\frac{1}{2}a^2-2\gamma_0^2a^2-2i\gamma_0ax\right) \tag{64}$$

2.3 열응력세기계수의 결정

접합경계면상에 응력분포식이 주어졌을 때 응력세기계수식은 다음과 같다[19].

$$K_I-iK_{II}=\lim_{r\to0}2\sqrt{2\pi}\left(\frac{1}{e^{\pi\gamma_0}+e^{-\pi\gamma_0}}\right)r^{\frac{1}{2}+i\gamma_0}(\sigma_{yy}-i\sigma_{xy}) \tag{65}$$

여기서 K_I과 K_{II}는 각가 모드 I과 II의 열응력세기계수이고, r은 균열선단으로 부터의 거리이다.

식 (64)의 응력분포식을 식 (65)에 적용하면 다음과 같은 열응력세기계수식을 얻는다.

$$K_I-iK_{II}=\frac{-2\mu_1\mu_2Q}{\mu_2+\mu_1\kappa_2}\left(\frac{\alpha_2}{k_2}+\beta\frac{\alpha_1}{k_1}\right)\frac{a\sqrt{\pi a}}{\cosh(\pi\gamma_0)}\{\cos(\gamma_0\ln 2a)+i\sin(\gamma_0\ln 2a)\}\{2\gamma_0+i\left(\frac{1}{2}-2\gamma_0^2\right)\} \tag{66}$$

3. 검 토

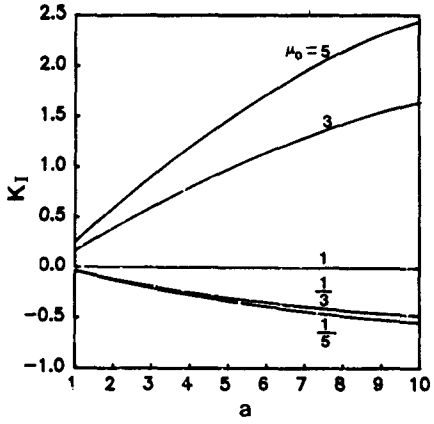
균질재료인 경우는 식 (19)와 식 (47)에서 정의한 β와 γ_0는 각각 1, 0이 된다. 그러므로 식 (66)의 열응력세기계수식은 다음과 같다.

$$K_I=0 \tag{67}$$

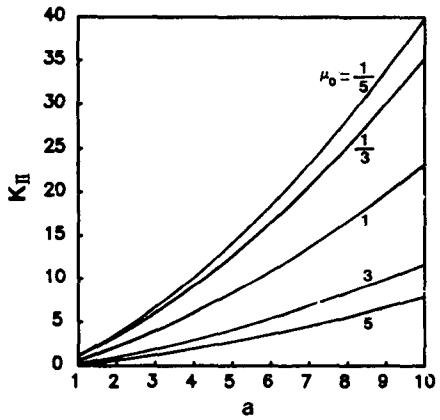
$$K_{II}=\frac{2\alpha\mu\sqrt{\pi}}{k(1+\kappa)}Q_a^{\frac{3}{2}} \tag{68}$$

식 (67)과 식 (68)은 균질재료에서 단열된 균열면에 수직인 방향의 열유동이 있을때의 Sih[11]의 결과와 일치한다.

Fig. 2부터 Fig. 5의 결과는 평면 변형률 상태에



(a)



(b)

Fig. 2 Variation of thermal stress intensity factors K_I and K_{II} with the ratio of shear modulus μ_0 and crack length a in case of $\alpha_0=1$, $k_0=1$, (a) K_I and (b) K_{II}

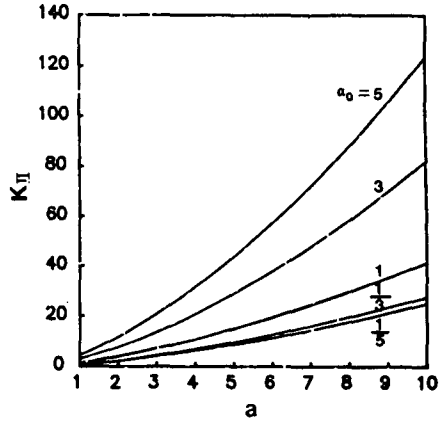


Fig. 3 Variation of thermal stress intensity factor K_{II} with the ratio of thermal expansion coefficient α_0 and crack length a in case of $\mu_0=1$, $k_0=1$, $\nu_0=1$

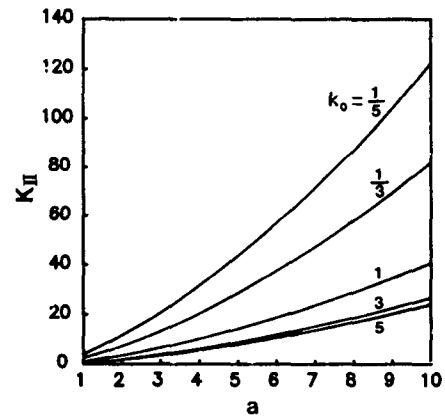


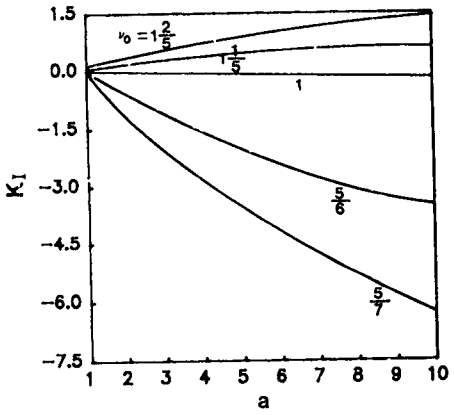
Fig. 4 Variation of thermal stress intensity factor K_{II} with the ratio of thermal conductivity k_0 and crack length a in case of $\mu_0=1$, $\alpha_0=1$, $\nu_0=1$

서 접합재료에 대한 결과를 보여주고 있다.

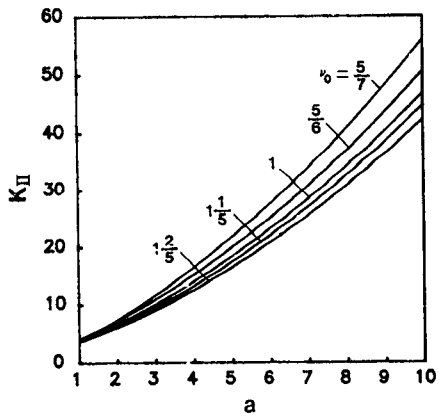
Fig. 2(a)와 (b)는 $\alpha_0(\equiv\alpha_2/\alpha_1)$, $k_0(\equiv k_2/k_1)$, $\nu_0(\equiv\nu_2/\nu_1)$을 각각 1로 고정시키고 횡탄성 계수비 $\mu_0(\equiv\mu_2/\mu_1)$만 변화시켰을 때 균열 길이에 대한 열응력세기계수의 변화를 나타내고 있다. 여기서 열림형 열응력세기계수는 μ_0가 커질수록 증가하고, 미끄름형 열응력세기계수는 μ_0가 커질수록 감소하며, 열림형 열응력 세기계수는 미끄름형 열응력 세기계수에 비해서 매우 작은 값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 균일 열유동하의 접합경계면상의 동전형 균열(poenney shaped crack)의 문제[15]와 동일한 경향이다.

Fig. 3은 μ_0, k_0, ν_0을 각각 1로 고정시키고, 열팽창 계수비 α_0만 변화시켰을때 균열 길이에 대한 열응력세기계수의 변화를 나타내주고 있다. 이 경우에는 열림형 열응력세기계수는 생기지 않고, α_0가 증가할수록 미끄름형 열응력세기계수는 증가한다.

Fig. 4는 μ_0, α_0, ν_0을 각각 1로 고정하고, 열전도계수비 k_0만 변화시켰을때 균열 길이에 대한 열응력세기계수의 변화를 나타내주고 있다. 이 경우에도 열림형 열응력세기계수는 생기지 않고, k_0가



(a)



(b)

Fig. 5 Variation of thermal stress intensity factors K_I and K_{II} with the ratio of the Poisson's ratio ν_0 and crack length a in case of $\mu_0=1$, $\alpha_0=1$, $k_0=1$, (a) K_I and (b) K_{II}

증가할수록 미끄름형 열응력세기계수는 감소한다.

Fig. 5(a), (b)는 μ_0, α_0, k_0을 각각 1로 고정하고, 프와송의 비 ν_0만 변화시켰을 때 균열 길이에 대한 열응력세기계수의 변화를 나타내주고 있다. 여기서 ν_0가 증가 할수록 열림형 열응력세기계수는 증가하고, 미끄럼형 열응력세기계수는 감소함을 함을 알수 있다. 또한 열림형 열응력세기 계수가 미끄름형 열응력세기계수에 비해 매우 작은 값임을 나타내 주고 있다.

4. 결 론

무한 2차원 탄성 접합재료의 경계면상에 단열이고, 트랙션이 없는 균열에 수직으로 균일 열유동이 가해진 경우에 대한 열응력세기계수를 Hilber문제로 해석하여 구하였다.

결과식으로 부터 횡탄성계수와 프와송비값이 같은 접합재료인 경우에는 열팽창계수와 열전도계수가 서로 다른 접합재료인 경우에도 미끄름형 열응력세기계수만 존재하는 것을 알 수 있다.

한편, 횡탄성계수와 프와송비 값이 서로 다른 접합재료인 경우에 나타나는 열림형 열응력세기계수는 미끄름형 열응력세기계수에 비해 그 크기가 미약하다.

참 고 문 헌

(1) Williams, M.L., 1959, "The Stresses Around a Fault or Crack in Dissimilar Media", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 49, pp. 199~204.

(2) Erdogan, F., 1963, "Stress Distribution in a Non-homogeneous Elastic Plane with Cracks", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 30, pp. 232~236.

(3) England, A.H., 1965, "A Crack Between Dissimilar Media", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 32, pp. 400~402.

(4) Rice, J.R. and Sih, G.C., 1965, "A Crack Between Dissimilar Media", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 32, pp. 418~423.

(5) Muskhelishvili, N.I., 1963, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff Int. Publishing Company.

(6) Wang, T.T., Kwei, T.K. and Zupko, H. M., 1970, "Tensile Strength of Butt-Joined Epoxy-Aluminum Plates", Int. J. Fract. Mech., Vol. 6, No. 2, pp. 127~137.

(7) Lee, K.Y. and Choi, H.J., 1988, "Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Bimatrial Interface Cracks", Engng. Fract. Mech., Vol. 29, No. 4., pp. 461~472.

(8) Bogdanoff, J.L., 1954, "Note on Thermal Stress", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 21, p. 88.

(9) Florence, A.L. and Goodier, J.N., 1959, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 81, pp. 293~294.

(10) Florence, A.L. and Goodier, J.N., 1960, "Thermal Stress due to Disturbance of Uniform Heat Flow by Insulated Ovaloid Hole", Trans. ASME, J. Appl.

Mech., Vol. 27, pp. 635~639.

(11) Sih, G.C., 1962, "On the Singular Character of Thermal Stresses near a Crack Tip", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 29, pp. 587~589.

(12) Sekine, H., 1974, "Thermal Stress Singularities at Tips of a Crack in a Semi-Infinite Medium under Uniform Heat Flow", Engng. Fract. Mech., Vol. 10, No. 1, pp. 713~729.

(13) Sumi, N.B., 1980, "Thermal Stress Singularities at Tips of a Griffith Crack in a Finite Rectangular Plate", Nuclear Engineering & Design, Vol. 60, pp. 389~394.

(14) Brown, E.J. and Erdogan, F., 1968, "Thermal Stress in Bounded Materials Containing Cuts on the Interface", Int. J. Engng. Sci., Vol. 6, pp. 87~98.

(15) Bregman, A.M. and Kassir, M.K., 1975, "Thermal Fracture of Bonded Dissimilar Media Containing a Penny Shaped Crack," Int. J. Fract., Vol. 10, pp. 87~98.

(16) Takakuda, K., 1984, "Steady State Thermal Stresses in a Bonded Dissimilar Medium with an External Crack on the Interface", Buletine of JSME, Vol. 27, No. 234, December, pp. 2643~2650.

(17) 須見尙文, 1986, "界面き裂を有する二層長方形板の正常熱應力ね", 日本機械學會論文集(A編), 第52卷, 第473號, pp. 13~18.

(18) 須見尙文と上田整, 1989, "界面端き裂を有する二層有限板正常熱應力", 日本機械學會論文集(A編), 第55卷, 第519號, pp. 2325~2329.

(19) 中西博, 馬用省吾, 赤崎康, 鈴木惠, 1986, "圓形介在物の界面はく離應力擴大係數," 日本機械學會 論文集(A編), 第52卷, 第79號.