

〈論 文〉

# 교차된 관군에 수직한 난류유동 및 난류열전달의 수치해석

이건휘\* · 이병곤\*\* · 최영돈\*\*\*

(1989년 8월 31일 접수)

## Numerical Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer Normal to a Staggered Tube Bank

Gun Hee Lee, Byung Kon Lee and Young Don Choi

**Key Words:** Tube Bank(관군), Turbulent Flow(난류유동), Non-Orthogonal Coordinate Transformation(비직교좌표변환), Back Flow(후류)

### Abstract

Since heat exchangers are composed of bank of tubes, the knowledge on the flow and heat transfer characteristics of the tube bank are required for the optimum design and selection of heat exchangers. In this paper, the turbulent flow fields and heat transfers normal to a staggered tube bank are solved numerically employing  $k-\epsilon$  2 equation turbulence model and non-orthogonal coordinate transformation for the treatment of curved surface of turbes. Predicted mean Nusselt numbers of tube bank agree reasonably well with Grimison's correlation

### 기 호 설 명

$C\epsilon_1, C\epsilon_2, C\mu$  : 난류모델상수

$C_p$  : 비열

$D$  : 원관의 직경

$f$  : 국부마찰계수

$\bar{f}$  : 평균마찰계수

$GE$  : 난류에너지 생성률

$K$  : 열전도 계수

$k$  : 난류운동에너지

$\dot{m}$  : 질량유량

$Nu$  : 국부 누셀트수

$\bar{Nu}$  : 평균 누셀트수

$P$  : 압력

$P_R$  : 반복압력

$\dot{Q}$  : 원관의 단위 원주 길이당 열유속

$r$  : 반경방향좌표

$R_p$  : 차분방정식의 잔류원천항

$S_D$  : 대각선방향 원관의 중심사이 거리

$S_L$  : 수평방향 원관의 중심사이 거리

$S_r$  : 수직방향 원관의 중심사이 거리

$T$  : 온도

$T_b$  : 혼합평균온도

$T_R$  : 반복온도

$T_w$  : 벽면온도

$U$  : 원주방향 속도

$\bar{U}$  :  $x$ 방향 평균속도

$\bar{U}$  :  $z$ 방향 속도

$V$  : 반경방향 속도

$\bar{V}$  :  $r$ 방향 속도

$\theta$  : 원주방향좌표

$\epsilon$  : 난류운동에너지 소멸률

$\rho$  : 밀도

$\sigma$  : 프란틀 수

\*정회원, 고려대학교 대학원

\*\*정회원, 충북대학교 공과대학 산업안전공학과

\*\*\*정회원, 고려대학교 공과대학교 기계공학과

$\sigma_{eff}$  : 등가 프란틀 수  
 $\sigma_t$  : 난류 프란틀 수  
 $\sigma_k, \sigma_\epsilon$  : 난류 모델상수  
 $\mu$  : 점성계수  
 $\mu_{eff}$  : 등가 점성계수  
 $\mu_t$  : 난류 점성계수  
 $\beta$  : 평균압력구배  
 $\gamma$  : 평균온도구배  
 $\xi, \eta$  : 곡률좌표계  
 $\tau_w$  : 원관벽면의 전단응력  
 $b$  : 혼합평균  
 $k$  : 난류운동에너지  
 $e_{ff}$  : 등가  
 $S$  : 유로의 내벽  
 $N$  : 유로의 외벽  
 $R$  : 반복조건  
 $t$  : 난류  
 $w$  : 벽면

## 1. 서 론

열교환기는 온도가 다른 유체들 간에 열에너지를 교환하는 것으로서, 그 종류는 분류방법에 따라 매우 다양하다. 구조상으로는 크게 평판형(plate type)과 관군형(tubular type)으로 분류되며, 유동 방향에 따라 관길이 방향으로 흐르는 종방향유동형과 관의 단면방향으로 흐르는 횡방향유동형이 있으나, 혼합효과와 열효율의 향상을 위해 흔히 횡방향 유동형이 채택된다.

현재 널리 이용되고 있는 원통형 관군 열교환기(shell-and-tube heat exchanger)내의 유동도 국부적으로는 횡방향유동형이다.

관군의 배치는 Fig. 1과 같이 정방형(in-line type)과 교차형(staggered type)으로 구분되며, 정방형은 교차형에 비하여 유동저항은 작으나 열전달이 감소되며, 교차형은 열전달은 증가하나 유동저항이 증가한다.

이들 형태에 대한 기본치수는 관사이의 수직거리( $S_T$ )와 수평거리( $S_L$ ) 및 이 길이들은 관직경으로 나눈,  $S_T/D$ (높이비)와  $S_L/D$ (폭비)의 곱으로 표시한다.

이러한 열교환기의 성능은 누셀트수(Nusselt No.)로 표시되는 열전달 성능과 마찰계수로 표시되는 유동저항으로 나타내어지며, 이 분야의 연구

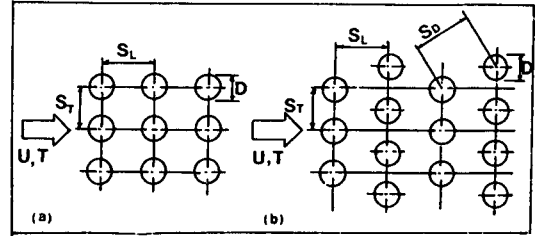


Fig. 1 Multiple-tube geometries : (a) In-line bank  
(b) Staggered tube bank

들은 원관군의 복잡한 기하학적 형상과 원관 후미에서 발생하는 후류(back flow) 때문에 난류유동인 경우 국부적인 유동특성 측정실험이나 해석이 어려워 주로 상기 평균지표들만을 실험적으로 구하는 연구들이 수행되어 왔으며 Zukauskas<sup>(1)</sup>는 이러한 연구결과들을 잘 정리하여 보고하였다.

그러나 최근 열선유속계(hot wire anemometer)나 레이저 도플러 유속계(laser doppler anemometer)를 이용한 난류측정기술의 발전과 난류 모델방정식을 도입한 수치해석방법의 개발로 이러한 관군주위의 국부적인 유동과 열전달을 해석하려는 연구가 재시도 되고 있다<sup>(2,3)</sup>.

본연구는 이러한 관군에 수직방향으로 흐르는 난류유동을  $k-\epsilon$ 난류모델을 도입하여 수치해석하고, 국부적인 유동 및 열전달상태를 파악하여 열교환기 설계에 기초 자료를 제공하는데 그 목적이 있다.

물론 2차난류모델(second moment turbulence model)<sup>(4)</sup>이나 저 레이놀즈수  $k-\epsilon$ 방정식모델<sup>(5,6)</sup> 유선곡률 수정모델<sup>(7-9)</sup>을 사용하면 더 정확한 해를 얻을 수 있으나, 본연구에서는 먼저 주기적으로 변하는 유로에서의 난류유동과 난류열전달을 수치해석하는 방법개발에 연구의 주안점을 두었기 때문에 난류모델은 정확성이 떨어지지만 2차원유동해석에서 많이 사용되어 왔던  $k-\epsilon$  2방정식 모델을 사용하였다. 그러나 해의 정확성을 높이기 위해서 더 고차적인 난류모델 적용에 관한 연구는 앞으로 진행할 예정이다.

## 2. 지배방정식과 수치해석

관이 무한히 배열되어 완전확립된 관군의 유동과 열전달이 이루어졌다고 가정하면 Fig. 2에서와 같이 유로배열이 규칙적으로 반복되므로 그림의 빛금

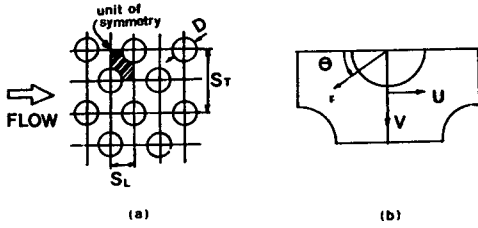


Fig. 2 Calculation region of staggered tube bank

친 영역에서만 해석하면 된다.

## 2.1 지배방정식

해석하고자 하는 유동장은 평면유동이나, 원통좌표형 비직교 좌표변환을 하기 위하여 원관의 중심을 원점으로 하는 원통좌표계에서의 기본방정식을 사용한다.

본 해석에서 사용된 유체는 20°C 공기이며 원관벽에서 200W/m<sup>2</sup>의 일정한 열유속(Q<sub>w</sub>)이 가해지는 경우에 대해서 열전달해석을 하였으며 유속과 열유속이 크지 않아서 유동을 비압축성 정상으로 간주하였다. 이와 같은 가정하에서 이류유동장을 지배하는 연속방정식, 운동량방정식, 에너지 방정식들은 다음과 같다.

### 연속방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho U) = 0 \quad (1)$$

### 반경방향 운동량 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho VV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UV) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{eff} \frac{\partial V}{r \partial \theta} \right) + S_v \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} S_v &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\mu_t \frac{\partial V}{\partial r} \right) - \frac{2\mu_{eff}}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} \\ & - \mu_{eff} \frac{V}{r^2} - \mu_t \frac{V}{r^2} + \frac{\partial}{r \partial \theta} \left( \mu_t \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ & - \frac{\partial}{r \partial \theta} \left( \mu_{eff} \frac{U}{r} \right) + \frac{\rho U^2}{r} - \frac{\partial P}{\partial r} \end{aligned} \quad (3)$$

### 원주방향 운동량 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} (r\rho UV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UV) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{eff} r \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \mu_{eff} \frac{\partial U}{r \partial \theta} \right) + S_u \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} S_u &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_t \frac{\partial V}{r \partial \theta} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mu_t V) + \frac{\mu_t}{r} \\ & + \frac{\mu_t}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_t U) \\ & + \frac{2\mu_{eff}}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \mu \frac{U}{r^2} - \rho \frac{UV}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \end{aligned} \quad (5)$$

### 에너지 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho VT) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho UT) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) r \frac{\partial T}{\partial r} \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.2 난류모델

본 해석에서 사용한 난류모델은 표준  $k-\epsilon$  2방정식모델이다. 난류의 구조가 복잡해지면 표준  $k-\epsilon$  2방정식모델은 난류에너지의 생성과 소멸의 비평형성, 난류점성계수의 이방성(anisotropy)등을 고려하지 않고<sup>(4,10)</sup>, 유선 곡률이 응력장에 미치는 영향을 고려하지 않아서<sup>(7-9)</sup>, 해의 정확성이 떨어진다고 알려져 있다. 그러나 본 논문에서는 연구의 주목적을 난류모델의 정확성에 두지 않고 반복되는 유로의 난류유동을 편리하게 해석하는 방법의 개발에 두었기 때문에 난류모델은 그 정확도가 떨어지거나 해석이 용이한 표준  $k-\epsilon$  2방정식모델을 택하였다. 해의 정확도를 높이기 위해 2차난류모델(second moment model)의 적용이나<sup>(4)</sup> 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  방정식모델의 적용<sup>(6,6,11)</sup>, 유선곡률수정모델의 적용들<sup>(6,9)</sup>은 추후의 연구에서 계속할 예정이다.

표준  $k-\epsilon$  2방정식모델에서 난류점성계수는 다음식으로 계산한다.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

식 (7)에서 난류운동에너지( $k$ )와 난류운동에너지 소멸률( $\epsilon$ )은 다음식으로 계산하였다.

### 난류운동에너지 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho U k) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \frac{\mu + \mu_t}{\sigma_k} \right) \right. \\ & \left. r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \left( \frac{\mu + \mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{r \partial \theta} \right] + GE - \rho \epsilon \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

Table 1 Values of  $k-\epsilon$  model coefficients

$C_\mu$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$\alpha$	$\sigma$	$\sigma_t$
0.09	1.44	1.92	1.0	$\frac{\alpha^2}{(C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1}) C_\mu^{1/2}}$	0.4187	0.714	0.9

$$GE = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{V}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial V}{r \partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

난류운동에너지 소멸률 방정식

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V \epsilon) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mu + \mu_t}{\sigma_\epsilon} r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\mu + \mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{r \partial \theta} \right] \\ &+ \frac{\epsilon}{k} (C_1 G E - C_2 \rho \epsilon) \end{aligned} \quad (10)$$

벽면부근의 난류모델은 Lanunder과 Spalding<sup>(12)</sup>이 제시한 벽면함수와 모델상수를 사용하였으며, 모델상수값들은 Table 1과 같다.

### 2.3 경계조건

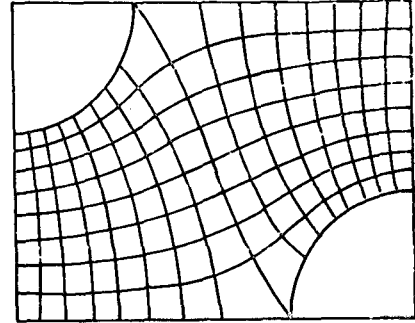
원관표면은 고체 벽면으로 속도  $U, V$ 는 0이며  $k-\epsilon$  방정식들의 벽면 정제조건으로는 고 레이놀즈 수 벽면함수<sup>(13)</sup>를 사용하였고 온도는 일정한 열유속 경계조건을 사용하였다. 상하 대칭축의  $U$ 속도는 0으로 하며 그 외의 변수들은 상하 대칭축의 구배를 0으로 하는 대칭조건을 사용하였다.

좌우 입출구는 2.5절에 기술한 반복조건을 이용하여 입구에는 출구값을, 출구에는 입구값을 대입하여 반복계산하였다.

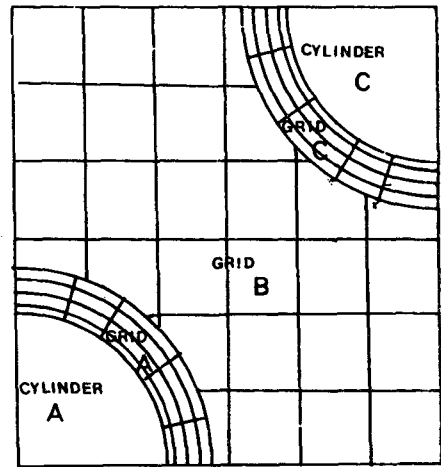
### 2.4 계산 격자망의 설정과 좌표변환

본 연구와 같은 유동은 관관의 곡선으로 인하여 격자망을 설정하는 것이 쉽지 않다. 이러한 격자망 설정에 대하여 Laundur and Massey<sup>(2)</sup>는 기존의 방법들을 비교 검토 하였는데, Fig. 3(a)의 곡선형 격자는 매우 이상적이나, 가장 작은 격자간격이 요구되는 유동 정체점 부근의 격자간격이 커지는 점과 지배방정식이 복잡해지는 단점이 있음을 지적하고, Fig. 3(b)와 같이 원관부근은 원통형격자, 나머지는 직교형격자를 사용하는 방법을 제안하였다.

그러나, 이 방법은 원통형격자점과 직교형격자점이 상호 일치하지 않아 이를 부합시키는데 특별한



(a)



(b)

Fig. 3 Types of grid scheme

방법을 필요로 한다.

본 해석에서는 Markatos<sup>(14)</sup>과 Abdelmeguid<sup>(15)</sup>이 선박의 선체 주위의 난류유동과 같은 임의형상을 해석하는데 사용한 좌표변환방법을 이용하여 이러한 문제를 해결하려는 시도를 하였다. 이 방법을 사용할 경우의 비직교 격자망은 Fig. 4와 같다.

Fig. 4에서 길이 방향의 계산영역이 대칭으로 되어 있으나 전체를 계산영역으로 한 것은 유동과 열전달의 반복조건을 사용하기 편리하도록 하기 위한 것이다. Fig. 4에서 원관의 중심을 원점으로 하는  $r, \theta$  좌표계를 다음과 같이 무차원화한  $\eta, \xi$  좌표계로 하였다.

$$\eta = \frac{r - r_s}{r_N - r_s} \quad (11)$$

$$\xi = \frac{\theta - \theta_w}{\theta_E - \theta_w} \quad (12)$$

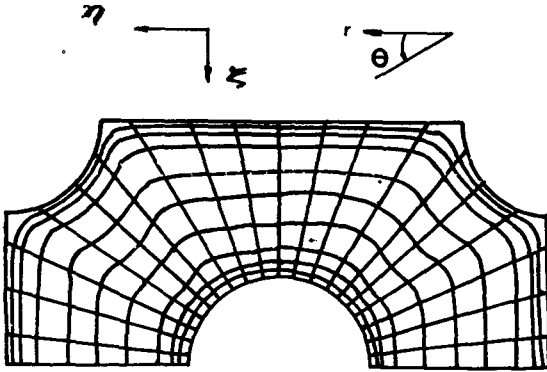


Fig. 4 Schematic grid system

여기서  $\theta_w=0$ ,  $\theta_e=2\pi$ 이며,  $r_s$ 는 원점 0에서 부터 관의 외반경까지의 거리이며  $r_N$ 은 원점 0에서 부터 외측 경계까지의 거리로  $\theta$ 에 따라 변한다.

2.5 반복속도 및 온도의 해석

주기적으로 단면이 변화하는 유동장에서는 하 주기내의 속도는 각 위치마다 다르더라도 매 주기마다 대응하는 위치의 속도는 같다. 압력장은 주기적으로 변화하는 성분과 매 주기마다 선형적으로 감소하는 평균압력강하( $\beta$ ) 성분으로 나눌 수 있으며 압력에서 선형적으로 감소하는 압력을 빼면 매 주기마다 반복되는 압력( $P_R$ )을 얻을 수 있다<sup>(8,16)</sup>. 즉  $P$ 는 다음과 같이 나타낼지수 있다.

$$P(x, y) = -\beta x + P_R(x, y) \tag{13}$$

이 식은 직교좌표계로서 원통좌표계로 변환하면,

$$P(r, \theta) = -\beta(S_L - r\cos\theta) + P_R(r, \theta) \tag{14}$$

식 (3), (5)의 압력항에 식 (14)를 대입하면  $\beta$  및 반복압력  $P_R$ 로 대치된다.

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = -\beta\cos\theta - \frac{\partial P_R}{\partial r} \tag{15}$$

$$-\frac{\partial P}{r\partial\theta} = \beta\sin\theta - \frac{\partial P_R}{r\partial\theta}$$

유체가 한 주기를 지나는 동안 원관벽면에서의 일정 열공급율에 의해  $T$ 만큼 평균온도가 상승한다. 평균온도상승구배 ( $\gamma$ )는

$$\gamma = \frac{4T}{2S_L} = 2\dot{Q}_w / \dot{m}c_p \tag{16}$$

여기서  $\dot{Q}_w$ 는 벽면에서의 열유속이고  $\dot{m}$ 는 한 유

로의 질량유량이다. 이  $\gamma$ 를 이용하여 유체의 온도를 평균온도 상승과 매 주기마다 반복되는 온도  $T_R$ 로 구분하면 임의점의 온도는

$$T(x, y) = \gamma x + T_R(x, y) \tag{17}$$

이 식을 원통좌표계로 변환하면

$$T(r, \theta) = \gamma(S_L - r\cos\theta) + T_R(r, \theta) \tag{18}$$

2.6 지배방정식의 일반형

이러한 좌표변환과 반복압력, 온도로 지배방정식을 변환하여 일반형으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r\Delta\xi_E\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\xi} [\rho\Delta\eta_N U\phi] + \frac{1}{r\Delta\eta_N} \\ & \frac{\partial}{\partial\eta} [\rho r\phi (V - UG)] = \frac{1}{r\Delta\xi_E\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\xi} \\ & \left[ \frac{\Gamma\phi}{r\Delta\xi_E} \Delta\eta_N \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \right] + \frac{1}{r\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \\ & \left\{ \frac{\Gamma\phi}{r\Delta\eta_N} r(1 + G^2) \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right\} + R_\phi \end{aligned} \tag{19}$$

수치해석은 Pantankar<sup>(17)</sup>의 SIMPLER해법을 반복속도와 반복온도를 푸는 과정을 수정하여 시행하였는데 이것은, 한 주기당 압력강하 ( $\beta$ )는 유량에 관계되므로 초기에 가정된  $\beta$ 로 계산한 유량과 주어진 유량과의 차이 만큼을 수정하여 반복계산하였다<sup>(8)</sup>.

수렴조건은 차분방정식의 수렴을 표시하는 압력 수정 방정식의 잔량 잔류 원천항(residual mass source)<sup>(13)</sup>과 동시에 다음과 같은  $\beta$ 의 상대오차를 기준값 이하가 되게 하였다.

$$\left| \frac{\beta_{NEW} - \beta_{OLD}}{\beta_{OLD}} \right| < 10^{-3} \tag{20}$$

3. 결과 및 고찰

본 해석에 사용된 원관의 외경은 19.05mm로 일정한 조건에서

(1) 형상비( $S_T/D \times S_L/D$ )가  $2 \times 1.732$ 의 정삼각형 배열 관군과 형사이  $2 \times 1$ 의 정사각형 교차형 배열 관군의 레이놀즈수를 1,000, 5,000, 10,000, 40,000에 대하여 해석하였고

(2) 레이놀즈수 20,000에서  $S_T/D$ 가 2인 경우에 대하여 교차형 배열의 폭비  $S_L/D$ 를 0.75, 1.25, 1.5, 1.75로 변화시키며 해석하였으며

(3) 레이놀즈수 20,000에서  $S_L/D$ 를 1로 고정하고

교차형 배열의 높이비  $S_L/D$ 를 1.75, 2.0, 2.25, 2.5로 변화시키면서 해석하였다. 여기서 레이놀즈 수 ( $Re$ )는 입구부의 평균속도( $U$ )를 사용하여 계산한  $UD/\nu$ 이다.

(4)  $Q$ 의 크기는 관벽의 열전달계수에 거의 영향을 주지 않으므로 본 해석에서는 그 크기를 계산에 편리한 임의의 값으로 정하였다.

### 3.1 평균 및 국부마찰계수

국부 마찰계수( $f$ )는 다음식으로 정의한다.

$$f = \frac{|\tau_w|}{\rho U^2 / 8} \quad (21)$$

이 국부 마찰계수는 원주 위치에 따라 변화되므로 이값을 관 전체 원주에 대하여 평균하여 평균마찰계수 ( $\bar{f}$ )를 정의한다.

Fig. 5는 본해석에서 계산한 평균마찰계수를 Zukauskas<sup>(4)</sup>의 도표와 비교한 것이다. Fig. 5에 의하면 본 해석결과는 Zukauskas의 도표와 레이놀즈 수 1,000과 40,000에서 유사한 값을 갖으나 그 중간의 난류전이 영역에서는 다소 낮게 예측된 것을 알 수 있다.

유동폭이 좁은 형상비  $2 \times 1$ 인 관군 배열에서는  $2 \times 1.73$ 관군 배열에서 보다 마찰계수가 약간 상승한 것을 알 수 있다.

Fig. 6은  $S_L/D=2$ 인 경우 높이비( $S_T/D$ )의 변화에 따른 평균마찰계수 변화를 나타낸 것으로 높이비의 변화에 따라서 평균마찰계수가 거의 일정하여 높이비 변화에 큰 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다.

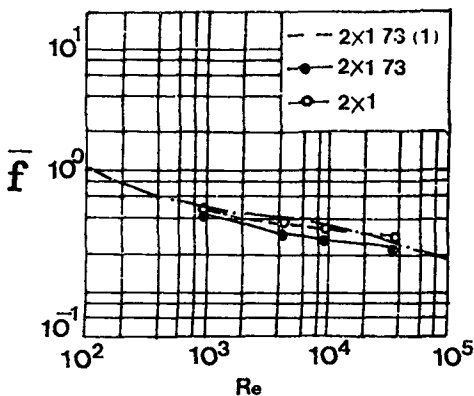


Fig. 5 Variation of mean friction factor with respect to Reynolds No.

Fig. 7은  $S_T/D=2$ 인 경우 유동폭비 변화에 따른 평균마찰계수 변화를 나타내는데 평균마찰계수는 폭비가 1이상이 되면 거의 변화가 없으나 1이하에서는 폭비가 감소할수록 급격히 감소하는 것을 알 수 있다.

원관 주위의 국부 마찰계수는 Fig. 8과 같이 관 배열 형태에 따라 큰 변화를 보이거나 대략 원관선단에서  $50^\circ \sim 70^\circ$ 에서 최대치를 보이는데, 이것은 단일 원관에 대한 기존 연구들에서의 최대치가  $60^\circ$  부근에서 일어난다는 것과<sup>(1)</sup> 거의 일치하며  $120^\circ \sim 150^\circ$  부근의 유동박리가 일어나는 곳 부근에서 낮은 값을 갖으며  $f=0$ 인 곳은 유동박리점에 해당한다.

단일 원관유동에서는 유로의 전반부에서 유로 단면적의 감소로 유속이 가속되어 표면 마찰이 증가되며 후반부에서 유로면적의 증가로 유속은 다시 감소되어 표면마찰이 증가되는데 이 경향은 반복되

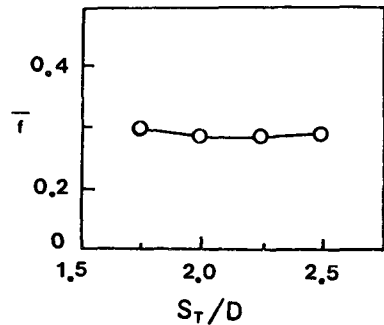


Fig. 6 Variation of mean friction factor with respect to height ratio,  $Re=2000$ ,  $S_L/D=2$

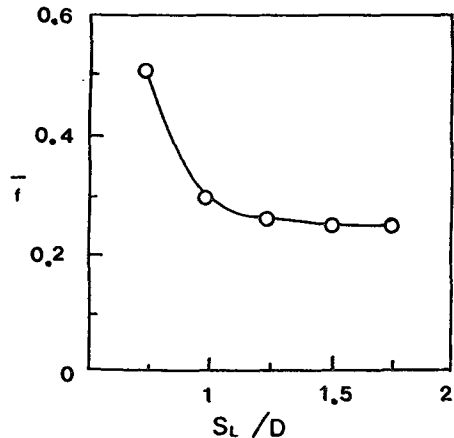


Fig. 7 Variation of mean friction factor with respect to width ratio,  $Re=2000$ ,  $S_T/D=2$

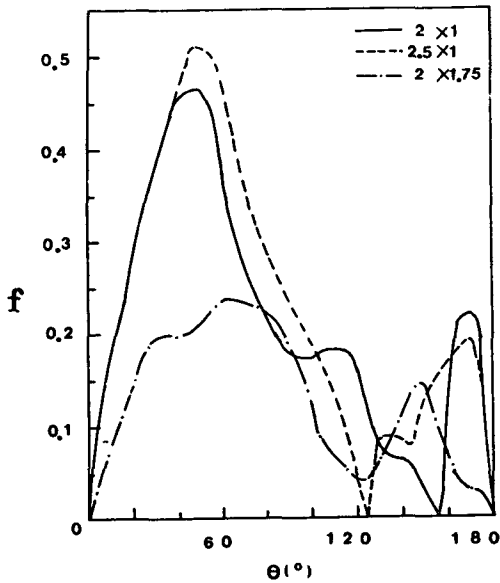


Fig. 8 Variation of local friction factor with respect to angle of tube,  $Re=20000$

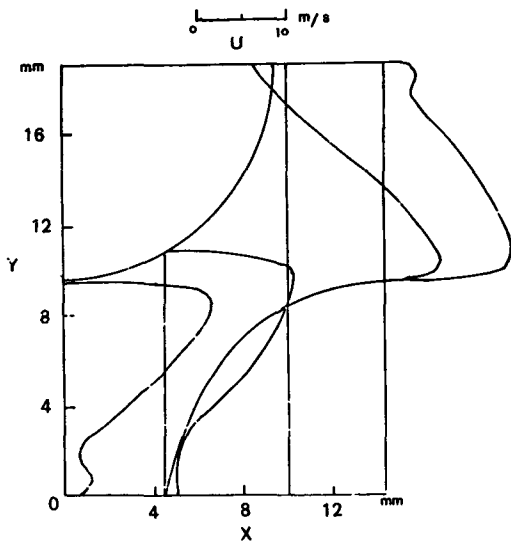


Fig. 9 Axial velocity for  $2 \times 0.75$ ,  $Re=20000$

는 관군 유로에서도 마찬가지로 일어난다.

또  $170^\circ \sim 180^\circ$  부근의 마찰계수가 증가한 것은 후류에 의해 벽면전단응력이 크게 발생했기 때문이다.

### 3.2 속도분포와 유선

Fig. 9와 Fig. 12는 레이놀즈수 20,000, 높이비

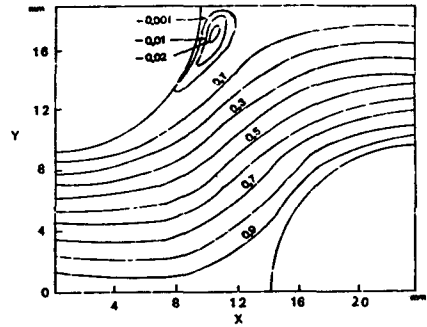


Fig. 10 Stream line of  $2 \times 1.25$ ,  $Re=20000$

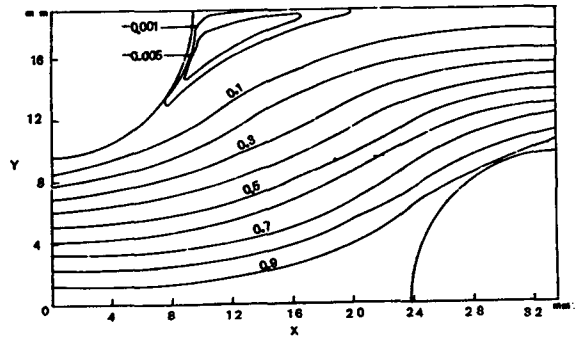


Fig. 11 Stream line of  $2 \times 1.75$ ,  $Re=20000$

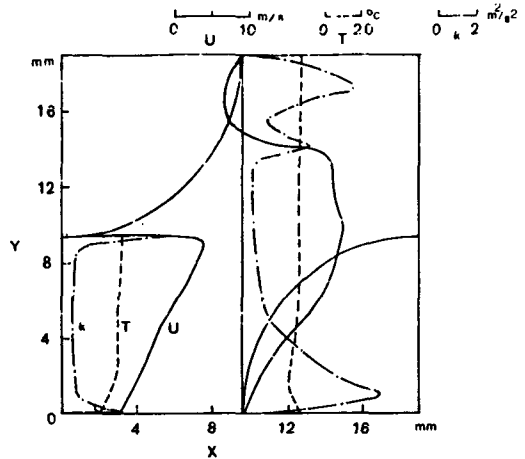


Fig. 12 Axial velocity( $U$ ), temperature( $T$ ), turbulent kinetic energy( $k$ ) for  $2 \times 1$ ,  $Re=30000$

( $S_T/D$ )가 2일때 폭비( $S_T/D$ )의 변화에 따른 속도 분포를 유동역의 후반부에 대해서만 도시한 것이며 입구와 출구속도는 역대칭으로 나타내어진다.

속도분포는 공통적으로 입구부 원관쪽에서 최고 속도를 갖으며 원관사이를 통과하면서 급격히 변화되어 Fig. 10~Fig. 11의 유선에서와 같이 상부원관 후미에서는 후류(back flow)로 인하여 재순환 영역이 형성된다. 그러나 하부원관 앞에서는 후류가 보이지 않는다.

Fig. 12에는 난류운동에너지를 속도와 함께 도시하였는데, 입출구 원관벽면과 후류부의 속도변화가 큰 곳에서 큰 난류가 생성된 것을 알 수 있다.

Table 3은 원관 후미에서의 후류영역을 나타낸 것으로서, 각도는 유동의 박리점이며  $L$ 은 원후미에서 재부착되는 길이이다.

표에서, 일정한 레이놀즈수에서는 높이비와 폭비가 클수록 원관과 앞부분에서 박리가 일어나는 것을 볼 수 있는데 이것은 높이비와 폭비가 클수록

유선이 원만히 만곡되어 유동의 최대속도점이 관벽에서 떨어지기 때문이다. 또 형상비  $2 \times 1$ 에서 레이놀즈수가 1,000이 되어 유동이 층류역에 가까와지면 박리가 난류유동역에서 보다 더 늦게 일어나서 단일원관 유동에서와 반대의 경향을 나타내고 있다. 반복되는 관군에서의 유동은 경계층유동이라고 할 수 없어서 유동박리의 발생이 단일원관 주위에서의 경계층이론에 의한 유동박리이론으로 설명할 수 없기 때문에 층류역에 가까운 유동에서 유동박리가 완전난류유동에서보다 반드시 일찍 일어나야 한다는 법은 없다. 이와같은 현상이 일어나는데 2가지 원인을 생각할 수 있다. 하나는 반복되는 관군유도에서의 유동박리는 관과 관사이의 압력간섭에 의해 하류의 관의 존재가 압력파에 의해 상류로 어느 정도 영향을 주느냐에 관계되며 그 영향이 레

Table 2 Form of source terms and diffusion coefficients

$\phi$	$\Gamma_\phi$	$R_\phi$
$V$	$\mu_{eff}$	$\frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \right) + \frac{1}{r\Delta\xi_F} \frac{1}{\partial\xi} \left( \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} \right) + \frac{\mu_t}{r\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} - 2 \frac{\mu_{eff}}{r^2\Delta\xi_B} \frac{\partial U}{\partial\xi} - \frac{1}{r^2\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} (\mu_{eff}U)$ $- (\mu_{eff} + \mu_t) \frac{V}{r^2} - G \left\{ \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \frac{\mu_{eff}}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \right) + \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_{eff}}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial V}{\partial\xi} \right) \right\}$ $- \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} \right) - \frac{\mu_{eff}}{\Delta\eta_N} \frac{G^2}{r} \frac{\partial V}{\partial\eta} - \frac{\mu_{eff}}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \left( \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial G}{\partial\xi} + \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial G}{\partial\eta} \right) + 2 \frac{\mu_{eff}}{r} \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta}$ $- \frac{\mu_{eff}}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial V}{\partial\xi} - \frac{1}{r\Delta\xi_E\Delta\eta_N} \frac{\partial\eta_N}{\partial\xi} + \frac{G}{r\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} (\mu_{eff}U) - \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial P_R}{\partial\eta} + \frac{\rho U^2}{r} - \beta \cos 2\pi\xi$
$U$	$\mu_{eff}$	$\frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \frac{\mu_t}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial U}{\partial\xi} \right) + \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_t}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial V}{\partial\xi} \right) + 2 \frac{1}{r^2\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} (\mu_t V) - \frac{1}{r\Delta\xi_N} \frac{\partial}{\partial\eta} (\mu_t U) + \frac{\mu_t}{r\Delta\eta_N}$ $\frac{\partial U}{\partial\eta} - \frac{\mu U}{r^2} - \frac{\rho UV}{r} + G^2 \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} \right) - G \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} \left[ \frac{(\mu_{eff} + \mu_t)}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} \right] - G \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta}$ $\left[ \frac{(\mu_{eff} + \mu_t)}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial U}{\partial\xi} \right] + G \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial P_R}{\partial\eta} - \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial P_R}{\partial\xi} + \beta \sin 2\pi\xi - G \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \right) - \frac{(\mu_{eff} + \mu_t)}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta}$ $\left( \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial G}{\partial\xi} \right) - \frac{G^2}{r} \frac{\mu_{eff}}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} + 2 \frac{\mu_{eff}}{r^2\Delta\xi_E} \frac{\partial V}{\partial\xi} - \frac{\mu_t}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \left( \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial G}{\partial\eta} \right) + G \frac{2}{r\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} (\mu_t V) - \frac{\mu_{eff}}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta}$ $\left( \frac{2G}{r} \right) - \frac{\mu_{eff}}{r\Delta\xi_F} \frac{\partial U}{\partial\xi} - \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial\Delta\eta_N}{\partial\xi} + G \frac{(\mu_t - \mu_{eff})}{(\Delta\eta_N)^2} \frac{\partial U}{\partial\eta} \frac{\partial G}{\partial\eta}$
$k$	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}}$	$- G \left\{ \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial k}{\partial\xi} \right) + \frac{1}{r\Delta\xi_N} \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial k}{\partial\eta} \right) \right\} - \frac{1}{r\Delta\xi_E\Delta\eta_N} \frac{\partial\eta_N}{\partial\xi} \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial k}{\partial\xi}$ $- \left( \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial G}{\partial\xi} + \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial G}{\partial\eta} \right) \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial k}{\partial\eta} - \frac{G^2}{r} \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial k}{\partial\eta} + GE - \rho\epsilon$
$\epsilon$	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}}$	$- G \left\{ \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial \epsilon}{\partial\xi} \right) + \frac{1}{r\Delta\xi_N} \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial \epsilon}{\partial\eta} \right) \right\} - \frac{1}{r\Delta\xi_E\Delta\eta_N} \frac{\partial\eta_N}{\partial\xi} \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{r\Delta\xi_E}$ $\frac{\partial \epsilon}{\partial\xi} - \left( \frac{1}{r\Delta\xi_B} \frac{\partial G}{\partial\xi} + \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial G}{\partial\eta} \right) \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial \epsilon}{\partial\eta} - \frac{G^2}{r} \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{eff,k}} \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial \epsilon}{\partial\eta} + C_1 GE \frac{\epsilon}{k} - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k}$
$T$	$\frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma}$	$- r(\sin \theta U - \cos \theta V) - \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial}{\partial\eta} \left[ \left( \frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) T \right] \cos \theta + \frac{T}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial}{\partial\xi} \left[ \left( \frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \sin \theta \right] - \frac{T}{r\Delta\eta_E} rG \frac{\partial}{\partial\eta}$ $\left[ \left( \frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \sin \theta \right]$

where  $GE = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} \right)^2 + \left( \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial U}{\partial\xi} - \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} + \frac{V}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{1}{r\Delta\xi_E} \frac{\partial V}{\partial\xi} - \frac{G}{\Delta\eta_N} \frac{\partial V}{\partial\eta} + \frac{1}{\Delta\eta_N} \frac{\partial U}{\partial\eta} - \frac{U}{r} \right)^2 \right\}$



이놀즈수의 변화에 따라 달라질 수 있다는 것을 들 수 있고, 또 하나는 본 해석에서 사용한  $k-\epsilon$  2방 정식모델은 고 레이놀즈수 난류모델이므로 레이놀즈수가 작아지면 난류특성의 예측이 부정확해져 그릇된 압력분포를 예측한 결과인지 모른다는 것을 생각할 수 있다. 그러나, 아직 그원인은 확실하지 않으며 앞으로 실험적 방법이나 더 정확한 난류모델을 사용한 해석이 있어야 검증될 것이다.

3.3 열전달계수와 온도분포

열전달계수 ( $h$ )와 누셀트수는 다음식으로 계산하였다.

$$h = \dot{Q}_w / (T_w - T_b) \quad (22)$$

$$Nu = \frac{hD}{K} \quad (23)$$

여기서  $T_b$ 는 혼합 평균온도(bulk mean temperature)로서 전체 격자망의 온도를 격자면적비율로 평균한 값을 사용하였다. 평균누셀트수 ( $\overline{Nu}$ )는 상기 국부 누셀트수를 관의 원주에 대해 평균한 값을 나타낸다.

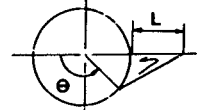
Fig. 13은 레이놀즈수 변화에 따른 평균누셀트수로서, 형상비  $2 \times 1.73$ 의 정삼각형 관군 배열 형태에서는 누셀트수가 대수좌표계에서 레이놀즈수 증가에 따라 거의 직선적으로 증가하며 이것은 다음

의 Grimson의 관계 식 (18)과 비교적 잘 일치한다.

$$\overline{Nu} = C_1 Re D^m \quad (24)$$

그러나 유동폭이 작은 형상비  $2 \times 1$ 관군유동에서는 이러한 비례관계가 잘 일치하지 않으며 특히 레이놀즈수 1,000에서 누셀트수가 증가하였는데 이것

Table 3 Region of back flow



Reynolds No.	Type	$\theta(^{\circ})$	$L/D(\%)$
20000	1.75×1	140.4	16
	2.00×1	134.1	16
	2.25×2	129.0	16
	2.50×1	124.1	16
	2×0.75	134.0	18
	2×1.25	125.1	13
	2×1.50	117.0	14
	2×1.75	116.5	14
1000	2×1	157.3	17
5000	2×1	137.7	20
10000	2×1	134.3	18
40000	2×1	136.2	13

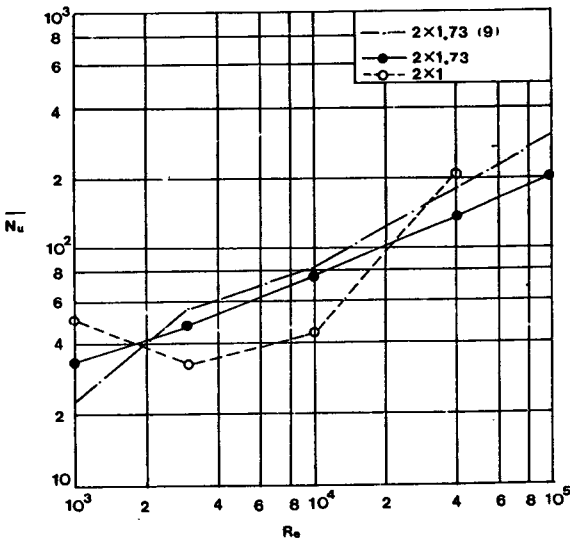


Fig. 13 Variation of mean Nusselt No. With respect to Reynolds No.

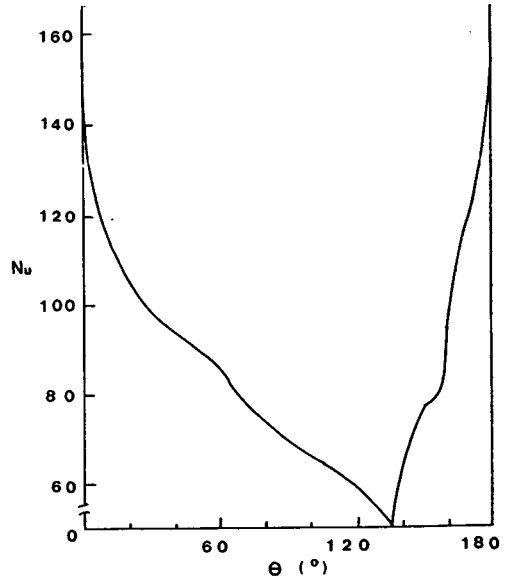
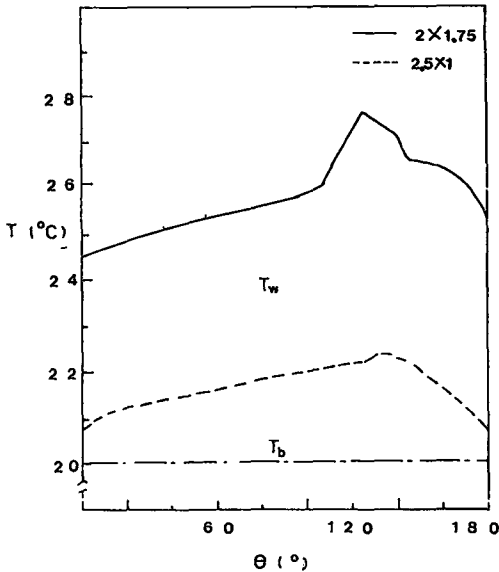


Fig. 14 Variation of local Nusselt No. with respect to angle of tube,  $Re=20000, 2 \times 1$



은 Table. 3에서 레이놀즈수가 1,000일때 후류역이 그 이상의 레이놀즈수 유동에서 보다 감소한데 기인된 것으로 앞으로 후류역 감소원인에 대해 연구가 더 진행되어야 누셀트수 변화의 원인도 판명될 것이다.

국부적인 열전달은 원관의 위치에 따라 매우 큰 변화를 보이는데 예로, 레이놀즈수 20,000, 2×1인 경우의 국부누셀트수는 Fig. 14와 같이 유동이 박리되는 곳에서 급격히 감소하는데, 이것은 박리로 인한 유동의 정체로 벽면온도가 증가하였기 때문이다.

Fig. 15는 원관벽면의 온도변화를 도시한 것으로서, 후류역에서 유동의 정체로 온도가 상승하는 것을 볼 수 있으며 특히 유동박리점 부근에서 벽면 온도가 최대임을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구의 수치 해석은 반복되는 난류유동장과 온도장을 편리하게 계산할 수 있는 방법을 찾는데 그 연구의 목적이 있으며 레이놀즈수 1,000~40,000, 관군의 높이비 1.75~2.5, 관군의 폭비 0.75~1.75인 관군내유동과 열전달을 해석하여 다음과 같은 특성들을 확인하였다.

(1) Cyclic TDMA와 Markatos의 비교적 좌표변환의 적용을 통해, 반복되는 난류 유동장과 온도장에 관한 수치해석의 수렴성을 높일 수 있었다.

(2) 일정한 레이놀즈수에서는 높이비와 폭비가 클수록 유동의 박리점이 원관 후미의 앞부분에 위치한다.

(3) 형상비 2×1의 관군유동에서 레이놀즈수가 1,000이 되어 유동이 층류역에 가까워지면 박리점이 난류유동일 때보다 뒤로 이동하여 단일원관 유동에서와 반대의 경향을 나타내었으나, 그 원인은 아직 불명확하다.

(4) 평균마찰계수는 높이비 변화에는 거의 무관하며 폭비가 1이상에서는 거의 일정하나 1이하에서는 급격히 증가한다.

(5) 국부마찰계수는대략 50°~70°에서 최대치를 갖는다.

(6) 원관의 0°와 90°부근에서 큰 난류운동에너지가 발생한다.

(7) 평균누셀트수는 2×1.73관군 배열에서는 레이놀즈수에 따라 지수적으로 변화하나 2×1관군배열에서는 그렇지 못하다. 평균누셀트수의 크기는 후류역의 크기에 영향을 받으며 국부누셀트수는 유동박리점 부근에서 급격히 감소한다.

#### 후 기

본 연구는 1986년도 한국과학재단 연구비로 수행된 것이며 이의 관계가 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Zukauskas, A., 1972, "Heat Transfer from Tubes in Crossflow", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 8.
- (2) Launder, B.E. and Massey, T.H., 1978, "The Numerical Prediction of Viscous Flow and Heat Transfer in Tube banks", *J. of Heat Transfer, Trans. of ASME*, Vol. 100, pp. 565~571.
- (3) Feuvre, Le, 1973, "Laminar and Turbulent Forced Convection Processes through In-line Tube Banks", Imperial College London, HTS/7415.
- (4) Launder, B.E., 1989, "Second-Moment Closure: Present and Future", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 10, No. 4, December.
- (5) Jones, W.P. and Launder, B.E., 1973 "The Calcula-

- tion of Low-Reynolds Number Phenomena with a Two Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1119~1130.
- (6) Myong, H.K., 1988, "Fundamental Studies on Two-Equation Turbulence Model for Numerical Predictions of Wall-Bounded Shear Flow and Heat Transfer", Ph. D. Thesis, Tokyo University.
- (7) Leschziner, M.A. and Rodi, W., 1981, "Calculation of Annular and Twin Parallel Jets using Various Discretization Schemes a Turbulence Model Variations", *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 352~360.
- (8) Lee, B.K, Cho, N.H. and Choi, Y.D.m 1988, "Analysis of Periodically Fully Developed Turbulent Flow and Heat Transfer by  $k-\epsilon$  Equation Model in Artificially Roughened Annulus", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, No. 9, pp. 1797~1806.
- (9) 최영돈, 1989, "수치유체역학 관련 난류모델의 국내 연구현황", *대한기계학회지*, 제29권, 제4호, pp. 360~375.
- (10) Launder, B.E., 김명호, 문 찬, 최영돈, 1988, "180곡관을 갖는 정사각 단면덕트에서의 난류유동해석", *대한기계학회논문집*, 제12권, 제3호, pp. 607~621.
- (11) Launder, B.E., Priddin, C.H. and Sharma, B.S., 1977, "The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning a Curved Surface", *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* Vol. 99, pp. 231~239.
- (12) Launder, B.E. and Spalding, D.G., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, p. 269.
- (13) Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K., 1976, "TEACH-2E: A General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows", Lecture Note, Imperial Colledge.
- (14) Markatos, N.C.G., Spalding, D.B., Tatchell, D.G, and Vlachos, N. 1978, "A Solution Methods for Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers on Bodies of Arbitrary Shapes", *Computer Methods in applied Mechanics and Engineering*, Vol. 15, pp. 161~174.
- (15) Abdelmeguid, A.M., Markatos, N.C., Muraoka, K., Spalding, D.B., 1979, "A Comparison between the Parabolic and Partially-Parabolic Solution Procedures for Three-Dimensional Turbulent Flows, Around Ships' Hulls", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 3, No. 4, pp. 249~258.
- (16) Patankar, S.V. and Prakash, C., 1981, "An Analysis of the Effect of Plate Thickness on Laminar Flow and Heat Transfer in Interrupted Plate Passage", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1801~1810.
- (17) Patankar S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw Hill.
- (18) Grimison, E.E., 1973, *Trans. of ASME* 59, p. 583.