

〈論 文〉

전단변형에 의한 직교이방성의 변화

김 권 회*

(1990년 9월 20일 접수)

Evolution of Orthotropic Anisotropy by Simple Shear Deformation

Kwon-Hee Kim

Key Words : Anisotropy(이방성), Orthotropic Symmetry(직교대칭성), Yield Surface(항복곡면), Yield Function(항복함수), Plane Stress Yield Locus(평면응력 항복폐곡선), Simple Shear(단순전단), Plastic Deformation(소성변형)

Abstract

Multiaxial loading by combinations of tension-torsion-internal pressure have been applied to the thins-walled tubular specimens prepared from cold drawn tubes of SAE 1020 steel. Prior to the multiaxial loading, each specimen has been twisted to different shear strains. Uniaxial tensile yield stresses measured at different angles to the tube axis clearly show that the initial orthotropic symmetry is maintained during twisting. The orthotropy axes are observed to rotate with shear strains. The plane stress yield locus measured for each twisted specimens show that yield surface shape does not remain similar during twisting and thus anisotropic work hardening is not a function of only plastic work.

1. 서 론

압연에 의하여 제조되는 공업용 금속판재는 제조 과정에서 특유한 결정학적 조직(crystallographic texture)을 보유하게 되며 이로 인하여 소성변형과 관련된 기계적 특성이 방향성을 가지게 된다. 금속판재의 소성가공 과정에서 발생하는 넥킹(necking) 및 찢어짐(ductile failure), 주름발생(wrinkling) 등 대부분 가공결함은 이러한 방향성에 따라 매우 민감하게 좌우된다. 압연과정 특유의 대칭조건에 따라서 판재의 기계적 변형특성은 직교대칭성(orthotropic symmetry)을 가지게 된다. 즉 압연방향(rolling direction), 폭방향(transverse direction) 그리고 두께방향(thickness direction)으로 직

교대칭축(orthotropy axes)이 발생하게 된다. 여러 종류의 현상학적 이방성 이론이 제시된 바 있으나 이들 중 Hill의 이방성 이론^(5,6)이 그 단순함으로 인하여 가장 널리 활용되어 왔으며 이 이론의 타당성을 확인하기 위한 많은 실험적 노력이 있었다^(1,2,3,9,11,12,13). Hill의 이론은 압연에 의하여 생성된 기존 금속 조직의 변화를 무시할 수 있는 경우, 즉 판재에 가해지는 변형이 매우 작을 때에 한하여 적용할 수 있는 이론으로써 일반적으로 대변형을 수반하는 산업적 판재성형 공정의 해석에는 응용하기 어렵다. Hill이론의 이러한 근본적 한계에도 불구하고 이방성 구성식에 관한 별다른 대안이 없는 상황에서 Hill의 이론을 유한요소법에 적용하여 판재성형의 문제를 해석하려는 시도가 최근까지 이루어지고 있다^(10,14).

경우에 따라 정도의 차이는 있지만 소성 대변형 문제에 있어서 구성식의 정확도가 유한요소 해석결

* 정회원, 한국기계연구소 가공기술실

과의 신뢰도에 직접적인 영향을 미치며 특히 가공 결함의 발생여부를 예측하기 위하여는 실험적으로 확인가능한 정확한 구성식 모델이 절대적으로 필요하게 된다. 유한요소법의 발전에 발맞추어 구성식 분야에서도 많은 이론적 발전이 있었으나 다결정체의 대변형 현상이 매우 복잡하여 이에 대한 충분한 이해가 아직 이루어지지 않고 있는 것이 현실이다. 본 논문에서는 Hill이 이방성 이론을 제시했을 당시의 논거를 재검토하고 대변형에 대한 이방성 구성식을 확립하기 위하여 필요한 몇가지 중요한 가설들을 실험적으로 확인하였다. 또한 이러한 과정에서 실험적으로 확인된 몇가지 중요한 사항을 근거로 이방성 가공경화 법칙에 관한 제안을 하고자 한다.

2. Hill 이방성 이론의 재검토

Hill^(5,6)은 냉간압연 판재(cold rolled sheets) 또는 냉간 드로잉 튜브(cold drawn tubes) 등의 재질에 변형에 의하여 생성된 소성 이방성(deformation induced plastic anisotropy)에 대하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 바우싱거효과(Bausinger effect)는 무시할 수 있다.
- (2) 항복조건에 관한 직교대칭성(orthotropy)이 성립한다.
- (3) 이방성 항복조건은 직교대칭축 x, y, z 에 대한 응력성분 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 의 함수로서 나타낼 수 있다.
- (4) 직교대칭축 x, y, z 의 방향은 전단변형에 의하여 변화할 수 있으나 미소변형의 경우 방향변화를 무시할 수 있다.
- (5) 등방성 재질에 유한변형을 가하여 직교 이방성이 생성되는 경우 x, y, z 축은 principal stretch의 방향을 형성된다.
- (6) 이방성재질의 소성변형 중의 가공경화는 소성일의 함수로써 표시될 수 있다.

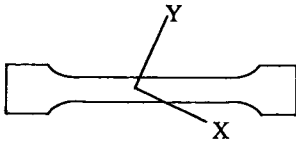
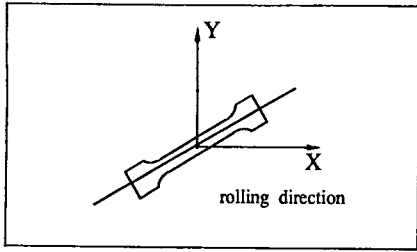
이러한 가정들에 기초하여 Hill은 등방성 재질에 의한 von Mises의 항복조건을 일반화한 이방성 항복함수(yield function)를 다음과 같이 제안하였다.

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (1)$$

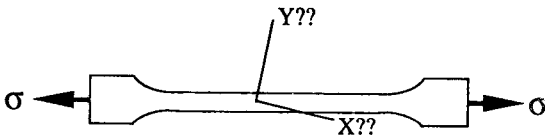
여기서 F, G, H, L, M, N 은 현재의 일방성 상태를 나타내는 변수들이다. 제 (6)항의 가정에 기초하여 이방성재질에 관한 상당응력(equivalent stress) $\bar{\sigma}$ 와 상당소성 스트레인중분 $d\bar{\epsilon}$ 를 정의할 수 있고, 식 (1)의 항복함수 $f(\sigma_{ij})$ ($i, j = x, y, z$)를 소성포텐셜(plastic potential)로 사용하면 중분 소성 스트레인 성분 $d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z, d\gamma_{xy}, d\gamma_{yz}, d\gamma_{zx}$ 값들을 현재의 응력상태 $[\sigma_{ij}]$, $d\bar{\epsilon}$ 그리고 $\bar{\sigma}$ 등의 함수로 나타낼 수 있다.

Hill의 이방성 이론은 위에서 언급한 몇가지 가정에 기초를 두고 있으므로 이 이론의 타당성을 확인하기 위하여는 이러한 가정들의 실험적 검증이 뒤따라야 한다. 압연이나 튜브드로잉의 경우는 대칭조건이 명확하여 직교대칭성이 성립함을 쉽게 추측할 수 있으나 다결정체 금속의 소성가공 과정에서 생성되는 이방성에 직교대칭성이 일반적으로 성립하는지의 여부는 명확하지 않다. 따라서 제 (2)가정에 대한 실험적 검증이 이루어져야 한다. 등방성 재질의 튜브를 축을 중심으로 비틀는 경우 튜브의 축방향 길이 변화를 예측하기 위하여 Hill은 제 (5)의 가정을 도입하였다. 그러나 이미 이방성을 보유하고 있는 압연판재나 드로잉된 튜브의 직교대칭축 x, y, z 에 대하여 유한한 전단변형이 가해졌을 때 x, y, z 축의 방향변화를 예측할 수 있는 방법론이 Hill의 이론에는 포함되어 있지 않다. Bourn과 Hill⁽⁷⁾은 제 (6)의 가정을 반증하는 실험결과를 발표한 바 있다. 따라서 이방성재질의 가공경화에 대한 제 (6)의 가정은 대폭적으로 수정되어야 하나 아직 대안이 제시되지 않고 있으며 이를 마련하기 위한 실험적 노력도 충분하지 않은 것으로 보인다.

압연이나 튜브 드로잉에 의하여 생성된 이방성은 추가적인 소성변형에 의하여 그 상태가 변화할 수 있다. 비교적 단순한 경우로서 Fig. 1에서 보인 바와 같이 압연 판재로 제작된 인장시편에 인장 변형이 가해지는 경우 직교대칭축 x, y 가 원래의 방향 그대로 유지되는지는 명확하지 않다. 또 Fig. 2와 같이 냉간 드로잉에 의한 직교 이방성을 보유하고 있는 튜브를 축 중심으로 비틀었을 때 기존의 직교대칭축 x, y 의 방향 변화를 예측하기 어렵다. 좀더 일반적인 경우로서 Fig. 3과 같이 압연판재가 프레스 가공에 의하여 복잡한 형상으로 성형될 때 직교대칭축 x, y 이 방향이 변형과정에서 어떻게 변화하는지 알려지지 않고 있다. Hill의 이론이 발표될 당시에 이러한 문제점들이 명확히 제시되지 않았고



(a)



(b)

Fig. 1 (a) Orthotropy axes in a tensile specimen prepared at an angle to the rolling direction
(b) Possible rotation of orthotropy axes during finite stretch along the tensile axis

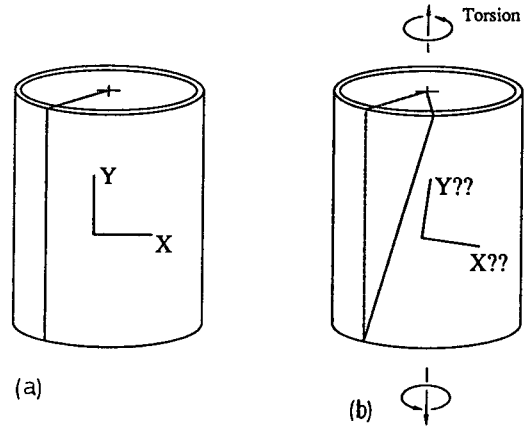


Fig. 2 (a) Orthotropy axes in a cold drawn tube
(b) Possible rotation of orthotropy axes during twisting about the tube axis

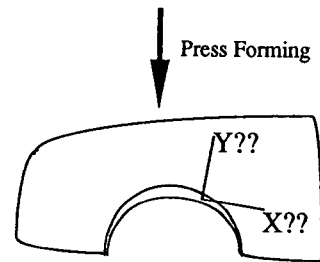
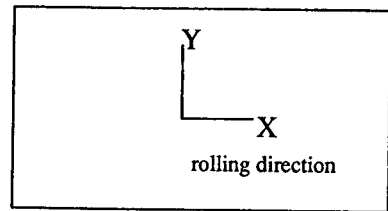


Fig. 3 Possible rotation of orthotropy axes during stamping of rolled sheet metals

3. 실험

Hill의 이방성 이론을 대변형 문제에 확장하기 위하여는 앞절에서 언급한 바와 같이 다음 사항들에 대한 실험적 확인과 연구가 필요하다.

(1) 압연판재나 드로잉된 튜브에 추가적으로 소성변형이 가해졌을 때 직교대칭성이 지속적으로 유지되는지의 여부

(2) 직교대칭성이 유지된다면 Hill이 당초 가정한 바와 같이 x 축이 금속결정의 최대인장 방향으로 유지되는지의 여부

Hill의 이론의 타당성을 검증하기 위한 실험 과정에서 직교 대칭축의 방향변화는 무시되었다^(1~3,11,13).

특히 가공경화에 대한 제 (6)의 가정이 성립하지 않는 것이 밝혀진 이상 식(1)에서 계수 F, G, H, L, M, N 상호간의 비율이 소성 변형 과정에서 계속적으로 변화할 것이라는 점을 고려해서 실험을 계획하고 수행하여야 한다. 그러나 발표된 대부분의 실험은 F, G, H, L, M, N 상호간의 비율이 일정하게 유지된다는 전제하에 수행되었다^(2,3,10,11,12). 이러한 관점에서 볼때 발표된 대부분의 실험 결과는 절차상의 오류를 포함하고 있고 이러한 점은 Hill에 의하여도 지적된 바 있다.

이러한 점에서 볼 때, Hill의 이방성 이론은 미소변형의 문제에 국한하여 응용할 수 있으나 유한변형에 의하여 기존의 이방성 상태가 변화할 수 있는 문제에는 적용하기 어렵다고 생각된다. 대변형을 수반하는 문제에 적용하기 위하여는 위에서 언급한 여러 사항들이 해결되어야 한다.

(3) Bourne과 Hill이 보고한 것처럼 이방성 재질의 가공경화가 단순히 소성일의 함수만으로 볼 수 없다면 이는 $\sigma_{ij}(i, j = x, y, z)$ 응력공간에서 항복곡면의 형상이 기하학적 유사성을 지니지 못한다는 것을 의미하는바, 항복곡면의 형상변화양식에 대한 보편적, 거시적(또는 연속체역학적) 기술이 가능한지의 여부.

이미 이방성을 보유하고 있는 압연 판재나 드로잉된 튜브로부터 준비된 시편에 균일한 예비소성변형(plastic prestrains)을 가한 후 정해진 이방성 상태에 관한 항복특성을 관찰함으로써 상기의 목적을 달성할 수 있을 것이다. 실험 자료의 통계적 불확실성을 배제하기 위하여는 하나의 예비변형된(prestrained) 시편으로부터 실험자료를 얻는 것이 바람직하다고 생각된다. Baushinger효과가 시편의 항복과 소성변형에 미치는 영향이 이방성의 영향에

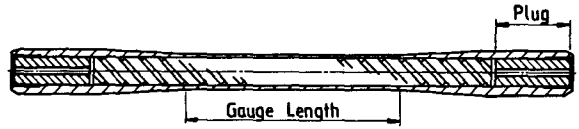


Fig. 4 Thin walled tubular specimen for tension-torsion-internal pressure loading

비하여 상대적으로 작다고 전제하면 하나의 시편으로부터 여러 회 항복점 측정을 할 수 있다. 1회의 항복점 측정으로 시편에 추가되는 소성 스트레인(0.05%~0.2%)은 예비 소성변형에 의한 전단 스트레인(10%~30% 정도)에 비하여 매우 작으므로 측정과정에서 발생하는 이방성 상태의 변화는 작다고 가정한다. 현실적으로 시편에 3개 이상의 독립적 하중을 가하는 것이 어려우므로 평면응력 상태에 대한 이방성을 고찰하는데 초점을 두어 실험을

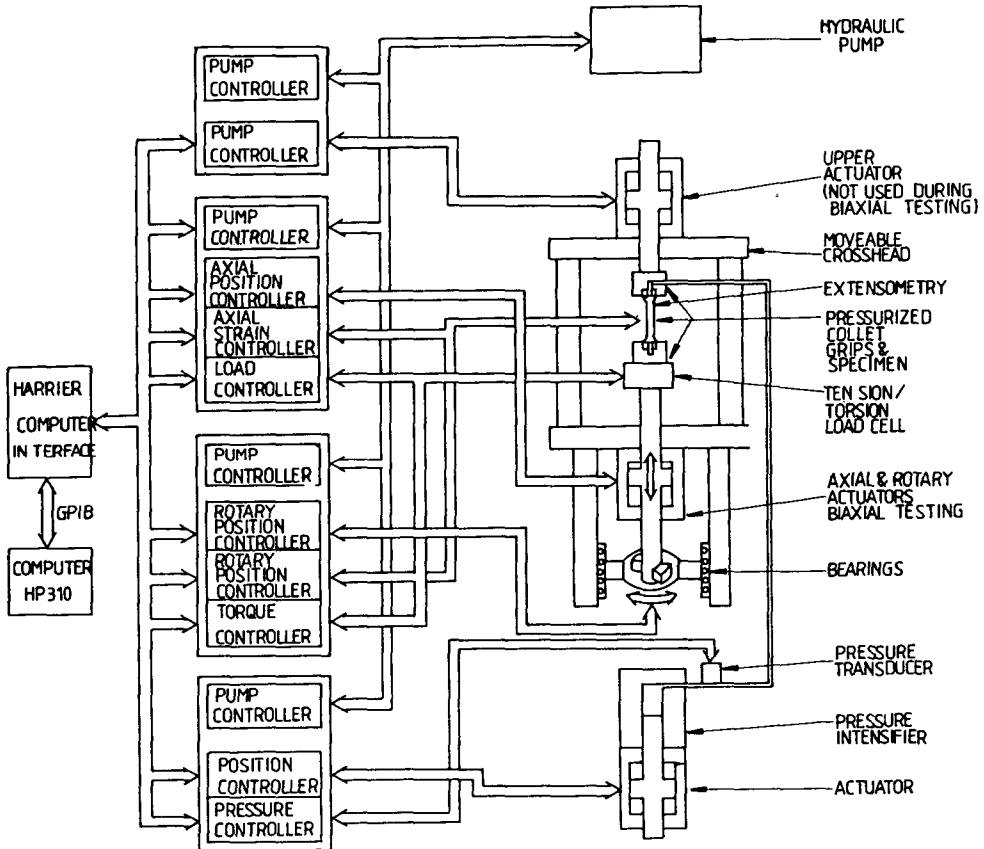


Fig. 5 Schematic diagram of INSTRON multiaxial testing system for combined loading and measurement on thin walled tubular specimens

실시하였다. SAE 1020강철 재질의 냉간 드로잉된 이음매 없는 파이프(cold drawn seamless pipes)를 가공하여 준비한 얇은 원관형의 시편(thin walled tubular specimens)을 사용하였다(Fig. 4 참조). 시편 양단에 내장된 플러그를 통하여 압력유가 주입되도록 되어 있고 시편 내부의 중앙에는 비틀음에 의한 예비변형과정에서 벽면 좌굴(wall buckling)을 방지하기 위한 만드렐(mandrel)이 삽입되어 있다. 시편을 축 중심으로 비틀어 원관 벽면에 최대 0.3정도의 전단 스트레인을 발생시킨 후 축방향 인장(axial tension)-비틀음(torsion)-내압(internal pressure)을 가하여 튜브 벽면에 상당히 넓은 범위의 평면응력 상태를 발생시킬 수 있었다. 실험에 사용된 재료시험기는 Instron社에 주문하여 제작한 것으로 축방향 하중 222kN(50,000lb), 토크 2.26kN·m(20,000 in·lb), 내압 207kPa(30,000 psi)의 용량을 가지고 있다. 이 세가지 하중은 각각 독립적인 서보-유압 기구에 의하여 제어되며 작업자가 HP310 컴퓨터와 Harrier Interface를 통하여 종합적인 제어와 계측을 수행할 수 있다. Fig. 5는 이러한 실험장치의 구조를 도식적으로 나타내고 있다. 시편은 위아래 한쌍의 콜릿(collet)형 고정구로 설치되며 시편의 측정부(gauge section)에는 시편의 직경 변화를 재기 위한 직경 방향 익스텐소미터(diametral extensometer)와 축방향 길이 변화 및 전단스트레인을 재기 위한 2축 익스텐소미터(biaxial extensometer)가 설치되도록 되어 있다.

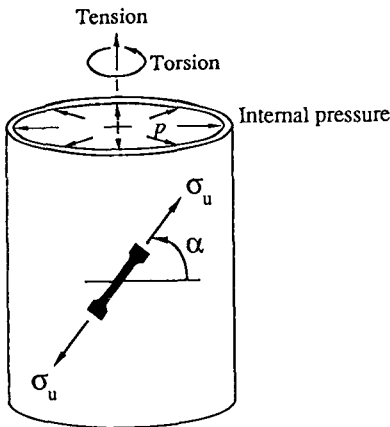


Fig. 6 A state of uniaxial stress generated at an angle to the tube by combined loading of longitudinal tension, torsion about the tube axis and internal pressure

3.1 직교대칭성의 실험적 확인

시편에 가해지는 인장-비틀음-내압의 비율을 조절하여 인장에 의한 응력 σ_{zz} , 비틀음에 의한 전단 응력 $\tau_{\theta z}$, 내압에 의한 원주방향 응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 가

$$\frac{\sigma_{zz}}{\tau_{\theta z}} = \frac{\tau_{\theta z}}{\sigma_{\theta\theta}} = \tan \alpha \quad (2)$$

를 만족하도록 하면 Fig. 6에 보인 것처럼 시편의 반경 방향으로부터 단축인장응력 축방향까지의 각도 α 를 변화시켜가며 단축인장 항복응력 $\sigma_u(\alpha)$ 를 측정할 수 있다. 만약 항복응력의 직교대칭성이 존재한다면 $\sigma_u(\alpha)$ 는 어떤 특정한 방향 α_x 및 이와 직교하는 방향 $\alpha_y = \alpha_x \pm 90^\circ$ 에 대하여 다음과 같은

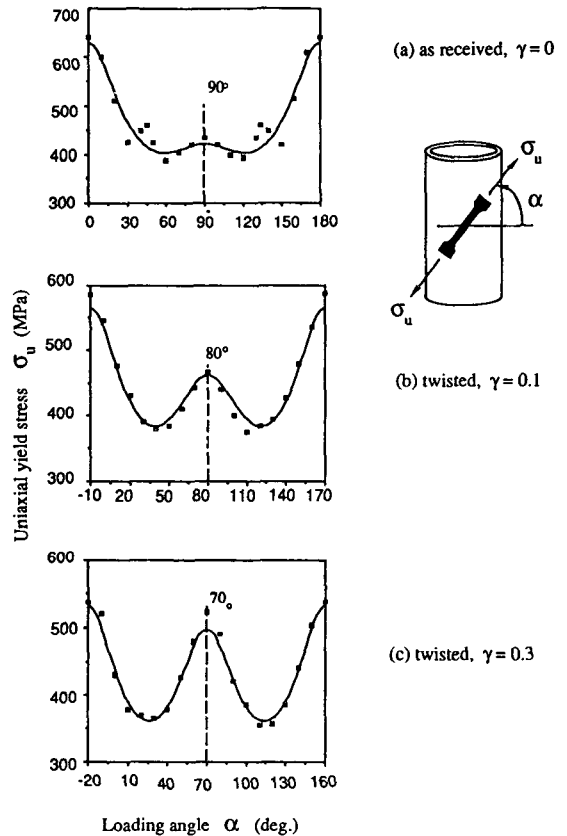


Fig. 7 Preservation of orthotropic symmetry during twisting of cold drawn SAE1020 steel tubes. Axes of orthotropic symmetry sweep through the material with shear strain. Solid lines represent predictions from Hill's theory for : (a) $F=1.068, G=4.164, H=1.453, N=9.122$, (b) $F=1.268, G=2.836, H=1.859, N=11.75$, (c) $F=1.323, G=1.828, H=2.209, N=14.41$ times $10^{-6}(\text{MPa})^{-2}$ each

대칭성을 가져야 한다.

$$\begin{aligned}\sigma_u(\alpha_x + \Delta\alpha) &= \sigma_u(\alpha_x - \Delta\alpha), \\ \sigma_u(\alpha_y + \Delta\alpha) &= \sigma_u(\alpha_y - \Delta\alpha), \\ 0^\circ \leq \Delta\alpha \leq 90^\circ\end{aligned}\quad (3)$$

이같은 대칭조건이 만족될 때 α_x, α_y 는 직교대칭축 x, y 의 방향을 나타낸다. 비틀음에 의한 예비변형을 받지 않은 하나의 시편과 ($\gamma=0$) 예비변형을 받은 2개의 시편 ($\gamma=0.1, 0.3$)에 대하여 단축항복응력 $\sigma_u(\alpha)$ 를 측정된 결과는 그림 7.에 보인 바와 같다. Fig. 7은 시편 벽면에 전단변형이 가해진 후에도 직교 대칭성이 지속적으로 유지됨을 보여주고 있다. 전단변형을 받기 전에는 튜브의 축방향, 원주방향으로 대칭축들이 형성되어 있으나 전단변형을 받으면서 대칭축들의 방향이 변화하는 것을 알 수 있다.

대칭축 x, y 의 방향들의 Fig. 7에 보인 바와 같이 정해졌으므로 예비변형을 받은 각 시편에 대하여 실험적으로 구해진 $\sigma_u(\alpha)$ - α 관계를 Hill의 이방성 이론과 비교해 볼 수 있다.

Hill의 이차 이방성 함수(quadratic yield function)에 의하면 직교대칭축 x 가 원주방향과 α_x 의 각도를 이룰때 단축인장 항복응력 $\sigma_u(\alpha)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}\sigma_u(\alpha) &= [F \sin^2 \beta + G \cos^2 \beta + H \\ &\quad + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \beta \cos^2 \beta]^{-1/2}, \\ \beta &= \alpha - \alpha_x\end{aligned}\quad (4)$$

여기서 α_x 는 주어진 이방성 상태에 따라 일정한 값을 갖는 상수이다. Fig. 7에서 볼 수 있듯이 Hill의 이차 이방성 함수는 실험적으로 정해진 $\sigma_u(\alpha)$ - α 관계와 매우 가깝게 일치함을 알 수 있다. 평면응력 상태에서의 이방성 계수 F, G, H, N 의 값들은 시편에 가해진 예비 전단스트레인값에 따라 민감하게 변화함을 알 수 있다.

3.2 직교 대칭축 방향의 확인

Hill은 풀림처리된 등방성 재료의 튜브를 축중심으로 비틀을 때 전단변형에 의하여 튜브의 재료에 직교이방성이 형성되고 직교대칭축 x 는 금속결정들이 최대 인장을 받는 방향으로 형성된다고 가정하였다. 이러한 가정을 현재의 실험에도 적용할 수 있는지 확인하기 위하여 전단변형을 받은 시편들에 대하여 금속결정들의 최대 인장방향을 측정하였다. 금속결정의 최대 인장방향은 변형된 시편의 측정부위(gauge section)의 표면을 연마(polishing), 부

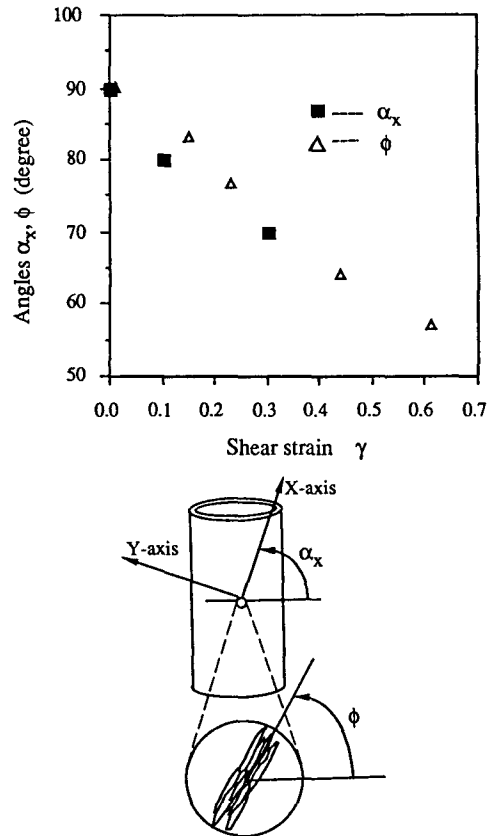


Fig. 8 Orientations of orthotropy axis X and of average maximum crystal elongation plotted against the shear strain measured from the specimens of cold drawn tubes of SAE1020 steel

식 (etching)시켜 얻은 현미경 사진(micrograph)으로부터 결정하였다. Fig. 8은 금속결정들의 평균 최대인장방향을 나타내는 각도 ϕ 를 시편에 가해진 전단스트레인 γ 에 대하여 표시하고 있다. 수많은 결정들의 평균 최대인장 방향을 결정하는 과정에서 보통 몇 도(deg) 정도의 측정오차가 발행할 수 있음을 감안하면 Fig. 8에서 볼 수 있듯이 직교대칭축 x 의 방향과 결정들의 평균 최대인장 방향은 매우 잘 일치한다고 볼 수 있다. 따라서 Hill의 직교대칭축 방향에 대한 가정은 현재의 경우에도 적용할 수 있는 것으로 보인다.

3.3 이방성 가공경화 특성의 측정

가공경화는 주어진 재료의 항복조건이 변형에 따라서 진화하는 양식으로 정의할 수 있을 것이다.

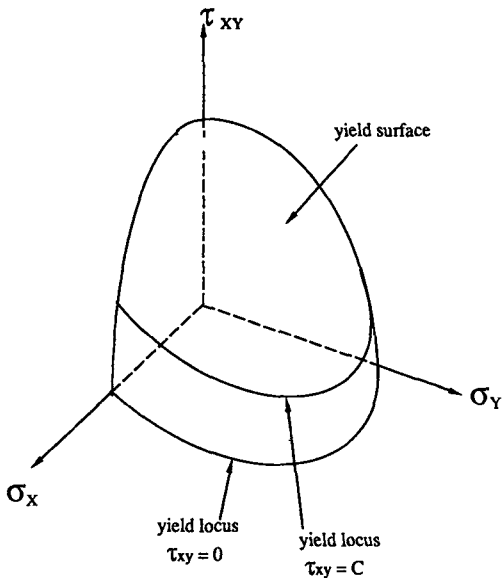


Fig. 9 Plane stress yield surface and yield loci in $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ stress space

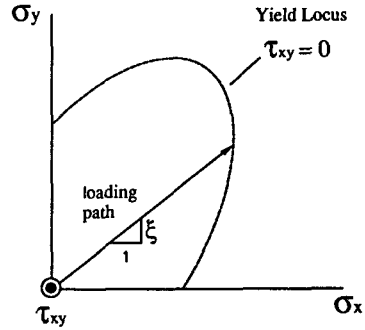


Fig. 10 Loading path for the measurement of plane stress yield locus in $\tau_{xy}=0$ stress plane

따라서 가공경화 특성을 측정하기 위하여는 항복조건
의 변화를 측정할 필요가 있다. 튜브형 시편의
측정부위 (gauge section)에 가해진 전단변형에 따
라 변화하는 직교대칭축 x, y 의 방향이 알려져 있
으므로 응력성분 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 를 측정부위에 발생시켜
평면응력 상태에서의 이방성 항복조건을 측정할 수
있다. $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간 (stress space)에서 이방
성 항복조건 $f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})=0$ 에 해당하는 폐곡면
(closed surface)은 항복곡면 (plane stress yield
surface)이 된다. 항복곡면과 $\tau_{xy}=C$ (constant) 평
면이 교차하는 폐곡선 (contour)을 주어진 전단응
력 값 C 에 대한 평면응력 항복곡선 (plane stress
yield locus)으로 정의한다 (Fig. 9 참조). C 값을
변화시켜 가며 얻어진 여러개의 항복곡선으로부터
항복곡면의 모양을 결정할 수 있을 것이다. 본 실
험에서는 $\tau_{xy}=0$ 인 경우의 항복곡선을 측정하였다.
이를 위하여 $\sigma_x - \sigma_y$ 응력평면 (stress plane)상에서
 σ_x 와 σ_y 간의 비율을 일정하게 유지하는 부하경로
(loading path)를 따라서 시편에 하중을 가해가며
시편의 측정부위에서 측방향 스트레인 ϵ_{22} , 원주방
향 스트레인 $\epsilon_{\theta\theta}$ 와 전단스트레인 γ 를 측정하였다.
측정된 $\sigma_{22} - \epsilon_{22}, \sigma_{\theta\theta} - \epsilon_{\theta\theta}$ 그리고 $\tau_{\theta z} - \gamma$ 도표로부터
Hill⁽⁷⁾이 제안한 back extrapolation 방법을 써서
각 스트레인의 10^{-4} 영역에서 항복점을 결정하였다.

부하경로를 일정하게 유지하기 위해서는 시편에 가
해지는 인장, 토크, 내압을 조절하여 다음의 관
계를 유지할 필요가 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \frac{1}{2}(\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})\sin 2\alpha_x + \tau_{\theta z}\cos 2\alpha_x = 0 \\ \frac{\sigma_x}{\sigma_y} &= \left[\frac{1}{2}(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) + \frac{1}{2}(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})\cos 2\alpha_x \right. \\ &\quad \left. + \tau_{\theta z}\sin 2\alpha_x \right] / \left[\frac{1}{2}(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})\cos 2\alpha_x - \tau_{\theta z}\sin 2\alpha_x \right] = \xi \quad (5) \end{aligned}$$

여기서 ξ 은 부하경로에 따라 정해지는 상수이다
(Fig. 10 참조).

얇은 원관형 시편의 측방향으로 압축하중을 가하
는 경우 좌굴 (buckling)이 발생하므로 현실적으로
실현가능한 부하경로는 $\xi > 0$ 의 경우, 즉 $\sigma_x - \sigma_y$
응력평면 상의 제 1상한에 국한된다. Fig. 11은 비
틀음에 의한 예비변형을 받기 전 ($\gamma=0$)과 예비변
형을 받은 후 ($\gamma=0.1, 0.3$)의 시편에 대하여 측
정된 3개의 항복곡선을 나타내고 있으며 시편에 가
해진 예비변형에 따라서 항복곡선의 형상이 연속적
으로 변화하는 것을 보여주고 있다.

Hill의 이론에 의하면 평면응력 상태에서의 항복
조건은 다음과 같이 주어진다.

$$(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H+F)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (6)$$

이는 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간에서 타원체 곡면 (ellip-
soidal surface)을 나타내는 식이며 이방성 계수
 F, G, H, N 값들에 따라서 항복곡면의 형상이 결정
된다. $\tau_{xy}=0$ 인 경우 항복곡선은

$$(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H+F)\sigma_y^2 = 1 \quad (7)$$

으로 주어지며 3.1절에서 정해진 F, G, H 값들에

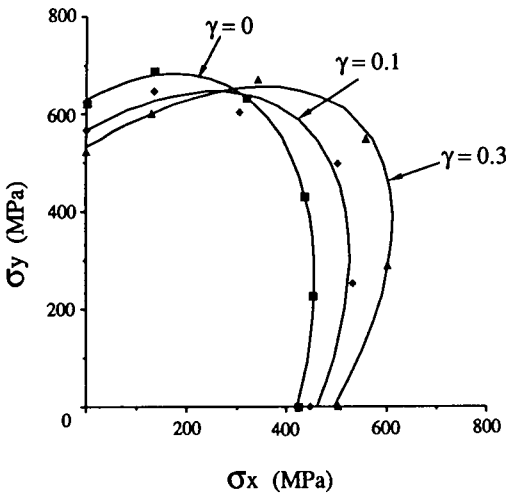


Fig. 11 Evolution of plane stress yield locus during twisting of cold drawn tubes of SAE1020 steel. Solid lines represent predictions from Hill's quadratic yield function

따라서 식 (7)로 예측되는 항복곡선을 Fig. 11에 나타내었다. 예측치가 현재의 실험결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 식 (7)은 $\sigma_x - \sigma_y$ 응력평면에서 타원을 나타내는 2차식이므로 타원의 형상변화를 통하여 가공경화 특성을 정량적으로 표현할 수 있을 것이다. 이론적 항복곡선의 장축(major axis)과 σ_x 축 사이의 각도 θ , 장축 반경(major radius) r_1 , 단축반경(minor radius) r_2 등은 이방성 계수 F, G, H 의 함수로서 다음과 같이 주어진다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2H}{F-G} \right) \text{ if } F > G,$$

$$\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2H}{F-G} \right) + \frac{\pi}{2} \text{ if } F < G$$

$$r_1 = \left[\frac{1}{2} \left(F + G + 2H + \frac{G-F}{\cos 2\theta} \right) \right]^{-1/2},$$

$$r_2 = \left[\frac{1}{2} \left(F + G + 2H - \frac{G-F}{\cos 2\theta} \right) \right]^{-1/2} \quad (8)$$

시편에 가해진 전단변형에 따른 항복곡선의 형상변화를 θ, r_1, r_2 등을 통하여 특징적으로 표현하면 Fig. 12에 보인 것과 같다. 전단변형이 진행됨에 따라 F/G 의 값이 1에 접근하여 (Fig. 7 설명문 참조) θ 는 감소하며 45° 에 수렴한다. 또한 r_1 은 증가하고 r_2 의 값은 거의 변화하지 않으며 N 값이 증가함에 따라 τ_{xy} 방향의 최단반경 $r_3 = (2N)^{-1/2}$ 는 감소한다. 하나의 주어진 이방성 상태에 대한 평면응력

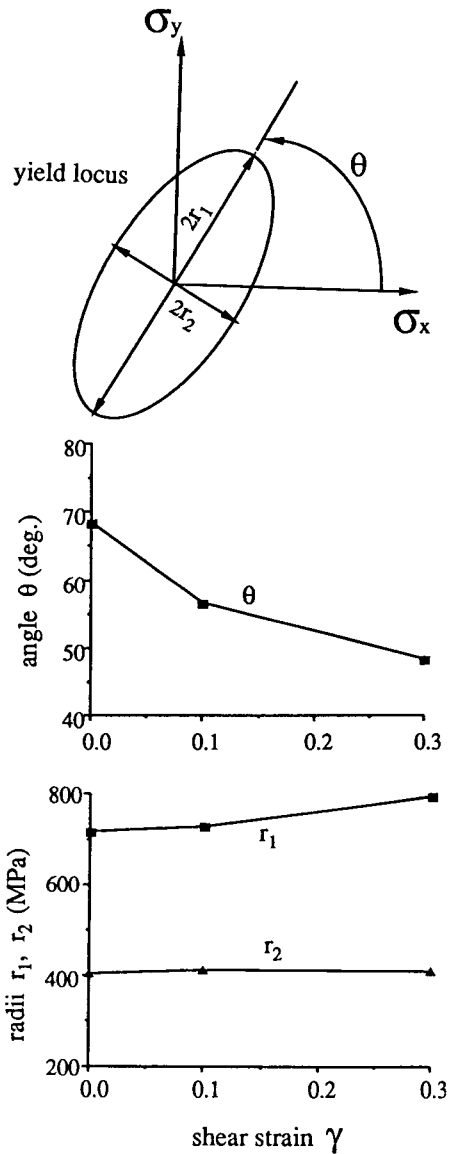


Fig. 12 Rotation and shape change of plane stress yield locus in $\tau_{xy}=0$ stress plane during twisting of SAE 1020 cold drawn tubes. Yield locus parameters θ, r_1 and r_2 have been determined from the values of F, G, H and N which give the best fit to the experimental data

항복조건이 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간에서의 타원체 곡면에 가깝다는 점에서 Hill이 제안한 이차 항복함수(quadratic yield function)의 효용성은 뒷받침되고 있다. 그러나 θ 값의 변화로 나타나는 항복곡

면의 회전과 r_1, r_2, r_3 값의 변화에 따른 타원체 곡면의 찌그림 등 항복곡면의 형상변화(또는 이방성 가공경화) 양식은 가공경화가 소성일뿐만 아니라 응력경로(stress path)나 스트레인경로(strain path)에 의하여 좌우된다는 사실을 보여주고 있다. 전단변형 중에 항복곡면의 크기가 단순증가하지 못하는 것은 재료의 가공경화 능력이 튜브 드로잉 과정에서 어느정도 포화상태에 접근하고 있다는 것을 의미하며 항복곡면의 변형과 회전은 결정학적 금속조직(crystallographic texture)이 변형 중에 연속적으로 진화하고 있음을 나타낸다. 이러한 양식의 가공경화는 주어진 응력경로 ξ 에 대하여 항복곡선의 곡률반경을 급격히 변화시키는 것을 알 수 있으며 이는 목발생(necking), 전단변형집중(shear localization) 등 변형불안정의 주요 요인으로 작용할 가능성이 크다고 생각된다.

4. 토 론

지금까지의 실험결과로 냉간 드로잉 과정에서 튜브벽면에 이방성이 생성되며 균일한 전단변형 과정에서도 직교대칭성이 유지됨을 알 수 있다. 튜브드로잉 과정에서 튜브의 두께 방향으로 매우 불균일한 응력상태가 발생하고⁽⁶⁾ 따라서 변형상태도 두께 방향으로 불균일 하게 된다. 변형에 따라 재질이 변화하므로 튜브의 두께방향에 따라 재질이 불균일하게 분포된다. 튜브드로잉 과정에서 가해지는 변형의 정도가 매우 극심한 경우 비틀음에 따른 추가적인 균일변형이 튜브에 가해져도 재료의 두께방향 불균일성은 해소되지 않는다. 이러한 두께방향 불균일성은 압연판재의 경우에도 마찬가지로 존재하며 어느 경우이나 재료시험으로 측정되는 재료의 이방성은 두께방향으로의 거시적 평균치라고 볼 수 있다. 냉간 드로잉된 튜브와 압연판재 간의 이같은 유사성에 비추어 보아 압연판재의 균일 변형 과정에서도 직교대칭성이 지속적으로 유지될 가능성이 높다. 이러한 가능성을 확인하기 위한 실험이 현재 진행되고 있다.

직교대칭성이 유지되는 냉간 드로잉된 튜브나 압연판재의 기계적 변형특성을 측정하고 측정자료를 분석하여 정량적으로 구성식(constitutive equation)화 하기 위하여는 변형에 따라 변화하는 직교대칭축 x, y 의 방향이 명확히 알려져야 한다. 직교대칭축들의 방향은 재료에 가해진 변형이력(defor-

mation history)에 의하여 결정되고 외력에 의하여 결정되는 주응력방향(principal directions of stress)과는 무관하다. 따라서 이러한 재료의 항복조건은 등방성 재료의 경우와는 달리 주응력(principal stresses)공간에서의 하나의 곡면으로 나타낼 수 없게 되고 Π -평면(plane)의 개념도 무의미하게 된다. 이러한 재료의 항복조건은 직교대칭축 x, y, z 에 대한 응력성분($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)들로 구성되는 응력공간에서 하나의 폐곡면으로 나타낼 수 있다.

현재의 튜브형 시편에 대한 실험자료는 직교대칭축이 결정입자들의 주변형(principal stretch)방향으로 형성된다는 Hill의 가정을 뒷받침하는 것으로 보인다. 변형에 따라 생성되는 다결정체의 이방성은 결정학적 변형조직(crystallographic texture)에 그 근원을 두고 있으므로 이러한 Hill의 가정이 보편적 타당성을 갖는지는 금속결정학적 측면에서 확인되는 것이 바람직하다. 필자의 견해로는 현재까지 발전단계로 보아 Hill의 가정에 대한 타당성 여부를 금속결정학적 측면에서 확인하기는 당분간 어려우리라고 생각된다. 이 문제에 대한 현상학적 측면에서의 해답을 얻기 위하여 공업적으로 중요한 몇가지 금속재료에 대한 실험적 연구가 진행되고 있다.

Hill의 이론이 발표된 이후 지금까지 x, y 축의 반향변화는 무시할 수 있다고 가정하여 왔다. 또한 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 공간에서 항복곡면이 일정한 모양을 유지하며 단지 그 크기만이 소성일의 함수로 변화한다고 가정해 왔다. 현재의 실험결과는 이러한 가정들의 타당성을 부인하고 있다. 즉 x, y 축의 방향은 기존 x, y 축에 대한 전단변형에 의하여 변화하며 항복곡면의 모양 역시 일정하지 않다. $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 공간에서 타원체 곡면에 근사하는 항복곡면은 Fig. 12에 보인 것과 같이 변형중 σ_x 축에 대하여 회전하며 장축 방향으로 타원체의 크기가 증가하지만 τ_{xy} 축 방향으로는 오히려 감소한다. 튜브드로잉의 극심한 변형과정에서 재료의 가공경화 능력은 이미 어느정도 포화상태에 도달한 것으로 보이며 추가 변형중 항복곡면의 크기가 단순 증가하지 않음을 알 수 있다. 압연과정에서도 매우 극심한 변형이 발생하므로 압연판재의 경우에도 유사한 현상이 일어날 수 있는 가능성이 높다고 할 수 있다. 이와 같은 직교대칭축의 방향 변화나 항복곡면의 형상변화(회전을 포함하는) 등을 고려하지 않고 있는

Hill의 이방성 이론은 판재가공등 유한변형을 수반하는 실제적인 문제에는 적용하기 어려운 것으로 생각된다.

Hill의 이방성 이론을 검증하기 위하여 많은 실험적 연구가 수행되었는데 이들 대부분은 직교이방성의 축방향이 변화하지 않고 항복곡면의 형상이 변형중에도 유사성을 유지한다는 전제 하에서 실험결과와 이론적 예측치를 비교하여 Hill이 제안한 항복함수의 적합성에 대한 판정을 내리고 있다. 실험결과와 예측치가 일치하지 않는 경우를 위하여 종래의 2차 항복함수보다 좀 더 많은 용통성을 갖는 非2次(non-quadratic) 항복함수들이 제안되고 있다^(4,7,8). 현재의 실험결과로 보아 변형 중의 직교대칭축의 방향변화와 항복곡면의 형상변화를 무시하는 한 이러한 노력들의 성과는 미흡할 것으로 보인다.

이상과 같은 Hill의 이방성 이론의 한계에도 불구하고 본 이론을 유한요소법에 적용하려는 시도가 이루어지고 있으며 이 과정에서 구성식의 시간 적분(time integration)을 위하여 강제회전(rigid rotation)성분을 보상하기 위한 야우만 응력변화율(Jaumann stress rate)이나 회전보합코시응력(rotated Cauchy stress) 등의 객관적 응력변화율(objective stress rate)을 사용하여 왔다. 현재의 실험결과에 의하면 변형초기에 이방성을 보유하는 재질의 직교대칭축 x, y, z 는 초기 형상(initial configuration)이나 현재 형상(current configuration)에 대한 강제회전에 의하여 지배되지 않으므로 이러한 적분 방식들은 이방성 재질에는 부적합하다고 할 수 있다.

5. 결 론

냉간 드로잉된 SAE1020 튜브 벽면에 균일한 전단변형을 가하고 초기의 직교대칭성이 변형중에도 유지되는지의 여부를 확인하였다. 또한 전단변형에 따른 평면응력 이방성 가공경화 특성을 측정하였다. 실험의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 30%이내의 전단스트레인 범위에서 직교대칭성은 지속적으로 유지된다.
- (2) 직교대칭축 x, y 의 방향은 변형 중에 연속적으로 변화하며 금속결정의 최대 인장 및 수축방향과 실험오차 범위 내에서 일치한다.
- (3) $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간 내에서의 항복곡면의

형상은 타원체에 가까우며 Hill의 2차 항복함수에 의하여 근사적으로 표현된다.

(4) 전단변형 중에 타원체 형상의 항복곡면은 τ_{xy} 축을 중심으로 연속적으로 회전하고 $\sigma_x - \sigma_y$ 평면에서의 최대반경은 증가하며 τ_{xy} 축 방향으로의 최소반경은 감소한다.

제 (1)항의 관측 결과는 유한변형 과정에서도 직교이방성이 유지된다는 것을 나타내고 있다. 제(2)항의 관측 결과는 Hill 이 튜브의 비틀음 과정에서 발생하는 길이변화를 예측하기 위하여 제안한 가설⁽⁶⁾과 일치하는 것처럼 보인다. 그러나 이러한 결과가 보편적으로 성립하는지의 여부를 가리기 위하여는 추가적인 실험결과와 뒷받침이 있어야 할 것으로 보인다. 제 (3), (4)항의 관측 결과는 이방성 재질의 가공경화가 소성일(plastic work)뿐만 아니라 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간 내에서의 응력경로(stress path)에 좌우된다는 것을 보여주고 있다. Bourne과 Hill(1950)도 이같은 사실을 뒷받침하는 실험결과를 발표한 바 있고 따라서 Hill의 이방성 이론을 대변형 문제에 적용하기 위하여는 이방성 계수(F, G, H, L, M, N)들이 일반적으로 변형 중에 어떻게 진화하는지를 알아야 할 필요가 있다. 항복조건외 경로 의존성(path dependence)을 구명하지 않고 非2次(non-quadratic)식 등 항복함수의 개선을 도모하는 것은 이방성이론의 발전과 실용화에 도움이 되지 못할 것으로 생각된다.

후 기

이 논문의 내용 일부는 필자가 1987.10~1988.9 기간 동안 미시간대학교(Ann Arbor)에 Post Doctoral Fellow로 근무하는 중에 수행되었으며 나머지 부분은 한국기계연구소의 기본과제 "소성가공의 CAD를 위한 기초연구"(PEC 4300, 1989.1~1990.2)의 일환으로 수행되었다.

참 고 문 헌

- (1) Bourne, L. and Hill, R., 1950, On the Correlation of the Directional Properties of Rolled Sheet in Tension and Cupping Tests", London Philos. Mag. 7th Series, Vol. 41, pp. 671~681.
- (2) Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1966, "Plastic Flow in Stabilized Sheet Steel", Int. J. Mech. Sci.,

- Vol.8, pp.101~114.
- (3) Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1968, "Plastic Anisotropy of Titanium and Zinc Sheet I. Macroscopic Approach", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.10, pp. 211~219.
- (4) Gotoh, M., 1977, "A Theory of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State) - I & II", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.19, pp. 505~520.
- (5) Hill, R., 1948, "A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals", *Proc. Royal Soc. London, Series A*, Vol.193, pp.281~297.
- (6) Hill, R., 1950, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press.
- (7) Hill, R., 1979, "Theoretical Plasticity of Textured Aggregates", *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* Vol.85, pp. 179~191.
- (8) Hill, R., 1990, "Constitutive Modelling of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.38, pp. 405~417.
- (9) Lee, D. and Backofen, W.A., 1966, "An Experimental Determination of the Yield Locus for Titanium and Titanium Alloy Sheet", *Trans. Metallurgical Soc., Am. Inst. Mech. Eng.*, Vol.236, pp. 1077~1084.
- (10) Logan, R. W., Stout, M. G. and Korzekwa, D.A., 1987, "Numerical Simulation of Anisotropic Stretch/Draw Forming", in *Interdisciplinary Issues in Materials Processing and Manufacturing* (ed. S.K. Samanta, R. Komanduri, R. MCMeeing, M. M. Chen and A. Tseng), *Proceedings of the Winter Annual Meeting of ASME, Boston, Massachusetts, Dec. 13-18, 1987, Volume 1*, pp. 95~109.
- (11) Pearce, R. 1968, "Some Aspects of Anisotropic Plasticity in Sheet Metals", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.10, pp.995~1055.
- (12) Taghvaipour, M. and Mellor, P.B., 1970, "Plane Strain Compression of Anisotropic Sheet Metal", *Proc. Inst. Mech. Engrs*, Vol.185, pp. 593~606.
- (13) Woodthorpe, J. and Pearce, R., 1970, "The Anomalous Behavior of Aluminum Sheet under Balanced Biaxial Tension", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.12, pp. 341~347.
- (14) Yang, D.Y. and Kim, Y.J., 1986, "A Rigid-Plastic Finite Element Formulation for the Analysis of General Deformation of Planar Anisotropic Sheet Metals and Its applications", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, pp. 825~840.