

〈論 文〉

고체입자가 부상된 자유 횡분류 유동에 대한 전산모사 연구(I) — 2상 분류체적과 운동량 전달기구 —

한 기 수* · 정 명 균*

(1990년 7월 27일 접수)

Numerical Simulation Study on Gas-Particle Two-Phase Jets in a Crossflow (I) — Two-Phase Jet Trajectory and Momentum Transfer Mechanism —

Kee Soo Han and Myung Kyoon Chung

Key Words : Gas-Particle Flow(기체-고체입자 유동), Jet(분류), Crossflow(횡유동), Particle Trajectory Model(입자 궤적 모델), Control Volume(제어 체적), Penetration(관통), Trajectory(궤적), Solids-Gas Loading Ratio(부하도), Particle to Gas Velocity Ratio at the Jet Exit(분류출구의 입자에 대한 기체 분류의 속도비)

Abstract

A particle trajectory model to simulate two-phase particle-laden crossjets into two-dimensional horizontal free stream has been developed to study the variations of the jet trajectories and velocity variations of the gaseous and the particulate phases. The following conclusions may be drawn from the predicted results, which are in agreement with experimental observations. The penetration of the two-phase jet in a crossflow is greater than that of the single-phase jet. The penetration of particles into the free stream increases with increasing particle size, solids-gas loading ratio and carrier gas to free stream velocity ratio at the jet exit. When the particle size is large, the solid particles separate from the carrier gas, while the particles are completely suspended in the carrier gas for the case of small size particles. As the particle to carrier gas velocity ratio at the jet exit is less than unity, the particles in the vicinity of the jet exit are accelerated by the carrier gas. As the injection angle is increased, the difference of the particle trajectory from that of the pure gas becomes larger. Therefore, it can be concluded that the velocities and trajectories of the particle-laden jets in a crossflow change depending on the solids-gas loading ratio, particle size, carrier gas to free stream velocity ratio and particle to gas velocity ratio at the jet exit.

기 호 설 명

a : 기체 분류와 입자 궤적간의 거리
 A : 분류의 단면적

A_i : 분류 출구의 노출 단면적, $\pi d_i^2/4$
 b : n_s 방향 분류의 반폭
 c : 단순분류의 퍼짐률
 C_D : 항력 계수
 C_f : 분류의 유효 원주, $\sqrt{4\pi A_f}$
 d_i : 분류 노즐 출구의 직경

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

d_p	: 입자의 직경
E	: 유입 계수
E_f	: 유입 함수
f	: $1+0.15Re_p^{0.687}$
g	: 중력 가속도
h	: 분류의 반폭
n_f, n_p	: 기체 분류와 입자 궤적의 수직 방향
\bar{P}	: 분류의 평균압력
R	: 분류출구의 속도비, $(U_p/U_f)_i$
Re_p	: 입자의 레이놀즈 수
R_f, R_p	: 기체 분류와 입자의 곡률 반경
s_f, s_p	: 기체 분류와 입자의 궤적 방향
t^*	: 입자의 이완시간
U	: 평균 속도
x, y	: 직각좌표
Z	: 분류출구에서의 부하도, $(\rho_s \alpha U_p A_p / \rho_f (1-\alpha) U_f A_f)_i$
α	: 체적비
β	: 실험상수
ϵ_f	: 기체분류의 와점성 계수
θ	: x 축과 분류의 각도
λ	: 속도 매개변수
μ	: 유체의 절대 점성계수
ν	: 동점성계수
ρ	: 밀도
τ	: 전단응력

하 첨 자

i	: 분류 출구
f	: 유체
p	: 입자상
s	: 고체
∞	: 자유흐름

1. 서 론

횡방향 자유흐름속에 분출되는 분류(jet) 유동은 굴뚝으로부터 분출되는 분진이나, 발전소 연소실에서 석탄분말의 연소나 주 흐름속에 찬 공기를 불어 넣어 가열 벽면을 냉각시킬 때, 혹은 V/STOL기 술등 많은 분야에서 쓰이고 있다.

이런 유동형태는 아주 복잡하고 3차원적인 유동 특성이 강하다. 따라서 계산시간이나, 컴퓨터 용량

의 한계때문에 이런 유동의 평균적인 유동특성을 해석하기 위해서는 유동을 단순화 또는 이상화시키는 것이 필요하다.

균일한 횡흐름이 존재하는 단상 분류(single-phase jet in a crossflow)의 궤적을 계산하는 방법은 Abramovich⁽¹⁾, Sucec과 Bowley⁽²⁾ 및 Campbell과 Schetz^(3,4) 등에 의해 제안되었고, 특히 Campbell과 Schetz^(3,4)의 방법은 다른 방법보다 단상 횡분류의 평균적인 유동 특성을 비교적 정확히 예측한다. 이런 단상횡분류의 모델링과 유동특성에 관한 문헌 조사는 Demuren⁽⁵⁾과 Schetz⁽⁶⁾의 연구에 비교적 자세히 나타나 있다.

입자가 부상된 2상 횡분류 유동은 입자가 갖는 관성 효과로 인하여 매우 흥미있는 상황이 발생된다. 이런 2상 횡분류 유동에 대한 실험적 연구로는 Edelman 등⁽⁷⁾, Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾ 그리고 Rudinger⁽⁹⁾의 실험결과가 있다. Edelman등⁽⁷⁾은 입경이 1에서 $5\mu\text{m}$ 인 graphite 입자를 부하도가 0.7 까지 변화시키면서 초음속유동에서 실험을 하였다. 그들은 사진을 이용하여 입자와 기체분류의 중심궤적을 연구하였는데, 이 입자의 크기에서는 두 궤적이 서로 일치하고 있음을 발견했다. Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾는 $15\mu\text{m}$ 의 silicate 입자를 부하도 11에서 23사이에서 분출시켰다. 한편 Rudinger⁽⁹⁾는 부하도가 2.5에서 25사이에서 $33\mu\text{m}$ 의 유리입자가 부상된 2상 분류를 횡방향의 자유흐름속에 분출시켰다. 그는 사진을 찍어 두 궤적을 구하였고, 분류출구에서 입자와 기체분류의 속도는 LDV를 이용하여 측정하였다. 이 실험결과에 의하면, 입자의 관성이 비교적 커서 입자들이 기체 분류를 이탈하여 자유흐름속을 관통하는 것이 발견되었고 분류출구에서 입자의 속도는 기체분류속도의 45~65%를 갖는 것이 관찰되었다. 그는 이 결과로부터 횡방향의 자유흐름속에 분출된 2상분류에는 3가지 형태의 유동영역이 존재함을 알아냈다. 첫째는, 등가 기체 분류 영역(equivalent gas jet regime)인데, 이는 입자와 기체분류의 궤적이 거의 같아 입자가 기체 분류의 영역안에 존재하므로, 입자가 부상된 2상 횡분류 유동을 새로운 밀도를 갖는 단상 횡분류 유동으로 간주할 수 있는 개념(homogeneous model)이며, Edelman 등⁽⁷⁾의 실험이 이 영역에 해당된다. 둘째는, 자유입자영역(free particle regime)인데, 이는 입자가 기체 분류 영역으로부터 이탈되어 자유흐름속을 관통하는 것을 의미하며,

Rudinger⁽⁹⁾의 실험이 이 영역에 해당된다. 세번째는 천이영역(transition regime)으로 입자의 일부가 기체분류를 이탈하려고 하는 유동형태로 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾의 실험이 이 영역에 해당된다고 Rudinger⁽⁹⁾는 주장하였다.

이런 2상 횡분류 유동에 대한 수치적 연구로는 Ma와 Shih⁽¹⁰⁾의 연구가 있다. 그들은 Campbell과 Schetz⁽³⁾의 방법에 Kamotani와 Greber⁽¹¹⁾의 자유흐름 유입함수를 이용하였고 기체분류와 입자의 궤적차이로 인한 이탈 효과는 고려하지 않았다. 따라서 그들의 방법은 2상 횡분류 유동의 실험결과와 큰 차이를 보이고 있다.

본 연구의 목적은 2상 횡분류의 평균 유동특성을 비교적 정확히 예측할 수 있는 방법을 제시하는데 있다. 이를 위하여 2상 기체 분류속에 유입되는 자유흐름의 질량유입을 Keffer와 Baines⁽¹²⁾의 유입함수를 이용하기로 하며, 입자와 기체분류사이의 궤적 이탈을 고려하기로 한다. 이런 모델을 이용하여 2상 횡분류의 분출초기의 입자와 기체분류의 속도 비 (particle to gas velocity ratio at the jet exit)가 유동에 미치는 영향을 알아보고자 한다.

2. 지배방정식과 수치적 방법

2.1 지배방정식과 기본 가정

본 연구에서는 2상 횡분류의 평균 유동 특성을 해석하기 위하여 Lagrangian방법을 사용하였다. 이 방법은 입자가 부상된 2상 횡분류내에 제어 체적을 설정하여 이 제어체적내에서 유동의 평균적인

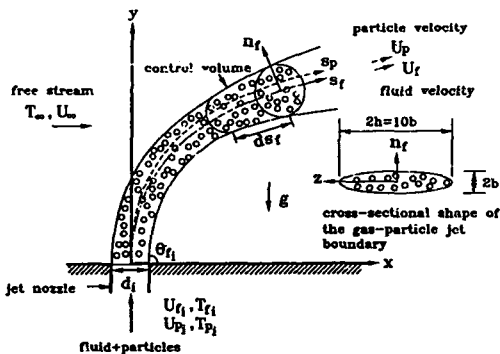


Fig. 1 Schematic representation of jet control volume and centerline trajectories of particle-laden two-phase jet in a cross flow

성질(예를 들면, 기체분류와 입자상의 궤적과 궤적을 따른 평균 속도 및 입자상의 평균밀도 등) 변화를 예측할 수 있다.

Fig. 1은 U_∞ 의 자유흐름속도를 갖는 횡방향 유동에 부상된 2상 분류 유동의 궤적을 보여 주고 있다. 여기서 s_f 와 s_p 는 각각 기체분류와 입자상의 흐름 방향의 궤적을 나타내며, n_f 는 s_f 축에 수직인 방향이다.

본 연구에서 사용된 가정은 다음과 같다. 고체입자는 구의 형태이며, 크기는 일정하다. 2상 분류의 단면적의 모양은 장축과 단축의 비가 5:1인 타원형이며^(3,4), 입자들 사이의 충돌은 없다고 본다. 자유흐름의 속도(U_∞)와 온도(T_∞)는 일정하고 입자의 크기가 입자를 부상하는 기체분류의 크기에 비하여 매우 작기 때문에, 입자는 2상 기체 분류속에 대부분 포함되어 있다. 즉 입자의 대부분이 기체 분류로부터 이탈되지 않는다고 가정한다. 또한 2상 분류의 유동 특성은 궤적을 따라서만 변하기 때문에, 2상 횡분류의 제어 체적 안에서 기체 분류와 입자상의 농도 및 속도의 분포는 균일하다고 가정한다.

이런 가정하에서 2상 기체-고체입자의 횡분류의 평균유동을 지배하는 방정식은 다음과 같이 나타낼 수가 있다^(3,4,10).

먼저 기체분류의 연속방정식과 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{ds_f}(\rho_f A_f U_f) = E_f \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds_f}(\rho_f A_f U_f^2) = & -A_f \frac{\partial P}{\partial s_f} - g A_f (\rho_f - \rho_\infty) \sin \theta_f \\ & + E_f U_\infty \cos \theta_f - 2\pi h r \\ & + \frac{\rho_s a}{i^*} A_p [U_p \cos(\theta_p - \theta_f) - U_f] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\rho_f A_f U_f^2}{R_f} = & -\frac{1}{2} C_D \rho_\infty (U_\infty \sin \theta_f)^2 (2h) \\ & - g A_f (\rho_f - \rho_\infty) \cos \theta_f - E_f U_\infty \sin \theta_f \\ & + \frac{\rho_s a}{i^*} A_p U_p \sin(\theta_p - \theta_f) \end{aligned} \quad (3)$$

기체분류내의 입자상의 연속방정식과 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{ds_p}(\rho_s a A_p U_p) = 0 \quad (4)$$

$$U_p \frac{dU_p}{ds_p} = [U_f \cos(\theta_p - \theta_f) - U_p] / t^* - g \sin \theta_p \quad (5)$$

$$-\frac{U_p^2}{R_p} = -U_f \sin(\theta_p - \theta_f) / t^* - g \cos \theta_p \quad (6)$$

위 방정식들을 풀기 위해서는 E_f , $\partial \bar{P} / \partial s_f$, τ , C_D , R_f , R_p 의 모델이 필요하다.

2.2 수학적 모델

본 연구에서는 입자가 부상된 2상 횡분류 유동의 해석을 위하여 Campbell과 Schetz^(3,4)가 처음 제시한 단상 횡분류(single-phase jet in a crossflow)의 모델을 수정하였다.

방정식 (1)에서 E_f 는 Fig. 1과 같이 분류의 제어체적으로 유입되는 단위 길이당 자유흐름의 질량유입을 의미하며, 유입함수(entrainment function)라 정의한다. 이 유입 함수는 분류의 체적 및 분류 기체의 속도 변화와도 밀접한 관계가 있기 때문에 매우 중요하다. 이 유입함수는 Keffer와 Baines⁽¹²⁾의 단상 횡분류의 실험자료에 근거하여 Campbell과 Schetz⁽⁴⁾는 다음과 같이 모델하였다.

$$E_f = \frac{A_f}{C_f} \rho_f E (U_f - U_\infty) \quad (7)$$

여기서 C_f 는 분류의 유효원주이며, 유입 계수(entrainment coefficient) E 는 단상횡분류시 분류 축을 따라 질량 유속을 측정⁽¹²⁾하여 얻은 것으로 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽⁴⁾.

$$E = 0.2(s_f/d_i)^{1.37} / (U_{fi}/U_\infty)^{0.6} \text{ for } E > 0.08 \quad (8)$$

$$E = 0.08 \text{ otherwise} \quad (9)$$

여기서 $E = 0.08$ 은 분류 주위에 자유흐름이 없는 ($U_\infty = 0$ in Fig. 1) 단순 분류(simple jet without crossflow)시의 유입계수이다. 또한 U_{fi} 는 분류출구의 유효 분출속도이고 U_∞ 는 분류출구에서 자유흐름의 속도이며, d_i 는 분류 출구의 직경이고 s_f 는 기체 분류체적의 길이이다. $R = U_{fi}/U_\infty$ 가 매우 클 경우(자유흐름 속도가 분류 속도보다 상당히 작은 경우)에는 상대적으로 주위유동(자유흐름)이 없는 유동으로 볼 수 있기 때문에 E 는 방정식 (9)처럼 자유흐름이 없을 때의 단순 분류의 유입계수를 가져야 한다⁽⁴⁾.

본 연구에서는 2상 횡분류 유동일때에 방정식 (8)에서 s_f 가 유동체적을 따라 변하기 때문에, 위

와 같은 단상 횡분류시의 유입함수가 2상 횡분류에도 적용될 수 있다고 가정하였다.

방정식 (2)에서 좌변은 s_f 방향을 따라 기체분류 모멘텀의 변화를 나타내며, 우변은 분류의 평균압력과 부력, 분류안으로 자유흐름의 유입 및 분류와 자유흐름간의 평균전단응력과 입자와 기체간의 저항력을 나타내고 있다. 여기서 t^* 는 입자의 이완 시간이고 $t^* = \rho_s d_p^2 / 18 \mu f$ 로 정의되며 여기서 f 는 입자의 레이놀즈수의 함수가 된다. 입자와 유체간의 저항력에서 $(\theta_p - \theta_f)$ 는 입자와 기체분류의 체적 각도차이 때문에 나타난다.

방정식 (2)에서는 $\partial \bar{P} / \partial s_f$ 와 τ 의 모델이 필요하다. 먼저 $\partial \bar{P} / \partial s_f$ 의 모델은 분류제어 체적을 강체 실린더로 보아 실린더 원주에 따른 압력분포를 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 일때는 포텐셜 유동 이론에 의한 압력 분포를 갖고, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 일때는 자유흐름의 압력분포를 갖는다고 가정하면, 분류제어 체적의 평균 압력 변화는 다음과 같이 나타낼 수가 있다^(3,4).

$$P = P_\infty - \frac{1}{2} \rho_\infty (U_\infty \sin \theta_f)^2 (1 - 4 \sin^2 \theta) \quad (10)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi P d\theta = P_\infty - \frac{1}{4} \rho_\infty (U_\infty \sin \theta_f)^2 \quad (11)$$

따라서 분류 체적상의 임의 지점에서 국소 압력구배는 다음과 같이 구하여 질 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial s_f} = -\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 \sin \theta_f \cos \theta_f \frac{d\theta_f}{ds_f} \quad (12)$$

본 연구에서는 자유흐름의 압력 구배는 없다고 가정한다.

방정식 (2)에서 확산항 $2\pi h \tau$ 는 $A_f \frac{\partial \tau}{\partial n_f} \cong \pi b h (2\tau b)$ 의 근사로 부터 얻어졌으며, 횡방향 유동 하에 놓여 있는 분류의 s_f 방향의 평균 전단 응력은 분류유동의 속도 성분과 자유흐름의 s_f 방향과의 속도 성분 차이에 비례하며 점성 효과를 무시할 경우, 전단응력은 다음과 같이 근사시킬 수 있다^(3,4).

$$\tau = \rho_f \epsilon_f \frac{\partial U_f}{\partial n_f} \quad (13)$$

여기서 와점성계수 ϵ_f 는 Prandtl의 와점성가정⁽¹³⁾에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다^(3,4).

$$\epsilon_f = \beta b (U_{\max} - U_{\min}) \quad (14)$$

여기서 β 는 실험상수이며 b 는 혼합지역의 반폭이

다(Fig. 1 참고). U_{max} 를 기체분류내의 평균속도 U_f 로 가정하고 U_{min} 을 자유흐름의 s_f 방향의 속도 ($U_{\infty}\cos\theta_f$)로 가정하면 $\partial U_f/\partial n_f$ 와 전단 응력은 다음과 같이 나타낼 수가 있다^(3,4).

$$\frac{\partial U_f}{\partial n_f} \approx \frac{(U_{max} - U_{min})}{b} = \frac{U_f - U_{\infty}\cos\theta_f}{b} \quad (15)$$

$$\tau = \rho_f \beta (U_f - U_{\infty}\cos\theta_f)^2 \quad (16)$$

실험상수 β 는 단순분류유동과 같다고 보아 다음과 같이 나타낼 수가 있다^(3,4).

$$\beta = 0.00137/(c\lambda) \text{ for } \beta \leq 0.00217/c, \quad (17)$$

$$\beta = 0.00217/c \text{ otherwise.} \quad (18)$$

여기서 c 는 단순 분류유동(simple jet without crossflow)의 퍼짐률로 0.32이고 속도 변수 λ 는 다음과 같다^(3,4).

$$\lambda = \frac{U_f - U_{\infty}\cos\theta_f}{U_f + U_{\infty}\cos\theta_f} \quad (19)$$

난류장 내에 입자가 부상되면 입자는 난류장의 성질을 변화시킬 수 있다는 사실은 오래전부터 알려져 왔다. 그러나 아직까지 입자가 난류장을 어떤 형태로 변화시키지는 명확하지 않다. 특히 본 연구와 같은 2상 횡분류 유동은 아직까지 분류내의 난류장 측정이 이루어지지 않고 있다. 그러나 2상 횡분류 유동에서 기체분류의 와점성계수는 대략 자유흐름의 유입과 입자의 부하도, 입자의 이완시간과 입자와 기체분류사이의 상대속도 등 수많은 변수에 의하여 영향을 받게 될 것으로 생각된다. 본 연구에서 사용된 기체분류의 와점성계수는 기체분류의 속도, 자유흐름의 속도, β 와 b 에 영향을 받게 되어 있으나, 자세히 살펴보면, 자유흐름의 속도를 제외한 나머지 양들은 분류의 케적을 따라 기체분류와 입자와의 상호작용과 자유흐름의 유입에 따라 계속 변화하게 되어 있으므로, 위에서 사용된 와점성 모델이 근사적으로 타당성이 있다고 생각된다. 그러나, 본 연구에서 사용된 와점성 모델이 유동상황에 정확히 맞는 모델인지 아닌지의 여부는 좀더 많은 실험적, 이론적 뒷받침이 있어야 할 것으로 생각된다. 참고로 만약 본 연구에서 사용된 와점성모델을 방정식 (2)에서 생략할 경우에 분류 케적의 변화는 약 5% 이내이다.

방정식 (3)은 분류케적에 수직으로 작용하는 힘의 균형을 나타내고 있다. n_f 방향 운동방정식의 좌변은 분류유체의 원심력을 나타내고 있으며, 우변의 첫째항은 분류가 자유흐름을 막고 있기 때문

에 분류에 작용하는 전항력(total drag force)으로 제어 케적에 작용하는 표면 압력 분포를 포함한 전단응력텐서(shear stress tensor)의 적분을 근사적으로 표현한 것이다. 즉 이것은 자유흐름에 어떤 각도로 기울어져 있는 강체 실린더에 작용하는 항력과 같은 개념으로, 여기서 C_D 는 실험으로부터 구해져야 하며, 2상 횡분류 유동의 해석시 매우 중요한 인자이다. C_D 는 분류의 모양 및 자유흐름의 레이놀즈 수의 크기에 따라 달라지나, Campbell과 Schetz^(3,4)처럼 분류가 전형적인 콩팥 모양(kidney shape)인 경우에는 근사적으로 장축과 단축이 5:1인 타원형 실린더로 가정하여 C_D 는 1.6으로 둔다^(3,4). 또한 방정식에서 R_f 는 유체의 국소 곡률 반경으로 2차원 유동의 경우에는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{1}{R_f} \equiv \left| \frac{d\theta_f}{ds_f} \right| \quad (20)$$

입자상의 연속 방정식 (4)는 입자가 분류내에 항상 존재하며, 자유 흐름으로부터의 입자 유입이 없다는 가정에 근거하고 있다.

또한 방정식 (5)과 방정식 (6)은 입자의 케적 방향과 케적에 수직인 방향에 대한 입자의 운동방정식이다. 위 방정식에서 t^* 는 입자의 이완시간이며 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$t^* = \rho_s d_p^2 / 18\mu(1 + 0.15Re_p^{0.687}) \quad (21)$$

그리고 방정식 (6)에서 R_p 는 케적의 국소 곡률 반경으로 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{1}{R_p} \equiv \left| \frac{d\theta_p}{ds_p} \right| \quad (22)$$

2.3 수치적 방법

방정식 (1)~(6)에서 입경이 조금 커지거나 입자의 밀도가 큰 경우에는 입자의 케적과 유체의 케적은 많이 벗어날 수가 있기 때문에 입자의 미소거리 ds_p 와 ds_f 와의 관계를 구하는 것은 매우 중요하다. Fig. 2로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수가 있다.

If $0 \leq \theta_f \leq \pi/2$,

$$ds_p = \frac{ds_f}{\cos(\theta_p - \theta_f)} \left(1 + \frac{a}{R_f} \right) \quad (23)$$

for $y_p > y_f$ and $\theta_p > \theta_f$,

$$ds_p = \frac{ds_f}{\cos(\theta_p - \theta_f)} \left(1 - \frac{a}{R_f} \right) \quad (24)$$

for $y_p \leq y_f$ and $\theta_p > \theta_f$,

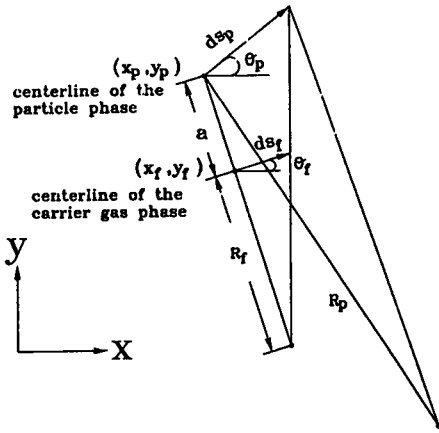


Fig. 2 Geometric relations between the centerlines of the carrier gas and particle phases

$$ds_p = ds_f \cos(\theta_p - \theta_f) \left(1 + \frac{a}{R_f}\right) \quad (25)$$

for $y_p > y_f$ and $\theta_p \leq \theta_f$,

$$ds_p = ds_f \cos(\theta_p - \theta_f) \left(1 - \frac{a}{R_f}\right) \quad (26)$$

for $y_p \leq y_f$ and $\theta_p \leq \theta_f$,

And, if $\pi/2 < \theta_f \leq \pi$,

$$ds_p = \frac{ds_f}{\cos(\theta_p - \theta_f)} \left(1 + \frac{a}{R_f}\right) \quad (27)$$

for $x_p \leq x_f$ and $\theta_p > \theta_f$,

$$ds_p = \frac{ds_f}{\cos(\theta_p - \theta_f)} \left(1 - \frac{a}{R_f}\right) \quad (28)$$

for $x_p > x_f$ and $\theta_p > \theta_f$,

$$ds_p = ds_f \cos(\theta_p - \theta_f) \left(1 + \frac{a}{R_f}\right) \quad (29)$$

for $x_p \leq x_f$ and $\theta_p \leq \theta_f$,

$$ds_p = ds_f \cos(\theta_p - \theta_f) \left(1 - \frac{a}{R_f}\right) \quad (30)$$

for $x_p > x_f$ and $\theta_p \leq \theta_f$,

where $a = \sqrt{(x_f - x_p)^2 + (y_f - y_p)^2}$

여기서 a 는 입자와 기체분류의 제적간의 거리이다. 입자와 기체분류의 제적은 다음과 같은 관계식에 의해 구한다.

$$dx_f = ds_f \cos \theta_f, \quad (31)$$

$$dy_f = ds_f \sin \theta_f, \quad (32)$$

$$dx_p = ds_p \cos \theta_p, \quad (33)$$

$$dy_p = ds_p \sin \theta_p. \quad (34)$$

수치해석방법은 다음과 같다. 방정식 (1) ~ (6)에

본 연구의 모델식 (7) ~ (34)을 대입하여 분류 노즐 출구에서의 노즐 직경 d_i , 노즐 단면적 A_i , 노즐 출구에서의 자유흐름 속도 U_∞ 와 온도 T_∞ 로 무차원화 한후, 이 상미분 방정식을 6계 Runge-Kutta 방법을 통하여 해를 얻었으며, $ds_f = 0.1d_i$ (step)마다 횡분류 유동의 제적 및 평균 유동성질을 구하였다.

3. 계산결과 및 고찰

입자가 부상되지 않은 횡분류 유동(single-phase jet in a crossflow)의 계산결과는 Campbell과 Schetz^(3,4) 및 Han과 Chung⁽¹⁵⁾등에 나와 있으므로, 본 연구에서는 이의 계산결과는 논하지 않기로 한다.

입자가 부상된 2상 횡분류 유동의 특성을 알아보기 위하여, Salzman과 Schwarz⁽⁸⁾의 실험을 선택하였다. 그들은 isokinetic sampling 기술을 이용하여 입자의 제적을 측정하였고, 11에서 23사이의 부하도에서 $15\mu\text{m}$ 의 silicate입자를 횡분류하였다. 분류 출구에서 입자의 분출속도는 측정하지 못하였으며, 실험의 불확실성은 $\pm 7\%$ 이다. 입자의 밀도 ρ_s 는 2637.8kg/m^3 이다.

Table 1은 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾가 실험한 입자 제적자료와 본 연구에서 계산된 입자와 기체분류의 제적에 대한 계산결과이다. 본 연구에서 계산한 결과와 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾의 실험간의 제적차이는 최대 5.6%로 현 모델로 예측된 제적의 변화가 실험과 상당히 잘 일치함을 보여주고 있다. 그들의 실험 오차가 7%인 점을 감안할 때 본 연구 모델의 정확성을 알 수가 있다. 그러나, 제적들간의 이탈을 고려하지 않고 Kamotani와 Greber⁽¹¹⁾의 유입함수를 사용한 Ma와 Shih⁽¹⁰⁾의 계산결과는 실험자료와 상당한 차이를 보이고 있다. Table 1에 나타나 있지 않은 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾의 또 다른 실험자료들은 입자와 풍동 벽면간의 상호작용(충돌등)이나 2상 횡분류로 인한 풍동 채널의 blockage효과 때문에 자유흐름의 속도가 균일해지지 않는 현상이 있으므로 본 연구에서 비교하지 않았다.

분류 출구에서 입자는 기체분류의 속도보다 더 느릴 수가 있다. 이러한 이유는 입자가 분류 출구에서 부상되거나 혹은 분류관이 분류 출구에서 곡관의 형태를 가지면, 입자는 적절한 속도에 도달될 충분한 시간을 갖지 못한다. 또한 상대입자크기

Table 1 Comparison of predicted results with the experimental data of Salzman and Schwartz(1978)

Experiments			Present Analysis (U_p/U_f) _i =1			Present Analysis (U_p/U_f) _i =0.9			Results of Ma & Shih(1989)		
Data set	$\frac{x}{d_i}$	$\frac{y_p}{d_i}$	$\frac{y_p}{d_i}$	$\frac{y_f}{d_i}$	e	$\frac{y_p}{d_i}$	$\frac{y_f}{d_i}$	e	$\frac{y_p}{d_i}$	$\frac{y_f}{d_i}$	e
1	66.017	33.77	32.22	22.88	4.6%	32.97	24.20	2.4%	16.25	9.73	51.9%
2	66.017	35.93	34.93	22.45	3.1%	33.91	22.10	5.6%	21.00	12.07	41.6%
5	56.066	29.60	28.79	19.56	2.7%	28.17	19.41	4.8%	16.04	9.56	45.8%
8	49.194	24.84	25.50	18.17	-2.7%	25.28	18.37	-1.8%	13.13	8.06	47.1%
27	49.194	25.32	25.90	17.77	-2.3%	25.72	18.06	-1.6%	13.54	7.81	46.5%
28	56.066	28.86	27.90	19.10	3.3%	28.55	20.35	1.2%	14.21	7.96	50.8%
31	66.017	31.82	32.10	21.72	-0.9%	33.07	23.37	-3.9%	16.52	9.11	48.1%

where $e = [(y_p/d_i)_{exp} - (y_p/d_i)_{cal}] / [(y_p/d_i)_{exp}]$

(d_p/d_i)가 비교적 큰 관에서는 입자와 관벽과의 충돌로 인하여, 입자는 운동량을 많이 잃을 수가 있다. 따라서 분류 출구에서 입자와 기체 분류사이에는 속도차가 존재하게 된다. Table 1에는 분류출구에서 기체와 입자사이의 속도비가 1일 경우와 0.9일 경우의 제적 변화가 나타나 있다. Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾는 그들의 실험에서 이 미끄럼 속도비가 대략 0.89가 될 것이라고 주장하였는데, Table 1의 계산 결과로부터 분류출구에서 2상사이의 속도비의 차이로 인하여 입자의 제적변화가 크게 달라지지 않음을 볼 수가 있다. 실험자료 #1, #28, #31은 분류출구의 2상 사이의 속도비가 1보다 적을때, 자유흐름속으로 입자의 관통이 속도비가 1일때 보다 약간 더 커지고, 실험자료 #2, #5, #8, #27은 분류출구의 2상 사이의 속도비의 감소에 따라 분류 제적의 관통이 더 작아지는 것을 알 수가 있다. Rudinger⁽⁹⁾는 분류 출구에서의 2상사이의 속도비가 1보다 작을 때는 입자의 관통이 감소한다고 보고하고 있으나, 속도비가 1보다 작을때 자유흐름 속으로 입자의 관통이 증가한다고 하는 실험자료는 아직 보고된 바 없다.

Fig. 3은 단상 횡분류 제적과 입자가 부상된 기체분류 그리고 입자의 제적을 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾의 실험자료 #1과 비교한 것이다. 그림으로부터 입자가 부상된 기체 분류와 입자의 제적들이 입자가 부상되지 않은 순수 횡분류보다 자유흐름속을 더 깊숙히 관통하는 것을 알 수가 있다.

또한 Rudinger⁽⁹⁾에 의해 예측된 것처럼, 입자의 직경이 15 μ m인 경우에는 입자의 일부가 기체 분류의 영역밖으로 이탈될 가능성이 있음을 알 수가 있다. 또한 분류 출구에서의 2상 사이의 속도비가 1보다 적을때는, 속도비가 1일때 보다 입자와 기체 분류의 관통이 처음에는 감소하다가 제적을 따라 점차 증가하는 것을 볼 수가 있다.

Fig. 4는 Salzman과 Schwartz⁽⁸⁾의 실험자료 #1과 같은 조건에서 입경이 5 μ m로 바뀔 경우의 유동 변화를 계산해 본 것으로 입자와 기체분류의 제

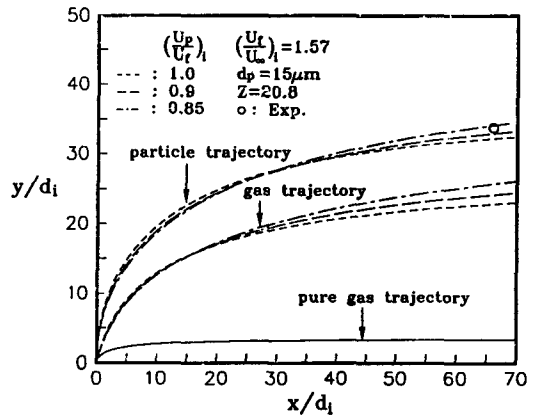


Fig. 3 Theoretical trajectories of single-phase and two-phase jets for various particle to gas velocity ratios at the jet exit

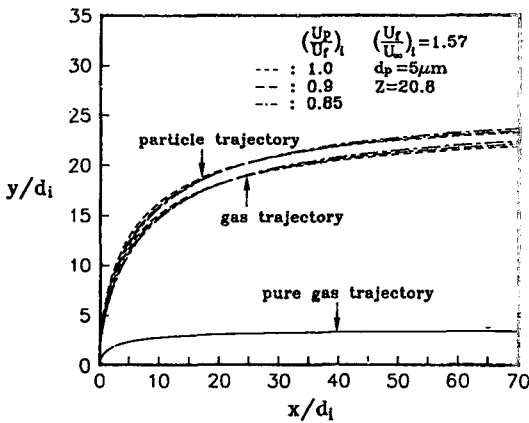


Fig. 4 Theoretical trajectories of two-phase jet with particle size of 5 microns and loading ratio of 20.8 for various particle to gas velocity ratios at the jet exit

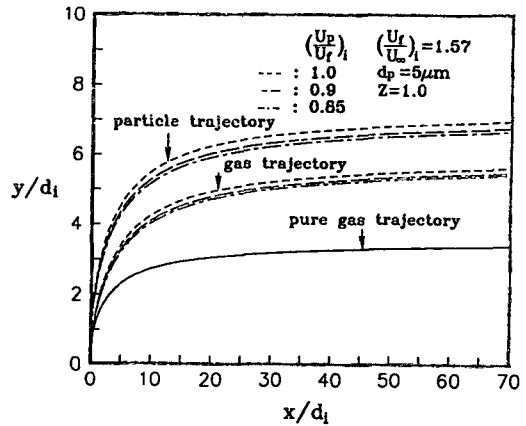


Fig. 5 Theoretical trajectories of two-phase jet with particle size of 5 microns and loading ratio of 1 for various particle to gas velocity ratios at the jet exit

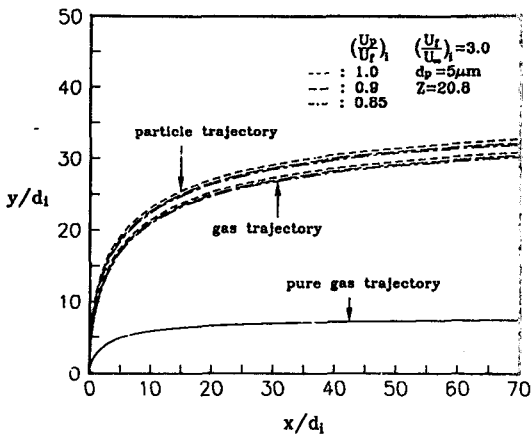


Fig. 6 Theoretical trajectories of two-phase jet with the carrier gas to free stream velocity ratio of 3.0

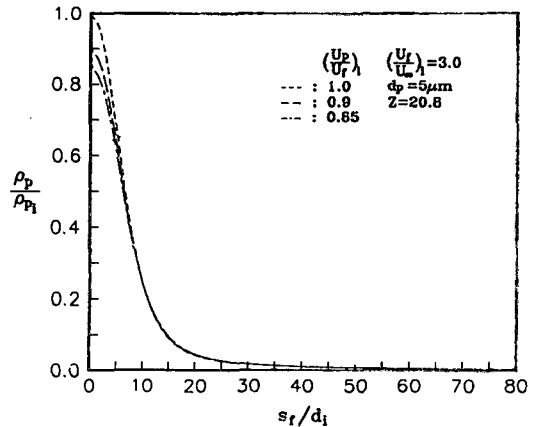


Fig. 7 Normalized particle phase densities along the gas trajectory for various particle to gas velocity ratios at the jet exit

적 차이가 비교적 적은 것으로 나타났다. 따라서 이 입자의 크기에 대해서는 입자가 기체 분류내에 거의 모두 포함되어 하류로 흘러갈 것으로 생각된다. 따라서 이 경우는 Rudinger⁽⁹⁾가 제시한 등가 기체 분류 영역으로 다룰 수가 있다. 이 5 μm 의 입자가 부상될 때는 분류 출구에서 2상 사이의 속도비의 감소로 인한 체적변화는 Fig. 3과 비슷하게 나타나며, 입자의 관통이 입경이 큰 경우(Fig. 3) 보다 작음을 알 수가 있다.

Fig. 5는 입경이 5 μm 이고 부하도가 1일 경우에 대해 체적을 계산한 것이다. 다른조건은 Fig. 3과

동일하다. 입자와 기체분류의 관통이 Fig. 3과 Fig. 4보다 크게 감소하고, Fig. 3과 Fig. 4와는 달리 분류 초기의 2상 사이의 속도비의 감소와 함께 기체분류와 입자가 자유흐름속으로 관통되는 경향이 다르게 나타난다. Fig. 3~5로부터 부하도의 변화가 기체 분류와 입자의 체적 변화에 영향이 클을 알 수가 있다.

Fig. 6은 2상 분류의 분출출구에서 기체 분류와 자유흐름의 속도비(U_r/U_∞)가 3.0으로 증가하였을 경우의 체적 변화를 나타내고 있다. 다른 조건은 Fig. 4와 같다. 기체분류와 자유흐름의 속도비가

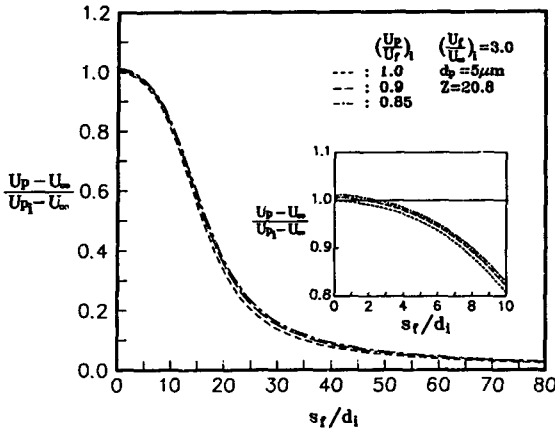


Fig. 8 Normalized particle velocity excesses for various particle to gas velocity ratios at the jet exit

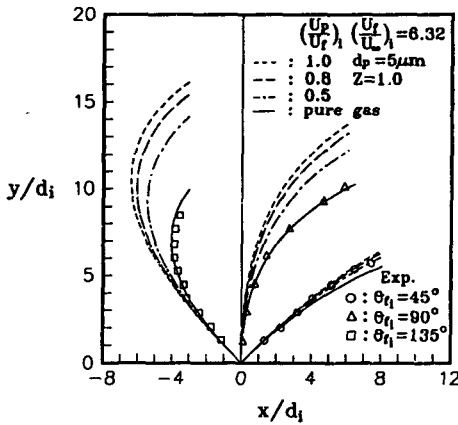


Fig. 9 Effects of injection angle and particle to gas velocity ratio at the jet exit on the trajectories

증가하면, 자유흐름으로의 관통이 증가함을 알 수가 있고, 분류출구에서 입자와 기체분류의 속도비가 1보다 적을때, 분류의 관통경향이 Fig. 4와 달라지는 현상을 알 수가 있다. 따라서 $(U_f / U_w)_i$ 가 커질때, 자유흐름속으로의 관통이 $(U_p / U_f)_i$ 의 감소와 함께 감소함을 알 수가 있다. 이런 경향은 Rudinger⁽⁹⁾에 의해서도 관측된 바 있다.

Fig. 7은 분류출구의 조건으로 무차원화한 입자상의 평균 밀도($\rho_p = \rho_s a$)를 나타낸다. 계산조건은 Fig. 6과 같다. 분류출구에서의 2상 사이의 속도비 $(U_p / U_f)_i$ 가 1보다 적을때, 무차원화된 입자상의 평균 밀도가 분류초기에 급격히 감소함을 볼 수가

있다.

Fig. 8은 기체의 제적을 따라 분출초기의 값으로 무차원화된 입자의 평균 속도감소를 보여주고 있다. 계산 조건은 Fig. 6과 같다. 분류초기에 입자와 기체사이의 속도가 1보다 적을 경우 입자는 기체분류에 의하여 가속을 받게 되어 분류출구 근방에서 입자의 평균 속도가 분류초기보다 증가하는 현상을 Fig. 8의 삽도에서 관찰할 수 있다.

Fig. 9는 Platten과 Keffer⁽¹⁶⁾의 단상 횡분류 유동 실험에 5 μ m의 분출될 경우에 대하여 입자의 제적을 계산해 본 것이다. 기체 분류의 제적은 계산에서 사용된 입자의 크기가 작아 입자의 제적과 거의 같기 때문에 그림에 포함시키지 않았으며, 분류출구에서 2상 사이의 속도비가 감소할수록 입자가 자유흐름속에 관통되는 것이 작아짐을 알 수가 있다. 또한 분출 각도가 증가할때, 입자의 제적과 순수기체의 제적간의 차이가 커짐을 알 수가 있다.

끝으로, 본 연구에서 사용된 모델의 적용 한계성을 검토하여 보자. 분출초기에 기체분류와 자유흐름의 속도비가 아주 작을 경우에는 분류와 분류출구와의 상호작용이 존재하거나 분류와 주위 고체경계면 또는 경계층과 상호작용이 존재하여 필름냉각(film cooling)과 유사한 현상이 발생하게 된다. 이 경우에는 본 연구에서 사용된 횡분류 개념이 적용될 수가 없다. 필름 냉각은 분출각도, 분출량, 분출구명에서의 변위두께(displacement thickness), 냉각 기체와 자유흐름의 물성치, 압력구배, 자유흐름의 난류정도 그리고 레이놀즈 수 등에 종속한다. 대체로 필름냉각의 유효성(effectiveness)이 분출비($\rho_f U_f / \rho_w U_w$)가 0.5일때 최대임을 감안할때⁽¹⁷⁾, 본 연구의 분출 속도비 (U_f / U_w) 가 1.5이상인 경우는 필름 냉각현상과는 거의 무관함을 알 수가 있다⁽⁵⁾. 특히 입자가 부상된 경우에는 단상 횡분류에 비하여 $(1+Z)$ 만큼 분출 속도비 (U_f / U_w) 가 유효하게 더 커지는 효과가 있기 때문에 필름 냉각과 유사한 현상은 일어나지 않는다.

4. 결 론

횡방향의 2차원 자유흐름속으로 유동하여 들어가는 2상 기체-고체입자 유동을 수치 모사할 수 있는 입자 제적 모델을 개발하였다. 이 모델은 입자와 기체 분류의 제적방향을 따라 미소 제어체적을 설정하여, 이 제어 체적 안에서 질량 및 운동량의 보

존을 만족한다.

본 모델로부터 계산된 결과들은 2상 횡분류 유동의 실험 자료와 잘 일치하며, 유동장의 해석 결과는 다음과 같다.

2상 횡분류 유동은 단상 횡분류 유동보다 자유흐름속에 관통이 더 잘 되며, 부하도, 입경 그리고 분출초기의 기체분류와 자유흐름의 속도비가 증가할수록 자유흐름속으로 입자 제적의 관통이 더 잘 된다. 입경이 커질수록 입자가 기체분류로부터 이탈되려고 하는 현상이 뚜렷하게 보이며, 작은 입경의 고체입자가 부상될 경우에는 입자제적은 기체분류의 제적과 거의 일치한다. 분출초기의 기체분류와 자유흐름의 속도비가 클 때, 기체분류와 입자의 관통은 분출초기의 입자와 기체분류의 속도비가 감소함에 따라 감소하게 된다. 분출초기에 입자와 기체의 속도차가 크게 되면, 입자는 분류출구 근방에서 기체분류에 의해 가속되며, 분출각도가 증가할수록, 순수 횡분류의 제적과 입자제적의 차이가 더 커진다.

후 기

본 연구는 한국환경과학연구협의회 1989년도 환경과학 연구비의 지원으로 수행되었으며, 동 협의회에 진심으로 감사드립니다. 또한 본 연구를 수행하는데 있어 도움을 주신 Rudinger 교수와 Ma 교수에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Abramovich, G.N., 1960, *The Theory of Turbulent Jets*, MIT Press, Cambridge, Mass.
- (2) Sucec, J. and Bowley, W.W., 1976, "Prediction of the Trajectory of a Turbulent Jet Injected into a Crossflowing Stream", *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 98, pp. 667~673.
- (3) Campbell, J.F. and Schetz, J.A., 1973, "Flow Properties of Submerged Heated Effluents in a Waterway", *AIAA Journal*, Vol. 11, pp. 223~230.
- (4) Campbell, J.F. and Schetz, J.A., 1973, "Analysis of the Injection of a Heated Turbulent Jet into a Cross Flow", NASA TR R-413.
- (5) Demuren, A.O., 1986, "Modeling Turbulent Jets in Crossflow", *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, ed. Cheremisinoff, Gulf Publ., New Jersey-USA, pp. 430~465.
- (6) Schetz, J.A., 1986, "Hydrodynamics of Jets in Crossflow", *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, ed. Cheremisinoff, Gulf Publ., New Jersey-USA, pp. 406~429.
- (7) Edelman, R.B., Economos, C. and Boccro, J., 1971, "Mixing and Combustion in Two-Phase Flows with Application to the B-O-H-N System", *AIAA Journal*, Vol. 9, pp. 1935~1940.
- (8) Salzman, R.N. and Schwartz, S.H., 1978, "Experimental Study of a Solid-Gas Jet Issuing into a Transverse Stream", *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 100, pp. 333~339.
- (9) Rudinger, G., 1975, "Some Aspects of Gas-Particle Jets in a Cross Flow", ASME Paper 75-WA/HT-5.
- (10) Ma, H.K. and Shih, Y.C., 1989, "The Calcination Model (LIMB Process) of Gas-Solid Phase Jets in a Cross Flow", *International Conference on Mechanics of Two-Phase Flows*, pp. 184~188.
- (11) Kamotani, Y. and Greber, I., 1972, "Experiments on a Turbulent Jet in a Cross Flow", *AIAA Journal*, Vol. 10, pp. 1425~1429.
- (12) Keffer, J.F. and Baines, W.D., 1963, "The Round Turbulent Jet in a Cross-Wind", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 15, pp. 481~496.
- (13) Schlichting, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, 7th ed., McGraw-Hill, New York.
- (14) Eckert, E.R.G. and Drake, R.M., 1972, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, International Student Edition.
- (15) 한기수, 정명균, 1990, "굴뚝 분진의 난류 대기 확산현상의 전산모사 연구(I)-지배방정식의 개발과 2차원 유동해석", 한국환경과학연구협의회 보고서.
- (16) Platten, J.L. and Keffer, J.F., 1971, "Deflected Turbulent Jet Flows", *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, pp. 756~758.
- (17) Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P. and Ganic, E.N., 1985, "Handbook of Heat Transfer Applications", 2nd ed., McGraw-Hill, New York.