

〈論 文〉

## 순수 비틀림 모멘트를 받는 직교 이방성체의 광탄성 시험법 개발에 관한 연구( I )

—3차원 광탄성 실험법 모델의 절단법과  $G_{ij}$ 와  $f_{ij}$ 의 측정법—

황 재 석\* · 방 창 일\*\*

(1990년 11월 14일 접수)

## A Study on the Development of Photoelastic Experiment for Orthotropic Material under Pure Torsional Moment( I )

—The Slicing Method of 3-Dimensional Photoelastic Experiment Model  
and the Measuring Method of  $G_{ij}$  and  $f_{ij}$ —

Jai Sug Hawong and Chang Il Bang

**Key Words :** Pure Torsional Moment(순수 비틀림 모멘트), Orthotropic Material Bar(직교 이방성체봉), Orthotropic Photoelastic Experiment(직교 이방성 광탄성 실험), Slicing Method of Specimen(시편 절단법), Stress Fringe Value(응력 프린지치), Physical Properties(물성치)

### Abstract

To develop the photoelastic experiment method for the orthotropic material under pure torsional moment is the main objective of this research. In the development of photoelastic experiment for orthotropic material under pure torsional moment, the important problems and their solutions are the same as following. In the model material for photoelastic experiment, it was found that C.F.E.C.(Copper Fiber Epoxy Composite) can be used as the model material of photoelastic experiment for orthotropic material. In the stress freezing cycle, it was assured that stress freezing cycle for epoxy can be used as the stress freezing cycle of the photoelastic experiment for orthotropic material. In the slicing method, it was found that the negative oblique slicing method can be effectively used as slicing method in 3-dimensional photoelastic experiment. In the measuring method of stress fringe values and physical properties in the high temperature, it was found that stress fringe values can be directly measured by experiment and physical properties can be directly or indirectly by equation between stress fringe values and physical properties developed by author. In the stress analysis method of orthotropic material under pure torsional moment by photoelastic experiment, it will be studied in the second paper.

\* 정회원, 영남대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 한국조폐공사 경산공장

1. 서 론

최근 고강도 및 경량화된 재료 개발과 더불어 항공기, 선박, 각종 구조물 등의 여러 분야에 복합재료의 사용이 증가되어 왔다. 그리고 이러한 재료로 된 구조물의 응력 분포<sup>(1~4)</sup> 및 파괴역학<sup>(5~10)</sup> 등에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 이러한 복합체 구조물의 어느 부분을 투과형 광탄성 실험을 통하여 해석하고자 할때는 이러한 구조물에 대응되는 광탄성 실험용 모델 재료가 필요하다. 그래서 이미 필자는 Copper Fiber Epoxy Composite(C.F.E.C.)라고 불리는 광탄성 실험용 모델 재료를 발견하여 이 재료가 평면 응력 문제의 광탄성 재료로서 기능을 충분히 발휘한다는 것을 확인하였다<sup>(11)</sup>. 그리고 일반적으로 구조물에 작용하는 하중 조건은 인장(압축), 굽힘 모멘트, 비틀림 모멘트 그리고 전단하중 등으로 분류된다.

이미 필자에 의하여 인장(압축)이나 굽힘 모멘트 등의 하중 조건에 의한 응력 해석법은 광탄성 실험용 모델 재료인 C.F.E.C.와 투과형 광탄성 실험 장치에 의하여 완성되었다<sup>(12)</sup>. 등방성체가 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우의 실험적 해석법은 광탄성 실험법의 응력 동결법<sup>(13)</sup>, Caustics법<sup>(14)</sup> 그리고 박막상사 이론의 변위 동결법<sup>(15)</sup> 등이 있다.

그러나 이방성체봉이 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우에 대한 실험적 해석은 아직까지도 광탄성 실험법, 박막 상사 이론 그리고 Caustics법 등에 의하여 연구된 적이 없다. 그러므로 본 연구에서는 직교 이방성체봉이 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우에 대한 광탄성 실험법을 개발하는것이 주 목적이다. 그리고 직교 이방성체용 광탄성 실험법을 개발하는데는 아래와 같은 사항이 문제가 되고 있다.

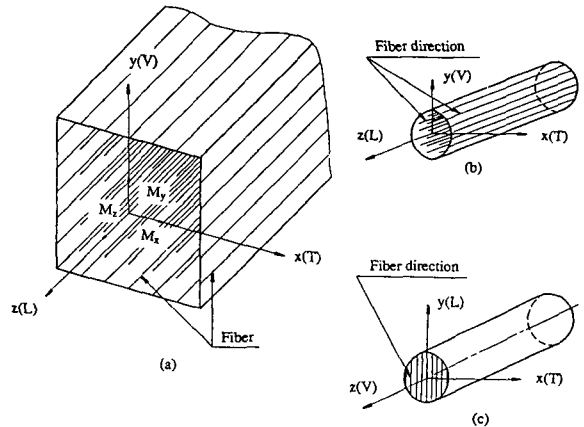
- (1) 직교 이방성 성질과 광탄성 성질을 가지는 재료 개발 및 구조법
  - (2) 직교 이방성체용 3차원 광탄성 실험의 응력 동결법
  - (3) 응력이 동결된 시편의 절단법
  - (4) 고온 상태에서 응력 프린지치와 물성치를 측정하는 방법
  - (5) 순수 비틀림 모멘트를 받는 직교 이방성체 봉의 3차원 광탄성 실험에 의한 응력 해석법
- 위의 문제의 (1)의 사항은 C.F.E.C.<sup>(11)</sup>라는 재료가 이미 개발 되었으므로 문제가 되지 않으나,

C.F.E.C.가 3차원 광탄성 재료로 사용될때 잔류 응력과 이 재료에 적당한 응력 동결법이 필요하다. 그래서 본 연구에서는 위의 문제의 (2)의 사항에서 (4)의 사항까지를 이연구의 목적으로 하고 (5)의 사항은 다음의 연구 목적으로 한다.

2. 기초 이론

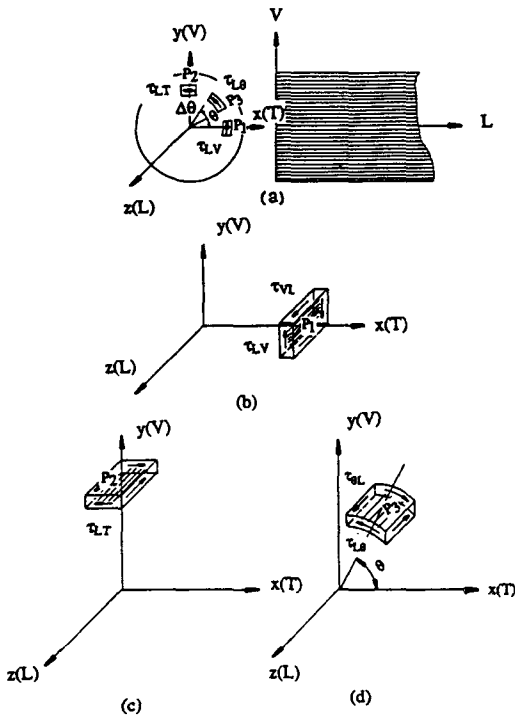
2.1 순수 비틀림 모멘트를 받는 봉의  $G_{LT}$ ,  $G_{TV}$  및  $G_{\nu\theta}$  등의 측정법

Fig. 1처럼 순수 비틀림 모멘트를 받는 직교 이방성체 봉을 응력 해석하는데 필요한 물성치는  $G_{LT}$ ,  $G_{LV}$ ,  $G_{TV}$  및  $G_{\nu\theta}$  등이다. 한 방향 화이버를 가진 Fig. 1(a)와 같은 직교 이방성체에서 화이버 방향이 z축과 평행하도록 절단하여 봉을 만드는 방법과 z축에 수직하도록 절단하여 봉을 만드는 방법등이 있다.  $M_z$ 가 비틀림 모멘트가 되도록 즉 화이버 방향이 z축과 평행하도록 가공하면 Fig. 1(b)가 되고  $M_x$ 와  $M_y$ 가 비틀림 모멘트가 되도록 즉 화이버 방향이 z축에 수직되도록 가공하면 Fig. 1(c)가 된다. Fig. 1(b)와 같은 직교 이방성을 가진 원봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을때는 Fig. 2와 같은 방법으로 해석할 수 있다.



- (a) Orthotropic material with unidirectional fiber
- (b) Orthotropic material bar with longitudinal fiber
- (c) Orthotropic material bar with transverse fiber

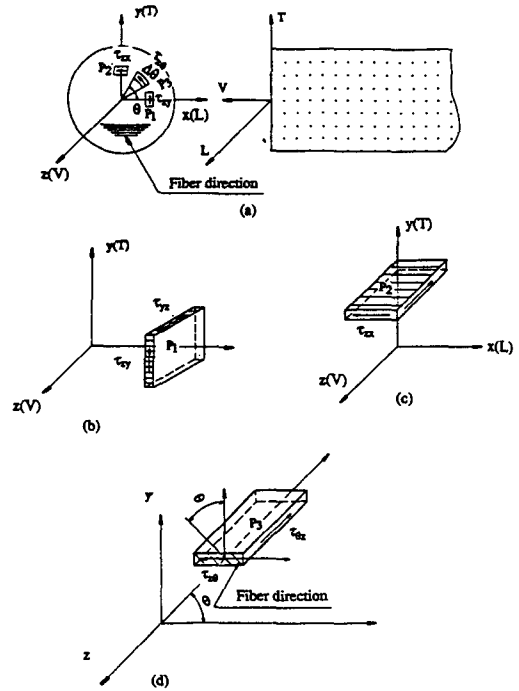
Fig. 1 Orthotropic body under moment



(a) Shearing stresses at the points  $P_1$ ,  $P_2$  and  $P_3$   
 (b) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_1$   
 (c) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_2$   
 (d) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_3$

**Fig. 2** Longitudinal shear modulus of orthotropic material with unidirectional fiber

Fig. 2(a)은 화이버 방향이  $z$ 방향인 원봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을때 중심 0에서 동일한 거리상에 존재하는  $P_1$ ,  $P_2$  그리고  $P_3$ 점의 전단응력의 방향과 화이버 방향을 나타낸다. 그리고 Fig. 2(b), Fig. 2(c)와 Fig. 2(d)는 각각  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ 지점의 미소부분의 전단응력 방향과 화이버의 방향과의 관계를 각각 나타낸 것이다. Fig. 2(a)에서 보듯이  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ 가 중심 0에서 같은 거리상에 존재하면 점  $P_1$ ,  $P_2$  그리고  $P_3$ 에 발생하는 전단응력  $\tau_{Lx}$ ,  $\tau_{Ly}$  그리고  $\tau_{L\theta}$  등의 크기는 서로 같고  $P_1$ ,  $P_2$  그리고  $P_3$ 를 포함하는 각 미소 부분의 가로탄성계수는  $G_{Lx}$ ,  $G_{Ly}$ ,  $G_{L\theta}$ 등은 Fig. 2의 (b), (c), (d)에서 보듯이 그들의 크기는 각각 같다.



(a) Shearing stresses at the points  $P_1$ ,  $P_2$  and  $P_3$   
 (b) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_1$   
 (c) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_2$   
 (d) The relationships between shear stress and fiber direction at point  $P_3$

**Fig. 3** Longitudinal shear modulus of orthotropic material with unidirectional fiber

Fig. 1(c)와 같은 적교 이방성을 가진 원봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을 때는 Fig. 3과 같은 방법으로 그 봉의 물성치를 고려할 수 있다. Fig. 3(a)는 화이버 방향이  $z$ 방향에 수직인 원봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을때 중심 0에서 동일한 거리상에 존재하는  $P_1$ ,  $P_2$ , 그리고  $P_3$ 점의 전단응력 방향과 화이버 방향을 나타내고, 그리고 Fig. 3(b), Fig. 3(c)와 Fig. 3(d)은 각각  $P_1$ ,  $P_2$  그리고  $P_3$ 지점의 미소부분의 전단응력 방향과 화이버 방향과의 관계를 각각 나타낸 것이다.

Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)의 미소부분을 일반적으로 나타내면 Fig. 3(d)와 같다. Fig. 3(d)에서  $\theta=90^\circ$ 인 경우는 Fig. 3(c)의 경우이고  $\theta=0^\circ$ 이면 Fig.

3(b)의 경우이다. Fig. 3의 경우, 미소 부분의 가로탄성계수  $G_{zy}$ ,  $G_{zx}$ 와  $G_{z\theta}$  등은 각각 틀린다. 그리고  $G_{z\theta}$ 은 방정식 (1)로서 나타낼 수 있다<sup>(16)</sup>.

$$\frac{1}{G_{z\theta}} = \frac{\sin^2\theta}{G_{zx}} + \frac{\cos^2\theta}{G_{zy}} \quad (1)$$

Fig. 2와 Fig. 3의 경우 위  $G_{ij}$ ( $G_{LV}$ ,  $G_{LT}$ ,  $G_{LV}$ ,  $G_{LT}$ ,  $G_{L\theta}$ ,  $G_{zx}$ ,  $G_{zy}$ ,  $G_{z\theta}$ ) 등은 각각 미소 부분에 전단 하중을 가하여 측정한다. 그러나 실제로 전단 하중이 발생할 수 있는 장치를 제작하기가 매우 어렵므로 방정식 (2)를 사용하여 간접적으로 가로탄성계수  $G_{ij}$  등을 구할 수 있다<sup>(17)</sup> ( $i, j=L, T, V, x, y, z, \theta$ ).

$$\frac{1}{G_{ij}} = \frac{5}{E_{45}} - \left( \frac{1}{E_i} + \frac{1}{E_j} - \frac{2\nu_{ij}}{E_i} \right) \quad (2)$$

그렇지 않으면  $G_{ij}$  등의 물성치를 갖도록 Fig. 1(a)에서 A.C.D.(Arcan Circular Disk)<sup>(18)</sup>와 H.I.S.T.<sup>(19)</sup>(Hawong Iosipescu Shear Test) 등의 시편을 가공하여 직접 스트레인 게이지를 순수 전단력이 발생하는 선상에 45°되게 접착하고 하중을 가하여 각각 스트레인 게이지에서 얻어지는  $\epsilon_i$ 와  $\epsilon_j$ 를 측정하고 이 값들을  $\epsilon_i - \epsilon_j = \gamma_{ij}$  관계식에 대입하여  $\gamma_{ij}$ 를 구하고 그리고 전단응력  $\tau_{ij}$ 를 계산하여 각각 시편에 해당되는  $G_{ij}$  등을 구할 수 있다. 그리고 A.C.D. 나 H.I.S.T.로서 직접 응력 프린치를 측정하여 간접적으로 방정식 (3)과 (4)를 이용하여 가로 탄성계수  $G_{ij}$  구할 수도 있다<sup>(20)</sup>.

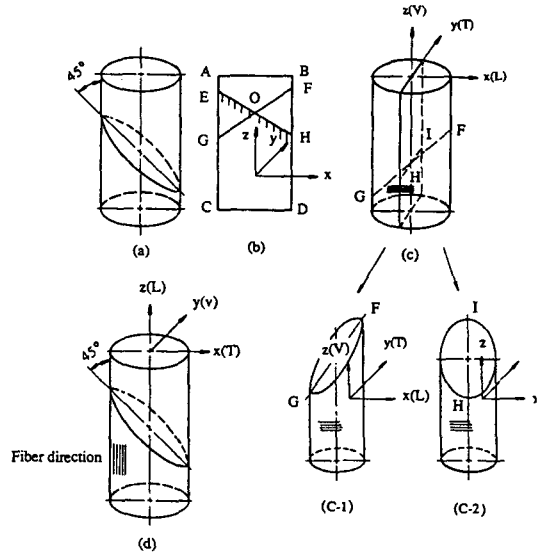
$$f_{ij} = \frac{G_{ij} f_m f_f}{G_f V_f f_m + G_m V_m f_f} \quad (3)$$

$$f_{ij} = \frac{G_{ij} f_m}{V_m G_m} \quad (4)$$

방정식 (3)과 (4)은 각각 화이버의 응력 프린치 값이 유한한 경우와 화이버의 응력 프린치 값이 무한한 경우에 복합체 응력 프린치치로서 복합체 물성치  $G_{ij}$ 를 구할때 사용되는 식들이다. 응력프린치치를 이용하여 가로탄성계수를 구하려고 할 때는  $G_{ij}$  등을 각각 갖도록 화이버 방향을 조합하여 A. C.D. 시편이나 H.I.S.T.와 같은 시편을 제작한다. 그리고 A.C.D. 시편과 H.I.S.T. 시편에 하중을 가하면서 무늬차수를 측정하여 각 경우의 응력 프린치치  $f_{ij}$ 를 구한다. 이  $f_{ij}$ 를 방정식 (3)과 (4)에 적용하여  $G_{ij}$ 를 구한다.

## 2.2 시편 절단법

Fig. 4은 등방성체봉과 이방성체봉의 절단하는 방향과 화이버 방향과의 관계를 나타낸 것이다. 특



- (a) Isotropic material bar
- (b) Oblique slicing method and negative slicing method
- (c) Slicing method for orthotropic material with transverse direction fiber
- (d) Slicing method for orthotropic material with longitudinal direction fiber

Fig. 4 Slicing method of the shaft under pure torsional moment

히 Fig. 4(a)는 봉의 사절단법(斜切斷法)을 나타낸 것이다. 이때 절단하는 방향은 회전축에 대하여 45°이다.

Fig. 4(b)는 봉 ABDC에 斜切斷法을 사용하여 EH와 GF로 절단하는 방법을 나타낸 것이다. Fig. 4(c)는 화이버 방향이 x방향인 경우의 절단하는 방향을 따라 나타나는 화이버의 모양과 절단되는 면과의 관계를 나타낸 것이다.

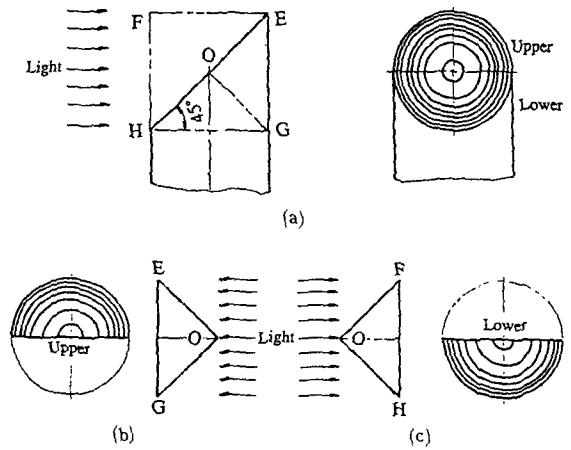
Fig. 4(c-1)과 Fig. 4(c-2)는 각각 Fig. 4(c)의 봉에 斜切斷法을 사용하여 GF와 HI방향으로 절단하였을때 절단되는 면과 화이버의 모양을 각각 나타낸 것이고 Fig. 4(d)는 화이버 방향이 z방향인 봉에 斜切斷法을 사용하여 전단하였을 경우를 나타낸 것이다. 이 경우에는 어떤 방향으로 전달하여도 화이버 방향은 일정하다.

등방성체 봉이 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우를 광탄성 실험으로 해석하고자 할 때, 축의 단면이 균일한 경우에는 Fig. 4(a)와 같은 斜切斷法을

사용하여 왔다<sup>(13)</sup>. 그리고 등방성체 봉이 원봉인 경우에 斜切斷法을 사용하여 절단하는 경우에는 절단하는 방향에 관계없이 잘리는 단면은 항상 타원이고 나타나는 무늬의 형태는 일정하다. 斜切斷法에 의하여 절단된 직교 이방성체봉의 시편들의 화이버 방향은 Fig. 4(c)와 Fig. 4(d) 등에서 보듯이 화이버(fiber)의 진행 방향에 따라 틀린다. 그러므로 본 연구에서는 화이버 방향이 z방향인 경우는 어떠한 斜切斷法을 사용하여 절단하더라도 절단된 시편의 절단면의 화이버 방향은 일정하다. 그러나 화이버 방향이 x방향인 경우에는 Fig. 4(c-1)과 4(c-2)에서 보듯이 斜切斷法을 사용하는 방향에 따라 절단된 시편의 절단면의 화이버 방향은 서로 틀린다. 그리고 斜切斷法에서는 빛은 절단되는 단면에 45°되게 투과되므로 3차원 광탄성 실험을 통하여 얻은 무늬는 선명하지 않다. 특히 직교 이방성체에서는 화이버 때문에 이러한 현상이 심하다. 그러므로 나타나는 무늬 형태를 선명하게 하기 위하여 斜切斷法을 사용하여 Fig. 4(b)의 EH방향으로 절단된 EHCD와 EHAB를 다시 Fig. 4(b)의 GO와 FO 방향으로 절단하여 EOG와 FOH 시편을 얻는다. 이 시편을 알파-브롬나프타린( $\alpha$ -Bromnaphthalene)과 유동 파라핀의 혼합액(체적비; 1:0.585)이 들어있는 수조 속에 고정하여 투과형 광탄성 실험장치를 통하여 선명한 등색선 사진을 얻을 수 있다.

Fig. 5(a)는 종래 사용되어왔던 斜切斷法에 의하여 등색선을 얻는 방법을 의미하고 Fig. 5(b)와 Fig. 5(c)는 上下의 무늬차수를 얻을 수 있는 陰의 斜切斷法을 의미한다. Fig. 4(b)의 EH 혹은 FG 방향으로 절단하는 것을 斜切斷法이라고 하고 사절단된 시편을 다시 Fig. 4(b)의 GO 혹은 FO 방향으로 절단하는 것을 陰의 斜切斷法이라고 한다. 이러한 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 사진인 Fig. 5(b)의 상(upper)과 Fig. 5(c)의 하(lower)는 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 사진(Fig. 5(a))의 상(上下)와 각각 대응된다.

그러므로 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 사진의 조합으로 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 사진을 얻을 수 있다. 화이버의 방향이 z방향인 원봉을 절단하면 잘리는 단면은 타원이고 단면의 화이버 방향은 일정하지만 Fig. 4(c)처럼 화이버 방향이 x방향(혹은 y방향)인 경우에 斜切斷法이나 陰의 斜切斷法을 사용하여 원 봉을 절단하면 잘리는 단면은 타원이지만 단면에 나타나는 화이버의



(a) Oblique slicing method  
(b) Negative oblique slicing method  
(c) Negative oblique slicing method

Fig. 5 Oblique slicing method and negative oblique slicing method

방향은 Fig. 4(c-1)과 Fig. 4(c-2)처럼 절단하는 방향에 따라 각각 틀린다.

### 3. 실험

#### 3.1 시편의 제작과 응력 동결법

본 연구의 직교 이방성 광탄성 실험의 모델로 사용된 재료는 본 연구자가 개발한 C.F.E.C.(Copper Fiber Epoxy Composite)의 직교 이방성 광탄성 재료이다. C.F.E.C.의 구조법<sup>(12)</sup>을 사용하여 Fig. 1의 (a)와 같은 직교 이방성체를 제작하고 제작된 이방성체와 선반을 사용하여 임의의 화이버 방향을 가진 봉을 제작한다. 그리고 등방성체인 봉도 같은 방법을 사용하여 제작한다. 이때 정삼각형 봉과 정사각형 봉들의 단면은 각각 봉의 직경(=d)이 40 mm에 내접하는 정삼각형 봉과 정사각형 봉(한변의 길이=a)이다. 그리고 원봉의 직경(=d)은 40 mm이다.

이렇게 제작된 시편을 응력동결로의 내부에 장치된 순수 전단장치에 장치한다. 그리고 시편이 장치된 순수 비틀림 장치에 하중을 가하면서 Fig. 6과 같은 등방성체인 예복시의 응력 동결 사이클을 그대로 사용한다. 이러한 과정을 거친후에 응력이 동결된 시편을 적당하게 슬라이싱하여 이 슬라이스를 알파-브롬나프타린( $\alpha$ -bromnaphthalene)과 유동 파

라핀(paraffine)(체적 비율; 1 : 0.585)의 혼합액이 들어 있는 주조에 고정한다.

그리고 슬라이스가 고정된 이 주조를 투과형 광탄성 실험장치의 하중장치가 놓여지는 위치에 놓아 사진을 촬영한다. 그리고 촬영된 등색선 무늬에서 필요한 데이터를 측정한다.

### 3.2 고온 상태에서 물성치 $G_U$ 와 응력 프린지치 $f_U$ 측정법

고온 상태에서 응력 프린지치와 물성치 측정은 상온 상태의 그들의 측정 방법과는 틀린다. 그리고 3차원 광탄성 실험에서 응력을 동결시키는 경우는 고온 상태에서 응력 프린지치와 물성치를 측정하여야 한다. 그리고 본 실험은 순수 비틀림 모멘트를 받는 직교 이방성체인 봉의 응력 분포를 광탄성 실험으로 하고자 하므로 이것에 대응되는 고온상태의 응력 프린지치  $f_U$ 와 가로탄성계수  $G_U$ 등을 알아야 한다.

상온에서는 순수 전단력이 발생하는 하중장치, 즉 A.C.D. 시편이나 H.I.S.T. 시편 등을 사용하여 직접 응력 프린지치도 측정하고 또 스트레인 게이지를 이들 시편에 접착하여 직접 물성치도 측정할 수 있다. 그러나 고온에서 물성치를 직접 측정한다는 것은 온도의 영향과 고온에서 스트레인 게이지로부터 변형률을 측정하여야 하므로 오차가 많이 발생하고 매우 어렵고 번거롭다. 그래서 Fig. 1(a)의 C.F.E.C.의 블록에서 연구자가 의도하는 화이버의 방향에 일치하는 A.C.D. 시편을 제작한다. 그리고 이 시편에 하중을 가하면서 응력을 동결시켜서 A.C.D. 시편에 전단응력이 발생하는 지점에 무늬차수와 그 지점의 전단 응력과의 관계를 사용하여 응력 프린지치  $f_U$ 를 구한다<sup>(20)</sup>. 이 응력 프린지치를 방정식(4)에 대입하여 필요한 물성치  $G_U$ 를 얻는다. 그리고 응력 동결 온도에서 물성치  $G_U$ 은 다음과 같은 과정을 통하여 직접 측정할 수도 있다.

(1) 고온용 스트레인 게이지 접착제를 스트레인 게이지 이면과 스트레인 게이지가 접착된 부분에도포하여 상온에서 30분 동안 유지한 후에 스트레인 게이지를 시편에 접착한다.

(2) 이렇게 접착된 시편을 130°C 고온에서 하중을 1.3kg/cm<sup>2</sup>(0.127MPa) 정도로 가하여 2시간 유지 시킨후에 하중을 제거한다. 이때 시편의 아래면과 윗면에 고무판(두께 5mm)을 덮은 후에 하중을 가한다.

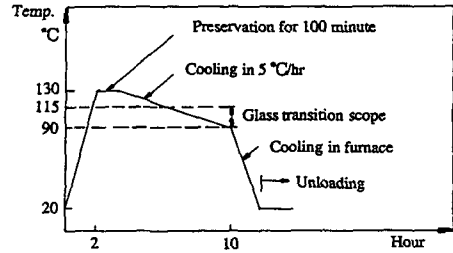


Fig. 6 Stress freezing cycle

(3) 하중을 제거한 후에 이 시편을 응력 동결노내에 넣어 실내온도가 130°C될때까지 서서히 가열하고 130°C에서 1시간동안 가열한 후에 노내에서 서서히 냉각한다.

(4) 완전히 냉각된 시편을 노내에 넣어 노내의 온도가 130°C에서 온도의 영향에 의한 시편의 늘어남이 없을 때까지 하중을 가하지 않는다(130°C 약 1시간 정도 지나면 시편의 늘어남이 없다). 그리고 시간이 경과함에 따라 시편의 늘어남이 없을 때 이 시편은 더 이상 온도의 영향을 받지 않는다고 확인된다.

(5) 시편이 더이상 늘어나지 않으면 하중을 가한다. 하중을 가한후에 약 5분정도 경과하면 변형률은 시간에 따라 변화하지 않는다. 이때 얻어지는 변형률이 고온 상태에서 그하중에 해당되는 변형률이다.

(6) 일정한 하중을 가하면서 (5)와 같은 과정을 수차례 반복하여 그 변형률을 측정한다.

(7) 위의 과정을 통하여 얻은 주 변형률차를 전단변형률과 전단탄성계수의 관계식에 대입하여  $G_U$ 를 구한다.

그리고  $G_U$ 가 발생하도록 화이버 방향을 고려하여 Fig. 1(a)에서 가공한 A.C.D. 시편에 하중을 가하면서 Fig. 6과 같은 응력 동결 사이클에 따라 응력을 동결하여 발생하는 무늬차수로부터  $f_U$ 를 측정하고 이것들은 방정식(4)에 대입하여  $G_U$  등을 측정하였다. 이러한 과정을 통하여 상온에서 사용되는 응력 프린지치와 물성치의 관계식이 고온에서도 성립한다는 것이 확인되었다.

## 4. 실험 결과 및 고찰

### 4.1 고온 상태의 응력 프린지치와 물성치

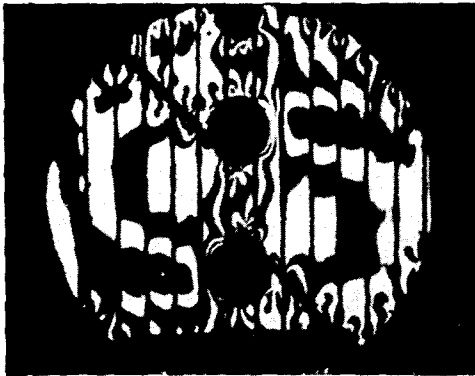
순수 비틀림 모멘트를 받는 직교 이방성체인 봉

을 광탄성 실험으로 해석하고자할 때는 고온 상태의 물성치  $G_H$ 와 응력 프린지치  $f_H$ 등이 필요하다. 이러한 물성치와 응력프린지치를 상온 혹은 고온에서 각 시편마다 각각 측정하는 것은 시간적인면과 경제적인 면에서 많은 손실을 초래한다. 그래서 본 연구자는 본 연구자가 유도한 응력 프린지치와 물성치의 관계식<sup>(20)</sup>을 사용하여 상온에서 응력 프린지치로서 물성치를 간접적으로 구할 수 있다는 것을 확인하였다. 본 연구에서도 이러한 관계식이 고온에서도 성립하는 것을 확인하기 위하여 아래와 같이 실험을 하였다. Fig. 1(a)의 C.F.E.C. 블록에서 화이버 방향을 조정하면서 A.C.D. 시편을 가공한다. 이렇게 가공된 A.C.D. 시편을 응력 동결노의 하중 장치에 장치하여 하중을 가하면서 Fig. 6의 응력 동결사이클에 따라 응력을 동결시킨다. 그리

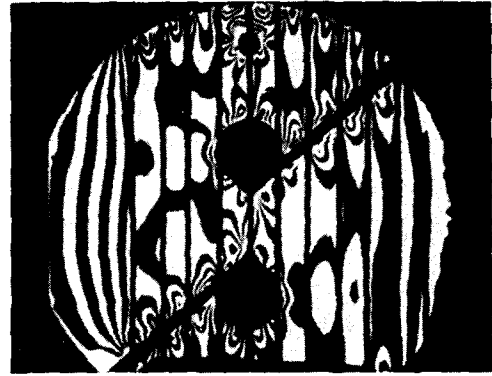
고 등색선이 동결된 A.C.D. 시편에서 고온 상태의 응력 프린지치  $f_H$ 를 측정한다. 또 스트레인 게이지가 장착된 A.C.D. 시편을 응력 동결노의 하중 장치에 장치하고 하중을 가하면서 응력을 동결시킬 때 발생하는 변형률을 변형률 측정 장치로서 측정한다. 그리고 본 실험에서 응력 동결노 내에서 응력을 동결시키 무늬 모양은 Fig. 7과 같다.

Fig. 7의 (a)와 (c)는 화이버가 회전축에 평행인 상태의 등색선 무늬이고 이때 가한 하중은 각각 5.537N, 6.517N이다. 그리고 화이버의 직경은 각각 0.5mm와 0.8mm이다. 이 경우의 응력 프린지치  $f_{Lv}$ 와  $f_{Lr}$ 은 서로 같다.

그리고 Fig. 7의 (b)와 (d)는 화이버가 회전축에 수직인 상태의 등색선 무늬이고 이때 가한 하중은 각각 5.537N, 6.517N이다. 그리고 화이버의 직경



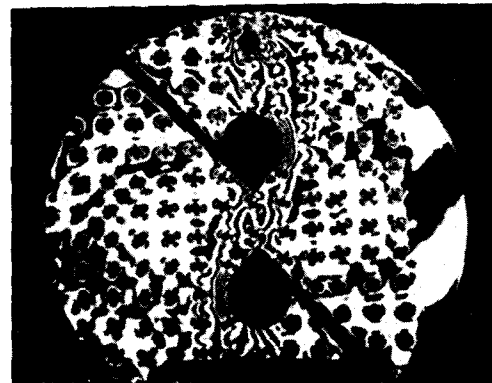
(a)  $P=5.537N$   $V_f=0.6\%$   
Fiber dia.=0.5mm



(c)  $P=6.517N$   $V_f=1.62\%$   
Fiber dia.=0.8mm



(b)  $P=5.537N$   $V_f=0.6\%$   
Fiber dia.=0.5mm



(d)  $P=6.517N$   $V_f=1.62\%$   
Fiber dia.=0.8mm

Fig. 7 Fringe pattern of A.C.D. in the high temperature ( $T=130^\circ C$ )

**Table 1** Experimental  $f_{ij}$ ,  $G_{ij}$  and theoretical  $G_{ij}$  from equation (4)

Mech. proper $V_f$ (%)	S.F.V. Fiber direction	Experimental $G_{ij}$ (MPa)		Experimental $f_{ij}$ (kN/m)		Theoretical $G_{ij}$ (MPa)	
0	Iso. Mat.	29.4		0.28		29.4	
0.14	x axis	$G_{yz}$	30.25	$f_{yz}$	0.29	$G_{yz}$	29.8
	z axis	$G_{yx}$	30	$f_{zx}$	0.285	$G_{zx}$	29.2
0.6	x axis	$G_{yz}$	31.026	$f_{yz}$	0.295	$G_{yz}$	30.7
	z axis	$G_{zx}$	31.34	$f_{zx}$	0.29	$G_{zx}$	30.27
1.62	x axis	$G_{yz}$	32.5	$f_{yz}$	0.307	$G_{yz}$	31.69
	z axis	$G_{zx}$	31.9	$f_{zx}$	0.296	$G_{zx}$	30.51
3.82	x axis	$G_{yz}$	34.888	$f_{yz}$	0.3570	$G_{yz}$	36.06
5.45	x axis	$G_{yz}$	36.26	$f_{yz}$	0.378	$G_{yz}$	37.55

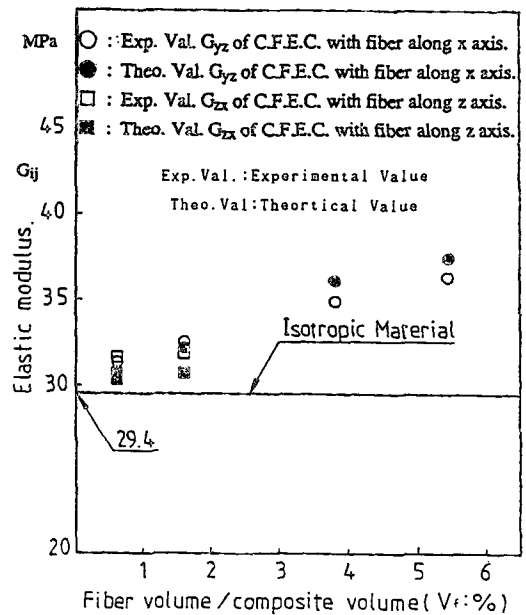
Mech. Proper : Mechanical property,  $V_f$  : Fiber volume ratio  
 S.F.V. : Stress fringe value, Iso.Mat. : Isotropic material

은 각각 0.5mm와 0.8mm이다. 응력 프린지치  $f_{ij}$  은 Fig. 7의 (b)와 (d) 그리고 Fig. 7의 (a)와 (c)에서 각각 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 응력 프린지치  $f_{ij}$ 는 Table 1에 나타내었다.

그리고  $G_{ij}$ 은 스트레인 게이지를 A.C.D.에 직접 접착하여 직접 측정하고 또 직접 측정한 응력 프린지치  $f_{ij}$ ,  $G_m$ ,  $f_m$ ,  $V_m$ (모재의 가로탄성계수, 응력 프린지치, 체적 비율)등을 방정식(4)에 대입하여 이론적으로  $G_{ij}$ 를 얻었다. 이러한 값들도 Table 1에 제시되었다. Table 1에서 보듯이 실험적으로 구한  $G_{ij}$ 와 이론적으로 구한  $G_{ij}$ 은 어떠한 화이버의 체적비율에도 서로 거의 같다. 그러나 화이버의 체적 비율에 따라서 어느 정도 오차가 발생한다. 그리고 화이버가 하중 방향에 평행인 경우의 물성치나 응력 프린지치가 화이버의 하중 방향에 수직인 경우의 그들 값보다도 크다. 그리고 이러한 사실은 다른 연구자<sup>(21)</sup>의 결과와도 잘 일치한다.

Fig. 8은 화이버의 체적 비율  $V_f$ 에 대한 직교 이방성체의 물성치  $G_{ij}$ (하중 방향에 평행인 경우와 하중 방향에 수직인 경우)와 등방성체 가로탄성계수  $G$ 를 나타낸 것이다. Fig. 8에서 보듯이 화이버 방향이 하중 방향에 수직이거나 평행인 경우의  $G_{ij}$ 의 이론치와 실험치는 거의 같다. 그리고 빛의 투과성 때문에 화이버의 체적 비율은 20%까지는 가능하다. 그러나 광탄성 실험은 모델 실험에 사용되

므로 화이버 체적 비율은 적지만 실제로 사용되는 복합재료의 물성치에 부합되게 광탄성 모델을 성형할 수 있다.



**Fig. 8** The comparison of experimental value with theoretical value of  $G_{ij}$  under high temperature ( $T=130^{\circ}\text{C}$ )

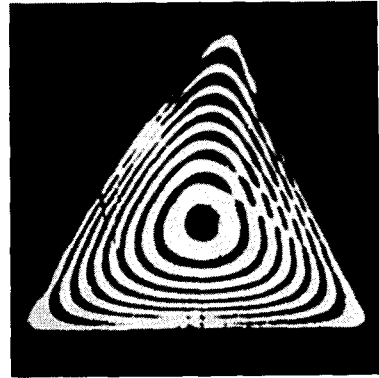


#### 4.2 斜切斷法과 陰의 斜切斷法

본 연구에서 몰딩(molding)된 C.F.E.C. 블록 (Fig. 1(a))과 등방성체 블록을 사용하여 본 연구에서 필요한 시편을 제작한다. 이렇게 제작된 시편을 순수 비틀림 모멘트 장치에 장치하여 하중을 가하면서 응력 동결 사이클에 따라 응력을 동결하였다. 이렇게 동결된 시편을 본 연구에서 고안한 陰의 斜切斷法과 斜切斷法을 사용하여 절단하였다. 봉의 단면이  $x$ 축과  $y$ 축에 대칭이 아닌 경우에는 斜切斷法만 사용하였고 봉의 단면이  $x$ 와  $y$ 축에 대칭인 경우에는 陰의 斜切斷法을 사용하였다. 각 경우에 따라 적당한 시편을  $\alpha$ -브롬나프타린과 유동파라핀(paraffin) (체적비; 1:0.585)의 혼합액이 들어 있는 수조 속에 넣고 이 수조를 투과형 광탄성 실험장치의 하중 장치 위치에 장치하여 얻은 등색선 사진은 Fig. 9와 같다.

Fig. 9의 등색선 무늬의 하중 조건은 각 등색선 무늬 밑에 제시되었다. Fig. 9의 (a)~(d)는 각 단면을 가진 등방성체 봉이 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우에 斜切斷法과 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 무늬이고 Fig. 9(d)는 화이버 방향이  $x$ 방향이고 화이버 직경은 0.25mm, 화이버 피치( $P_f$ )은 5mm인 원봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을 때 斜切斷法과 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 무늬이다. 이때 봉의 길이는  $l$ 이다. 이 중에서도 (b-2), (c-2), (d-2) 등은 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선이고 (a), (b-1), (c-1), (d-1) 등은 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 무늬이다. 이때  $a$ ,  $d$ ,  $l$ ,  $M_z$  등은 각각 정다각형의 한 변의 길이, 봉의 직경, 봉의 길이 및  $z$ 축에 대한 모멘트이다. 등방성체나 이방성체에서도 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 등색선 무늬가 斜切斷法에 의한 등색선 무늬 보다도 훨씬 설명하다. 특히 이방성체에서는 이러한 현상이 뚜렷하다. 그러므로 이방성체인 경우에는 陰의 斜切斷法을 사용하는 것이 더 유효하다.

Fig. 10은 정 삼각형 단면을 가진 봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을 때 축 선상에 발생하는 전단응력의 이론치<sup>(22)</sup>와 Fig. 9(a)에서 얻은 실험치를 타나낸 것이다. 광탄성 실험값을 얻을 때 사용되는 식  $\tau/M_z = f/2 \cdot \partial N/\partial n$ 에서  $\tau$ 는 합 전단 응력이고  $f$ 는 응력 프린치치,  $\partial N/\partial n$ 은 무늬와 무늬 사이의 법선 방향에 대한 무늬 변화를 나타내는 것이다<sup>(14)</sup>. Fig. 11과 Fig. 12는 각각 정사각형 단면과 원의 단

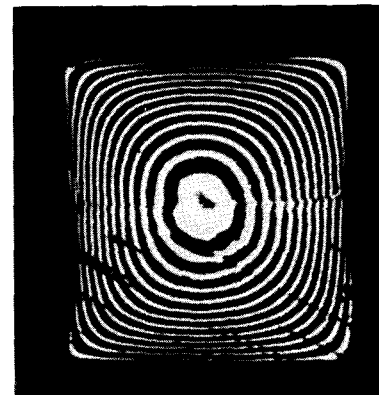


Oblique slicing method  $l=174\text{mm}$   
 $M_z=0.539\text{N.m}$   $a=34\text{mm}$

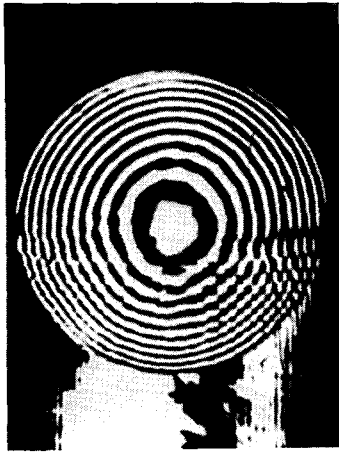
(a) Equilateral triangle shaft



(b-1) Oblique slicing method  
 $l=156\text{mm}$   $a=28.33\text{mm}$



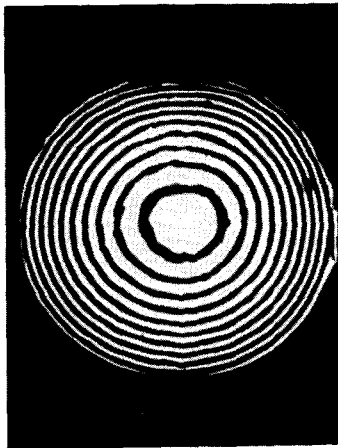
(b-2) Negative oblique slicing method  
 $M_z=1.078\text{N.m}$   
(b) Regular square shaft



(c-1) Oblique slicing method  
 $l=160\text{mm}$   $d=40\text{mm}$



(d-1) Oblique slicing method



(c-2) Negative oblique slicing method  
 $M_x=1.617\text{Nm}$   
(c) Isotropic circular shaft



(d-2) Negative oblique slicing method  
Fiber dia.=0.25mm, Fitch=5mm,  
 $l=160\text{mm}$   
Fiber direction=axis,  $d=40\text{mm}$   
 $M_x=2.695\text{N.m}$   
(d) Orthotropic circular shaft

Fig. 9 Fringe patterns obtained from each slicing method

면을 가진 봉이 순수 비틀림 모멘트를 받을 때  $x$  축상에 발생하는 전단 응력을 이론적인 면<sup>(22)</sup>과 실험적인 면에서 나타낸 것이다. 이 경우의 실험치는 陰의 斜切斷法과 斜切斷法을 사용하여 얻었다. Fig. 10에서 알 수 있듯이 광탄성 실험에 의하여 얻은 실험치는 이론치와 거의 같으므로 3차원 광탄성 실험과 살절단법이 순수 비틀림 모멘트를 받을 경우를 응력 분포를 해석하는데 유효하게 사용될 수 있다는 것을 알 수 있다. 또 Fig. 11과 Fig. 12

에서도 알 수 있듯이 3차원 광탄성 실험법과 陰의 斜切斷法 그리고 3차원 광탄성 실험법과 斜切斷法 등에서 얻은 실험치는 각각의 이론치와 거의 같다. 그러므로 단면이  $x$ 축과  $y$ 축에 대칭인 경우의 3차원 광탄성 실험법에서는 종래의 斜切斷法 이외에도 陰의 斜切斷法이 더욱더 유용하게 사용될 수 있다. 또 Fig. 9의 (d-1)과 (d-2)에서 보듯이 직교 이방성체 봉의 3차원 광탄성 실험에서는 빛의 투과성 때문에 陰의 斜切斷法이 斜切斷法 보다는 더욱더

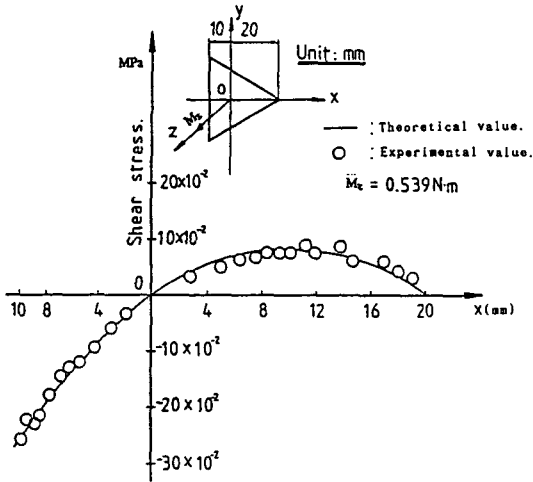


Fig. 10 The distributions of shear stress for equilateral triangular bar of isotropic material under pure torsional moment

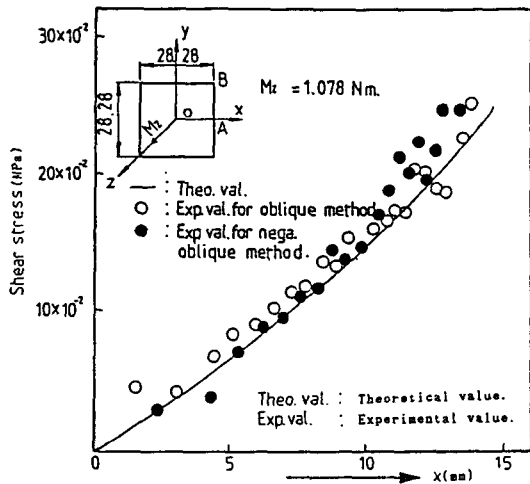


Fig. 11 The distributions of shear stress for square bar of isotropic material under pure torsional moment

유효하게 사용될 수 있다.

5. 결 론

직교 이방성체나 등방성체가 순수 비틀림 모멘트를 받는 경우를 광탄성 실험으로 해석하고자 할 때는 위와 같은 실험과 고찰을 통하여 아래와 같은

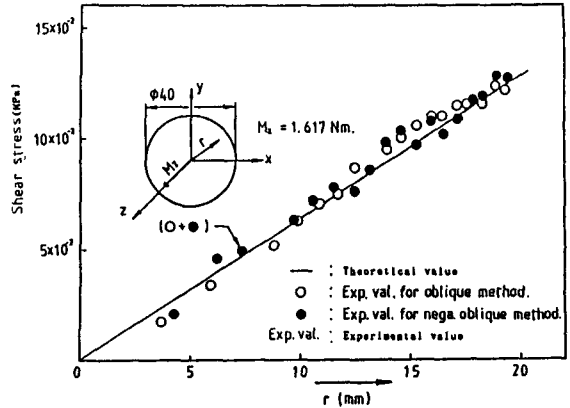


Fig. 12 The distributions of shear stress for circular bar of isotropic material under pure torsional moment

결론을 내릴 수 있다.

(1) 단면이  $x$ 축과  $y$ 축에 대칭인 경우에는陰의 斜切斷法을 사용하면 뚜렷한 무늬의 형태를 얻을 수 있다. 특히 직교 이방성체 봉의 절단법에서는陰의 斜切斷法이 유효하게 사용될 수 있다.

(2) 陰의 斜切斷法을 사용하여 얻은 실험치는 이론치와 매우 잘 일치한다.

(3) 화이버의 응력 프린지치가 무한히 큰 광탄성 재료의 상온과 고온에서  $G_U$ 를 직접 측정하지 않고 직접 측정된  $f_U$ 와 방정식 (4)를 사용하여 간접적으로 물성치  $G_U$ 를 정확하게 구할 수 있다.

(4) 본 연구자가 개발한 시편 제작법을 이용하여 직교 이방성 성질을 가지는 3차원 광탄성 실험용 복합재료 봉을 제작할 수 있고 이 봉의 응력을 동결 시킬 때는 등방성체인 에폭시를 응력 동결할 때 사용되는 것과 같은 응력 동결 사이클을 사용할 수 있다.

(5) 고온(130°C)에서 스트레인 게이지를 사용하여 물성치를 측정하고자 할 때는 본 연구에서 물성치를 측정하는 방법과 과정(3.2, 고온 상태에서 물성치  $G_U$ 와 응력 프린지치  $f_U$  측정법) 등을 이용하면 정확하고 유효하게 물성치를 측정할 수 있다.

후 기

이 연구는 한국과학재단의 88년도 기초 연구비 지원에 의하여 이루어졌으므로 관계자 여러분에게 따뜻한 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Green, A.E., 1939, "Stress Systems in Aeolotropic Plates II", Proc. Rpc. A, pp. 173~192.
- (2) Coull, A., 1964, "The Stress Analysis of Orthotropic Bridge Slabs", Quart. Journ. Mech. and Applied Mach., Vol. XUIL, pp. 785~805.
- (3) Green, A.E., and Taylor, G.I. F.R.S., 1940, "Stress Systems in Aeolotropic Plates. III", Proc. Roy. Soc. A, pp. 181~195.
- (4) Rowlands, R.E., Daniel, I.N. and Whiteside, J.B., 1973, "Stress and Failure Analysis of a Glass-Epoxy Composite Plate with a Circular Hole", Exp. Mech., pp. 31~37.
- (5) Sih, G.C., Paris, P.C., and Irwin, G.R., 1965, "On Cracks in Rectilinearly Anisotropics Bodies", Int. J of Fract. Mech., pp. 189~203.
- (6) Steen Krenk, 1975, "The Stress Distribution in an Infinite Anisotropic Plate with Co-linear Cracks", Int. J. Solids Structures, Vol. 11, pp. 449~450.
- (7) Bowie, O.L., and Freese, C.E., 1972, "Central Crack in Plane Orthotropic Retangular Sheet", Int. J. of Fract. Mech. Vol. 8 No. 1, pp. 49~58.
- (8) Gandhi, K.R., 1972, "Analysis of an Inclined Crack Centrally Placed in an Orthotropic Rectangular Plate", J. of Strain Analysis, Vol. 7, No. 3, pp. 157~162.
- (9) 中西 博, 中村守, 赤 崎, 鈴木恵. 1981, "異方性 長方形板의 應力擴大係數", 日本機械學會論文集(A編), 第47卷, 第420號. pp. 790~799.
- (10) Ladopoulos, E.G., 1987, "On the Solution of the Two-Dimensional Problem of a Plane Crack of Arbitrary Shape in an Anisotropic Material", Engr. Fract. Mech. Vol. 23, No. 2, pp. 187~195.
- (11) 黃在錫, 崔善浩, 高橋賞, 島本聰, 1987, "光彈性 實驗用複合材料의 開發에 關する 研究(第一報 直交 異方性 複合材料의 開發)" 日本機械學會論文集, 第55卷, 第509號, pp. 11~16.
- (12) 黃在錫, 崔善浩, 1988, "直交 異方性 光彈性 實驗 法 開發에 關する 研究(1)", 大韓機械學會論文集, 第12卷, 第1號, pp. 9~18.
- (13) 汁二郎, 西田正孝, 河田幸三, 1970, "光彈性 實驗 法", 日刊 工業 新聞社, pp. 295~307.
- (14) 清水紘治, 高橋賞, 1982, "Caustics 法による  $K_{III}$  值의 測定에 關하여, 非破壊檢査", 第31卷, 第4號, pp. 253~257.
- (15) 金중주, 최선호, 권재도, 서인보. 1983, "변위 동 결법에 의한 응력 확대 계수의 실험적 결정법", 대한 기계학회논문집, 제7권, 제4호, pp. 434~440.
- (16) Pagano, N.J. and Kim, R.Y., 1988, "Interlaminar Shear Strength of Cloth-Reinforced Composites", Experimental Mechanics, pp. 117~122.
- (17) 林毅, 1960, "直交 異方性 材料による 光彈性 實驗 法", 應用物理, 第37卷, 第10號. pp. 808~819.
- (18) Arcan, M., Hashin, Z. and Voloshin, A., 1978, "A Method to Produce Uniform Plane-Stress States with Applications to Fiber-Reinforced Materials", Experimental Mechanics, pp. 141~146.
- (19) Jai-Sug Hawong, Kwang-Ho Lee, Akira Shimamoto, Sun-Ho Choi, Susumu Takahashi, 1990, "A Study on the Development of the Pure Shear Force Device for Orthotropic Materials", Proceedings of the KSME/JSME Joint Conference, Fracture and Strength 90, pp. 200~205.
- (20) 黃在錫, 島本聰, 高橋賞, 崔善浩, 1989, "光彈性 實驗用 複合材料의 開發에 關する 研究(第2報, 光彈性 感度による 物性值의 測定法)", 日本機械學會論文集(A編), 第519號 pp. 2251~2258.
- (21) Hohn L.Sullivan, 1988(Sept), "The Use of Iosipescu Specimens, Experimental Mechanics", pp. 326~328.
- (22) Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., 1970, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill Book Company, pp. 291~349.