

〈論 文〉

라그랑지 관점에 입각한 난류유동장 내의 관성입자운동 모사 모델

문 선*·맹 주 성**

(1990년 7월 19일 접수)

Lagrangian Simulation Model of Heavy Particle Motion in a Turbulent Flow

Sun Moon and Joo Sung Maeng

Key Words : Turblence (난류), Particle Trajectory (입자궤적,) Dispersion of Particles (입자분산), Lagrangian Approach (라그랑지적 접근), Stochastic model (스토케스틱 모델), Crossing trajectory effect (통과궤적효과).

Abstract

The present simulation model relies on a new approach of the heavy particle motion in a turbulent flow considering the time and space correlation to the Lagrangian point of view. The turbulent field is, here, assumed that its characteristic scales are random and follow a Poisson's distribution. Using this model, we have computed the trajectory of each particle, that is, its velocity and position at each time in order to study the dispersion of particles in a grid turbulent flow. The computed results have been compared to the corresponding experimental data. Due to the complex mechanism of turbulence and the theoretically and experimentally lacking information, we had to make some assumptions for simplifying the situation, but we have found the good agreement between simulated and measured results. In particular, the application of the present method on the Lagrangian correlation of particle provides an interesting alternative to the usual computational methods.

기 호 설 명

C_D : 항력계수 (drag coefficient)
 E : 전기장의 세기
 F : 힘
 g : 중력가속도
 k : 평균 난류 운동에너지
 M : 격자 특성길이
 m : 질량
 Q, Q', Q'' : 랜덤 변수

q_e : 입자의 전하량
 R_E : 오일러 시간 상관관계
 Re : 레이놀즈수
 R_{ij} : 레이놀즈 텐서로 정의되는 상관관계
 $R_L(t)$: 라그랑지 시간 상관관계
 T_E : 오일러 시간 적분척도
 T_L : 라그랑지 시간 적분척도
 t : 시간
 t_0 : 초기시간
 U : 유체의 순간속도
 u : 유체의 난동속도

*정회원, 대우자동차 기술연구소

**정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

- V : 관성입자의 순간속도
 V_d : 이탈속도(drift velocity)
 X : 관성입자의 궤적(위치)
 X' : 유체입자의 궤적(위치)
 Δt : 수치해석 시간간격
 ε : 평균 난류 소산률
 Λ_{22} : 오일러 공간 적분척도(반경방향)
 λ : 난류 소산척도
 λ^* : 국소 상관관계 길이
 v : 동점성계수
 ζ, ζ' : 프와송의 분포를 갖는 렌덤 변수
 ρ : 밀도
 τ_c : 상관관계 시간
 τ_e : 와동의 수명
 τ_p : 관성입자의 이완시간
 τ_t : 관성입자의 와동 통과시간
 τ^* : 순간 상관관계 시간
 ϕ : 관성입자의 직경

하 첨 자

- f : 유체
 \mathcal{D} : 관성입자

1. 서 론

난류유동장속을 운동하는 입자에 대한 연구는 유체역학분야뿐만 아니라 환경오염, 연소공학, 기상예보 등의 분야에서 매우 중요한 위치를 차지하고 있다. 그러나 층류유동의 분자확산을 예측하는것과는 달리 유체가 난류운동을 하는 경우에는 이를 해석하기가 매우 어려워진다. 즉, 전자의 경우 확산물질의 농도가 높지 않다는 조건 하에서 해당하는 지배 방정식을 해석함으로써 만족할만한 결과를 얻고 있는 반면 난류운동장에서는 평균유동을 지배하는 방정식이 분자확산식과 유사하다 할 지라도 확산계수(diffusion coefficient)가 상수가 아닌 텐서형으로 나타나기 때문에 이를 해석하는데 근본적인 어려움을 겪고 있는 것이다⁽¹⁾. 또한, 고유의 질량, 따라서 고유의 관성을 갖는 입자가 난류유동장을 운동할 경우 항력, 중력, 압력, 부력 등의 비교적 잘 알려진 힘 이외에 입자와 입자 주위의 난류유동장과의 상호작용의 지배를 받게되므로 엄밀한 의미로 볼 때 난류장을 시간적 공간적으로 해석할 수 있어야 비로서 입자운동을 해석할 수 있게된다. 이

를 위해서는 개개 입자를 따라가며 그 운동을 관찰하는 라그런지적 접근을 필요로하나 난류유동장 자체의 구조가 복잡하여 80년대에 들어와서야⁽²⁾⁻⁽⁸⁾ 이에 대한 본격적인 연구가 시작되었다.

그 물성량이 시시각각으로 변하는 난류유동장 속,에서 개개의 입자가 그리는 궤적을 정확히 예측하는 일은 라그런지적 접근으로도 사실 불가능한 일이 아닐 수 없다. 그래서 이를 연구하는 학자들은 난류 물성량이 갖는 확률적 의미를 고려하여 많은 수의 가상적 궤적을 계산, 그 통계적 특성이 실제 난류장 및 입자군의 통계적 특성과 일치하는 결과를 얻도록하는 모델(stochastic model)을 찾는데 연구 목표를 두고 있다. 이와 같은 연구를 위해서는 난류장의 두가지 특성 즉, 그 무작위성(random property)과 상관관계(correlated property)를 어떻게 해석할 것인가, 그리고 난류유동장과 개개 입자간의 상호작용인 '통과궤적효과(crossing trajectory effect)⁽⁹⁾를 어떻게 고려할 것인가 하는 문제를 해결해야 한다.

본 연구는 이런 점들을 고려, 난류유동장 내의 실제 입자운동을 좀더 사실에 가깝도록 해석할 수 있는 모델을 제시하여 아직 실험에 의존하고 있는 관계분야에 그 이론적 응용범위를 넓히는데 그 목적을 두었다. 본 연구의 목적상 입자가 존재하는 난류장의 통계적 특성은 이미 알고 있는 것으로 가정하였으며 유체 내의 입자농도가 충분히 낮고 입자의 크기가 충분히 작아서 입자가 유동장에 미치는 영향은 무시할 수 있다고 간주하였다.

2. 입자운동 모사모델

2.1 순간 난동속도 결정

유체역학에서 말하는 '입자'에 대한 개념은 두가지로 구분된다. 하나는 수학적 의미로서의 가상적 점으로 '유체입자(fluid particle)'라고 부르며 이는 질량 개념이 무시된 연속체(유체)상의 한 점이다. 또 하나는 주위의 유체와 다른 재질을 갖는, 그래서 고유의 관성을 갖는 실제의 입자로서 저자에 따라 여러 명칭으로 불리어지나 (heavy particle, discrete particle, material particle) 본 논문에서는 '관성입자'라고 부르기로 하고 유체입자와는 엄밀히 구분하기로 한다.

한 관성입자가 유체 속을 운동할 경우 이 입자의 궤적 $X(t)$ 는 다음의 운동방정식을 차례로 계산하여

얻을 수 있다.

$$m \frac{dV}{dt} = F\{V(t), U(X, t)\} \quad (1)$$

$$\frac{dX}{dt} = V(t) \quad (2)$$

이때 m, V, X 는 각각 관성입자의 질량 그리고 시간 t 에서의 속도 및 위치이며 U 는 그순간 관성입자의 위치에서 관성입자가 존재하지 않을 때 갖는 유체의 속도이다. 식 (1)은 보통 'Tchen의 방정식'⁽¹⁾이라 부르며 비선형이므로 식 (1)과 (2)는 수치해석적으로 해결한다. 식 (1)의 F 는 관성입자에 작용하는 합력으로서 이에대한 표현은 3장에 소개되어 있다.

합력 F 가 유동장 U 의 함수이므로 난류유동에서 식 (1)과 (2)를 해석하려면 유체의 순간속도 U 를 각 순간마다 결정하여야 한다. 난류유동시 순간속도 U 는 일반적으로 다음과 같이 분해하여 생각한 다.

$$U = \bar{U} + u \quad (3)$$

평균유동장 \bar{U} 는 고전적인 방법으로(예를 들어 Naveirer-Stokes 방정식을 계산하여) 결정할 수 있으나 난동속도 u 의 순간 값은 해석적인 방법으로는 계산할 수 없으므로 난류장의 통계적 특성(레이놀즈 텐서)을 만족하도록 하는 랜덤값을 대입하여 결정한다.

이를 위해 통계적으로 독립이고 각각의 평균값과 표준편차가 0과 1인 세개의 랜덤 변수를 Q, Q', Q'' 라 할 때 난동속도의 각 성분을 다음과 같이 선형적으로 연관되어 (correlated) 있다고 가정한다^(3,10).

$$u_1 = a_1 Q \quad (4)$$

$$u_2 = a_2 Q + a_3 Q' \quad (5)$$

$$u_3 = a_4 Q + a_5 Q' + a_6 Q'' \quad (6)$$

이때 a_1, a_2, \dots, a_6 는 임의의 상수이다. 위의 각 관계식 (4), (5), (6)을 제곱한 후 평균하고 식 (4)와 (5), (5)와 (6), (6)과 (4)를 변변 곱하여 평균하며 미지수 a_1, a_2, \dots, a_6 를 난동속도성분 u_i 의 통계값으로 나타낼 수 있고 그 결과는 다음과 같다.

$$u_1 = u_1' Q \quad (7)$$

$$u_2 = u_2' \{QR_{12} + Q'(1 - R_{13})^{1/2}\} \quad (8)$$

$$u_3 = u_3' \left[QR_{13} + Q' \frac{R_{23} - R_{12}R_{31}}{1 - R_{12}^2} + Q'' \left\{ \frac{1 - (R_{12}^2 + R_{23}^2 + R_{31}^2) - 2R_{12}R_{23}R_{31}}{R_{12}^2} \right\}^{1/2} \right] \quad (9)$$

여기서 R_{ij} 는 난동속도의 i 와 j 성분에 해당하는 레이놀즈 텐서로 다음과 같이 정의 되는 오일러 상관계수이다.

$$R_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{\overline{u_i^2} \overline{u_j^2}} \quad u_i' = (u_i^2)^{1/2} \quad (10)$$

난동속도 값이 평균속도 값에 비해 충분히 작을 경우는 일반적으로 u_i 의 확률밀도분포를 정상분포 (Gaussian distribution)로 가정하므로 이 경우 랜덤변수 Q, Q', Q'' 의 값은 정상분포로부터 결정하면 된다.

여기서 상기해야 할 점은 위에서 유도한 식들이 레이놀즈 텐서와 같은 난류장의 국소특성(local property)을 만족시키기는 하나 관성입자는 난류장의 한 위치에서 다른 위치로 시간이 지남에 따라 이동하므로 한점 상관관계(one-point correlation) 및 두점 상관관계(two-point correlation)와 같이 서로 다른 시간, 서로 다른 공간에서의 난류특성도 함께 고려되어야 한다. 본 연구에서는 다음장에서 이를 고려하였다.

2.2 난류장의 구조 및 통과궤적효과 해석

고유의 질량을 가진 관성입자가 중력, 전기력 등의 외부력의 지배를 받게 되면 그 관성입자는 그순간 그 위치에 있는 유체입자와는 다른 운동을 하게 되어 이 두 입자는 서로 다른 궤적을 그리게 된다. 따라서 이 관성입자는 같은 성질을 가진 한 난류구조에 머무는 것이 아니라 이 난류구조에서 저 난류구조로 옮겨다니게 되는 것이다. 이런 현상을 '통과궤적효과(crossing trajectory effect)'라고 하며 관성입자의 운동에 가장 중요한 영향을 미치는 것으로 알려져 있다^(9,11).

이에 대해 Reeks⁽²⁴⁾와 Nir와 Pismen⁽²⁵⁾등의 학자들이 해석적인(analytic) 방법으로 이 효과가 고려된 관성입자의 분산, 상관관계 등의 관계식을 유도하였다. 그러나 이 관계식들은 엄밀하기는 하나 매우 복잡하여 실제에 적용하는데에는 한계가 있으며 또 관성입자군의 총체적(global) 특성에 연구 초점을 맞추고 있어서 각 입자의 고유운동과 이 효과의 상호작용을 연구하는데에는 어려움이 따르므로 각 입자의 궤적을 직접 계산하여 이 효과를 연구하려는 시도가 또다른 학자들에 의해 진행 되었다.

이미 발표된 입자 궤적 모사 모델 중 난류장의 구조 및 통과궤적효과를 고려한 모델을 살펴보면

먼저 Yuu 등⁽¹²⁾을 들 수 있다. 이들은 난류장이 수많은 와동(eddy)의 집합으로 이루어져 있다고 보고 한 와동내의 모든 난동성분 예를 들어 난동속도는 일정하다고 가정하였다. 그리고 각 와동의 초기위치 $X(t)$ 에 있을 때 그 위치의 유체 난동속도 u 를 랜덤값으로 결정한 후 그 값을 그대로 유지하며 이후의 관성입자 궤적을 운동 방정식 (1)과 (2)로 계산하다가 시간이 $t+T_L$ 이 되면 새로운 랜덤값을 유체 난동속도에 대입하고 다음 T_L 동안 궤적 계산을 수행하는 것이다. 이 모델에서는 한 와동의 수명이 다하기 전에 관성입자가 다른 와동으로 옮겨갈 수 있다는 통과궤적효과가 고려되지 않았다. Gosman와 Ioannides⁽²⁾는 다음의 두가지 특성시간 중 짧은 시간동안 난동속도를 일정하게 놓았다. 즉, 와동의 수명

$$\tau_e = \frac{\lambda}{|u|}$$

그리고 관성입자가 한 와동을 통과하는데 걸리는 시간

$$\tau_i = -\tau_p \ln\left(1 - \frac{\lambda}{\tau_p |V-U|}\right)$$

이때 τ_p 는 관성입자의 이완속도로 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_p = \frac{4\rho_p \phi}{3\rho_f C_D |V-U|}$$

ρ_p 와 ρ_f 는 각각 관성입자와 유체의 밀도, ϕ 는 관성입자의 직경, C_D 는 항력계수(drag coefficient)이다. 또 난류 소산척도 λ 는 다음과 같이 계산하였다.

$$\lambda = \alpha^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$$

여기서 k 는 난류 운동에너지, ε 는 평균 난류소산을 그리고 α 는 모델상수이다. 따라서 관성입자의 궤적은 다음과 같은 시간 τ_c 가 경과할 때마다 유체의 난동속도를 새로 정의하게 되는 것이다.

$$\tau_c = \text{Min}(\tau_e, \tau_i)$$

저자는 τ_c 를 입자의 상관관계시간(correlation time)이라고 부르고 있다. Gosman등 이외에도 Shuen등^(5,6), Mostafa와 Mongia^(7,8) 등의 학자들이 궤적 모사 모델을 제시하고 있으나 시간 τ_e 및 τ_i 를 계산하는 방법만 달리할 뿐 모두 위의 원리를 따르고 있다.

이 모델은 관성입자의 상관관계시간 τ_c 를 결정하는 과정에서 통과궤적 효과를 고려하고 있다. 그러나 τ_e 와 τ_i 값을 규칙적인 와동으로 난류장이 이루어

어져 있다는 의미를 내포하고 있다. 실제의 난류장은 서로 다른 크기의 와동으로 이루어져 있고 각 와동의 수명은 서로 다르며 한 와동이 수명이 다하여 소멸되면 새로운 성질의 와동이 생성되는 메카니즘을 상기해 볼 때⁽¹³⁾ 이 모델은 난류장을 매우 단순화시킨 결과가 된다.

Ormancey와 Martinon^(3,4)은 궤적 모사 모델에서 난류구조를 라그랑지 상관관계에 입력한 랜덤 변수를 이용하였다. 즉, 유동장의 한점(유체입자) 주위로 상관관계가 강한 구역을 난류장을 이루는 와동으로 보고 각와동의 수명을 프와송의 프로세스로 결정하였다. 그러나 이 모델에서도 와동의 크기는 역시 난류의 평균치인 공간적분척도로 정의하였고 수치해석시에만 필요한 시간간격 Δt 가 프로세스를 지배하는 문제점을 안고 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점들을 보완하기 위하여 Monte Carlo법에 의해 순간 상관관계시간 및 국소 상관관계길이를 다음과 같이 생성하였다.

$$\tau^* = T_L \zeta \quad (11)$$

$$\lambda^* = \Lambda \zeta' \quad (12)$$

여기서 T_L 는 라그랑지 시간적분척도, Λ 는 라그랑지 공간적분척도이고 ζ 와 ζ' 는 표준(standardized) 프와송 분포를 갖는 랜덤변수이다. 이 분포는 다음과 같이 주어지며

$$f(x) = \exp(-x)$$

이 분포를 만족하는 ζ , ζ' 는 다음과 같은 방법으로 생성할 수 있다⁽²³⁾.

$$\zeta = -\ln q, \quad \zeta' = -\ln q'$$

이때 q , q' 은 각각 0과 1사이에서 균일분포(uniform distribution)를 이루는 랜덤변수이다.

그러므로 식(11)과 (12)의 τ^* 및 λ^* 는 다음과 같이 주어지는 시간 및 공간 라그랑지 상관관계를 만족하게 된다.

$$R_L(\tau) = \exp(-\tau/T_L), \quad R_L(r) = \exp(-r/\Lambda)$$

보통 Λ 는 편이상 오일러 공간적분척도(반경방향) Λ_{22} 로 대치시킨다⁽¹³⁾. 이와 같이 계산된 τ^* 와 λ^* 는 한 유체입자를 기준으로 시간적 공간적으로 상관관계가 강한 범위를 결정하므로 이는 각각 한 와동의 수명 및 크기에 해당하게 된다. 이런 식으로 계산된 많은 수의 와동의 평균수명 및 평균크기는 T_L 과 Λ_{22} 가 됨은 물론이다.

2.3 궤적 계산 원리

한 관성입자가 임의의 와동에 들어간 순간을 t_0

라 하고 이때 유체의 난동속도 u 의 각 성분 순간 값을 식 (7)~(9)에 의해 그리고 τ^* 와 λ^* 값을 식 (11)과 (12)에 의해 결정한다. 관성입자의 궤적을 $X(t)$, 유체입자의 궤적을 $X'(t)$ 라 할 때 $X'(t_0) = X(t_0)$ 로 놓고 관성입자의 궤적 $X(t)$ 은 식(1)과 (2), 유체입자의 궤적 $X'(t)$ 는 식(13)을 이용하여 수치해석적으로 계산하기 시작한다.

$$\frac{dX'}{dt} = U(X', t) \quad (13)$$

수치해석의 시간간격 Δt 마다 다음의 두가지 테스트를 수행한다.

$$t - t_0 < \tau^* \quad (14)$$

$$|X - X'| < \lambda^* \quad (15)$$

• 만일 테스트 (14)와 (15)가 모두 만족되면 관성입자가 초기의 와동 속에 존재한다는 뜻이므로 t_0 에서 결정한 u 의 값을 그대로 사용하며 두 입자의 다음 위치 $X(t + \Delta t)$ 와 $X'(t + \Delta t)$ 를 계산한다.

• 만일 두 테스트 중 하나라도 만족하지 않을 경우는 기존의 와동이 소멸되었거나 [테스트 (14)를 만족하지 않을 때], 통과궤적효과에 의해 관성입자가 새로운 와동으로 이동했다는(테스트 (15)를 만족하지 않을 때) 것을 의미하므로 u , τ^* , λ^* 값을 다시 계산한 후 다음과 같이 초기조건을 수정하고 위의 절차를 반복한다.

$$t_0 = t, X'(t_0) = X(t_0)$$

이 의미는 와동이 바뀔 때마다 새로운 유체입자를 때라간다는 뜻이 된다. 수치해석상의 정확을 기하기 위해서는 τ^* 의 평균값인 T_L 임을 고려할 때 시간간격 Δt 를 T_L 보다 충분히 작게 잡아야 한다. 이 궤적 계산 원리는 Fig. 1에 도시되어 있다.

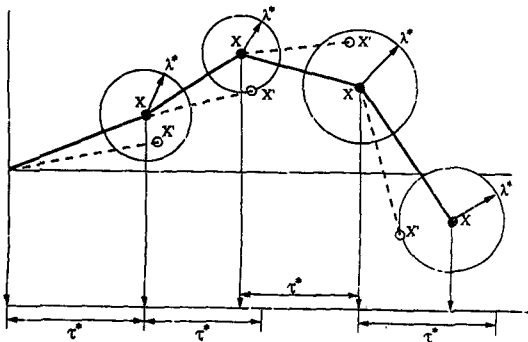


Fig. 1 Principle of the simulation

3. 모사결과

3.1 Snyder와 Lumley의 실험 모사

Snyder와 Lumley⁽¹⁴⁾는 격자 난류유동장(grid turbulence)에 여러 종류의 입자를 분사하여 사진 촬영에 의해 그 분산 특성을 연구하였다. 이 실험은 연직 상방으로 정상평균속도 6.55m/s를 갖는 공기유동 속에서 실시되었다. 난류가 생성되는 격자의 특성길이는 $M=2.45\text{cm}$ 이고 사용된 네가지 다른 재질의 입자특성은 Table 1에 제시되어 있다. 입자는 하나하나 $x_1/M=20$ 인 위치에서 공기의 평균속도와 같은 속도를 갖도록 분사되었다. x_1 은 격자로부터 측정된 유동방향의 거리이다. 각 입자의 위치는 유동장을 500ms간 이동하는 동안 10개의 카메라에 찍히게 된다. 첫째 카메라가 설치된 위치는 $x_1/M=68$ 이다.

이와 같은 입자유동을 앞장에서 제시한 모델에 의해 모사하였다. 운동방정식 (1)의 합력 F 에 대한 표현은 Tchen 이후 많은 학자들에 의해 제안되었는데 그중 가장 최근 것으로 Maxey와 Riley⁽¹⁵⁾를 들 수 있다. 그러나 이 식은 Stokes유동 즉 입자의 레이놀즈수가 1보다 매우 작은 유동에서만 유효하므로 본 실험모사에서는 레이놀즈수가 10에 가깝다는 사실을 고려하여 Odar와 Hamilton^(16,17)이 연구한 경험식을 사용하였다.

$$\frac{m\phi^3}{6}(\rho_p + C_A\rho_f)\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2}C_D\frac{m\phi^2}{4}\rho_f|V - U| - U(|V - U| + \frac{m\phi^3}{6}(\rho_f - \rho_p)g)$$

$$C_A = 1.05 - \frac{0.066}{Ac^2 + 0.12}, \quad Ac = \frac{|V - U|^2}{\phi|dV/dt|} \quad (16)$$

ϕ 는 입자(관성입자)의 직경, ρ 는 밀도, ν 는 유체의 동점성계수 그리고 하첨자 f 와 p 는 각각 유체와 입자를 의미한다. ρ_f/ρ_p 의 값이 매우 작으므로 Basset항은 무시하였다⁽¹⁾. 항력계수 C_D 는 레이놀즈수에 입각하여 다음과 같이 계산하였다⁽¹⁸⁾.

$$C_D = \frac{24}{Re}(1 + 0.15 Re^{0.687})$$

$$Re = \frac{\phi|V - U|}{\nu}$$

실험이 균일등방난류에 가까운 조건에서 수행되었으므로 식 (7)~(10)의 레이놀즈 텐서는 $i \neq j$ 일 때는 저자들이 측정에 의해 추정된 다음의 경험식으로 계산하였다.

Table 1 Characteristics of particles(Snyder & Lumley).

Material	ϕ (μm)	ρ_p (kg/m^3)	τ_p (ms)	Number of trajectories
Hollow glass	46.5	260	1.7	651
Glass	87.0	2500	45.0	736
Corn pollen	87.0	1000	20.0	846
Copper	46.5	8900	49.0	659

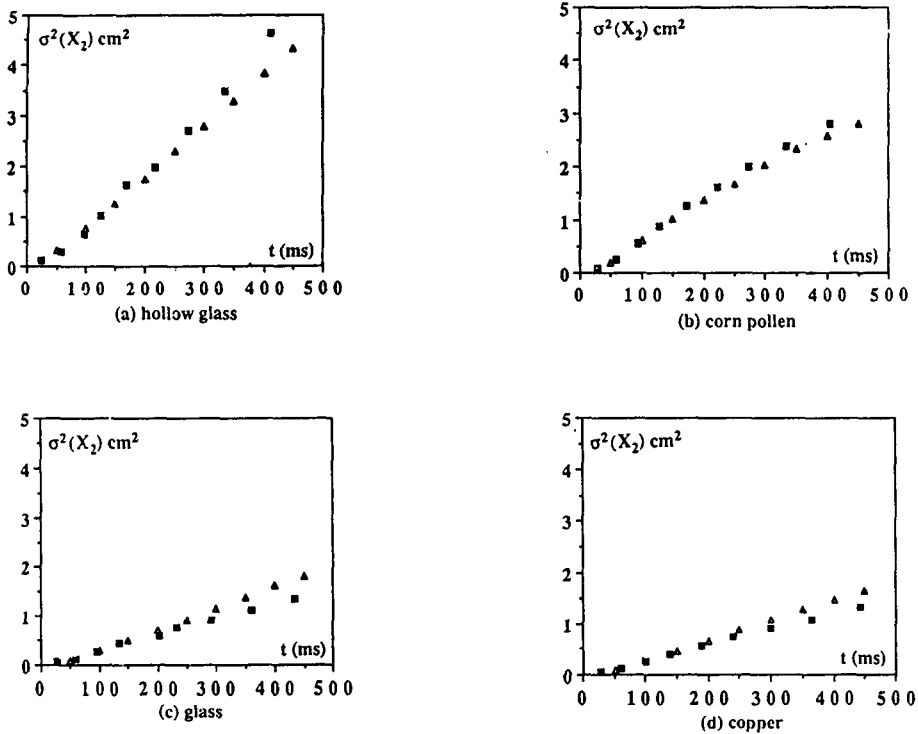


Fig. 2 Transverse dispersion of the particles: (■: experiment, △: simulation)

$$\frac{\bar{U}_1^2}{u_1'^2} = 42.4 \left(\frac{x_1}{M} - 16 \right)$$

$$\frac{\bar{U}_1^2}{u_2'^2} = 39.4 \left(\frac{x_1}{M} - 12 \right)$$

$$u_3'^2 = u_2'^2$$

테스트 (14)와 (15)을 실시하는데 필요한 적분척도 Λ_{22} 와 T_L 은 각각 저자의 실험 데이터 및 다음 관계식⁽¹¹⁾으로 계산하였다.

$$T_L = \frac{2}{8.5} \frac{u_i}{\epsilon}$$

운동방정식 (1), (2) 및 (13)식의 수치해석 시간

간격 Δt 는 hollow glass인 경우는 0.25ms, 그밖의 경우는 1ms로 잡았다. 이는 라그랑지 시간척도 T_L (20~200ms)와 Table 1에 제시된 입자 이완시간 τ_p 보다 충분히 작게 잡은 값이다. 식 (1)은 1차 근사식, 식 (2)와 (13)은 2차 근사식으로 해석하였으며 시간간격이 충분히 작아서 Runge-Kutta법을 사용하여 얻은 결과와 정확도상의 큰 차이가 발견되지 않았다. 가능한 실험조건과 같은 조건에서 모사를 하기위해 실험시에 측정된 입자수와 같은 수 (Table 1 참조)의 입자 체적을 모사하였으며 입자

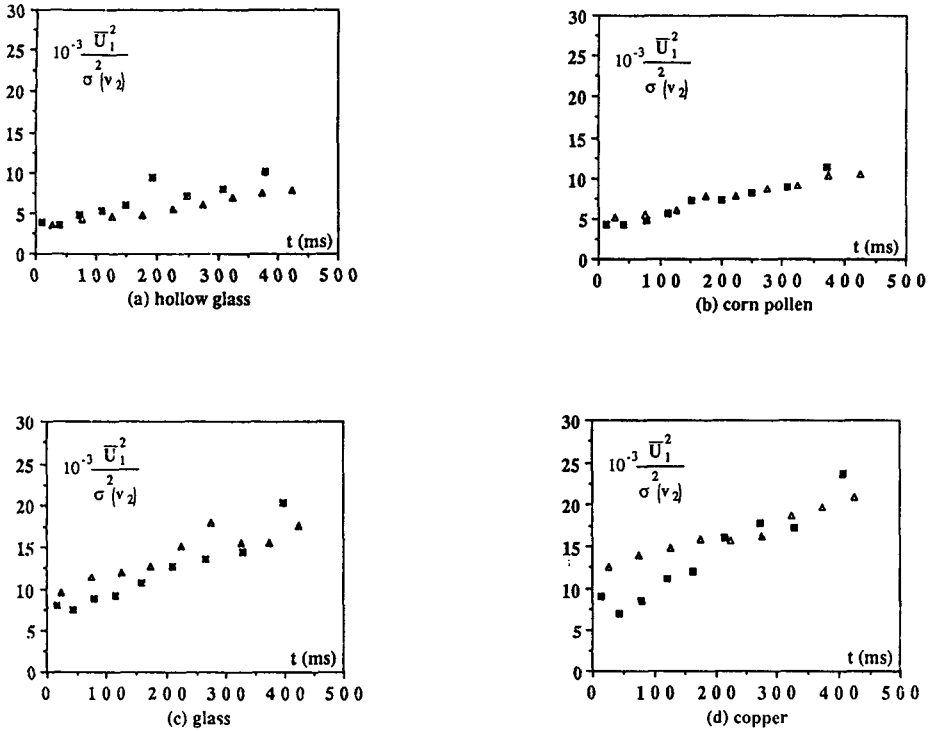


Fig. 3 Turbulent kinetic energy of the particles; (■: experiment, △: simulation)

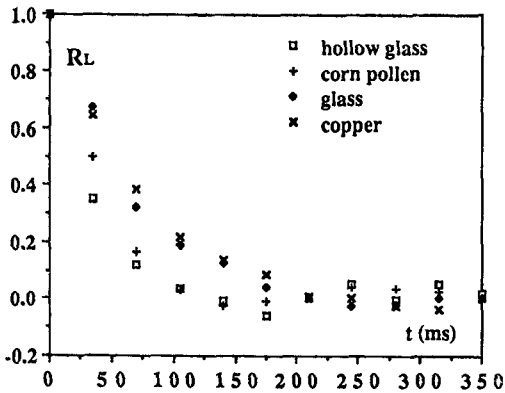


Fig. 4 Lagrangian correlation coefficients (simulation)

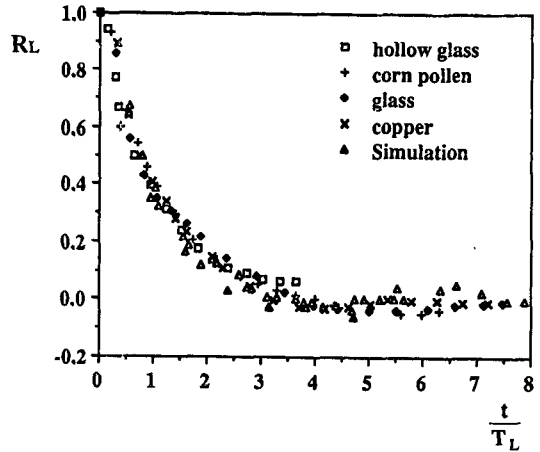


Fig. 5 Similarity of the Lagrangian correlation

수를 증가(2배)시켜 계산한 결과와 비교할 때 역시 큰 차이가 없었고 통계처리시 만족할 만한 안정도를 확인하였다.

제적 계산시 각 순간마다 얻어지는 개개 입자의 속도 및 위치를 이용하여 입자군의 통계적 특성을 계산할 수 있다. 예를 들어 $Xi(t)$ 를 입자의 순간

위치, $V_i(t)$ 를 입자의 순간속도라 하면 반경방향의 분산은 다음과 같이 계산된다.

$$\langle X_2(t)^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_2^k(t)^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_2^k(t) \right)^2$$

이때, $\langle \rangle$ 는 ensemble average, N 은 총 입자수, 상첨자 k 는 k 번째 입자를 의미한다. 또한 입자의

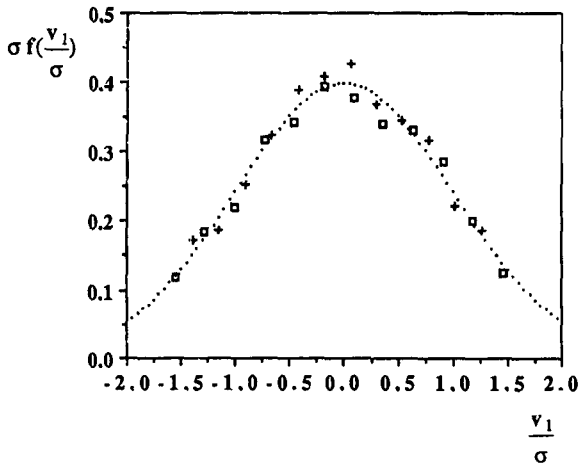


Fig. 6 Probability density of the particles velocity fluctuations (simulation).
(□: $x_1/M=30$, +: $x_1/M=60$...: GAUSS)

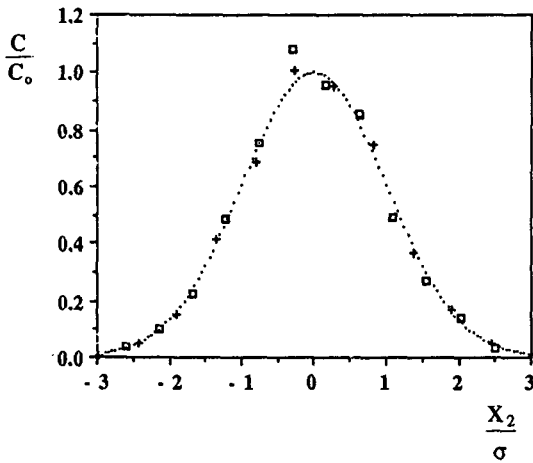


Fig. 7 Normalized concentration profiles (simulation).

라그랑지 상관관계는 다음과 같이 계산되며

$$\langle v_i(t)v_j(t+\tau) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_i^k(t)v_j^k(t+\tau)$$

이때의 v_i^k 는 입자의 순간 난동속도로서 다음과 같이 주어진다.

$$v_i^k(t) = V_i^k(t) - \langle V_i(t) \rangle = V_i^k(t) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V_i^k(t)$$

그밖에 입자의 속도와 위치에 관계된 다른 통계특성도 같은 방법으로 계산할 수 있다.

Fig. 2는 반경방향의 입자 분산을 나타낸다. 모사결과가 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다. 다른

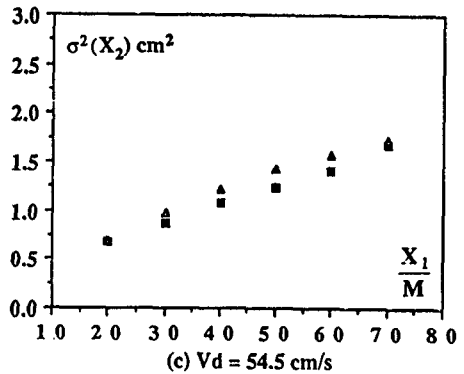
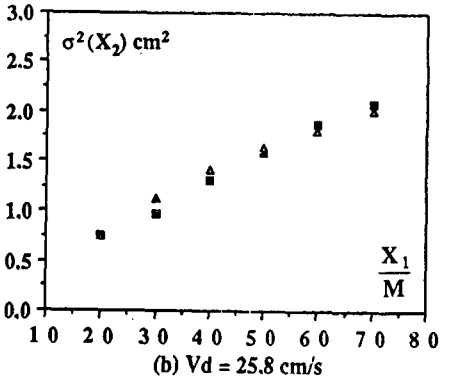
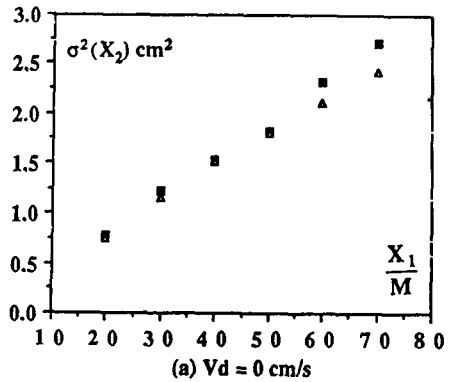


Fig. 8 Transverse dispersion of the particles:
(■: experiment, △: simulation)

저자들의⁽²⁻⁵⁾ 입자분산 계산결과는 대부분 무거운 입자(copper, grass)의 경우에만 만족할만한 일치를 보이고 있는 반면 본 모델은 더 넓은 범위에서 (입자의 밀도 260~8900kg/m³) 만족할만한 예측을 하고 있음을 알 수 있다. 입자의 난류 운동 에너지는 Fig. 3에 제시되어 있다. 입자의 밀도가 증가할수록 난류 운동 에너지가 증가함을 관찰할 수 있다. Copper 입자인 경우는 모사결과와 실험결과 사이에 상당한 차이가 발견되었다. Fig. 4는 입자

재질에 따른 입자의 라그랑지 상관관계 변화를 모사로 비교한 것이다. 상관관계를 계산한 위치는 $x_1/M=73$ 이며 입자의 밀도가 감소할수록 상관관계 곡선이 빨리 감소하고 있다. Snyder and Lumley는 같은 위치에서 반대의 양상을 실험적으로 관측한 반면(밀도가 증가할수록 곡선이 빨리 감소한다) 같은 실험측정을 했던 Kennedy⁽¹⁹⁾는 모사결과와 같은 양상을 관찰한 점은 흥미로운 사실이다. Fig. 5는 Fig. 4의 상관관계를 적분척도 T_L 로 무차원화시킨 결과이다. 실험에서 확인한 입자 상관관계가 상사를 이룬다는 사실을 모사로도 확인할 수 있다.

3.2 Wells와 Stock의 실험 모사

Wells와 Stock⁽²¹⁾는 수평으로 유동하는 공기 속의 입자운동을 관측 하였다. 공기유동조건은 Snyder와 Lumley의 실험과 같으나 전기장을 연직 방향으로 작용시킴으로써 중력장과 중첩되게하여 통과제적효과를 인위적으로 변화시켰다. 전기장을 중력과 같은 방향(연직하방) 또는 반대 방향(연직상방)으로 작용시키거나 그 강도를 조절하여 중력의 세기를 증감시키는 효과를 얻어 이에 따른 통과제적효과의 증감을 야기시키는 것이다. 또한 입자가 갖는 관성효과를 독립적으로 관찰하기 위해 직경이 다른 두 종류의 유리알을 사용하였다($\phi=57\mu m, \rho_p=2420\text{ kg/m}^3; \phi=5\mu m, \rho_p=2475\text{ kg/m}^3$).

이러한 조건하의 입자운동 제적을 계산하기 위해 식 (16)을 다음과 같이 변형하였다.

$$\frac{m\phi^3}{6}(\rho_p + C_A\rho_f) \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \frac{m\phi^2}{4} \rho_f |V| V - U|(V-U) + \frac{m\phi^3}{6}(\rho_p - \rho_f) g + \frac{6}{m\phi^3} \frac{q_e E}{\rho_p + C_A\rho_f}$$

q_e 는 개개 입자의 전하량, E 는 전기장의 세기이다.

모사에 필요한 초기조건은 Snyder와 Lumley의 실험에서 설명한 것과 같은 방법으로 결정하였다. 입자의 크기가 $57\mu m$ 인 경우는 수치해석 시간간격을 시간척도 $T_L(1\sim 50ms)$ 과 입자 이완시간 $\tau_p(24.4ms)$ 를 고려하여 $0.25ms$ 로 잡았고 1000개의 제적을 계산하였다. $5\mu m$ 입자의 경우는 입자 이완시간이 너무 작아 ($1.7ms$) 모사할 수 없었다. 입자를 분사한 정확한 위치를 저자가 명시하지 않은 관계로 가장 상류에 있는 측정위치($x_1/M=20$)에서 제적계산을 시작하였다. 이때 각 입자 초기위치의 반경방

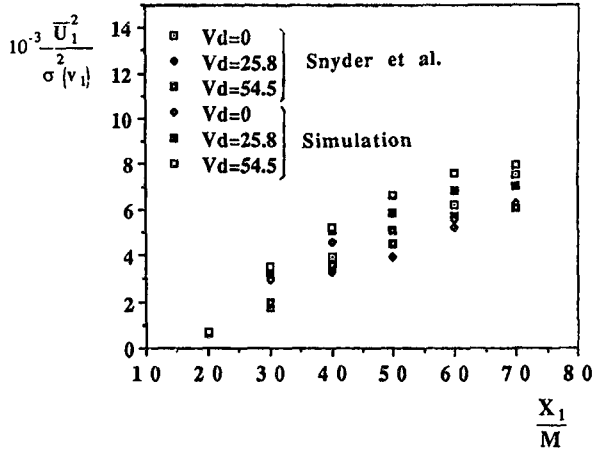


Fig. 9 Turbulent kinetic energy of the particles.

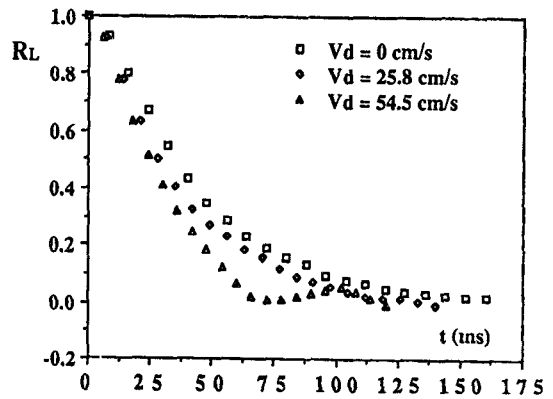


Fig. 10 Lagrangian correlation coefficients (simulation)

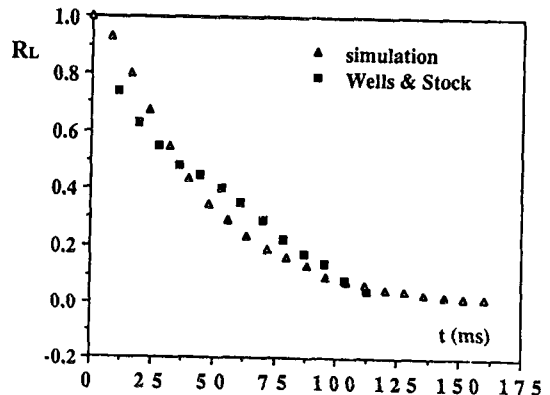


Fig. 11 Comparison between Lagrangian and Eulerian correlations

향 성분 및 초기속도는 Monte Carlo법에 의해 가상적으로 결정하였고 이에 필요한 확률분포는 실험 데이터로 제시된 농도분포 및 입자 난동속도 분포를 이용하였다⁽²²⁾.

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 모사에 의해 계산한 입자 난동속도 확률밀도분포와 농도분포이다. 실험측정 결과와 마찬가지로 두 분포는 정상분포를 이루고 있다. 케적 계산시 이 점에 대한 아무런 가정도 세우지 않았음을 상기할 때 이는 흥미로운 결과라고 여겨진다. 전기장의 변화에 따른 입자분산 변화는 Fig. 8에서 관찰할 수 있다. 전기장과 중력장의 중첩효과는 이탈속도(drift velocity) V_d 를 파라미터로 나타나 있으며 V_d 가 증가할수록 즉 통과케적효과가 증가할수록 입자의 분산은 감소한다. 실험값과 계산값의 일치도 만족할 만하다. Fig. 9는 입자의 난류운동에너지이다. 저자들은 실험을 통하여 이 난류 운동에너지가 유동방향을 따라 선형적으로 증가하며 통과케적효과의 영향은 현저하지 않음을 지적하고 있다. 모사된 실험치보다 다소 큰 값을 보이고 있으며 전반적인 변화 양상이 완만한 곡선을 그리고 있다. 이는 모사가 가상적으로 결정한 초기조건의 영향으로 보여진다. Fig. 10은 입자의 라그랑지 상관 관계를 계산한 결과이다. 통과케적효과의 증가가 상관 관계의 감소를 가져오고 있다. 저자들은 이 현상을 오일러 상관 관계를 측정함으로써 확인하였다.

Wells와 Stock는 $x_1/M=45$, $V_d=0$ 일때 실험 데이터 분석을 통하여 T_L 값을 37.6ms로 추정하였다. 같은 조건에서 모사에 의하여 얻어진 값은 44ms인 바 라그랑지 상관 관계를 실험적으로 추정하는데 따르는 어려움을 고려할 때 이 두 값은 상당한 의미를 갖는다고 할 수 있다. Fig. 11은 모사에 의해 얻은 라그랑지 상관 관계와 다음식^(11,20)을 이용하여 저자들이 추정한(β 값을 추정함으로써) 오일러 상관 관계를 비교한 결과이다.

$$R_L(\tau) = R_E(\beta\tau), \quad \beta = T_L/T_E$$

R_L 과 R_E 는 각각 라그랑지 시간 상관 관계 및 오일러 시간 상관 관계이고 T_E 는 오일러 시간적분척도이다. 두 결과가 크기상으로 일치하여 위의 관계식을 확인할 수 있다.

4. 결 론

난류유동장 내의 관성입자 운동을 해석하는 새로

운 모사법을 라그랑지 관점에 입각하여 제시하였다. 기존의 모델과는 달리 본 연구에서는 난류장의 순간, 국소 특성을 프와송 분포를 갖는 랜덤 변수로 결정하였다. 이는 난류장의 상관관계를 Exponential 함수로 추정한다는 사실에 근거한 것이다. 라그랑지 관점으로 입자운동을 관찰하는 최대의 이점은 그 운동제적을 구할 수 있다는 것으로 이 케적을 계산하는 과정에서 통과케적 효과라는 입자와 난류장의 상호작용 그리고 입자의 분산, 농도 및 상관 관계와 같은 중요 특성을 연구할 수 있었다. [이와같은 특성들은 이론적 해석이 용이하지 않거나 만족할 만한 예측치를 얻지 못하는 것이어서 본 모델이 이에 어떤 해결책을 제시할 수 있을 것으로 기대하고 싶다. 물론 이를 위해서는 본 모델로 좀더 다양한 양상의 입자 운동을 모사하여 실험치와 비교 점정해 보아야 하고 그 결과에 따라 문제점을 보완하여야 할 것이다.] 본 논문에서는 일단 가장 간단한 난류장(grid turbulence)에서 실시된 대표적인 실험 두가지를 비교 대상으로 삼았고 만족할 만한 결과를 얻었다. [본 모델은 입자의 운동이 주위의 유동장에 아무런 영향을 미치지 않는다는 가정하에서 유도되었으며 그렇지 않은 경우도 고려할 수 있도록 발전시켜야 할 것이다. 또한 입자와 유동장간에 물리화학 반응(Physico-chemical reaction)이 발생하는 경우에도 본 모사법을 발전 적용시킬 수 있다고 생각되므로 이를 차후의 연구 목표로 삼고 있다.

참 고 문 헌

- (1) Hinze, J. O., 1975, "Turbulence", 2nd Edition, McGraw-Hill.
- (2) Gosman, A. D. and Ioannides, E., 1981, "Aspects of Computer Simulation of Liquid-Fueled Combustors", AIAA Paper, No. 81-0323.
- (3) Ormancey, A., 1984, "Simulation du Comportement de Particules Dans des écoulements Turbulents", Thèse de 3e Cycle, Ecole des Mines de Paris, France.
- (4) Ormancey, A. and Martinon, J., 1984, "Prediction of Particle Dispersion in Turbulent Flows", Physico-Chemical Hydrodynamics, Vol. 5, No. 3/4, pp. 229~244.
- (5) Shuen, J.-S., Chen, L. -D. and Faeth, G. M., 1983, "Evaluation of a Stochastic Model of Particle Dispersion in a Turbulent Round Jet", AICHE J., Vol.

- 29(1), pp. 167~170.
- (6) Shuen, J.-S., Solomon, A. S. P., Zhang, Q. -F. and Faeth, G. H., 1985, "Structure of Particle-Laden Jets: Measurements and Predictions", *AIAA J.*, Vol. 23(3), pp. 396~404.
- (7) Mostafa, A. A. and Mongia, H. C., 1987, "On the Modeling of Turbulent Evaporating Sprays: Eulerian Versus Lagrangian Approach", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30(12), pp. 2583~2593.
- (8) Mostafa, A. A. and Mongia, H. C., 1988, "On the Interaction of Particles and Turbulent Fluid Flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31(10), pp. 2063~2075.
- (9) Yudin, M. I., 1959, "Physical Considerations on Heavy-Particle Diffusion", *Adv. Geophys.*, Vol. 6, pp. 185~191.
- (10) Burnage, H. 1987, "Migration de Particules Dans un écoulement Turbulent", *La Houille Blanche*, No. 7/8-1987, pp. 521~524.
- (11) Csanady, G. T., 1963. "Turbulent Diffusion of Heavy Particles in Atmosphere", *J. of the Atmospheric Sciences*, Vol. 20, pp. 201~208.
- (12) Yuu, S., Yasukoushi, N., Hirosawa, Y. and Jotaki, T., 1978, "Particle Turbulent Diffusion in a Dust Laden Round Jet", *AICHE J.*, Vol. 24(3), pp. 509~519.
- (13) Tennekes, H. and Lumley. J. L., 1973. "A First Course in Turbulence", The MIT Press.
- (14) Snyder, W. H. and Lumley. J. L., 1971, "Somme Measurements of Particle Velocity Autocorrelation Functions in a Turbulent Flow", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 48(1), pp. 41~71.
- (15) Maxey, M. R. and Riley, J. J., 1983, "Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow", *Phys. Fluids*, Vol. 26(4), pp. 883~889.
- (16) Odar, F. and Hamilton, W. S., 1964, "Forces on a Sphere Accelerating in a Viscous Fluid", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 18(2), pp. 302~314.
- (17) Odar, F., 1966, "Verifications of the Proposed Equation for Calculation of the Forces on a Sphere Accelerating in a Viscous Fluid", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 25(3), pp. 591~592.
- (18) Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E., 1978, "Bubbles, Drops and Particles", Academic Press.
- (19) Kennedy, D. A., 1965, "Some Measurements of Dispersion of Spheres in a Turbulent Flow", Ph. D. Dissertation, Dept. of Mechanics, The Johns Hopkins University.
- (20) Saffman, P. G., 1962, "An Approximate Calculation of the Lagrangian Autocorrelation Coefficient for Stationary Homogeneous Turbulence", *Appl. Sci. Res.* Vol. 11A. pp. 245~255.
- (21) Wells, M. R. and Stock, D. E., 1983, "The Effect of Crossing Trajectories on the Dispersion of Particles in a Turbulent Flow", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 136, pp. 31~62.
- (22) Moon, S., 1989, "Contribution à l' étude de la Simulation Numérique de la Dispersion de Particules Dans un écoulement Turbulent", Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg, France.
- (23) Dagpunar, J., 1988, "Principles of Random Variate Generation", Clarendon Press.
- (24) Reeks, M. W., 1977, "On the Dispersion of Small Particles Suspended in an Isotropic Turbulent Fluid", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 83(3). pp. 529~546.
- (25) Nir, A. and Pismen, L. M., 1979, "The Effect of a Steady Drift on the Dispersion of a Particle in Turbulent Fluid", *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 94(2), pp. 369~381.