

〈論 文〉

전달매트릭스법을 이용한 크랭크축의 2차원 진동해석

김광식* · 오재응* · 이정윤** · 김만복**

(1990년 8월 2일 접수)

Two Dimensional Vibration Analysis of Crank Shaft by Using Transfer Matrix Method

Kwang Sic Kim, Jae Eung Oh, Jung Yoon Lee and Man Bok Kim

Key Words : Timoshenko Beam(Timoshenko 보), Transfer Matrix Method(전달매트릭스법), Natural Frequency(고유진동수), Vibrational Mode(진동모드), Transfer Function(전달함수)

Abstract

This paper presents an analysis method of crankshaft of four cylinder internal combustion engine for studying dynamic characteristics of the shaft. For simple analysis, uniform sections of journal, pin and arm parts were assumed. Transfer Matrix Method was used, considering branched part and coordinate transformation part. Natural frequencies, natural modes and transfer functions of crank shaft were investigated based upon the Timoshenko beam theory. It was shown that the calculated natural frequencies, modeshapes agree well with the experimental results.

기 호 설 명

- A : 단면적 (cm^2)
- B_i : 보 요소의 전달매트릭스
- E : 영률 (N/cm^2)
- G : 가로 탄성계수 (N/cm^2)
- I : 단면 2차 모멘트 (cm^4)
- L : 요소의 길이 (cm)
- M_i : i 점의 굽힘모멘트
- N_i : i 점의 축력
- T_i : 좌표변환 매트릭스
- t : 아암의 두께
- V_i : i 점의 전단력
- X_i : i 점의 축방향 변위
- Y_i : i 점의 횡방향 변위

- Z_i : i 번째 요소의 상태벡터
- α : 교차각
- θ_i : i 점의 비틀림각
- ϕ_i : i 점의 기울기
- ω : 고유진동수 (Hz)

1. 서 론

내연기관의 고속화, 고출력화, 경량화, 대형화 함에 따라 크랭크축계의 진동문제가 자동차 구동부에 직접 영향을 주게 됨에 따라 크랭크축의 동특성에 관한 이론적 및 실험적 해석은 내연기관의 성능향상에 매우 중요하게 되었다. 이에 대한 연구로는 크랭크축을 집중질량 및 스프링의 조합으로 치환하고 Holzer방법을 사용하여 진동을 계산하는 방법이 많이 연구⁽¹⁻³⁾되었으며 전달매트릭스법(transfer matrix method)과 유한요소 모델을 이용한

* 정희원, 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과

** 한양대학교 대학원

Reduced Impedance Method⁽⁴⁾ 등이 있고, 최근 연구로는 크랭크축 전체 동강성 매트릭스를 작성하여 계산하는 방법⁽⁶⁾이 발표되었으나 이 경우에는 보틀 Euler보로 가정하였기 때문에 실험과 오차가 많이 발생하였다.

본 논문에서는 해석방법을 간단히 하기 위해 저널(journal)부, 핀(pin)부, 아암(arm)부를 일정한 단면으로 하였고, 전단변형과 회전관성을 고려하기 위해 보를 Timoshenko보로 가정하였다. 분지(branch)된 부분 및 각도변환 부분도 고려하여 전달매트릭스법으로 해석하는 방법을 제시하였으며 평면구조 4실린더의 엔진용 크랭크축에 적용하여 면내 및 면외진동에 대한 고유진동수, 진동모드, 전달함수를 구하였다. 또한 이론 모델로부터 구한 해의 타당성을 검토하기 위해 충격 햄머로 실험을 행하였으며 그 결과를 비교하였다.

2. 이론해석

2.1 전달매트릭스법을 이용한 面内(Inplane) 모드 해석

보에 관한 전달매트릭스는 Fig. 1에 나타난 변수와 좌표의 정의를 기준하면, 점 i , $i+1$ 사이의 전달매트릭스는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\{Z\}_i = [B]_i \{Z\}_{i+1} \quad (1)$$

여기서 B_i 와 Z_i 는 i 번째 요소의 전달매트릭스 및 상태벡터를 나타내며, B_i 는 다음과 같은 매트릭스로 유도된다. 즉, 보의 분포질량을 $\gamma A/g$ 로 하고 전단변형과 회전관성을 고려하면, 기초식은

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho I \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{KG}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{KG} \frac{\partial^2 w}{\partial t^4} = 0 \quad (2)$$

$$EA \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = \left(\frac{\gamma A}{g}\right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) \quad (3)$$

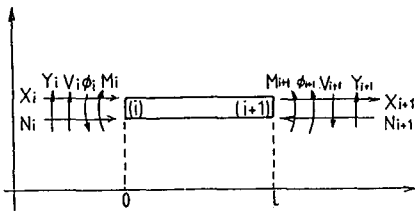


Fig. 1 Definition of coordinate and variables for a beam (inplane)

이므로 진동수 ω 로 진동하는 경우의 일반해는 다음과 같이 된다.

$$w(x, t) = Y(x) T(t)$$

$$u(x, t) = X(x) T(t)$$

$$Y(x) = C_1 \cos \lambda_1 x + C_2 \sin \lambda_1 x + C_3 \cosh \lambda_2 x + C_4 \sinh \lambda_2 x \quad (4)$$

$$X(x) = C_5 \cos \beta x + C_6 \sin \beta x \quad (5)$$

$$\beta = \sqrt{(\gamma A \omega^2 / gEA)} = \sqrt{(M_b \omega^2 / EAL)}$$

$$\text{단, } M_b = \gamma AL / g$$

한편 i 번째 요소의 양단의 상태벡터를 고려하면, i 번째 요소의 전달매트릭스 B_i 는

$$B_i = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & c_0 - \zeta c_2 & L\{c_1 - (\zeta + \eta) c_3\} \\ 0 & b^4 c_3 / L & c_0 - \eta c_2 \\ 0 & b^4 c_2 / a & L\{-\eta c_1 + (b^4 + \eta^2) c_3\} / a \\ 0 & b^4 (c_1 - \zeta c_3) / aL & b^4 c_2 / a \\ Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ ac_2 & aL\{-\zeta c_1 + (b^4 + \zeta^2) c_3\} / b^4 & 0 \\ a(c_1 - \eta c_3) / L & ac_2 & 0 \\ c_0 - \eta c_2 & L\{c_1 - (\zeta + \eta) c_3\} & 0 \\ b^4 c_3 / L & c_0 - \zeta c_2 & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix} R$$

$$a = \frac{L^2}{EI_x} \quad c_0 = \Lambda (\lambda_2^2 \cosh \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2) \quad (6)$$

$$b_4 = \frac{\rho \omega^2 L^4}{EI_x} \quad c_1 = \Lambda \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} \sinh \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \sin \lambda_2 \right)$$

$$\zeta = \frac{\rho \omega^2 L^2}{EA} \quad c_2 = \Lambda (\cosh \lambda_1 - \cos \lambda_2)$$

$$\eta = -\frac{L^2}{EI_x} (h \rho i^2 \omega^2) \quad c_3 = \Lambda \left(\frac{1}{\lambda_1} \sinh \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_2} \sin \lambda_2 \right)$$

$$\lambda_{1,2} = [\{b^4 + (\zeta - \eta)^2 / 4\}^{0.5} \mp (\zeta + \eta) / 2]^{0.5}$$

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}, \quad i = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$P = \cos \beta l$$

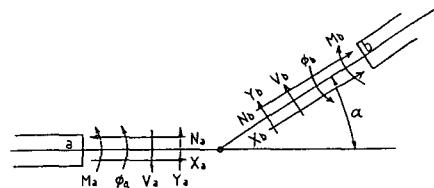


Fig. 2 Definition of coordinate and variables for coordinate transformation (inplane)

$$Q = -EA \sin \beta l$$

$$R = \sin \beta / EA \beta$$

로 유도된다. 한편, 두 요소가 각도 α 로 교차할 때의 상태벡터를 고려하고 Fig. 2의 변수와 좌표의 정의를 사용하여 기하학적 및 역학적 조건을 고려하면, 좌표변환요소의 전달매트릭스 T_i 는 다음과 같다.

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2 전달매트릭스법을 이용한 面外(Out-plane) 모드 해석

보에 관한 전달매트릭스는 Fig. 3에 나타난 변수와 좌표의 정의를 기준하면 i 번째 요소의 전달매트릭스 B_i 는

$$B_i = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & c_0 - \zeta c_2 & L\{c_1 - (\zeta + \eta) c_3\} \\ 0 & b^4 c_3 / L & c_0 - \eta c_2 \\ 0 & b^4 c_2 / a & L\{-\eta c_1 + (b^4 + \eta^2) c_3\} / a \\ 0 & b^4 (c_1 - \zeta c_3) / aL & b^4 c_2 / a \\ Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R \\ ac_2 & aL\{-\zeta c_1 + (b^4 + \zeta^2) c_3\} / b^4 & 0 \\ a(c_1 - \eta c_3) / L & ac_2 & 0 \\ c_0 - \eta c_2 & L\{c_1 - (\zeta + \eta) c_3\} & 0 \\ b^4 c_3 / L & c_0 - \zeta c_2 & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$a = \frac{L^2}{EI_y} \quad c_0 = \Lambda (\lambda_2^2 \cos h \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2)$$

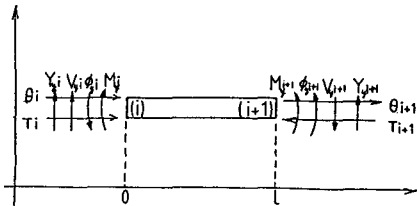


Fig. 3 Definition of coordinate and variables for a beam (outplane)

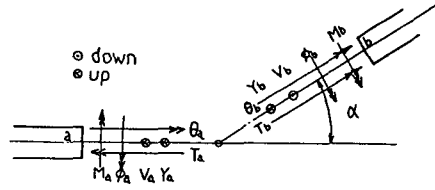


Fig. 4 Definition of coordinate and variables for coordinate transformation (outplane)

$$b_4 = \frac{\rho \omega^2 L^4}{EI_y} \quad c_1 = \Lambda \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \sin h \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \sin \lambda_2 \right)$$

$$\zeta = \frac{\rho \omega^2 L^2}{GA_s} \quad c_2 = \Lambda (\cos h \lambda_1 - \cos \lambda_2)$$

$$\eta = -\frac{L^2}{EI_y} (h \rho r^2 \omega^2) \quad c_3 = \Lambda \left(\frac{1}{\lambda_1} \sin h \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_2} \sin \lambda_2 \right)$$

$$\lambda_{1,2} = \left[\{b^4 + (\zeta - \eta)^2 / 4\}^{0.5} \mp (\zeta + \eta) / 2 \right]^{0.5}$$

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}, \quad i = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$P = \cos \beta l$$

$$Q = -GA_s \sin \beta l$$

$$R = \sin \beta l / GA_s \beta$$

로 유도된다. 한편 좌표변환요소는 교차하는 두 요소의 각도를 α 라 하고 Fig. 4의 변수와 좌표의 정의를 사용하면 좌표변환요소의 전달매트릭스 T_i 는 다음과 같다.

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.3 BRANCH 부분에 대한 전달매트릭스

BRANCH부분에 대한 전달매트릭스는 Fig. 5에 나타난 변수와 좌표의 정의를 기준하면

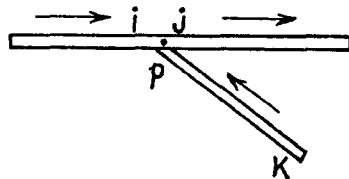


Fig. 5 Modelling of branched beam

$$\begin{aligned}
 x_j &= x_i = x_p \\
 y_j &= y_i = y_p \\
 \varphi_j &= \varphi_i = \varphi_p \\
 M_j &= M_i + M_p \\
 V_j &= V_i + V_p \\
 N_j &= N_i + N_p \\
 \{Z\}_k &= [B]_{pk} \{Z\}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$$Z_i = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_1 \text{ or } \begin{Bmatrix} \theta \\ Y_y \\ \varphi_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_1 \quad Z_n = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_n \text{ or } \begin{Bmatrix} \theta \\ Y_y \\ \varphi_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_n
 \tag{11}$$

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_k = [B]_{pk} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_p$$

$$= \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ \vdots & \vdots \\ B_3 & B_4 \end{bmatrix}_{pk} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_p$$

여기서

X : 축방향 변위 θ : 축방향 비틀림각
 Y_x : 횡방향 변위 Y_y : 횡방향 변위
 φ_x : 기울기 φ_y : 기울기
 <면내진동> <면외 진동>

여기서 식 (15)를 식 (14)에 대입하여 정리하고, 유용해 (nontrivial solution)를 갖기 위한 조건으로부터 고유진동수에 관한 n 차 방정식이 다음과 같이 구해진다.

$$(\Delta\omega) = \begin{vmatrix} H_{41} & H_{42} & H_{43} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} \end{vmatrix} = 0
 \tag{16}$$

한편 k 점이 자유단 상태이므로

$$\begin{Bmatrix} M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_k = 0
 \tag{12}$$

식 (12)를 식 (11)에 대입하면

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} I & O \\ \vdots & \vdots \\ G & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}_i
 \tag{13}$$

여기서

$$[G] = -[B_4]_{pk}^{-1} [B_3]$$

I = 단위 매트릭스 임

이와 같이 상태벡터를 Z_i , 보와 좌표변환요소의 전달매트릭스 B_i, T_i 라 정의하면, 이 구조물은 전달매트릭스의 결합으로 표시되며, 순차적으로 연산을 행하면 각 요소의 상태벡터는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$Z_i = [H] Z_n
 \tag{14}$$

여기서 $[H] = B_1 B_2 B_3 T_1 B_4 \cdots B_7 T_2 B_8 \cdots B_n$

한편 양단의 상태벡터 Z_i, Z_n 는 크랭크축의 경계조건 (여기서는 자유단-자유단 상태) 으로부터 다음식과 같다.

이 방정식의 해를 연속계의 고유진동수라 하며, 여기에 식 (8)을 대입하면 각 진동모우드에 대한 각 요소의 상태벡터를 구할 수 있다.

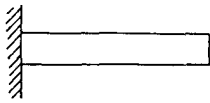
3. 컴퓨터 시뮬레이션

3.1 Timoshenko보의 진동해석

Timoshenko 보로 고려한 전달매트릭스 프로그램을 검토하기 위해 기존 논문⁽⁷⁾에서 구한 cantilever 보의 고유진동수와 본 논문에서 구한 것과 비교하였으며 Euler보의 경우와도 비교하여 Table 1에 나타내었다. 고차로 갈수록 Euler보 보다 Timoshenko보의 고유진동수가 회전관성과 전단 변형 때문에 낮아짐을 알 수 있었으며, 본 논문과

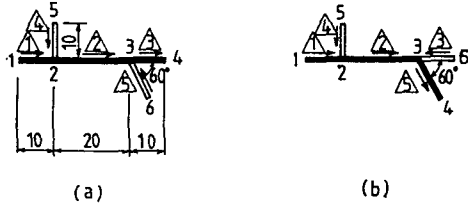
Table 1 Comparison of natural frequencies (rad/sec)

Mode	Euler beam	Timoshenko beam	
		Ref ⁽⁷⁾	Author
1st	3.516	3.50	3.516
2nd	22.034	21.35	21.355
3rd	61.697	57.47	57.471
4th	120.900	106.93	106.926
5th	199.860	166.62	166.660



$EI = 1$ (dyne·cm²)
 $EA = 2500$ (dyne)
 $GA = 625$ (dyne)
 $K = 1$ (전단계수)
 $L = 1$ (길이) (cm)
 $M = 1$ (질량) (g)

Fig. 6 Specification of cantilever beam



$EI = 10$ K·cm²
 $EA = 250$ K
 $GA = 62.5$ K
 $K = 1$
 $M = 60$ g

black : main part
 white : branch part

--> : Flow of transfer matrix

Fig. 7 Specification of branched beam

Table 2 Comparison of natural frequencies of branched beams (Hz)

Mode	Inplane		Outplane	
	(a)	(b)	(a)	(b)
1st	10.23	10.23	2.19	2.19
2nd	19.98	19.98	26.37	26.37
3rd	27.35	27.35	46.72	46.72

기존논문의 고유진동수가 잘 일치함을 알 수 있었다. Fig. 6는 모델로 택한 외팔보의 형태이다.

3.2 분지 부분을 고려한 진동해석

분지 부분을 고려한 전달매트릭스의 프로그램을 검토하기 위해 Fig. 7과 같은 동일 물체에 분지 부분과 본체 부분이 변경하기전을 (a), 변경후를 (b)라고 하였을 때 고유진동수를 구하여 Table 2에 나타내었으며 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 분지 부분의 모델링의 경우에도 전달매트릭스 해석방법이 유효함을 알 수 있었다.

3.3 전달 매트릭스법을 이용한 크랭크축의 진동해석

전달매트릭스법을 크랭크축에 적용하여 고유진동수를 구하였으며 Fig. 8은 모델로 택한 크랭크축을

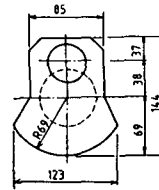
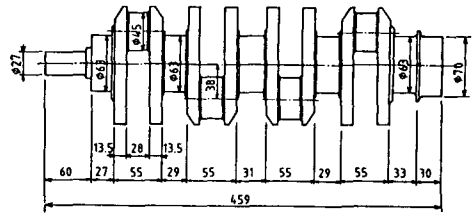


Fig. 8 Dimension of crank shaft

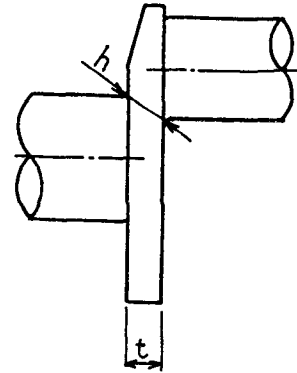


Fig. 9 Measuring of crank shaft arm thickness

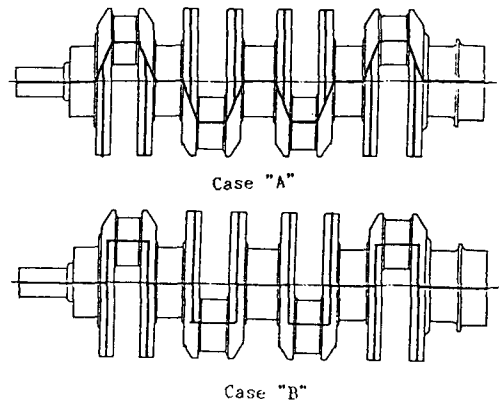


Fig. 10 Model of crank shaft

나타낸다.

(1) 크랭크축의 모델링

Fig. 8에 나타난 저어닐 부, 핀 부는 도면상 치

Table 3 Natural frequency of crank shaft by computer simulation (Hz)

(a) Inplane mode (free-free)

Mode	Case "A"	Case "B"
1st	398.8	395.4
2nd	903.6	884.3
3rd	995.0	958.3
4th	1373.1	1315.3

(b) Outplane mode (free-free)

Mode	Case "A"	Case "B"
1st	519.4	496.0
2nd	1018.3	1044.1
3rd	1533.0	1368.0
4th	1681.6	1754.0

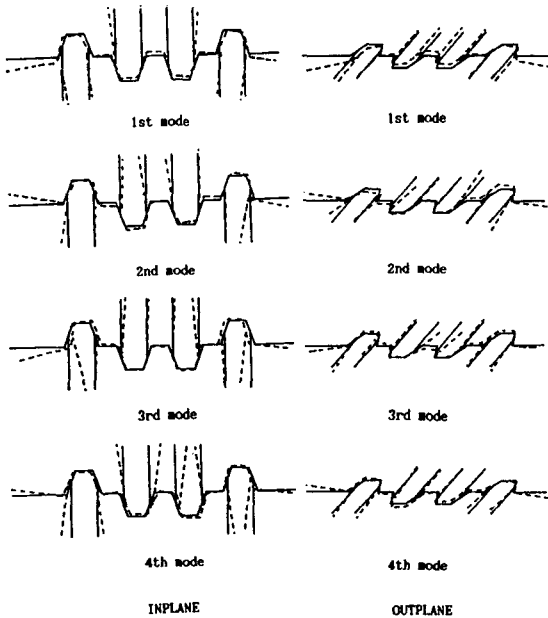


Fig. 11 Mode shape of crank shaft by computer simulation

수의 환봉으로 모델링을 하였으며 이때 길이는 실제 치수로 하였다. 아암 부분은 실제 형상과 같은 직사각형 단면으로 하였으며 두께는 기존 발표된 논문⁽⁵⁾에서 제안한 다음방법으로 산정 하였다.

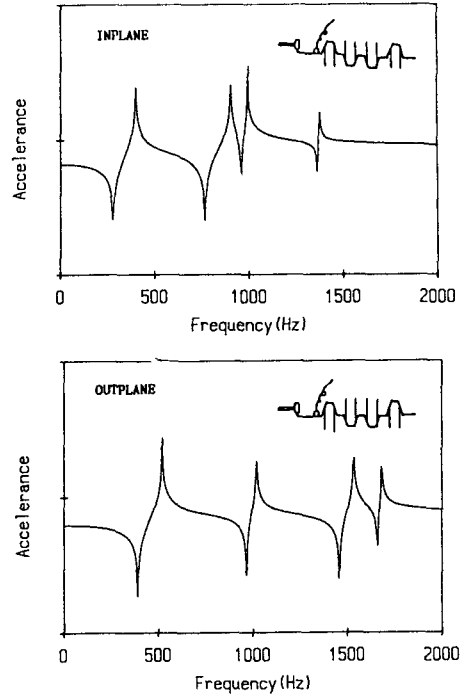


Fig. 12 Transfer function by computer simulation

- (i) 저널 부와 핀 부의 중첩이 아닌 경우 $t_A = t$ (아암의 두께)
- (ii) 저널 부와 핀 부의 중첩이 있는 경우 $t_A = h$ (아암의 목부분 두께)

본 연구에서는 Fig. 9와 같이 중첩의 경우로 $t_A = h$ 즉 22mm로 하였다.

Fig. 10은 크랭크축의 모델을 나타낸다. 19개의 본체 요소와 16개의 분지 요소로 분할하고 16개의 좌표변환요소와 합하여 총 51개의 요소로 분할한다. 아암 부분의 모델링에 따라 CASE "A", "B"로 구분하여 진동수를 구하였다.

(2) 진동 해석

크랭크 축을 Timonshenko보와 Euler보로 각각 고려하여 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과 2000Hz범위 내에 4개의 고유진동수가 존재하였으며 Table 3에 나타내었다. 각 고유진동수 및 진동모드형을 Fig. 11에 전달함수는 Fig. 12에 나타내었다.

4. 실 험

전달매트릭스법에 의해 예측한 모드 파라미터의

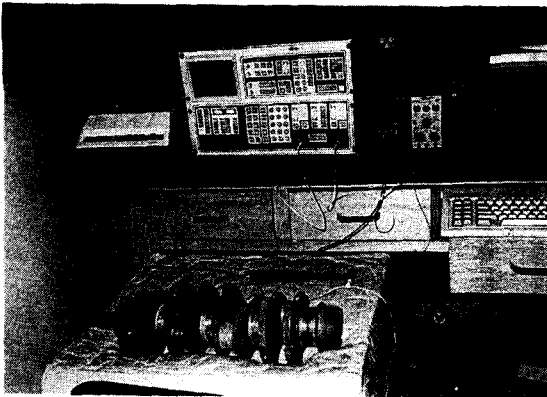


Fig. 13 Experimental set-up and measurement system

신뢰성을 확인하기 위하여 다음과 같은 실험을 실행하였다.

4.1 실험장치 및 방법

본 실험에 사용된 크랭크축은 Fig. 8에 나타난 형태와 동일하며 35등분으로 분할하여 충격가진에 대한 가속도 응답을 측정하였다. 자유단-자유단 상태를 만들기 위해 크랭크축 밑에 스폰지를 약 60cm 두께로 지지하였다. Fig. 13은 실험 실시 장면을 보여주고 있다.

4.2 측정계 및 데이터 해석법

본 실험에서 사용된 측정계 및 데이터 분석계의 계통도를 Fig. 14에 나타내었다. 충격가진기(PCB 086)의 가진신호 및 가속도 픽업(Piezo Electric. PCB 303A)의 해 측정된 신호는 Charge Amp. (PCB 4808)와 Conditioning Amp. (B & K 2626)로 증폭시켜 2-Channel 신호분석기(Scientific Atlanta, SD-375)에서 측정잡음의 오차를 줄이기 위해 30회의 평균화를 행하였고 전달함수를 모니터 하면서 각각의 신호는 GPIB인터페이스 버스에 의해 A/D변환되어 마이크로 컴퓨터(IBM/AT, PC-981)에 전송 입력된다. 입력된 데이터는 개발된 프로그램으로 여러가지 계산과정을 수행한 후 전달함수 등을 X-Y플로터(DXY-980A)로 출력시킨다.

4.3 실험결과 및 고찰

크랭크 축에 대한 가진 실험결과 2000Hz범위 내

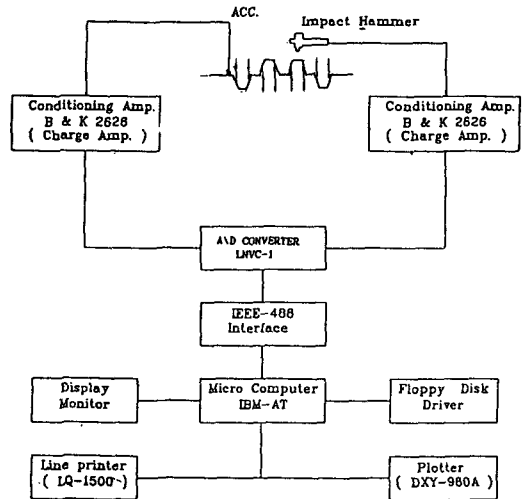


Fig. 14 Block diagram of experiment and data processing

에 4개의 고유진동수가 존재하였다. 이론해석과 실험에서 나타난 고유진동수 비교를 Table 4에 나타내었다.

크랭크 축을 Euler보로 고려했을 때보다 Timoshenko 보(CASE "A")로 하였을 때 먼내진

Table 4 Comparison of natural frequencies of experimental and computer simulation

(a) Inplane mode(Hz)

Mode	Experi mental	Computer simulation			
		Timoshenko	Error%	Euler	Error%
1st	395	398.8	0.9	402.1	1.7
2nd	895	903.6	0.9	944.7	5.6
3rd	985	995.0	1.0	1034.1	4.9
4th	1350	1373.2	1.7	1474.9	9.2

(b) Outplane mode(Hz)

Mode	Experi mental	Computer simulation			
		Timoshenko	Error%	Euler	Error%
1st	550	519.4	-5.6	528.1	-4.0
2nd	985	1018.3	3.4	1098.7	11.5
3rd	1430	1533.0	7.2	1783.1	24.6
4th	1695	1681.6	-0.1	1841.9	8.6

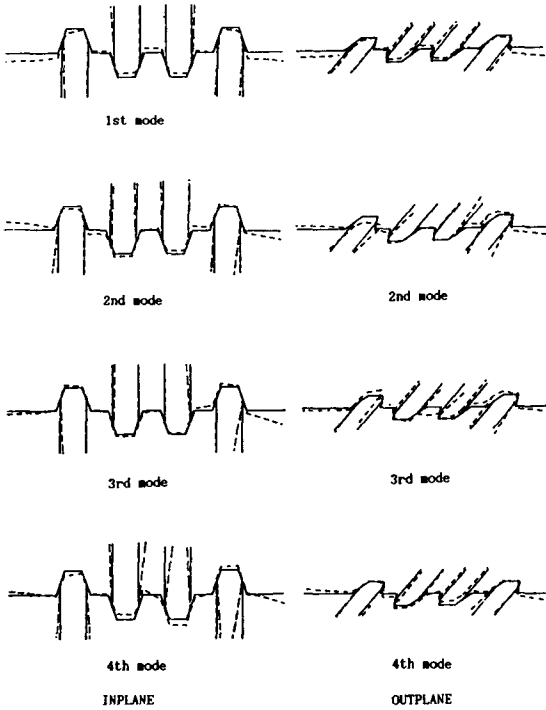


Fig. 15 Mode shape of crank shaft by experiment

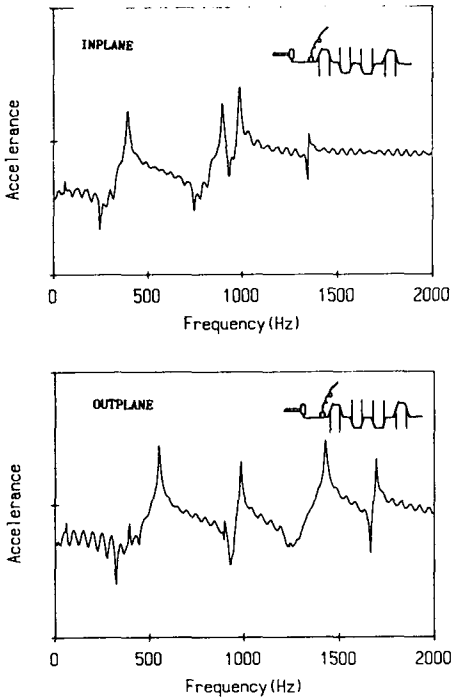


Fig. 16 Transfer function by experiment

동의 경우 최대 1.7% 면의 진동의 경우 최대 7.2%오차 범위내에서 실험과 잘 일치함을 알 수 있었다.

실험에 의한 진동 모드형을 Fig.15에 전달함수는 Fig. 16에 나타내었다. 이론과 실험의 차이는 아암부를 단일 보로 가정하였기 때문으로 추정되며 추후 연구가 진행되어야 할 부분이라 생각된다.

5. 결 론

전달매트릭스법을 이용하여 크랭크 축의 동특성을 예측한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 크랭크축의 동특성을 예측하기 위해 전단변형, 회전관성, 각도변환 및 분지 부분을 고려하여 전달 매트릭스법으로 해석하는 방법을 제시하였다.
- (2) 컴퓨터 시뮬레이션 결과 Euler보 보다 Timoshenko보가 실험의 결과와 잘 일치함을 알 수 있었으며 본 방법이 타당함을 입증하였다.
- (3) 축의 강성이 아암의 강성보다 적으므로 축의 길이를 아암 중심까지 고려하는 것보다 실제길이를 하여 아암부를 모델링하는 것이 실험과 잘 일치함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) 장경영, 1985, "모드 해석법에 의한 크랭크축의 동특성에 관한 연구", 한양대 석사학위 논문
- (2) Young-Chool Han, 1981, "A Study on the viscous torsional Vibration Damper in a high Speed Diesel Engine", Ph. D. Thesis, Hanyang University.
- (3) 박운식, 제양규, 오동엽, 1985, "크랭크축의 모드 해석에 관한 연구", 자동차공학회지, Vol.7, No.4.
- (4) Akio Nagamatsu and Masaru Nagaïke, 1983, "Vibration Analysis of Movable Part of Internal Combustion Engine" Bulletin of the JSME, Vol.26, No.215, pp. 827~831.
- (5) Hideo Okamura and Akio Shinno, 1989, "Dynamic Stiffness Matrix Method for three-dimensional Analysis of Crank Shaft Vibration", Trans. of JSME, Vol. 55, No.516, pp. 1965~1973.
- (6) W. ker Wilson, 1969, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", CHAPMAN & HALL.
- (7) Bruch, Jr., J.C. Mitchell, T.P. 1987, "Vibration of A Mass-Loaded Clamped-Free Timoshenko Beam" Journal of Sound and Vibration, Vol.114(2), pp. 341~345.