396 大韓機械學會論文集 第15卷 第2號, pp. 396~403, 1991.

〈論 文〉

비축대칭 열하중을 받는 원통튜브의 점탄성 응력해석

박진석* · 서금석** · 나복균*** · 김종인****

(1990년 8월 7일 접수)

Viscoelastic Stress Analysis of Nonaxisymmetrically Heated Cylindrical Tubes

Jin Seok Park, Keum Seok Seo, Bok Gyun Na and Jong In Kim

Key Words: Viscoelasticity(점탄성), Nonaxisymmetricity(비축대칭), Laplace Transformation(Laplace 변환), Fourier Series(Fourier 시리즈), Airy Stress Function(Airy 응력함수)

Abstract

A solution is presented for the computation of the elastic-creep stresses in a hollow cylinder subjected to nonaxisymmetric temperature distribution. The creep problem is treated by the Maxwell creep model. Laplace trasformation is used for reformation of the governing equation of elastic problem and Hooke's law in a function of r, θ, and creep constant. The governing equation is set up using the Airy stress function which leads to the biharmonic equation.

The solution is obtained by using Fourier series method and Laplace inverse method used to obtaine the stress components which include the variation of time. This solution shows excellent agreement with Lamkin's and Boley & Weiner's solution. The viscoelastic stresses are also obtained for the fuel rob tube subjecting nonaxisymmetric thermal load.

기 호 설 명

a : 관의 안쪽 반지름
b : 관의 바깥쪽 반지름
E : 영 계수
f_n : 응력함수의 $\cos\theta$ 성분
F_n : 온도의 $\cos\theta$ 성분
g_n : 응력함수의 $\sin\theta$ 성분
G_n : 온도의 $\sin\theta$ 성분
h : 크리프 상수
r : 반지름
s : Laplace 상수
S_{ij} : 편차응력
t : 시간
T : 온도
σ_{ij} : 탄성응력
σ_m : Hydraulic 응력
$\in_{ij}^{e}$: 탄성 변형률
$\in_{ij}^{c}$: 크리프 변형률
$\in_{ij}^{T}$: 열 변형률
μ : 가로 탄성 계수
ν : 프와송 계수
α : 열팽창 계수
ϕ : 응력함수
∇ : Laplacian

* 정회원, 한국원자력연구소 핵연료기계설계실
** 한국원자력연구소 핵연료기계설계실
*** 한국원자력연구소 중수로계통설계실
**** 한국원자력연구소 제조지원실

1. 서 론

최근 2차원 원통 튜브가 비축대칭 열하중을 받을 때의 응력 해석에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다. 그러나 이 대부분의 연구는 탄성 응력해석 분야에 관한 것이었고[1~8], 크리프 변형률을 고려한 점탄성 응력해석에 관한 연구는 그리 많지 않았다. 원자력 발전소, 또는 그밖의 발전소의 증기 발생기처럼 내압 및 외압의 하중과 2차원 열응력을 받는 원통 튜브는 크리프 변형률에 노출되어 장시간이 지남에 따라 원통의 변형률 증가와 응력 이완이 생긴다. 그러므로 공학적으로 이들 현상을 정확하게 해석하는 것은 매우 중요한 문제이다.

점탄성을 해석하기 위한 모델로서는 Maxwell 보디, Kelvin 또는 Voigt 보디 그리고 Strandard Linear Solid와 같이 3가지가 있다. 이중 Standard Linear Solid 모델의 적절한 상수 선택을 하면 Maxwell 보디 혹은 Kelvin 보디로 전환되며, Maxwell 보디 모델에서 변형률 $\dot{\epsilon}_{ij}=1/2\mu\dot{S}_{ij}+1/hS_{ij}$의 법칙을 따른다[3].

Lamkin[9]은 이 모델을 사용하여 원자로 내부에 장전되는 핵연료봉 튜브에 적용시켜서 열응력 및 크리프에 의해 발생하는 응력이완을 구하였다. 이때 Laplace 변환법과 탄성-점탄성 유사법을 이용하여 1차원 원통튜브 영역에서의 응력을 해석적으로 구하였다. 이 탄성-점탄성 유사법은 비 축대칭 열하중을 받는 2차원 원통튜브의 점탄성 응력해석에는 이용할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 Maxwell 크리프 모델을 이용하여 비 축대칭 열하중을 받는 2차원 원통튜브의 응력을 해석할 수 있는 점탄성 지배방정식을 유도하였다. 이 점탄성 지배방정식의 해는 응력 함수를 도입하여 몇가지 수학적 처리 방법을 거쳐 열응력 및 크리프 상수를 내포하는 응력함수에 대한 지배 방정식을 유도하였다. 응력 함수의 해는 열하중을 Fourier 시리즈로 전개하면 응력 함수도 Fourier 시리즈로 전개되므로, 경계조건과 single value 조건인 Michell[3] 조건을 적용하여 응력 함수를 구하였다. 여기서 구한 응력 함수를 Laplace 역변환하여 시간에 따라 변하는 응력을 구하였다.

본 연구에서 구한 결과식에서 θ방향의 온도 분포가 없을 경우는 Lamkin이 구한 문제와 동일하므로 본 연구 결과식과 Lamkin이 구한 결과식과 비교하였다. 또한 본 연구 논문에서 크리프 영향을 무시할 경우는 Boley와 Weiner가 구한 2차원 탄성 튜브의 응력해석 문제와 같으므로 이 두가지 경우를 각각 비교하여 본 연구 결과식의 타당성을 검토하였다. 영광 3 & 4호기 핵연료봉 튜브의 기하학적 자료 및 재료특성을 이용하여 시간의 경과에 따른 응력의 변화 및 θ방향으로 변하는 응력의 변화를 본 논문의 결과식을 적용하여 구하였다.

2. 이 론

2.1 점탄성 모델

열하중과 기계적인 하중을 받는 탄성체가 크리프에 의한 변형률 속도에 노출되었을 때, 전체 변형률은 이들 각각의 하중에 의한 변형률과 크리프에 의한 변형률을 더하여 전체 변형률을 구한다.

$$\in_{ij}=\in^{e}_{ij}+\in^{T}_{ij}+\in^{c}_{ij} \tag{1}$$

Hooke의 탄성법칙인 응력-변형에 의하면 열하중과 기계적인 하중에 의한 변형률 $\in^{e}_{ij}+\in^{T}_{ij}$는 여러 문헌에 따라 엄밀 해를 얻을 수 있고 탄성 영역 내에서 각각의 변형률은 서로 중첩 할 수 있으므로 크리프에 의한 변형률을 구하여 앞에의 값에 더하면 된다. 여기서 크리프 변형률의 영향을 고려하기 위해서, 크리프 변형률이 편차 응력에 비례하는 Maxwell[3] 모델을 적용하였다.

$$\dot{\in}^{c}_{ij}=\frac{d}{dt}\in^{c}_{ij}=hS_{ij} \tag{2}$$

여기서 $\dot{\in}^{c}_{ij}$는 변형률 속도 S_{ij}는 편차응력, h는 상수이다. 식 (2)를 Laplace변환시켜 식 (1)에 대입하면 시간에 따라 변하는 변형률 함수내에 포함된 시간 t의 변수를 줄일 수 있다.

$$\bar{\in}_{ij}=\bar{\in}^{e}_{ij}+\bar{\in}^{T}_{ij}+\frac{h}{s}\bar{S}_{ij} \tag{3}$$

여기에서 $t=0$인 초기 변형률 및 응력조건 $\bar{\in}^{e}_{ij}=\bar{\in}^{T}_{ij}=\bar{S}_{ij}=0$이 쓰였고, $\bar{\in}_{ij}$, $\bar{\in}^{e}_{ij}$, $\bar{\in}^{T}_{ij}$, 그리고 $\bar{S}_{ij}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\{\bar{\in}_{ij},\ \bar{\in}^{e}_{ij},\ \bar{\in}^{T}_{ij},\ \bar{S}_{ij}\}=\int_0^\infty e^{-st}\{\in_{ij},\ \in^{c}_{ij},\ \in^{T}_{ij},\ S_{ij}\}dt$$

2.2 점탄성 지배방정식

식 (3)을 이용하여 Hooke의 탄성 법칙을 따르는 탄성체 문제를 점탄성 영역으로 확장할려면 일반 탄성 문제에서의 평형 방정식, 응력-변형률식,

그리고 변위-변형률과의 관계식들을 Laplace 변환시켜 다음과 같이 크리프 상수 h를 포함하는 지배방정식 (4), (5), (6)을 유도한다.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_m}{\partial x}+\frac{\partial \bar{S}_x}{\partial x}+\frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial y}=0$$
$$\frac{\partial \bar{\sigma}_m}{\partial x}+\frac{\partial \bar{S}_y}{\partial y}+\frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x}=0 \tag{4}$$

$$\bar{\varepsilon}_x=\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_x+\frac{1-2\nu}{E}\bar{\sigma}_m+\alpha\bar{T}$$
$$\bar{\varepsilon}_y\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_y+\frac{1-2\nu}{E}\bar{\sigma}_m+\alpha\bar{T}$$
$$\bar{\varepsilon}_z=\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_z+\frac{1-2\nu}{E}\bar{\sigma}_m+\alpha\bar{T} \tag{5}$$
$$\bar{\varepsilon}_{xy}=\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_{xy},$$
$$\bar{\varepsilon}_{zx}=\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_{zx},$$
$$\bar{\varepsilon}_{yz}=\left(\frac{1+\nu}{E}+\frac{h}{s}\right)\bar{S}_{yz}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\varepsilon}_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\bar{\varepsilon}_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\bar{\gamma}_{xy}}{\partial x\partial y},\quad \bar{\gamma}_{xy}=2\bar{\varepsilon}_{xy} \tag{6}$$

식 (4)의 첫째식을 x로 미분하고, 둘째식을 y로 미분하여 $\frac{\partial^2\bar{\tau}_{xy}}{\partial x\partial y}$의 값을 구하여 식 (6)에 대입하여 구한 식에는 편차응력, hydraulic 응력, 그리고 온도에 대한 편미분 방정식을 얻을 수 있다. 이 식에 $\bar{S}_{ij}=\bar{\sigma}_{ij}-\bar{\sigma}_m$를 대입하여 정리하면 편차응력 항이 소거되고 각 응력성분($\bar{\sigma}_{ij}$)과 hydraulic 응력, 그리고 온도에 대한 편미분 방정식이 된다. 이 식에서 각 응력의 성분과 온도만의 지배 방정식을 얻기 위해서 hydraulic 응력을 소거시켜야 되므로, 각 응력성분과 hydraulic 응력과의 관계를 구하여 hydraulic 응력을 소거시킨 후 평면변형률이라 가정하면 다음과 같이 응력이 크리프 상수 및 온도와의 상호 관계를 나타내는 미분 방정식을 유도할 수 있다. 즉,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\bar{\sigma}_x+\bar{\sigma}_y)$$
$$+\frac{1}{\frac{1-\nu}{E}+\frac{h}{3s}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\alpha\bar{T}=0 \tag{7}$$

2.3 원통좌표계의 지배방정식

원통 좌표계에서의 지배 방정식은 직교 좌표에서 구한 지배 방정식을 좌표 변환 시키면 얻을 수 있다. 직교 좌표에서의 지배 방정식인 식 (4)와 식 (7)을 각각 좌표 변환하여 원통 좌표계의 지배 방정식으로 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial\bar{\sigma}_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{\tau}_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{\bar{\sigma}_r-\bar{\sigma}_\theta}{r}=0$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{\sigma}_r}{\partial r}+\frac{\partial\bar{\tau}_{r\theta}}{\partial r}+\frac{2\bar{\tau}_{r\theta}}{r}=0 \tag{8}$$

$$\nabla^2(\bar{\sigma}_r+\bar{\sigma}_\theta)+\frac{1}{\frac{1-\nu}{E}+\frac{h}{3s}}\nabla^2\alpha\bar{T}=0 \tag{9}$$

여기서 ∇는 Laplacian이다.

2.4 응력함수

원통 좌표계에서 식 (8), (9)를 만족시키는 응력을 구하기 위해서 응력함수 $\bar{\phi}$를 도입하면 각 응력성분들은 아래와 같이 응력함수[3~5]로 표시된다.

$$\bar{\sigma}_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial\theta^2}$$
$$\bar{\sigma}_\theta=\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial r^2} \tag{10}$$
$$\bar{\tau}_{r\theta}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial\theta}-\frac{\partial^2\bar{\phi}}{r\partial r\partial\theta}=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\bar{\phi}}{r\partial\theta}\right)$$

식 (10)의 응력 함수를 식 (9)의 지배 방정식에 대입하면 2차원 원통좌표계에서 응력을 구하기 위한 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^4\bar{\phi}+\frac{E}{1+\nu}\frac{1}{1+\frac{h}{3s}\frac{E}{1-\nu}}\alpha\nabla^2\bar{T}=0 \tag{11}$$

식 (11)은 일반 탄성문제에서 흔히 볼 수 있는 미분방정식의 형태를 가지고 있지만, Laplace 변환된 변수들과 크리프상수를 내포하고 있는 식으로 유도되어 있음을 알 수 있다.

3. 해 석

3.1 응력함수의 해

(1) 압력에 의한 해

2차원 원통 좌표계에서 크리프 변형률의 영향을 고려할 수 있도록 유도된 지배방정식 (11)을 이용하여 경계면에 열응력, 기계적 하중을 받는 원통 튜브에서의 응력해는 다음과 같이 구한다.

일반적으로 탄성영역내의 응력을 구할 때 여러 하중을 분리하여 각각의 하중에 대해서 구한 응력을 합하는 중첩의 원리를 적용하여 전체 응력을 구한다. 먼저 2차원 원통 튜브의 경계면에 내압과 외압만 작용하는 경우에 대해서 구한다음, 열하중을 받는 경우에 대해서 구한 값들을 합하여 전체 응력을 구한다. 내압과 외압이 작용하고 열하중이 없는

경우 $T(r,\theta,t)=0$이고, θ방향의 변화가 없으므로 식 (11)을 간단히 할 수 있다.

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{d}{rdr}\right)\left(\frac{d^2\phi}{dr^2}+\frac{d\phi}{rdr}\right)=\frac{d^4\phi}{dr^4}+\frac{2}{r}\frac{d^3\phi}{dr^3}-\frac{d^2\phi}{r^2dr^2}+\frac{d\phi}{r^3dr}=0 \tag{12}$$

식 (12)를 만족시키는 응력함수는 탄성문제와 동일하고 그 해는 일반적으로 많이 알려져 있으며 그 엄밀해도 여러 문헌에서 알려져 있다.

열하중이 있는 경우 식 (11)의 지배 방정식과 경계조건 $\bar{\sigma}(a)=\bar{\sigma}(b)=0$ 그리고 single value값을 가져야 하므로 Michell 조건을 고려하면 다음과 같은 식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\bar{\phi}=\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}=0,\quad r=b\\&\bar{\phi}=a_1x+a_2y+b0,\quad r=a\\&\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}=a_1\cos\theta+a_2\sin\theta,\quad r=a\end{aligned} \tag{13}$$

Michell조건은 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^{2\pi}\left(y\frac{\partial\nabla^2\bar{\phi}}{\partial r}-x\frac{\partial\nabla^2\bar{\phi}}{r\partial\theta}\right)rd\theta=\\&-\beta'\int_0^{2\pi}\left(y\frac{\partial\bar{T}}{\partial r}-x\frac{\partial\bar{T}}{r\partial\theta}\right)rd\theta\\&\int_0^{2\pi}\left(x\frac{\partial\nabla^2\bar{\phi}}{\partial r}-y\frac{\partial\nabla^2\bar{\phi}}{r\partial\theta}\right)rd\theta=\\&-\beta'\int_0^{2\pi}\left(x\frac{\partial\bar{T}}{\partial r}-y\frac{\partial\bar{T}}{r\partial\theta}\right)rd\theta\end{aligned}\right\}\ r=a \tag{14}$$

$$\int_0^{2\pi}\frac{\partial\nabla^2\bar{\phi}}{\partial r}rd\theta=-\beta'\int_0^{2\pi}rd\theta,\quad r=a$$

여기서 $\beta'=\dfrac{E}{1-\nu}\dfrac{1}{1+\dfrac{h}{3s}\dfrac{E}{1-\nu}}$로서 크리프 상수를 포함한다.

$x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ 그리고 a_1, a_2는 임의의 상수이다.

경계조건 식 (13)과 Michell 조건인 식 (14)를 이용하여 지배 방정식 식 (11)의 해를 구하기 위해서 온도 $\bar{T}(r,\theta)$를 Fourier 시리즈로 전개하면 응력함수 $\bar{\phi}(r,\theta)$도 식 (16)과 같이 Fourier 시리즈로 전개된다.

$$\bar{T}(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\bar{F}_n(r)\cos n\theta+\sum_{n=1}^{\infty}\bar{G}_n(r)\sin n\theta \tag{15}$$

$$\bar{\phi}(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\bar{f}_n(r)\cos n\theta+\sum_{n=1}^{\infty}\bar{g}_n(r)\sin n\theta \tag{16}$$

Fourier 시리즈로 전개한 온도 $\bar{T}(r,\theta)$의 식 (15)과 응력 함수 $\bar{\phi}(r,\theta)$의 식 (16)을 지배 방정식 (12)에 대입하여 각각 $\cos n\theta$와 $\sin\theta$ 항의 계수로 분리하면 $\bar{f}_n$ 및 $\bar{g}_n$ 각각에 대한 상미분 방정식을 얻을 수 있다. 경계조건 (13)과 Michell 조건 (14)를 각각 $\bar{f}_n$, $\bar{g}_n$에 대한 상미분 방정식에 대입하면 $\bar{f}_n$, g_n의 해를 구할 수 있으며, 식 (10)을 이용하면 각각의 응력을 구할 수 있다. 이때 $\bar{\sigma}_r=\bar{\sigma}_r^{(0)}+\bar{\sigma}_r^{(1)}$, $\bar{\sigma}_\theta=\bar{\sigma}_\theta^{(0)}+\bar{\sigma}_\theta^{(1)}$로 표시되며 경계조건 및 Michell 조건에 의해 $\bar{\sigma}_r^{(n)}=\bar{\sigma}_\theta^{(n)}=0$, $n\geq2$이다.

$$\bar{\sigma}_r^{(0)}=\frac{a^2\beta'}{b^2-a^2}\frac{r^2-a^2}{r^2a^2}\int_a^b\rho\bar{F}_0d\rho-\frac{\beta'}{r^2}\int_a^r\rho\bar{F}_0d\rho \tag{17}$$

$$\bar{\sigma}_r^{(1)}=\frac{\beta'(r^4-a^4)}{r^3(b^4-a^4)}\int_a^b(\bar{F}_1\cos\theta+\bar{G}_1\sin\theta)\rho^2d\rho+\frac{\beta'}{r^3}\int_a^r(\bar{F}_1\cos\theta+\bar{G}_1\sin\theta)\rho^2d\rho \tag{18}$$

$$\bar{\sigma}_\theta^{(0)}=\frac{\beta'}{r^2}\frac{r^2+a^2}{b^2-a^2}\int_a^b\rho\bar{F}_0d\rho+\frac{\beta'}{r^2}\int_a^r\rho\bar{F}_0d\rho+\beta'F_0 \tag{19}$$

$$\bar{\sigma}_\theta^{(1)}=\frac{-\beta'}{r^3}\frac{a^4+3r^4}{b^4-a^4}\int_a^b(\bar{F}_1\cos\theta+\bar{G}_1\sin\theta)\rho^2d\rho+\beta'\{\bar{F}_1\cos\theta+\bar{G}_1\sin\theta-\frac{2}{r^3}\int_a^r(\bar{F}_1\cos\theta+\bar{G}_1\sin\theta)\rho^2d\rho\} \tag{20}$$

3.2 Laplace 역변환

앞에서 구한 식 (17), (18), (19), 그리고 (20)을 각각 Lapalce 역변환 시키면 2차원 원통 튜브에서의 응력분포를 구할 수 있다. Convolution[11~13] 이론을 적용시켜 식 (17)~(20)을 Laplace 역변환 시켜 시간의 변화에 따라 변하는 응력을 구하면 다음과 같다. 이 때 $\sigma_r=\sigma^{(0)}+\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\theta=\sigma_\theta^{(0)}+\sigma_\theta^{(1)}$이다.

$$\sigma_r^{(0)}=\left[\frac{a^2}{b^2-a^2}\frac{r^2-a^2}{r^2a^2}\int_a^b\rho F_0d\rho-\frac{1}{r^2}\int_a^rF_0d\rho\right]\phi \tag{21}$$

$$\sigma_r^{(1)}=\left[-\frac{(r^4-a^4)}{r^3(b^4-a^4)}\int_a^b(F_1\cos\theta+G_1\sin\theta)\rho^2d\rho+\frac{1}{r^3}\int_a^r(F_1\cos\theta+G_1\sin\theta)\rho^2d\rho\right]\phi \tag{22}$$

$$\sigma_\theta^{(0)}=\left[\frac{1}{r^2}\frac{r^2+a^2}{b^2-a^2}\int_a^b\rho F_0d\rho+\frac{1}{r^2}\int_a^r\rho F_0d\rho+F_0\right]\phi \tag{23}$$

$$\sigma_\theta^{(1)}=\left[\frac{-1}{r^3}\frac{a^4+3r^4}{b^4-a^4}\int_a^b(F_1\cos\theta+G_1\sin\theta)\rho^2 d\rho+F_1\cos\theta+G_1\cos\theta-\frac{2}{r^3}\int_a^r(F_1\cos\theta+G_1\sin\theta)\rho^2 d\rho\right]\psi \quad (24)$$

여기서 $\psi=\frac{\alpha E}{1-\nu}e^{-\beta t}$, $\beta=\frac{hE}{3(1-\nu)}$

위에서 구한 응력들을 합하여 전체응력을 구한다. 즉 다음과 같다.

$\sigma_r(r,\theta,t)=\sigma_r^{(0)}+\sigma_r^{(1)}$이며, $\sigma_\theta(r,\theta,t)=\sigma_\theta^{(0)}+\sigma_\theta^{(1)}$로 표시된다.

4. 결과 및 고찰

크리프로 인해 시간의 경과에 따라 변형률이 변하여 응력 이완이 생기는 2차원 원통 튜브의 응력해석을 본 연구 논문에서는 Maxwell 크리프 모델을 적용하여 응력을 해석적으로 구하였다. 일반적으로 그리프에 의한 영향은 온도에 종속되며 온도하중을 받지 않는 원통 튜브는 크리프에 의한 영향을 받지 않는다. 식 (11)에서 온도 하중이 없을 경우 응력함수의 지배방정식이 온도를 포함하지 않는 식 (12)와 같은 지배방정식이 된다. 그러므로 본 연구논문 결과에서도 온도하중이 없는 경우 크리프에 의한 응력의 변화가 없음을 나타내었다.

Lamkin은 온도가 r방향으로 변하는 핵연료봉 튜브에서 크리프에 의해 시간의 경과에 따라 변하는 응력을 구하였다. 본 연구논문에서 구한 식 (15)에 의하면 $n=0$일 때 Lamkin이 구한 문제와 일치한다. 그러므로 $T(r)=F_0(r)$을 식 (21), (23)에 각각 대입하여 구한 응력 $\sigma_r(r,\theta,t)$, $\sigma_\theta(r,\theta,t)$를 비교한 결과 본 논문에서 구한 결과와 일치 하였다(Table 1). 본 논문에서 구한 결과에서 크리프에 의한 영향을 무시하면 Boley와 Weiner가 2차원 탄성 튜브의 응력해석을 한 문제와 같으므로, 식 (21), (22), (23), 그리고 (24)에서 크리프상수 $h=0$을 대입하여 구한 결과와 Boley와 Weiner가 구한 결과를 비교하여 본 결과가 일치하였다(Table 2).

Table 1 Comparision with Lamkin's results

Stress	Lamkin	This paper
$\sigma_r(r,\theta,t)$	$\left[-\frac{a^2}{b^2-a^2}\frac{r^2-a^2}{r^2a^2}\int_a^b\rho F_0 d\rho+\frac{1}{r^2}\int_a^r\rho F_0 d\rho\right]\psi$	Equation (21)
$\sigma_\theta(r,\theta,t)$	$\left[-\frac{1}{r^2}\frac{r^2+a^2}{b^2-a^2}\int_a^b\rho F_0 d\rho-\frac{1}{r^2}\int_a^r\rho F_0 d\rho+F_0\right]\psi$	Equation (23)

Where, $\psi=\frac{\alpha E}{1-\nu}e^{-\beta t}$, $\beta=\frac{hE}{3(1-\nu)}$

Table 2 Comparision with Boley and Weiner's results (creep constant $h=0$, $T=(F_0/r+F_1 r)\cos\theta+(G_0/r+G_1 r)\sin\theta$

Stress	Boley and Weiner	This paper
$\sigma_r(r,\theta,t)$	$\frac{r}{2(b^2+a^2)}(1-a^2/r^2)(1-b^2/r^2)(F_0\cos\theta+G_0\sin\theta)\frac{\alpha E}{1-\nu}$	Left result is obtained by insertion of the $T(r,\theta)$ into Eq. (22)
$\sigma_\theta(r,\theta,t)$	$\frac{r}{2(b^2+a^2)}\{3-[(a^2+b^2)]/(r^2)-(a^2b^2)/(r)\}(F_0\cos\theta+G_0\sin\theta)\frac{\alpha E}{1-\nu}$	Left result is obtained by insertion of the $T(r,\theta)$ into Eq. (24)

본 논문의 결과를 응용하기 위해서 크리프 상수 h는 실험에서 그 값을 구하여야 하나, 그 값의 변

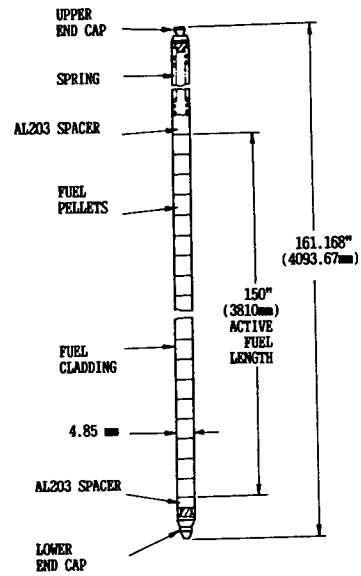

Fig. 1 YGN 3 & 4 fuel rod

화가 비선형적으로 변하는 경우가 많아서 h값의 선택에 어려움이 많다. 그러나 실험에서 구한 값들을 선형화 하여 사용할 수 있으므로 선형화 시킨 h[9]값을 이용하여 핵연료봉의 응력 변화를 구하였다.

Fig. 1과 같이 핵연료봉 튜브 내부에 있는 소결체가 편심이 되면 연료봉 튜브에는 Fig. 2와 같은 온도 분포를 나타낸다. 이 온도 분포의 크기는 실험에서 구한 값[14]을 조합하여 그래프로 나타내면 Fig. 3, 4와 같다. 이 온도 분포들과 핵연료봉 튜브의 기하학적 자료 및 재료특성(Table 3)을 이용하여 튜브의 응력이완을 계산한 것이 Fig. 5, 6이었으며, 응력은 시간이 지남에 따라 지수함수 형태로 감소하며 재료의 특성인 영률(E), 프와송 상수(ν) 그리고 크리프 상수(h)들의 조합에 따라 응력 감소의 크기가 달라지는 것을 알 수 있다.

Fig. 7, 8에서는 θ방향의 열하중 변화가 있을 때 응력이 r 및 θ방향으로 변하고 있는 응력의 분포를 나타내고 있다. 이상과 같이 핵연료봉 튜브에

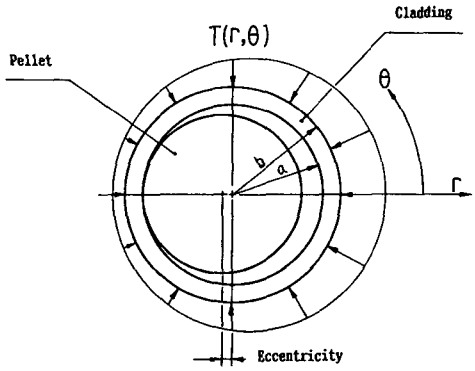

Fig. 2 Geometry of the tube

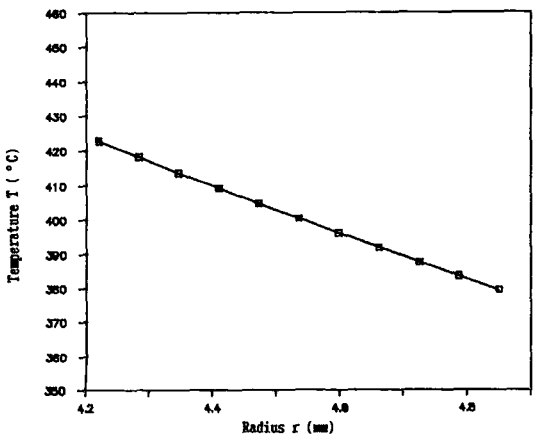

Fig. 3 Temperature distribution as a function of radius

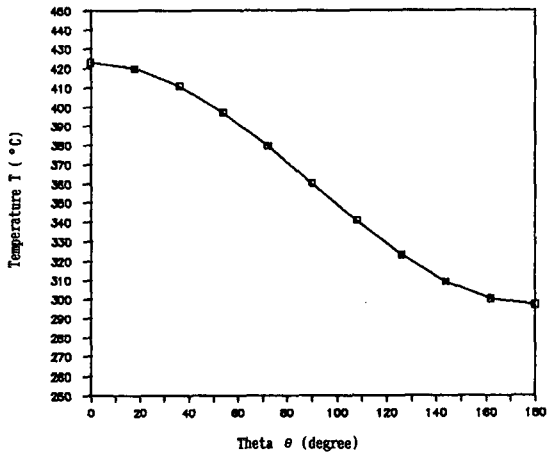

Fig. 4 Temperature distribution as a function of angle

Table 3 Geometry data and material properies

a	4.21mm
b	4.85mm
E	2.54GPa
h	1.073E-13/(Hour, Pa)
ν	0.2575
α	2.774E-6

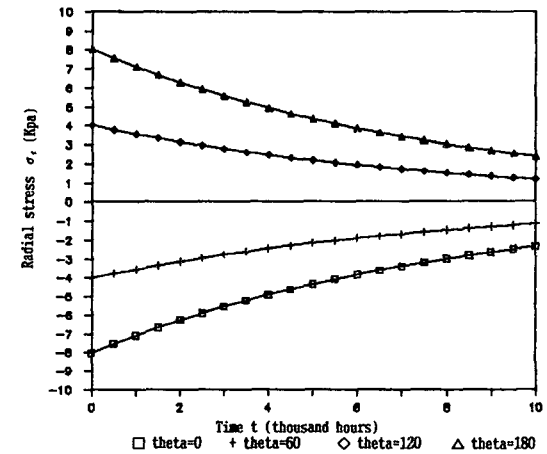

Fig. 5 Radial stresses of tube as a function of time $T=(F_0/r+F_1 r)\cos\theta$

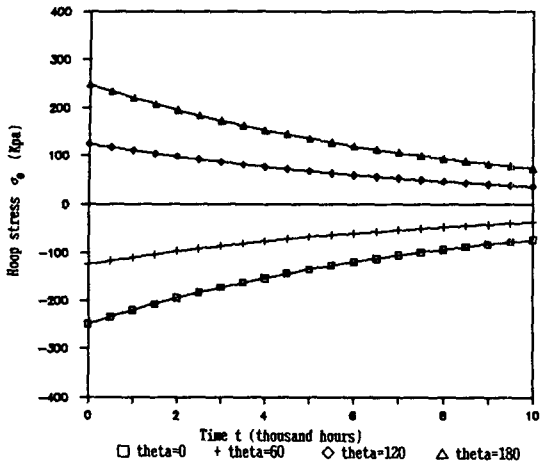

Fig. 6 Hoop stresses of tube as a function of time $T=(F_0/r+F_1/r)\cos\theta$

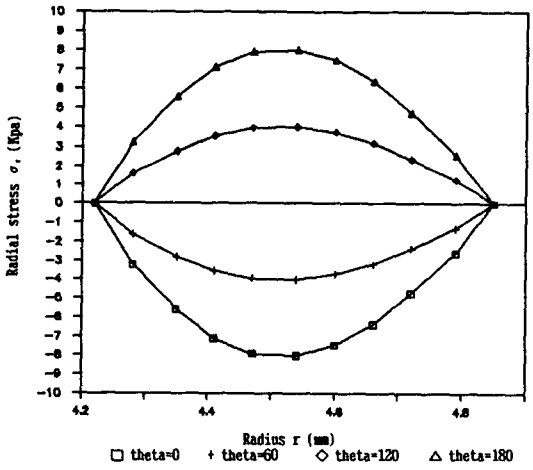

Fig. 7 Radial stresses of tube as a function of time $T=(F_0/r+F_1/r)\cos\theta$

본 논문의 결과 식을 적용하여 본 결과, 크리프의 영향 때문에 시간의 경과에 따라 응력의 크기가 감소하였으며, 핵연료봉 튜브가 Maxwell 크리프 모델을 따르고 정확한 크리프 상수와 온도분포를 사용하면 1년, 2년 등 긴시간 동안에 생기는 응력이완을 계산할 수 있다. 그리고 θ방향의 온도 구배의 크기에 따라 변하는 응력의 크기를 구하여 재료의 항복응력과 비교를 할 수 있다.

이상과 같이 본몬문의 결과식을 이용하면 크리프에 의한 응력변화 및 θ방향의 응력변화를 구하는 문제에 있어서 전산코드로 수행한 값들에 대한 신

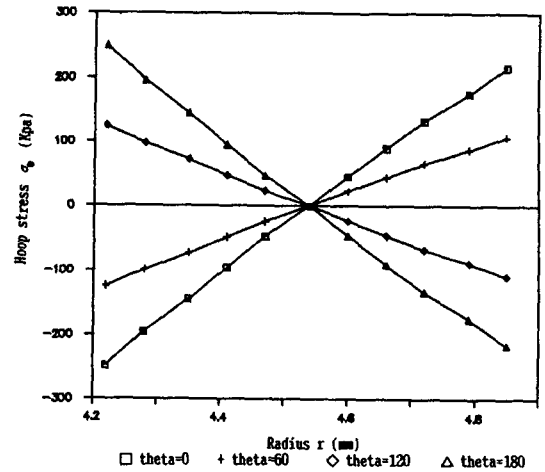

Fig. 8 Hoop stresses of tube as a function of time $T=(F_0/r+F_1 r)\cos\theta$

뢰도를 검증할 때 사용할 수 있는 유용성을 가지며, 원자로 내부에 있는 핵연료봉 및 기타 발전소의 증기 발생기처럼 온도에 의한 크리프 변형률이 있는 2차원 원통 튜브의 응력해석에 적용하여 기계적 건전성을 평가하기 위핸 매개 변수 연구를 빠른 시간 내에 경제적으로 끝낼 수 있다.

5. 결 론

(1) Maxwell 크리프모델을 2차원 원통 튜브에 적용하여 응력함수와 Laplace 변환을 이용하여 시간의 경과에 따라 변하는 응력을 해석적으로 구한 결과는 Lamkin이 1차원 원통에서 크리프에 따라 변하는 응력 변화를 구한 해와 일치하며, 2차원 원통 튜브의 탄성응력 해를 구한 Boley와 Weiner의 결과와 일치하면서 2차원 원통 튜브에서 크리프 변형률에 의한 응력 변화를 해석적으로 구할 수 있게 확장되었다.

(2) Maxwell 크리프모델을 따라는 재료특성을 가진 원통 튜브가 2차원 열하중에 장시간 노출되면, 시간이 지남에 따라 응력의 크기가 지수함수 형태로 감소하며 재료의 특성인 영률(Young's modulus), 프와송 상수(Poisson's ratio) 그리고 크리프 상수(h) 들의 조합에 따라 응력감소의 크기가 결정된다.

(3) 본 논문에서 구한 결과식을 이용하면 전산코드로 수행한 결과 보다 경제적으로나 시간적으로

절약할 수 있으며 또 전산코드로 수행한 값들에 대한 신뢰도를 검증할 수 있는 유용성을 가진다.

참 고 문 헌

(1) Gamby, D. and Bourdillon, H., 1983, "Thermal Stresses in Asymmetrically Heated Thick Cylinderical Shells", Journal of Thermal Stresses, Vol. 6, pp. 189~196.

(2) Gupta, G.D., Rao, M.S.M., Narayanan, T.V. and Gangadharan, A.C., 1978, "Thermoelastic Analysis of Nonaxisymmetrically Heated Thick Cylinderical Shells", ASME Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 100, pp. 107~111.

(3) Boley, B.A. and Weiner, J.H., 1960, "Theory of Thermal Stresses", John wiley and Sons, New York.

(4) Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., 1970 "Theory of Elasticity", 3rd Ed., McGraw-Hill, KOGAKUSHA, LTD.

(5) Fung, Y.C., 1965, "Foundations of Solid Mechanics", Prentice-Hall, Inc.

(6) Sokolinikoff, I.S., 1956, "Mathematical Theory of Elasticity", 2nd Ed., MeGrae-Hill, Inc.

(7) Park, J.S., 1986, "Stress Analysis on Fuel Rod Cladding under Reactivity Initiated Accident by Higher Order Shell Theory", 한국과학기술원 석사학위논문.

(8) Kettleborough, C.F., 1971, "Non-axial-symmetric themal stress in circular discs or cylinders", Int. Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.3, pp. 53~61.

(9) Lamkin, D.E. and Brehm, R.L., 1975, "Analytical Stress Analysis Solution for a Simplified Model of a Reactor Fuel Element", Nuclear Technology Vol.27, pp. 273~285.

(10) Rao, M.S.LM., Narayanan, T.V. and Gupta, G.D., 1979, "Inelastic Analysis of Nonaxisymmetrically Heated Thick Cylinderical Shells", ASME Journal of Pressure Vessel Technology, Vol.101, pp. 235~241.

(11) Kreyszig, E., 1979, "Advanced Engineering Mathematics", 4Th Ed., John Wiely and Sons, New York.

(12) Peter K.F. Kuhfittig, 1980, "Introduction to the Laplace Transform", 2nd Ed., Plenum Press, New York.

(13) Ruel V. Churchill, 1958, "Operational Mathematics", 2nd Ed., McGraw-Hill, New York.

(14) Yanagihara, S., Shiozawa, S. and Saito, S., 1982, "Effect of Fuel Pellet Eccentricity with Cladding on Fuel Rod Thermal Behavior under Reactivity Iniciated Accident Condition", Journal of Nuclear Science and Tehnology, Vol.19, No.6, pp. 469~481.