

〈論 文〉

전향도가 큰 축류터보기계의 블레이드 주위의 유동해석

원승호* · 손병진** · 최상경***

(1990년 4월 19일 접수)

**Analysis of Two-Dimensional Flow around Blades with Large Deflection
in Axial Turbomachine**

Seung Ho Won, Byung Jin Son and Sang Gyung Choi

Key Words: Compressibility(압축성), Viscosity(점성), Panel Method(파넬법), Viscous Inviscid Interaction Scheme(점성-비점성 상호작용방법), Cascade Flow(익렬유동)

Abstract

The large camber angle theory of turbomachine blade of compressor has been developed recently for the two-dimensional flow by Hawthorn, et al. However, in the above theory it was assumed that the fluid was incompressible and inviscid, and the blades had no thickness. In this study, the flow in a blade cascade being mounted in parallel fashion with blade of arbitrary thickness is studied in order to determine the effects of the camber angle on the performance characteristic of the blade section under the consideration of compressibility and viscosity of fluid. The panel method is used for potential flow analysis. The flow in the boundary-layer is obtained by solving the intergral boundary-layer structure through the laminar, transitional, and turbulent flow using the pressure field determined from the potential flow. And then the viscous-inviscid interaction scheme is used for interaction of these two flows. For the determination of the variation in the outlet fluid angle influenced by deviation in cascade flow, the superposition method which is used for single foil is introduced in this analysis. By the introduction of this method, the effects of the deviation on outlet fluid angle and the resulting fluid angle are made to adjust for oneself through the calculation. As the result of this study, the blade of large camber angle, large incidence angle, large pitch-chord ratio has large viscous and compressible effect than those of small camber angle. Lift force increase as camber angle increases, but above 60° of camber angle, lift force decreases as camber angle increases. But drag force increases linearly with camber angle increases in the entire region.

기호설명 a_e : Edge에서의 음속 a_0 : 정체점에서의 음속 c : 익현길이 (m) C_D : 항력계수($D/\frac{\rho}{2}V_m^2A$) C_L : 양력계수($L/\frac{\rho}{2}V_m^2A$) C_P : 압력수 [식 (11)]

*정회원, 한국동력자원연구소

**정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

***정회원, 한양대학교 대학원

C_p'	: 압력계수 $\left[1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2\right]$
f	: 수직좌표 (m)
f_{ci}	: 계산절점의 수직좌표 (m)
f_{tp}	: 후연의 수직좌표 (m)
h_0	: 정체점온도에서의 연탈피
h_s	: s 좌표상의 엔탈피
i	: 입사각 (degree)
M	: 국부 마하수
M_i	: 입구 마하수
P	: 익형간극 (m)
P_0	: 정체점 압력 (Pa)
P_{01}	: 입구조건의 전압 (Pa)
P_g	: 국부정압 (Pa)
P_t	: 입구조건의 정압 (Pa)
R	: 가스상수
s	: 익현표면 길이 혹은 표면접선좌표 (m)
S	: 엔탈피 함수
t	: 수평좌표 혹은 Fig. 2의 길이
T_{aw}	: 단열 벽면온도 (K)
T_w	: 표면절대온도 (K)
u	: 표면접선속도 (m/sec)
\bar{u}	: 변환된 표면접선속도 (m/sec)
v	: 표면법선속도 (m/sec)
\bar{v}	: 변환된 표면법선속도 (m/sec)
V_1	: 입구유동속도 (m/sec)
V_2	: 출구유동속도 (m/sec)
V_m	: 평균유동속도 (m/sec)
w	: 복소포텐셜
x	: 수평좌표 (m)
\bar{x}	: 변환된 표면접선좌표 (m)
x_{ci}	: 계산절점의 수평좌표 (m)
y	: 수직좌표 (m)
\bar{y}	: 변환된 표면접선좌표 (m)
z	: 복소좌표
Z	: 익형두께
z_0	: 익형표면의 복소좌표
α	: 영각 (degree)
α_0	: Fig. 2의 각 (degree)
β_1	: 입구유동각 (degree)
β_2	: 출구유동각 (degree, Fig. 1)
β_m	: 평균유동각 ($= \tan^{-1}(\{\tan\beta_1 + \tan\beta_2\}/2)$)
δ_0	: 익현과 수평면이 이루는 각 (blade chord angle, degree)

ξ	: 표면법선좌표 (m)
τ	: 전단응력 (Pa)
ψ	: 익열유량함수 (식 6)
$\bar{\psi}$: 와도를 포함한 유량함수 (식 4)
x_1	: 입구익형각 (Fig. 4)
x_2	: 출구익형각 (Fig. 4)

하 첨 자

o	: 정체점 온도값
w	: 벽면조건
tr	: 변환된 물성치
te	: Trailing edge
∞	: 무한거리

1. 서 론

터보기계의 성능향상을 위하여 매우 중요한, 유체와 회전차사이의 에너지 전환은 전향도 (deflection)에 비례하므로 박리현상을 수반하지 않는 한도에서 전향도를 최대로 하는 익형을 설계하는 것이 바람직하다. 전향도를 증가시키는 방법으로는 예선회 (pre-whirl)를 주어 입사각을 증가시키는 방법과 만곡각을 증가시키는 방법이 있다. 전자의 경우는 익형표면에 생성되는 국부 충격파를 제어할 목적으로 흔히 사용하는 방법이나 충돌손실을 수반하는 문제점이 있다. 최근에 Hawthorn^(1,2)이 특이 점 분포 방법을 사용하여 만곡각이 큰 압축기 익형의 전향도를 증가시키려는 연구가 수행되었으나, 이 연구는 두께를 무시한 만곡선에 대한 해석으로 비점성, 비압축성 유동해석으로써 실제의 현상을 정확히 예측하기에는 부정확하다. 또한 Kennon⁽³⁾ 등은 Hawthorn^(1,2)와 같은 방법이고 비점성, 비압축성 유동에서의 내부냉각용 터빈익형 설계를 위한 유동해석을 하였다. 이 경우에는 두께는 고려하였으나 점성, 압축성 영향을 무시한 해석이었다. 예선회를 증가시켜 만곡각을 증가시키는 방법으로써 1986년 Sato⁽⁵⁾는 같은 방법인 특이점 분포 방법을 사용하여 두께의 영향을 고려한 압축기 익열주위의 유동해석을 수행하였으나 전자의 경우 통상의 압축기 익형으로써 만곡각이 작은 익열에 큰 영각 (incidence angle)으로 유입하도록 하여 전향도가 큰 유동을 비점성으로 가정한 해석이었다.

본 연구는 큰 전향도를 부여할 수 있는 압축기

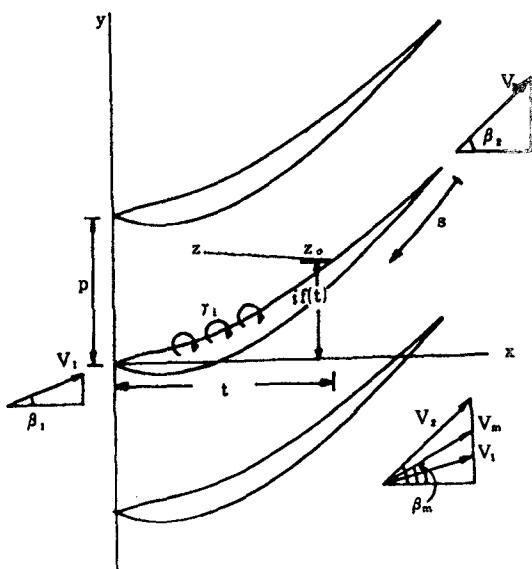


Fig. 1 Cascade notation

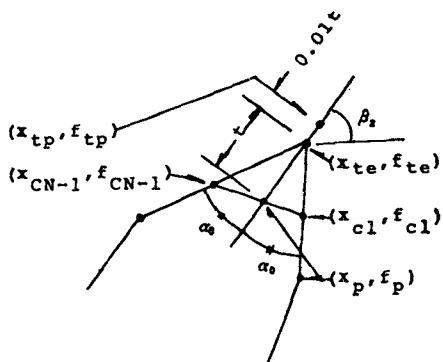


Fig. 2 Kutta condition point and outlet fluid angle

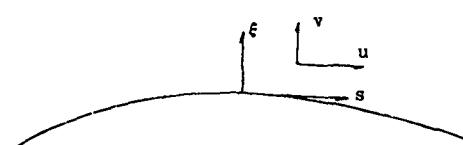


Fig. 3 Coordinate along blade surface

익형의 공기역학적 설계를 위하여 와도분포 방법을 사용하고 큰 만족감으로 인하여 전향도가 크며, 통상의 두께를 갖는 익형에 점성 및 압축성을 모두 고려한 유동장의 해석이다.

점성 유동장은 Morgan⁽⁶⁾등이 복합익형에 대하여 층류, 천이 및 난류유동을 포함하는 해석방법을 적

용하여 계산하였다.

본 연구에서 사용한 이론과 제시된 방법의 타당성을 검토하기 위하여 익열 간극이 무한대인 단일 익형 주위의 유동장을, 최근에 개발된 계산방법인 Lambda방법을 사용한 Dadone⁽⁷⁾의 해석결과와 비교하였고, 범용의 압축기 익형인 NACA65계열 익열 유동에 대한 Herrig⁽⁸⁾의 실험값, 그리고 미분해석에 의한 점성-비점성 상호작용 방법을 사용한 Hansen⁽⁹⁾의 계산값과, 이들 조건과 동일한 상태에서 본 연구에서 제시한 방법으로 계산한 결과와 만족할 만한 일치를 얻었다.

2. 유동해석

2.1 비점성 유동

(1) 지배방정식

익형상의 점 $Z_0(S)$ 에 분포하는 와도(vortex strength)를 $\gamma(S)$ 라 하고, 이 와도가 익형 둘레에 분포되어 있다고 가정하면, 하나의 익형에 대하여 이 분포에 의한 점 Z 에서의 복소포텐셜은

$$\hat{w}_0 = -\frac{i}{2\pi} \oint_C \gamma(s) \ln(z - z_0(S)) ds \quad (1)$$

이다. 여기서 C 는 익형둘레의 적분 경로를 의미한다. 이러한 익형이 $\pm ip$ 의 피치로 무한개가 존재한다고 가정하면, 전체 익형에 대한 복소 포텐셜은

$$\hat{w}_0 = \frac{i}{2\pi} \oint_C \gamma(s) \ln \left\{ \sinh \frac{\pi}{P}(z - z_0(S)) \right\} ds \quad (2)$$

이다. 여기서 $\hat{w} = \phi + i\bar{\psi}$, $z = x + iy$, $z_0 = t + if$ 이다. 유동장은 와도에 의한 유동 \hat{v} 와 평균자유유동 속도가 중첩되어 나타나므로

$$v = e_x V_m \cos \beta_m + e_y V_m \sin \beta_m + \hat{v} \quad (3)$$

이다. 그리고 식 (3)으로 부터 익형 표면에 분포된 와도에 의한 유동함수는

$$\begin{aligned} \bar{\psi} = & -\frac{1}{4\pi} \oint_C \gamma(s) \ln \left\{ \cosh \frac{2\pi}{P}(x - t(s)) \right. \\ & \left. - \cos \frac{2\pi}{Z}(y - f(s)) \right\} ds \end{aligned} \quad (4)$$

이며, 평균 자유유동에 대한 유동함수는

$$\bar{v}_m = V_m x \sin \beta_m - V_m y \cos \beta_m \quad (5)$$

이므로 전 유동함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_m + \widehat{\Psi} \\ &= V_m x \sin \beta_m - V_m y \cos \beta_m \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \int_c^s \gamma(s) \ln \left\{ \cosh \frac{2\pi}{P}(x - t(s)) \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{2\pi}{P}(y - f(s)) \right\} ds\end{aligned}\quad (6)$$

여기서

$$V_m = \frac{V_1 \cos \beta_1}{\cos \beta_m}, \quad \beta_m = \tan^{-1} \left[\frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2} \right]$$

식 (6)의 수치계산을 위하여 익형 전 둘레를 $N-1$ 개의 파넬로 분할하면, 다음과 같은 선형방정식으로 고쳐쓸 수 있다. 분할방법은 곡률을 일정하도록 계산한 평균곡률방법⁽⁹⁾을 사용하였다.

$$\begin{aligned}\Psi + \sum_{j=1}^{N-1} A_{i,j} \bar{\gamma}_j &= V_m \sin \beta_m x_{ci} - V_m f_{ci} \cos \beta_m \\ i &= 1, 2, \dots, N-1 \\ j &= 1, 2, \dots, N-1\end{aligned}\quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned}A_{i,j} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{ds_i} \ln \left\{ \cosh \frac{2\pi}{P}(x_{ci} - t(s^*)) \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{2\pi}{P}(f_{ci} - f(s^*)) \right\} ds^* \doteq \frac{1}{4\pi} \int_0^{ds_i} \ln \\ &\quad \frac{\cosh \frac{2\pi}{P}(x_{ci} - t(s^*)) - \cos \frac{2\pi}{P}(f_{ci} - f(s^*))}{\frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{P} \right]^2 ((x_{ci} - t(s^*))^2 + (f_{ci} - f(s^*))^2)} ds^* \\ &\quad + \Delta S_i \left[\ln \left(\frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{P} \right]^2 \left[\frac{\Delta S_i}{2} \right]^2 - 2 \right) \right] \quad i=j\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}t(s^*) &= x_j + \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta S_j} s^*, \\ f(s^*) &= f_j + \frac{f_{j+1} - f_j}{2} s^* \\ \Delta S_j &= s_{j+1} - s_j \\ &= \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (f_{j+1} - f_j)^2} \\ x_{ci} &= \frac{x_{i+1} + x_i}{2}, \\ f_{ci} &= \frac{f_{i+1} + f_i}{2}\end{aligned}$$

(2) Kutta조건

파넬법에서는 후연점에서 Kutta조건을 만족시키기 위해서는 후연점에 인접해서 하류쪽에 미소한 파넬요소를 첨가시켜 후연점을 계산점이 되게끔 하여야 한다. 이 경우 Kutta조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Psi + \sum_{j=1}^{N-1} \bar{\gamma}_j A_{tp,j} &= V_m x_{tp} \sin \beta_m - V_m f_{tp} \cos \beta_m \quad (8) \\ A_{tp,j} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\Delta S_i} \ln \left\{ \cosh \frac{2\pi}{P}(x_{tp} - x(s)) \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{2\pi}{P}(f_{tp} - f(s)) \right\} ds.\end{aligned}$$

(3) 비압축성 유동

비압축성 유동 계산을 위하여 영향계수의 수치적분은 Romberg의 구적법을 사용하였으며, 비점성 속도의 압축성 영향을 계산하기 위하여 Karman-Tsien법칙을 적용하였다⁽⁴⁾.

2.2 점성유동⁽¹⁰⁾

정상 2차원 유동으로 해석하였고, 벽면의 조도와 자유유동의 난도는 고려하지 아니 하였으며, 천이 점부터 경계층유동은 난류유동을 한다고 가정하였다⁽⁴⁾.

(1) 층류 경계층

$$\text{연속 방정식} : \frac{\partial(\rho u)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial \xi} = 0 \quad (9.a)$$

$$\begin{aligned}\text{운동량 방정식} : \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial \xi} &= - \frac{\partial P}{\partial s} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \mu \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} \right]\end{aligned}\quad (9.b)$$

$$\begin{aligned}\text{에너지 방정식} : \rho u \frac{\partial}{\partial s} (C_p T) + \rho v \frac{\partial}{\partial \xi} (C_p T) &= u \frac{dP}{ds} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[k \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \mu \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} \right]^2 \\ &= u \frac{dP}{ds} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[k \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \mu \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} \right]^2\end{aligned}\quad (9.c)$$

$$\text{상태 방정식} : P = \rho R T \quad (9.d)$$

식 (9)를 Illingworth-Stewartson변환하고 적분형 방정식으로 정리⁽⁴⁾하면

$$\begin{aligned}-\bar{u}_e \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\frac{n}{\partial u_e / \partial \bar{x}} \right] &= 2n(H_{tr} + 2) + l \\ \theta_{tr} &= \int_0^s \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} - \left[1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} \right] d\bar{y} \\ \delta_{tr} &= \int_0^s \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} \left[1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} + S \right] d\bar{y}\end{aligned}$$

이다.

여기서

$$n \equiv -\frac{\partial \bar{u}_e}{\partial \bar{x}} \left[\frac{\theta_{tr}^2}{v_0} \right],$$

$$l \equiv \frac{\theta_{tr}}{\bar{u}_e} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right]_w,$$

$$S_w = \frac{T_w}{T_o} - 1$$

이며 상첨자(–)와 하첨자(tr)은 변환된 계산량을 나타낸다. 천이점은 충류 경계층 계산으로부터 구한 θ , H , δ^* 로 부터 예측할 수 있다⁽¹¹⁾

(2) 난류 경계층⁽¹⁰⁾

$$\text{연속 방정식} : \frac{\partial(\rho u)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} = 0$$

$$\text{운동량 방정식} : \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial \xi} = - \frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau}{\partial \xi}$$

여기서 τ 는 점성 전단응력과 난류 전단응력의 합성응력이고, 모든 종속변수는 시간 평균값이다. Illingworth-Stewartson 변환하고 정리하면 운동량 적분방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dH_i}{dx} &= -\frac{1}{\bar{u}_e} \frac{d\bar{u}_e}{d\bar{x}} \left[\frac{H_i(H_i+1)^2(H_i-1)}{2} \right] \\ &\quad \left[1 + \frac{2}{(H_i+1)\theta_{tr}} \int_0^A \left(\frac{h_s}{h_0} - 1 \right) d\bar{y} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(H_i-1)}{H_i^2(H_i+1)\theta_{tr}^2} \int_0^A \left(\frac{h_s}{h_0} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. \bar{y} d\bar{y} + \frac{\tau_w(H_i^2-1)}{\rho_0 \frac{P_e}{P_0} \left(\frac{a_e}{a_0} \right)^2 \bar{u}_e^2 \theta_{tr}} \right. \\ &\quad \left. \left[H_i - (H_i+1) \int_A^1 \frac{\tau}{\tau_w} d\left(\frac{y}{A} \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} H_{tr} &= H_i + \frac{\int_0^A \left(\frac{h_s}{h_0} - 1 \right) d\bar{y}}{\theta_{tr}} \\ \int_0^1 \frac{\tau}{\tau_w} d\left(\frac{y}{A} \right) &= 1.03 \frac{H_i}{(H_i+1)} \end{aligned}$$

이며, 하첨자(e) edge, (o)는 정체저마에서의 값을 나타내며 (A)는 변환된 경계층두께이다. 박리현상에 대한 규명은 국소 마하수 구배 $\left[\frac{dM}{d(s/c)} \right]$ 와 국소 운동량두께를 기준으로 한 레이놀즈(Re_θ)의 관계로 부터 예측할 수 있다⁽⁴⁾.

3. 수치계산

본 연구에서 사용한 압력계수는 Hansen⁽⁹⁾이 사용한

$$C_p = \frac{P_{01} - P_g}{P_{01} - P_1} \quad (11)$$

이고 여기서 P_{01} , P_1 은 입구조건에서의 전압과 정압을 P_g 는 국부 정압을 나타낸다. 속도계산을 위한 역행렬계산은 Gauss-Jordan 소거법을 사용하였

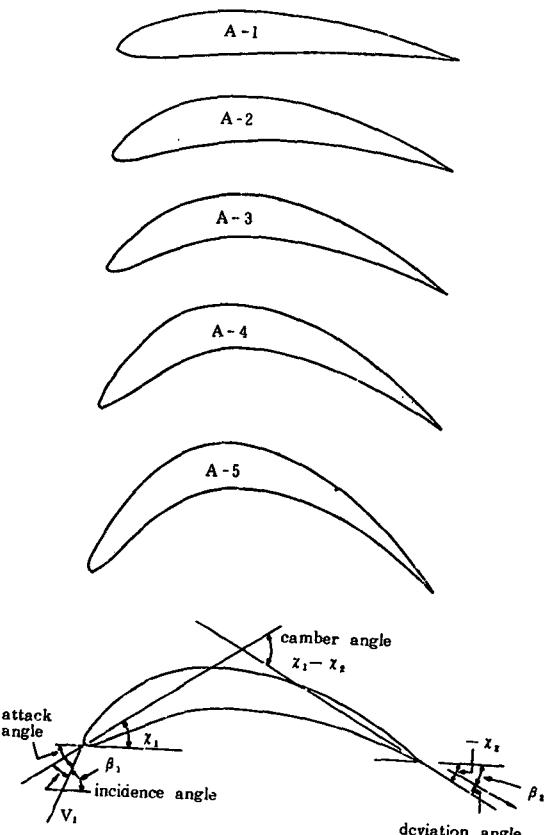


Fig. 4 Blade type and notation

다. 해석익털의 익형은 NACA 4자리 계열 방식을 사용하였다. 계사나에 사용한 익형의 형상은 Fig 4와 Table 1에 유동조건은 Table 2와 같다.

3.1 비점성-점성 상호작용 방법

비점성 계산되는 익형표면이 점성에 의한 두께(배제두께)만큼이 더하여져서 익형의 형상이 변화하였다고 간주하여 계산하는 방법으로써, 더하여지는 배제두께가 일정할 때까지 반복 계산하는 방법이다. Fig. 5에 나타난 것은 상하면에서 발생한 배제두께 차이에 의한 캡버각(camber angle) 변화를 고려한 계산이며, Fig. 6은 배제두께 자체의 영향을 고려한 계산으로 개괄적인 유동장 과정순서는

- (1) 원래의 익형 주위에서 비점성 유동장 해석 및 압축성 영향 계산
- (2) 계산된 비점성 유동장 해석으로부터 경계층해를 계산하여 배제두께를 계산
- (3) 원래의 익형에 경계층 배제두께를 더하여 변

Table 1 Geometry of blade

Type	Location of max. thickness/chord (%)	Max. thickness/chord (%)	Location of max. camber/chord (%)	Max. camber/chord (%)
A-1	30	10	40	5
A-2	30	10	40	10
A-3	30	10	40	15
A-4	30	10	40	20
A-5	30	10	40	25

Table 2 Flow conditions

Type	Inlet blade angle χ_1 (degree)	Incidence i (degree)	Inlet fluid angle : β_1 (degree)	Outlet blade angle : χ - (degree)	Camber angle : θ (degree)	Deflection d (degree)
A-1	14.00	0	14.00	- 9.05	23.05	23.05
		5	19.00			28.05
		10	24.00			33.05
A-2	26.52	0	26.52	-17.63	43.14	43.14
		5	31.52			48.14
		10	36.52			53.14
A-3	36.76	0	36.76	-25.67	62.43	62.43
		5	41.76			67.43
		10	46.76			72.43
A-4	44.88	0	44.88	-32.72	77.60	77.60
		5	49.88			82.60
		10	54.88			87.60
A-5	51.28	0	51.28	-38.79	90.07	90.07
		5	56.28			95.07
		10	61.28			100.07

형된 익형을구함

(4) 변형된 익형에 대한 비점성 유동해를 계산

(5) 점근해를 구하기 위하여 (2)에서 (4)의 가정을 반복함으로 양력계수가 수렴해를 얻을 때까지 반복 계산이며, 비점성 속도 계산 순서는

(i) 입력값 β_1 , 변형된 혹은 원래의 익형으로부터 Kutta조건 지점에서의 접선각으로부터 β_2 계산(ii) β_m , V_m 계산 및 변형된 혹은 원래의 익형에 대한 영향계수의 계산

(iii) 비점성 지배방정식의 선형화로부터 비점성 속도 계산

(iv) Karman-Tsien의 관계로부터 압축성 효과 계산 및 전연 지점의 정체점 계산이다.

그리고 후연지점의 상하지점이 일치하지 않는 경우 와 후류 영향을 고려하기 위하여 비점성유동 계산에서

(1) 배제두께의 전형으로 변형된(혹은 원래의) 익형을 시위선에 대칭 익형으로 변환하고, 후연의 상

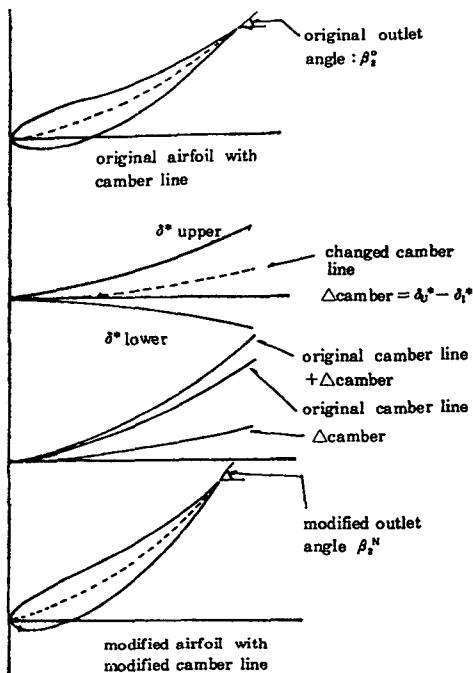


Fig. 5 Modification of camber line due to boundary layer displacement thickness

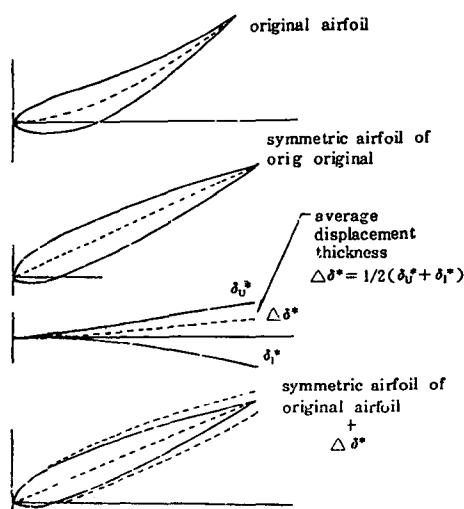


Fig. 6 Modification of symmetric airfoil due to boundarylayer displacement thickness

하부면이 일치하지 않는 경우는 후연지점에서의 후류 경계층 배제두께 공식을 사용하여, 후연을 확장한 대칭형 익형을 계산하여 비점성 유동장 해석(원래의 익형에 대한 속도: G_0 , 변형된 익형에 대한

속도: GN)

(2) 변형된 비대칭익형에 대한 속도계산(속도: G)

(3) 결과적으로 얻어지는 속도 분포는⁽¹⁰⁾

$$\left[\frac{V}{V_\infty} \right]_{\text{Total}} = \left[\frac{V}{V_\infty} \right]_G + \left[\frac{V}{V_\infty} \right]_{GN} - \left[\frac{V}{V_\infty} \right]_{G_0}$$

로 하였다(3.2절 참조).

3.2 변형된 익형 계산

배제두께에 의한 원래 익형의 변형화 및 배출자 배제두께의 영향으로 변형된 익형을 구하는 과정은 다음 Fig. 5와 같다.

앞의 과정에서와 같이 배제두께의 영향 등에 의해 편향각이 발생하므로, 이에 따른 변형된 익형 형태에 의한 출구배출각(outlet angle)을 사용하여 유동장해석을 수행하는 것이, 보다 타당성을 가짐을 알 수 있으며, 이 각도는 비점성-점성 상호작용 방법이 수렴함으로서 최종값을 나타내게 된다. 그리고 배제두께의 영향으로 변형된 익형을 구하는 과정은 Fig. 6과 같으며 배제 두께의 영향에 의한 변형된 익형 형태에 따라서 변화하는 출구배출각 (Fig. 5아래)을, 점성-비점성 상호작용 방법에 의하여 유동장 해석이 수렴하면서 동시에 수렴하도록 하였다.

Fig. 5, Fig. 6에서 부과된 경계층 두께 효과는 익형이 끝나는 후연 이후까지 영향을 미치게 된다. 영향을 미치는 영향구역의 모델링은 다음과 같은 식으로 나타난다⁽¹⁰⁾.

$$Z = 1/2[(Z_{te} - Z_\infty) - e^{-6.9X'} + Z_\infty](1.0 - X')$$

여기서 $x' = x/c - 1$ $c < x < 2c$

3.3 수렴조건

본 연구에서 수렴조건을 사용하는 부분은

- (i) 영향계수의 계산
- (ii) 점성-비점성 상호작용 방법

으로 구분된다.

(1) 영향계수의 수렴조건

영향계수의 적분해는 엄밀해를 구할 수 없으므로, 수치적분을 수행하여야 한다. 적분해의 수렴값을 얻을 수 있는 Romberg의 구적법을 사용하였다. 이법은 수렴해를 얻지 못하면, 계산값을 2배로 나누어 나가는 방법이다. 수렴조건은 상대오차를 적용하여

$$\epsilon = \left| \frac{A^{n+1} - A^n}{A^n} \right| < 10^{-6}$$

으로 계산하였으며, 여기서 A^n 은 먼저 계산된 영 향계수, A^{n+1} 은 새로 계산된 영 향계수로서, A^{n+1} 을 계산하는 시간은 A^n 보다 2배의 시간이 걸린다. 그리고 영 향계수의 적분 구간이 10^{-1} 의 차원을 가지며, 또 일부분을 계속 2배수로 나누어 적분을 수행하여야 하므로, Romberg 구적법 계산을 위한 모든 변수는 배정수로 하였다.

(2) 점성-비점성 상호작용 방법

점성-비점성 상호작용의 수렴률은 수렴함수를 계산된 평균 양력계수로 사용하였다. 대부분의 유동장 해석은 5회 이내에 수렴해를 얻을 수 있었으며, 수렴조건은 영 향계수의 수렴조건과 마찬가지로 상대오차를 적용하였다.

$$\epsilon = \left| \frac{C_p^{N+1} - C_p^N}{C_p^N} \right| < 10^{-4}$$

여기서의 상첨자 N 은 먼저 계산된 값이며, $N+1$ 은 나중 계산값이다. 여기서의 계산 시간정도는 영 향계수의 적분과는 달리, 같은 계산과정을 반복 계산 하므로 C_p^N 과 C_p^{N+1} 의 계산시간이 거의 같다.

4. 계산 결과 및 고찰

5가지 만곡각을 갖는 이기열 주위 유동에 대하여 입구 마하수 0.3, 레이놀즈수 $Re=0.3\times 10^6$ 의 유동조건하에서 해석한 결과 다음과 같다.

Fig. 7은 익형간극비 0.8, $i=0^\circ$ 에 대하여, 만곡각 변화가 가장 적은 A-1익형에 대한 압력계수분포이고 Fig. 8은 막곡각의 가장 큰 A-5익형에 대한 해석 결과이다. 두 결과를 비교하면 만곡각이 큰 A-5익형에서, 부압면의 전연부분과 정압면의 후연부분에서, 점성과 압축성의 영향으로 속도가 증가한다는 것을 알 수 있다. 그리고 후연부분 압력분포의 변화는 부압면과 정압면의 후연근방 경계층 두께차에 의한 편향각(deviation)의 변화에 의한 영향으로 사료된다.

Fig. 9는 익형간극비 0.8, $i=10^\circ$ 에 대하여 A-5익형에 대한 압력분포를 나타낸 결과로 Fig. 8($i=0^\circ$)과 비교하면 전연부근과 후연부근의, 점성과 압축성의 영향이 증대한다는 것을 나타내고 있다. 또한 Fig. 10은 Fig. 9의 유동조건과 같게 하고 익형간극비를 1.2로 한 경우로서, i 의 변화와 마찬가지

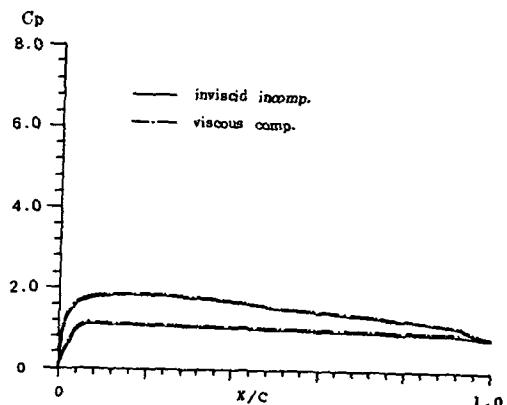


Fig. 7 Surface pressures of A-1 airfoil cascade at $M_i=0.3$, $Re=0.3\times 10^6$, $i=0^\circ$, $p/c=0.8$

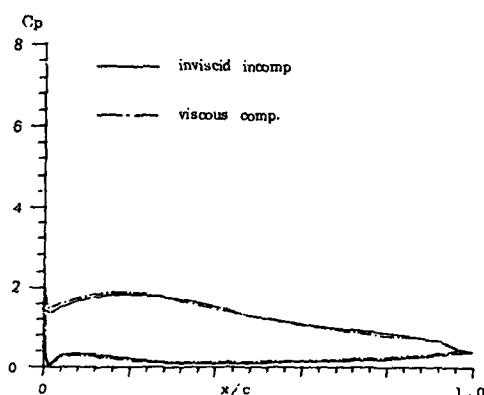


Fig. 8 Surface pressures of A-5 airfoil cascade at $M_i=0.3$, $Re=0.3\times 10^6$, $i=0^\circ$, $p/c=0.8$

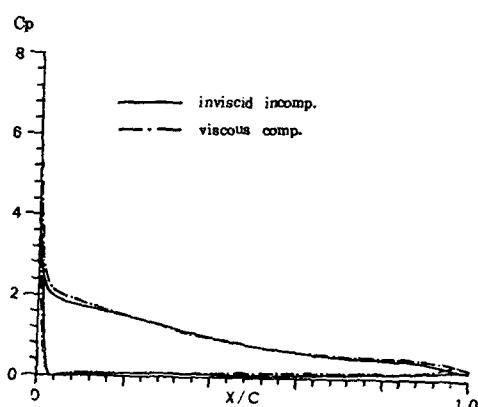


Fig. 9 Surface pressures of A-5 airfoil cascade at $M_i=0.3$, $Re=0.3\times 10^6$, $i=10^\circ$, $p/c=0.8$

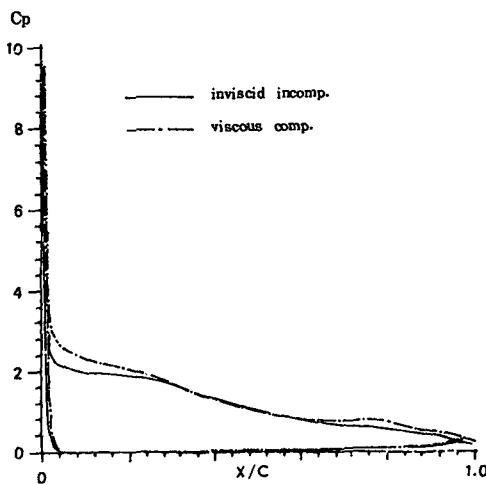


Fig. 10 Surface pressures of A-5 airfoil cascade at $M_i=0.3$, $Re=0.3 \times 10^6$, $i=10^\circ$, $p/c=1.2$

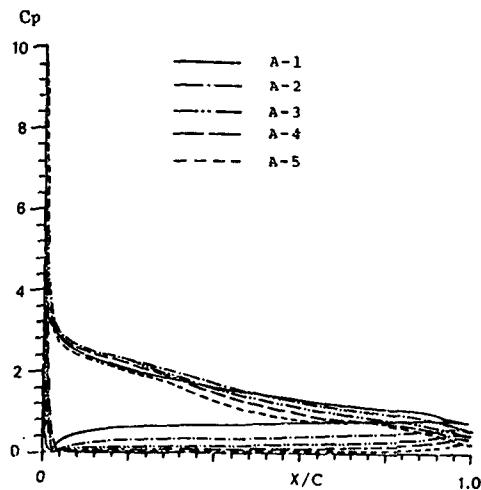


Fig. 12 Surface pressures at $M_i=0.3$, $Re=0.3 \times 10^6$, $i=10^\circ$, $p/c=1.2$

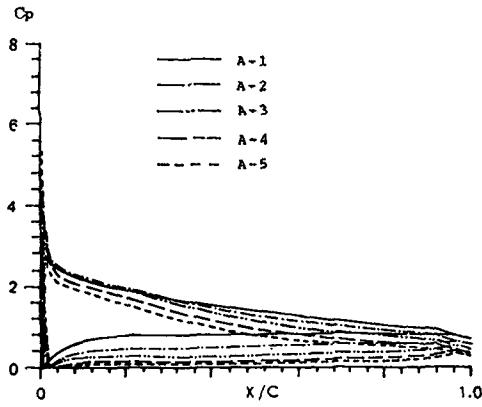


Fig. 11 Surface pressures at $M_i=0.3$, $Re=0.3 \times 10^6$, $i=0^\circ$, $p/c=0.8$

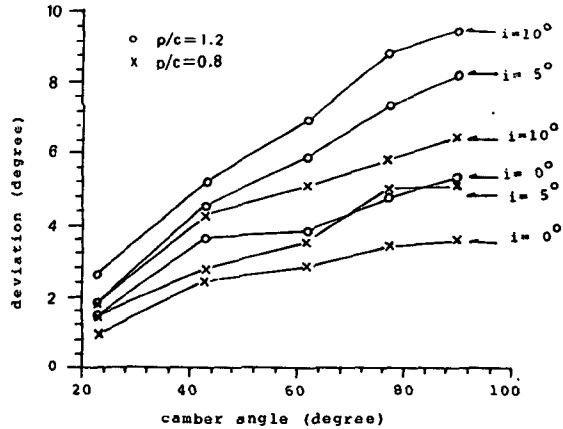


Fig. 13 Deviation with incidence angles vs camber at $M_i=0.3$, $Re=0.3 \times 10^6$

로 점성 압축성의 영향은 익형간극비가 0.8인 경우 보다 1.2인 경우가 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 5가지 익형에 대하여 익형간극비가 0.8, $i=10^\circ$ 인 때의 압력계수 분포를 표시한 것이다. 전체 익형에 대하여 부압면에서는 만곡각의 증가에 따른 압력계수 변화가 크지 않으나, 정압면에서는 큰 변화를 나타내었다. 그러나 만곡각이 60° 가 넘는 영역의 익형에서는 압력계수 분포변화 정도가 비슷하거나, 오히려 감소한다는 것을 알 수 있다. 즉 만곡각 증가에 따른 양면의 압력 불평형의, 만곡각의 60° 정도까지는 증대하여 압력이 커

지다가, 60° 이상의 만곡각 영역에서는 압력 불평형 정도가 비슷하거나, 감소한다는 것을 알 수 있다. 이것은 전향각 증가에 따라 압력이 선형적으로 증가하지 않는다는 사실과 부합된다. 그리고 Fig. 12는 Fig. 11과 같은 유동조건에서 익형간극비를 1.2로 계산한 결과로서, 익형간극비가 0.8인 경우와 같은 경향을 나타낸다는 것을 알 수 있으나, 익형간극비가 0.8보다 1.2인 경우가 압력분포의 격차가 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 13은 입사각(영각)을 매개로 하여 만곡각에 대한 편향각의 변화를 나타낸 그림이다. 거의 점성

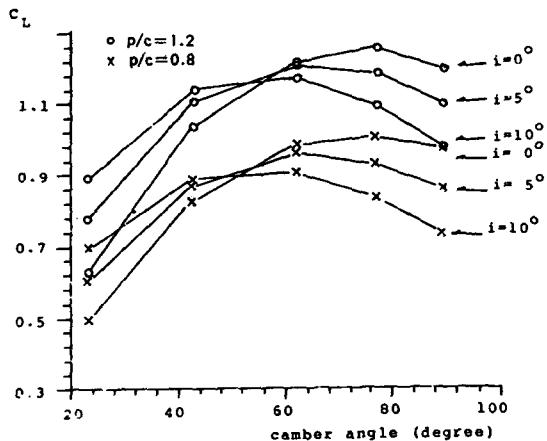


Fig. 14 Lift coefficient distribution with incidence angle vs camber angle at $Re=0.3\times 10^6$, $M_i=0.3$

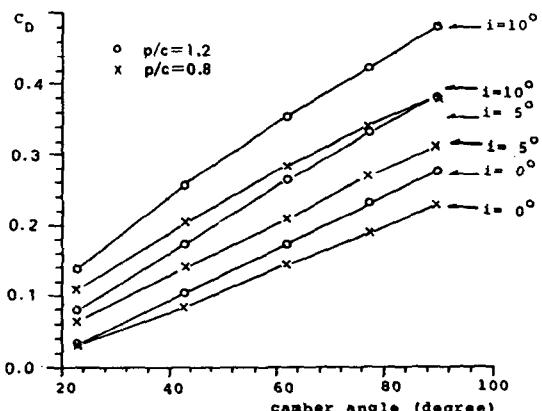


Fig. 15 Drag coefficient distribution with incidence angle vs camber angle at $Re=0.3\times 10^6$, $M_i=0.3$

의 영향을 받게되는 편향각은, 만곡각이 증가함에 따라 증가하며, 입사각이 증가함에 따라서도 증가하며, 익형간극비가 1.2인 경우가 0.8인 경우보다 증가율도 크다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실은 익형간극비가 큰 경우가 작은 경우에 비하여 점성과 압축성의 영향이 크다는 것과, 입사각이 증가함에 따라서도 점성 압축성의 영향이 증가한다는 사실과 부합된다.

Fig. 14와 Fig. 15는 입사각을 매개로 하여 만곡각 변화에 따른 양력 및 항력계수의 변화를 나타낸 그림이다. 양력계수는 만곡각이 작은 영역에서는 입사각이 증가함에 따라 증가함을 알 수 있으나 만

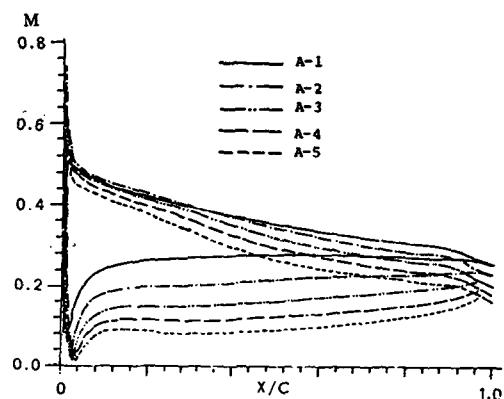


Fig. 16 Distribution of local Mach number at $M_i=0.3$, $Re=0.3\times 10^6$, $p/c=0.8$, $i=10^\circ$

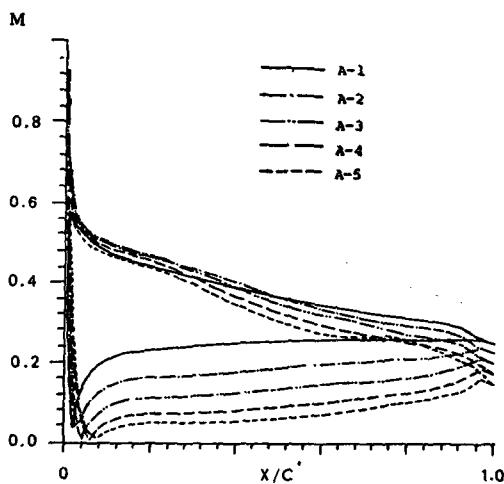


Fig. 17 Distribution of local Mach number at $M_i=0.3$, $Re=0.3\times 10^6$, $p/c=1.2$, $i=10^\circ$

곡각이 큰 영역에서는 입사각에 따라 오히려 양력이 떨어짐을 알 수 있으며 익형간극비가 큰 익형이 작은 익형에 비하여 양력이 크다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실은 압력계수 분포선도에서의 압력불균형 정도가 나타내었던 현상과 잘 일치한다는 것을 알 수 있다. 항력계수는 양력계수와는 달리 만곡각이 증가함에 따라 증가하였고 입사각이 증가함에 따라서도 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

Fig. 16과 Fig. 17은 $i=10^\circ$ 에서 익형간극비가 각각 0.8일때와 1.2일때를 나타낸 그림이다. 그림에서 공통적으로 나타나는 현상으로 부압면상에서의 마하수 분포가 정압면의 분포에 비하여 크다는 것

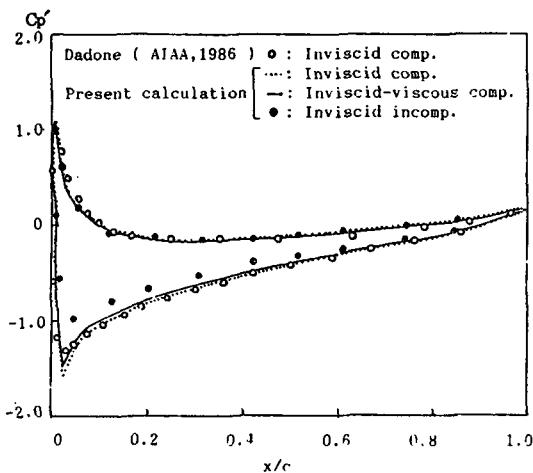


Fig. 18 Comparison of viscous, compressible effect of C_p for NACA 0012, $\alpha=3$, $M_t=0.5$

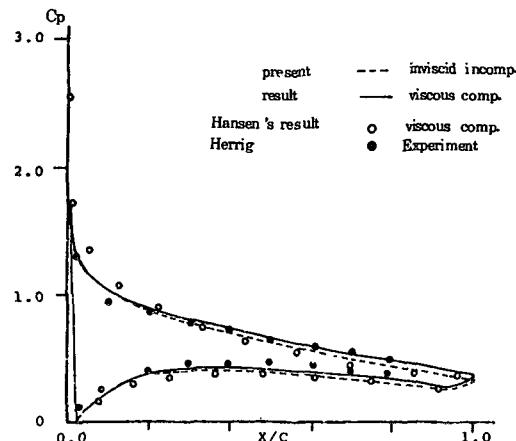


Fig. 20 Surface pressures for NACA 65-410 airfoil cascade at $M_t=0.1$, attack angle=18.1°, $\delta_0=45^\circ$ $Re=245,000$

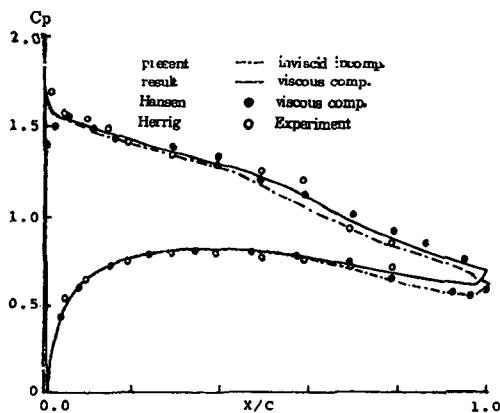


Fig. 19 Surface pressures for NACA 65-410 airfoil cascade at $M_t=0.1$, attack angle=9.3°, $\delta_0=45^\circ$ $Re=245,000$

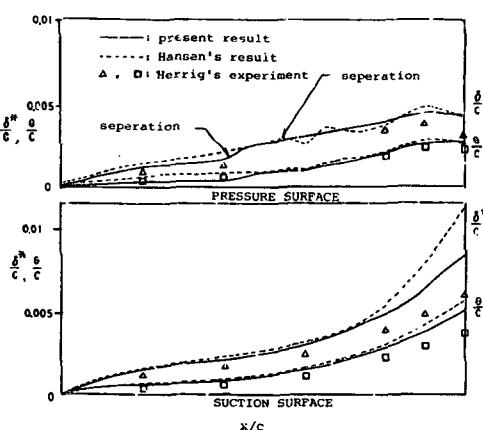


Fig. 21 Surface boundary layers for the 65-410 airfoil cascade at $\alpha=9.3^\circ$

을 나타낸다. 그리고 입구마하수가 압축성 한계인 0.3에서도 대부분의 영역이 0.3미만이라는 것을 알 수 있다. 이것은 압축성의 영역보다는 점성의 영향이 오히려 크게 작용할 수 있다는 것을 나타낸다.

Fig. 18은 익형간극비가 무한대의 경우인 단일 익형(NACA 0012, $M_t=0.5$)에 대하여 Dadone⁽⁷⁾의 비점성 압축성 유동을 해석한 결과를, 동일한 조건에 대하여 본 연구에서 수행한 계산 방법으로 계산한 결과와 그림이다. Fig. 19 및 Fig. 20은 통상의 만곡각을 갖으나 예선회를 주어 전향도를 증대시킴으로서 만곡각이 큰경우와 유사한 효과를 내도록 한 것으로 NACA 65-410익형의 익렬주의 유

동에 대한 Herrig⁽⁸⁾의 실험값, Hansen⁽⁹⁾의 계산값과 이들 유동 조건과 동일한 조건에서 본 연구 방법을 사용한 계산결과를 비교한 것이다. Hansen은 익열주위 유동을 하나의 채널 유동으로 가정하고, 비점성 유동영역의 유동방정식과 경계층 방정식을 사용하여, FDM에 의한 점성-비점성 상호작용 방법으로 해석한 것이다. Fig. 18에서 Fig. 20의 결과로 부터 점성-압축성의 영향에 대한 본 이론은 타당성이 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 21은 Fig. 19의 정면압과 배압면의 경계층 뒤께와 모멘텀 두께를 Herrig⁽⁸⁾의 실험값, Hansen⁽⁹⁾의 계산값과 동일한 유동조건에서 비교한 것으로

Hansen의 계산값과 함께 상당히 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

입사각과 만곡각에 따른 큰 전향각을 갖는 날개 열에 대한 2차원 유동장을 점성과 압축성을 고려하여 입구 마하 수 0.3까지 해석할 수 있는 알고리듬을 얻어내었다. 이 방법으로 기존의 실험과 동일조건에서 계산하였을 때, 실험값과 잘 일치함을 확인하였다. 계산결과로 부터 확인된 몇가지 결과를 열거하면 다음과 같다.

(1) 같은 조건에서 만곡각이 큰 경우가, 점성과 압축성의 영향이 크게 나타났으며, 또한 입사각이 크고, 익형간극비가 큰 경우가 점성과 압축성의 효과가 크게 나타났다.

(2) 만곡각이 60° 정도까지는 양력계수가 증대하였으나 이 각도보다 큰 익률에서 양력계수는 감소하였다. 반면에 항력계수는 만곡각 증가에 따라 선형적으로 증가하였다. 따라서 터보 블레이드 설계시 최적한 만곡각을 찾아낼 수 있는 방법에 대한 연구를 수행할 필요가 있다.

(3) 입구 마하수가 압축성한계 이상의 경우에도 익형표면의 많은 영역에서 압축성 영향보다 점성의 영향을 크게 받을 수 있음을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 1986년도 한국과학재단 연구비의 지원으로 이루어졌으며, 동재단 관계자 여러분께 깊은 사의를 표한다.

참 고 문 헌

- (1) Hawthorn, W.R., Tan, C.S. and McLune, J.E., 1984., "Theory of Blade Design for Large Deflection : Part

- I -Two-Dimensional Cascade", Trans. ASME. J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 346 ~353.
- (2) Hawthorn, W.R., Tan, C.S. and McLune, J.E., 1984., "Theory of Blade Design for Large Deflection : Part II -Annular Cascade", Trans. ASME J. for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 354~364.
- (3) Kennon, S.R., and Dulikravich, G.S., 1985., "The Inverse Design of Internally Cooled Turbine Blades", Trans. ASME. J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 123~126.
- (4) Son, B.J., Meang, J.S., Won, S.H., Choi, S.K. and Cho, K.H., 1988. "Design of Maximum Lift Airfoil in Viscous, Compressible Flow", Trans. of KSME, Vol. 12, No. 1, pp. 106~115.
- (5) Sato, I and Kaji, 1986, "Study of Transonic Cascade Airfoils by a Panel Method", JSME, B Part, Vol. 52, No. 484, pp. 3880~3887.
- (6) Morgan, H.L., 1975., "A Computer Program for the Analysis of Multielement Airfoil in Two-Dimensional Subsonic, Viscous Flow", NACA, SP ~347.
- (7) Dadone, A. and Napolitano, M., 1986., "A Perturbative Lambda Formulation", AIAA Journal, Vol. 24, No. 3, pp. 411~417.
- (8) Herrig, L.J., Emery, J.C. and Erwin, J.R., 1957., "Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65-Series Compressor Blades at Low Speed", U.S. NACA TN 3916.
- (9) Hansen, E.C., Serovy, G.K. and Sockol, P.M., 1979., "Axial-Flow Compressor Turning angle and Loss by Inviscid-Viscous Interaction Blade-to-Blade Computation", ASME J. Eng. for Power, pp. 1~7.
- (10) Semtana, F.O. etc., 1975., "Light Aircraft, Drag, and Moment Prediction-A Review and Analysis", NASA CR-34-002-179, 4469.
- (11) J.A. Bennett, S.H. Goradia, 1966, "Method for Analysis of two Dimensional Airfoil with Subsonic and Transonic Application", Lockheed-Gorgia Company, ER-8591.