

〈論 文〉

강인한 서보계설계와 R/C헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터 제어에의 응용

김 상 봉* · 박 순 실**

(1990년 12월 26일 접수)

Design of Robust Servo Systems and Application to Control of Training Simulator for Radio-Controlled Helicopter

Sang Bong Kim and Sun Sil Park

Key Words : Robust Servo System(강인한 서보계), Linear Fractional Transformation Method (선형분수 변환법), Training Simulator for Radio-Controlled Helicopter(R/C 헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터)

Abstract

In this paper, a new construction for training simulator of R/C helicopter based on two types of servo controller is proposed. Two modified algorithms(algorithm I and II) for servo controller design are presented. Algorithm I is developed by adopting Davison's method in the case that the expressions for the homogeneous differential equations of reference input and disturbance are different types, and algorithm II is done by considering error weighting function for the servo controller of algorithm I. The linear fractional transformation method is incorporated in both design methods in order to assign the closed loop poles of the servo system in a specified region. The helicopter simulator is composed by the gimbals with two freedom of rolling and pitching. The reliability and validity for the design methods of the proposed servo controller are investigated through the practical experiment for the simulator by using 16bits micro-computer with A/D and D/A converters. It can be observed from the experimental results that the proposed servo controller is applicable to practical plants since the simulator is robust for the arbitrary disturbance and it follows to the given reference input without significant steady state error.

1. 서 론

서보 시스템은 시스템의 파라메타 변동 및 외란 하에서도, 주어진 목표치를 자동적으로 추종하는 능력, 즉, 강인성(robustness)을 가져야만 한다. 일반적으로 서보계는, 대상 시스템에 외란의 모델

을 포함한 서보 보상기를 결합하여 구성된 확대계를 안정화하는 피드백제어계로 그 목적이 달성된다. 이때, 최적레규레이터 이론을 이용하여 설계된 서보계는, 최적서보계라 불리워지고, 이와 관련하여 많은 연구가 행해져 왔다^(1~6). 특히, Anderson 등은^(7,8) 최적제어 문제에 위상진전과 뒤짐을 고려해서 설계하는 방법을 제안했다. 1차지연계만 고려했던 Anderson등의 방법을 보다 일반적인 주파수 특성을 가지는 하중함수에 대한 2차평가 함수를 최

* 정회원, 부산수산대학교 기계공학과

** 부산수산대학교 대학원

소로하는 제어계의 설계로서 古田, 末長⁽²¹⁾의 주파수의존 편차를 고려한 서보계설계법이 있다. 그러나, 이 방법은 서보보상기를 구성하는 알고리즘에 있어 명확한 방법이라고는 할 수 없다.

본 연구에서는, 선형분수변환법을 이용하여^(15,16), 서보 시스템의 과도응답 특성을 개선할 뿐만 아니라, 외란에 대해 강인하게 되는 Davison의 설계법⁽¹⁾과 古田, 末長⁽²¹⁾의 설계알고리즘을 수정 제안하고, R/C헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터를 응용대상으로 하여, 그 구체적인 설계 예를 보였다.

R/C 헬리콥터는 소형이면서 영속도 비행(hovering)이나 수직 이착륙 할 수 있으므로, 장난감을 비롯해서 다방면에서 이용되어지고 있다. 헬리콥터도 최근 눈부시게 발달되어 군사목적 뿐만 아니라, 영속도 비행의 특성을 살려 탐사, 운반에 이용되게 되어 보다 고도의 制御則(control law)에 관한 연구가 필요하다고 할 수 있다⁽¹⁰⁾. R/C헬리콥터에서는 실제의 비행기에 비해 기체의 규모가 적기 때문에, 응답의 시정수가 빠르고, 또 메인 로터(main rotor)의 다이내믹스가 기체에 직접 간섭을 주게 되어 조종사가 원격 조종한다는 것은 대단히 어려우므로, 이것을 해결하기 위한 안정화 제어계가 요구된다^(9~14).

본 연구에서는 이와 같은 문제의 해결을 위해, R/C헬리콥터가 공중에 정지하고 있는 호버링 상태를 가정하여, 롤링 및 피칭의 2축에 관해 안정하게 되도록 하는 제어계 설계를 본 연구에서 제안되는 방법을 이용하여 행하도록 한다. 그러나, 실제적인 R/C헬리콥터를 사용하여 실험을 행하는데는 어려움이 있으므로, 본 연구에서는 2축이 자유스러운 짐발(gimbals)을 만들어 실험을 행하도록 한다. 퍼스날컴퓨터를 이용하여, C-언어로 제어용 프로그램을 작성하고, A/D 및 D/A 변환기에 의한 실시간 제어를 행했다.

2. 제어계 설계

본 절에서는 Davison⁽¹⁾이 제안한 방법을 일반화하여 얻은, 강인한 서보계 설계 및 古田, 末長⁽²¹⁾의 서보보상기 설계알고리즘을 보다 명확히 하여 얻은 주파수 응답특성을 고려한 서보계 설계를 선형 분수변환법을 이용하여 구성한다.

2.1절과 2.2절에서는 각각 강인한 서보계 구성 및 주파수 응답특성을 고려한 서보계 구성 알고리

즘에 대해 설명하고, 2.3절에서는 선형분수 변환법에 의해 서보계의 制御則(control law)을 얻는 알고리즘에 대해 설명한다.

2.1 서보계의 설계 알고리즘 I

본 절에서는 Davison⁽¹⁾이 보였던 적분형 서보계의 구성문제를, 목표입력과 외란이 각각 서로 다른 동차 미분방정식으로 표현되는 경우로 일반화하여, 미분연산자법을 이용하여 확대계를 얻는 알고리즘에 대해 설명한다.

가제어 가관측인 m 입력, p 출력, n 차원 시스템

$$\dot{x} = Ax + Bu + \epsilon \tag{1}$$

$$y = Cx \tag{2}$$

을 생각한다. 단, ϵ 는 n 차원 외란입력벡터이다.

외란 ϵ 과 목표입력 y_r 은 다음의 동차 미분방정식으로 표현된다고 한다.

$$P_d(D)\epsilon = 0 \tag{3}$$

$$P_r(D)y_r = 0 \tag{4}$$

여기서, D 는 미분연산자 $D = d/dt$ 를 의미한다.

오차함수를 다음과 같이 정의한다.

$$e = y - y_r \tag{5}$$

식 (3)과 (4)에서 $P_d(D)$ 와 $P_r(D)$ 의 최소공배 다항식을

$$P(D) = l.c.m.(P_d, P_r) \\ = D^{(q)} + a_{q-1}D^{(q-1)} + \dots + a_0 \tag{6}$$

와 같이 정의하고

$$P(D)y_r = 0 \tag{7}$$

의 성질을 이용하여 식 (6)의 다항식을 식 (5)에 作用(operating)시키면

$$P(D)e = P(D)y$$

또는

$$e^{(q)} + a_{q-1}e^{(q-1)} + \dots + a_0e = CP(D)x \tag{8}$$

와 같이 된다. 단, $e^{(q)} = D^{(q)}e$ 이다.

식 (8)을 상태방정식으로 표현하면

$$\dot{z} = Nz + Mp(D)x$$

단, $z = [e^{(1)} e^{(2)} \dots e^{(q-1)}]^T$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & -a_0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C \end{bmatrix} \tag{9}$$

로 된다. 식 (1)에 $P(D)$ 를 作用(operating)시켜 $P(D)\epsilon = 0$ 의 관계를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(D)\dot{x} = AP(D)x + BP(D)u \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)을 이용하여 확대계를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e v \quad (11)$$

$$e = C_e x_e \quad (12)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ M & N \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_e = [0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$x_e = [P(D)x^T \ z^T]^T, \quad v = P(D)u$$

식 (8)과 식 (9)의 관계를 이용하여 z 와 e 사이의 관계를 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{z} = Nz + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I \end{bmatrix} P(D)e \quad (13)$$

식 (11)의 制御則(control law) v 를

$$v = P(D)u = Fx_e \quad (14)$$

와 같이 주어진다고 한다. 여기서 서보 보상기 변수를

$$\zeta = P(D)^{-1}z \quad (15)$$

와 같이 정의하면 서보계의 制御則(control law)은

$$u = F[x^T \ \zeta^T]^T = [F_1 \ F_2][x^T \ \zeta^T]^T \quad (16)$$

와 같이 주어진다. 식 (15)의 관계를 이용하여 식 (13)을 다시 정리하면

$$\dot{\zeta} = N\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} e \quad (17)$$

와 같이 나타내어진다. 식 (16)과 식 (17)은 각각 서보계 制御則 및 서보 보상기로 주어지게 된다. 본 설계 알고리즘으로 설계된 서보계의 구성도를 블록선도로 표시하면 Fig. 1과 같이 된다.

식 (17)의 서보 보상기는 Davison의 결과와 일치하고 있지만, 그 유도과정이 전혀 다를 뿐만 아

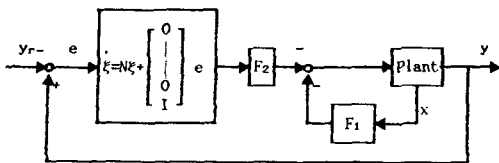


Fig. 1 Block diagram for algorithm I

나 구성 알고리즘의 이론이 명확함을 알 수 있다.

2.2 서보계 설계 알고리즘 II

외란과 목표치는 2.1절에서 주어진 것과 같다고 한다. 본 절에서는 식 (5)의 오차 함수에 다음과 같은 하중함수를 가했을 경우에 대한 서보계 구성 알고리즘을 설명한다.

$$w = q(D)e = [n(D)/\delta(D)]e \quad (18)$$

여기서 $n(D)$ 는

$$n(D) = \sum_{i=0}^{\sigma} b_i D^{(i)} \quad (19)$$

와 같은 다항식으로 표현된다고 하고

$$\bar{\sigma} = \min\{i \mid CA^{i-1}B \neq 0\} \quad (20)$$

로 정의되는 $\bar{\sigma}$ 에 대해 $\sigma \leq \bar{\sigma}$ 의 관계를 만족한다⁽²¹⁾. $\delta(D)$ 는 $n(D)$ 및 식 (6)의 $P(D)$ 와 既約(irreducible)이며, $P(D)$ 와 $\delta(D)$ 의 최소공배 다항식은 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$P_w(D) = \ell.c.m.(P(D), \delta(D)) = P(D)\delta(D) = D^{(p)} + \beta_{p-1}D^{(p-1)} + \dots + \beta_0 \quad (21)$$

$P_w(D)$ 를 식 (18)에 작용시켜 다음을 얻는다.

$$w^{(p)} + \beta_{p-1}w^{(p-1)} + \dots + \beta_0 w = n(D)CP(D)x = C \sum_{i=0}^{\sigma} b_i A^i P(D)x + \sum_{i=0}^{\sigma} b_i \left\{ \sum_{j=1}^i (A^{j-1}BP(D)u^{(i-j)}) \right\} \quad (22)$$

식 (22)와 식 (20)의 관계를 적용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{z} = Nz + MP(D)x + LP(D)u \quad (23)$$

단, $z = [w \ w^{(1)} \ w^{(2)} \ \dots \ w^{(p-1)}]^T$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\beta_0 I & \dots & -\beta_{p-1} & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ C^* \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ B^* \end{bmatrix} \quad C^* = Cn(A)$$

$$B^* = \begin{cases} 0 & (\sigma < \bar{\sigma}) \\ b_{\sigma} CA^{\sigma-1} B & (\sigma = \bar{\sigma}) \end{cases}$$

식 (10)과 식 (23)을 이용하여 다음과 같은 확대계를 얻는다.

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e v \quad (24.a)$$

$$w = C_e x_e \quad (24.b)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O \\ M & N \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B \\ L \end{bmatrix}$$

$$C_e = [0 \ 1 \ 0 \ \dots \dots \ 0]$$

$$x_e = [P(D)x^T, z^T]^T, \quad v = P(D)u$$

식 (18), (22) 및 식 (23)으로 부터 z, w 와 e 사이의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{z} = Nz + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} P(D)\delta(D)w \quad (25.a)$$

$$= Nz + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} P(D)n(D)e \quad (25.b)$$

식 (24)의 制御則(control law) v 를

$$v = Fx_e \quad (26)$$

와 같이 주어진다 하고 하자. 여기서 서보 보상기의 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\zeta = P(D)^{-1}z \quad (27)$$

이때 식 (25)의 制御則은

$$u = F[x^T \ \zeta^T]^T = [F_1 \ F_2][x^T \ \zeta^T]^T \quad (28)$$

서보 보상기는 식 (24)와 (27)에 의해

$$\dot{\zeta} = N\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \delta(D)w \quad (29)$$

로 된다.

하중함수 (18)과 制御則 식(28) 및 서보 보상기 (29)로 구성되는 폐루프계의 블록선도는 Fig. 2와 같다. 서보 보상기 (29)와 피드백 (28)의 유도과정에 古田와 末長⁽²¹⁾의 여러가지 가정을 사용하기는 했지만, 그들 방법과는 다른 결과가 얻어졌을 뿐만 아니라, 그 알고리즘이 명확함을 알 수 있다.

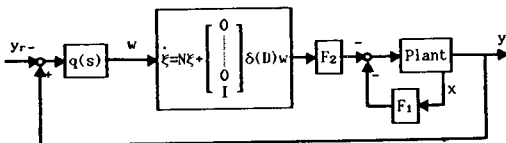


Fig. 2 Block diagram for algorithm II

2.3 선형분수 변환법에 의한 制御則의 구성

확대계 식 (11) 및 식 (24)에 대한 制御則을 구하는 방법으로 여기서는 선형분수 변환법을 이용하도록 한다⁽¹⁵⁾. 다음과 같은 선형분수함수를 생각한다.

$$\rho \triangleq f(\lambda) = \gamma + \frac{\beta}{\lambda + \alpha} \quad (30)$$

여기서, α, β, γ 는 임의의 정수이다. 시스템 식 (11) 또는 식 (24)의 페루프 시스템이 선형분수 변환 (30)에 의해 변환 되었을 때 그 변환된 시스템이 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$\Sigma(\Phi, \Gamma) : \dot{x}_T(t) = \Phi x_T(t) + \Gamma u_T(t) \quad (31.a)$$

또는

$$x_T(k+1) = \Phi x_T(k) + \Gamma u_T(k) \quad (31.b)$$

여기서, 시스템의 피드백치는 다음과 같이 주어진다 하고 하면

$$u_T(t) = F_T x_T(t) \quad (32.a)$$

또는

$$u_T(k) = F_T x_T(k) \quad (32.b)$$

식 (30)에 의해 변환된 시스템 (31)의 페루프 행렬은 시스템 (11) 또는 (24)의 페루프 행렬 $(A_e + B_e F)$ 와 다음과 같은 관계를 가진다⁽¹⁵⁾.

$$\begin{aligned} \Phi + \Gamma F_T &= f(A_e + B_e F) \\ &= \gamma I + \beta(A_e + B_e F + \alpha I)^{-1} \\ &= \gamma I + \beta(A_e + \alpha I)^{-1} \\ &\quad - (A_e + \alpha I)^{-1} B_e \beta F \\ &\quad (A_e + B_e F + \alpha I)^{-1} \end{aligned} \quad (33)$$

따라서, 변환된 시스템 행렬 Φ, Γ, F_T 는 각각 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\Phi = \gamma I + \beta(A_e + \alpha I)^{-1} \quad (34)$$

$$\Gamma = (A_e + \alpha I)^{-1} B_e \quad (35)$$

$$F_T = -\beta F(A_e + B_e F + \alpha I)^{-1} \quad (36)$$

또는 역으로

$$A_e = -\alpha I + \beta(\Phi - \gamma I)^{-1} \quad (37)$$

$$B_e = \beta(\Phi - \gamma I)^{-1} \Gamma \quad (38)$$

$$F = -F_T(\Phi + \Gamma F_T - \gamma I)^{-1} \quad (39)$$

시스템 (11) 또는 (24)의 임의 지정한 영역내 극배치 문제를 다음과 같은 정리를 이용하여 해결할 수 있다⁽¹⁵⁾.

[정리 1]

선형분수변환 식 (30)은 지정한 영역 D (중심: α , 반경: r)를 복소 좌반 평면으로 사상하도록 주어져 있다고 하고, 변환된 시스템 $\Sigma(\Phi, \Gamma)$ 에 대한 상태 피드백이 다음과 같이 주어진다 하고 하자.

$$u(t) = F_T x_T(t) \quad (40)$$

$$= -R^{-1}\Gamma^T P x_T(t)$$

여기서, P 는 리카치 방정식

$$P\Phi + \Phi^T P - P\Gamma R^{-1}\Gamma^T P = -Q \quad (41)$$

의 정정해이고, R 은 정정행렬, Q 는 행렬의 쌍 $(\Phi, Q^{1/2})$ 이 가관측으로 되도록 주어지는 행렬이다. 이때 시스템 식 (11) 또는 (24)의 페루프극은 지정한 영역 D 내에 배치된다. 단, 상태 피드백치 F 는 식 (39)와 같이 주어진다.

[따름정리 1]

선형분수 변환식 (30)이 다음과 같이 주어진다고 하자.

$$\lambda = \frac{\rho - \alpha}{\gamma} \quad (42)$$

식 (42)를 확대계 (11) 또는 식 (24)에 적용하여 시스템에 대한 리카치 방정식:

$$P = \Phi^T P \Phi + Q - \Phi^T P \Gamma (R + \Gamma^T P \Gamma)^{-1} \Gamma^T P \Phi, \quad Q > 0, R > 0 \quad (43)$$

를 만족하는 정정 대칭해 P 를 이용해서 구성되는 피드백치

$$v = -(R + \Gamma^T P \Gamma)^{-1} \Gamma^T P \Phi x_e \quad (44)$$

는 확대계 (11) 또는 식 (24)의 페루프극의 모든 극을 중심이 α , 반경이 r 인 원판내로 배치되게 한다. 단,

$$\Phi = \frac{A_e - \alpha I}{r} \quad \Gamma = \frac{B_e}{r}$$

3. 시뮬레이터의 모델링

3.1 실험장치

R/C헬리콥터 시뮬레이터는 Fig. 3의 모터 회전부와 Fig. 4의 증폭기로 구성된다. 회전부는 y 축 주위로 회전하는 모터 1(DC 6V, 200rpm, Canon Motor)과 그 회전각을 측정하는 포텐쇼미터 1(J50S, $\pm 0.1\%$, 2k Ω , Copal), x 축 주위로 회전하는 모터2(DC 6V, 50rpm)와 포텐쇼미터 2(J50S, $\pm 0.1\%$, 2k Ω , Copal)로 구성된다. Fig. 4는 제어 블록선도를 나타내고 있다.

증폭기는 D/A변환기 출력 0~5V를 입력하여 12V 서보모터 구동의 정, 역회전이 가능하도록 IC모듈을 사용하여 구성했다. 제어부는 플랜트의 출력을 A/D변환시켜 制御則 등의 계산을 행하여 플랜트의 입력을 D/A변환기를 통해서 출력하는 부분으로 구성되며, 제어용 컴퓨터로서 PC-AT를 사용하고, 제어용프로그램은 C-언어에 의해 구성했다.

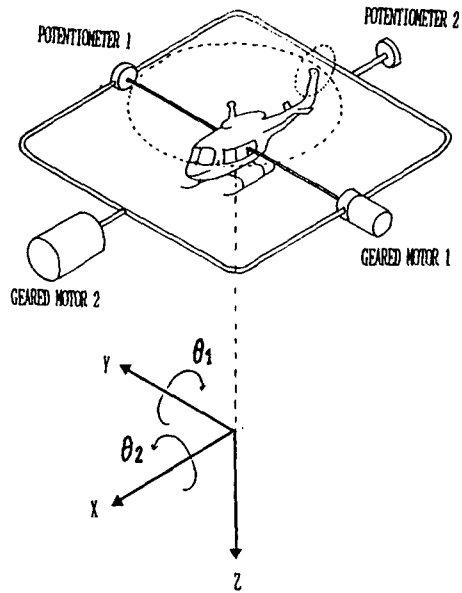


Fig. 3 Gimbals structure for R/C helicopter training simulator

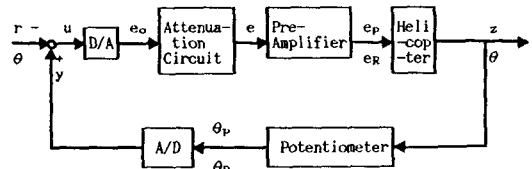


Fig. 4 Control block diagram

A/D 및 D/A변환기는 PCL-812를 사용했다.

3.2 시뮬레이터의 모델링

프레임의 무게중심은 中心에 있다고 하면, x, y 축 주위의 운동방정식은 각각 다음과 같다⁽¹⁴⁾.

$$J_i \ddot{\theta}_i = -\alpha_i \dot{\theta}_i - \beta_i \theta_i + b_i u_i \quad (i=1, 2) \quad (45)$$

단,

J_i : 동가관성 모멘트

θ_i : 회전각

α_i : 동가마찰계수

β_i : 동가탄성계수

b_i : u_i 로부터 프레임에 작동하는 토크까지의 계인

u_i : 모터의 입력전압

상태변수를 $x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_2$ 와 같이 정의하면 상태 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu & (46. a) \\ y &= Cx \end{aligned}$$

단,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ a_{21} &= -\frac{\beta_1}{J_1} \quad a_{22} = -\frac{\alpha_1}{J_1} \quad a_{43} = -\frac{\beta_2}{J_2} \\ a_{44} &= -\frac{\alpha_2}{J_2} & (46. b) \end{aligned}$$

스텝형식의 입력을 가하였을 때의 시뮬레이터에 대한 출력파형을 이용하여 구해진 식 (46)의 각 파라미터들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{21} &= -1.3942 & a_{22} &= -0.9246 \\ a_{43} &= -3.5295 & a_{44} &= -2.5706 \end{aligned}$$

4. 실험

실험은 기체의 회전(피칭 및 롤링)에 대해 2절에서 보여진 설계법을 이용하여 서보계의 制御則을 구하여 시뮬레이션 한 후 16비트 컴퓨터를 이용하여 A/D 및 D/A변환기에 의해 실시간 제어를 행했다. 실험을 간단하게 하기 위해 목표 입력은 계단 형태로 하고, 페루프극의 중심 $\alpha = -80$ 이고, 반경 $r = 79$ 인 원판으로 하였다. 2절에서 제안한 설계알고리즘을 이용하여 구한 서보보상기와 피드백칙은 다음과 같다. 본 선형분수 변환법에 의한 극배치법은 지정되어지는 극배치영역 1자체가 중요한 의미를 가지므로, 각 실험결과 비교검토의 명확성을 부여하기 위해 각 알고리즘에 대해 식 (26)의 하중행렬 Q 와 R 은 모두 단위행렬로 했다.

(1) 설계알고리즘 I의 경우

서보 보상기 : $\dot{\zeta} = e$ (47)

피드백 행렬 :

$$\begin{aligned} F_R &= [9.44424 \quad 3.87317 \quad 8.57317] \\ F_P &= [5.84759 \quad 1.67835 \quad 6.46871] \end{aligned}$$

페루프극 :

$$\begin{aligned} \lambda i(A-BF) : \\ \begin{bmatrix} -2.10678 + j0.0 & -2.10889 \pm j1.10812 \\ -2.31239 + j0.0 & -3.09098 \pm j5.65057 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

단, 첨자 R 과 P 는 각각 롤링과 피칭을 의미한다.

(2) 설계알고리즘 II의 경우

(i) 하중함수 $q(D) = D + 1/D + 2$ 일 경우

서보 보상기 :

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w \quad (48. a)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w \quad (48. b)$$

피드백 행렬 :

$$\begin{aligned} F_R &= [1.12854 \quad 3.87804 \quad 16.72823 \quad 8.33740] \\ F_P &= [-0.31987 \quad 1.69012 \quad 12.56991 \quad 6.24961] \end{aligned}$$

페루프극 :

$$\begin{aligned} \lambda i(A-BF) : \\ \begin{bmatrix} -1.71127 + j0.0 & -2.18918 + j0.0 \\ -1.64769 + j0.0 & -2.26971 + j0.0 \\ -2.21546 \pm j1.14772 \\ -3.30925 \pm j0.95501 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(ii) 하중함수 $q(D) = D + 5/D + 2$ 일 경우

서보 보상기 :

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w \quad (49. a)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w \quad (49. b)$$

피드백 행렬 :

$$\begin{aligned} F_R &= [10.19978 \quad 4.51894 \quad 6.06032 \quad 2.95779] \\ F_P &= [5.97043 \quad 1.98712 \quad 4.88241 \quad 2.35202] \end{aligned}$$

페루프극 :

$$\begin{aligned} \lambda i(A-BF) : \\ \begin{bmatrix} -2.14279 \pm j1.51259 \\ -2.42217 + j0.00000 \\ -2.46966 \pm j0.20416 \\ -2.57987 \pm j1.46364 \quad -3.64504 \pm j0.0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

컴퓨터에 의한 실시간 제어를 위해 서보 보상기 (48)을 샘플링시간 7ms로 이산화 하면,

$$\zeta(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.00496 \\ 0 & 0.099 \end{bmatrix} \zeta(k) + \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (50. a)$$

$$\eta(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \zeta(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(k) \quad (50. b)$$

와 같이 주어진다.

(3) 관측기의 설계

본 시뮬레이터의 경우, 2개의 출력 즉, 피칭 및 롤링에 대한 각도만을 포텐쇼미터를 사용하여 측정하고 있으므로, 나머지의 상태를 관측하기 위해 계산시간을 단축할 수 있는 최소차원 관측기를 다음과 같이 설계했다. 단, 페루프극은 $-20, -20$ 으로 했다.

$$\dot{m}(t) = \hat{A}m(t) + \hat{B}y(t) + \hat{J}u(t) \quad (51)$$

$$\dot{x}(t) = \hat{C}m(t) + \hat{D}y(t) \quad (52)$$

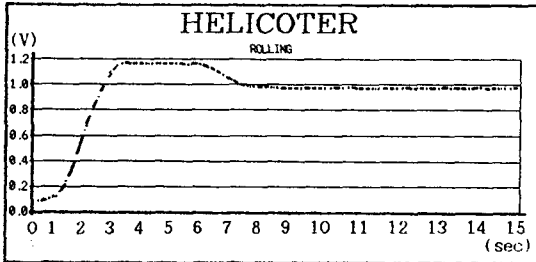
여기서,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$

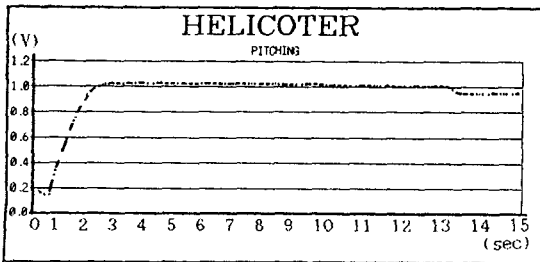
$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -0.03829 & 0 \\ 0 & 0 -0.03521 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 19.0754 & 0 \\ 0 & 17.4294 \end{bmatrix}$$



(a) Rolling



(b) Pitching

Fig. 5 Experimental results for algorithm I

$$\hat{J} = \begin{bmatrix} 1.3942 & 0 \\ 0 & 3.52950 \end{bmatrix}$$

실시간 제어를 위해 관측기 식 (51), (52)를 다음과 같이 이산화하였다.

$$m(k+1) = \hat{A}_D m(k) + \hat{B}_D y(k) + \hat{J}_D u(k) \quad (53)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{C}_D m(k) + \hat{D}_D y(k) \quad (54)$$

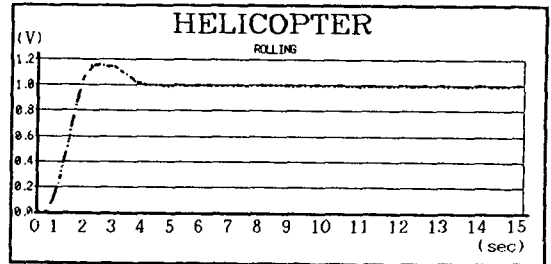
여기서

$$\hat{A}_D = \begin{bmatrix} 0.81873 & 0 \\ 0 & 0.81873 \end{bmatrix}$$

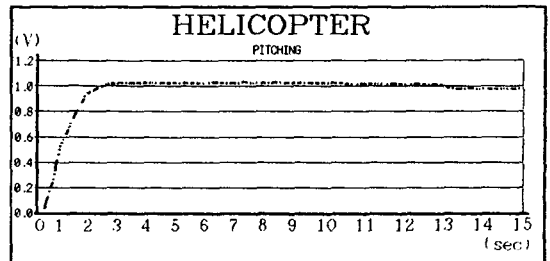
$$\hat{B}_D = \begin{bmatrix} -3.47041 & 0 \\ 0 & -3.1914 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 19.0754 & 0 \\ 0 & 17.4294 \end{bmatrix}$$

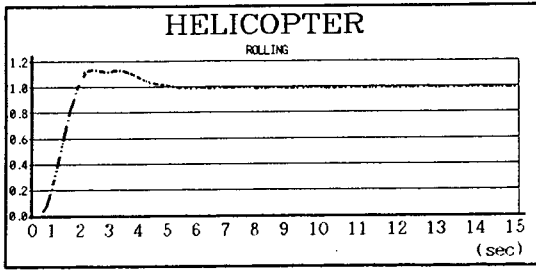


(a) Rolling

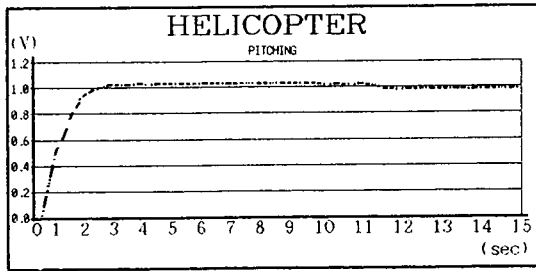


(b) Pitching

Fig. 6 Experimental results for algorithm II with error weighting function: $q(D) = (D+1)/(D+2)$



(a) Rolling



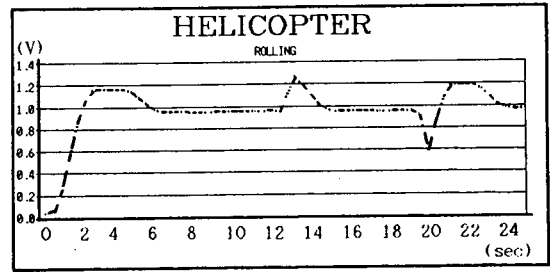
(b) Pitching

Fig. 7 Experimental results for algorithm II with error weighting function : $q(D) = (D+5)/(D+2)$

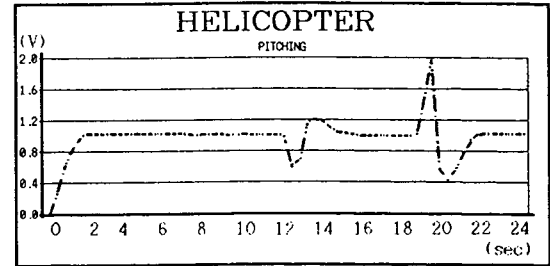
$$\hat{J}_b = \begin{bmatrix} 0.012636 & 0 \\ 0 & 0.031989 \end{bmatrix}$$

이산화된 서보 보상기와 관측기를 제어 프로그램으로 실현시켜 다음과 같이 제어를 행했다. 제어 타스크를 스타트 시키면 A/D변환기를 통해서 출력측정, 제어입력치의 계산, D/A변환기에 출력, 관측기 계산 등의 처리가 샘플링시간 내에서 행해진다. 샘플링시간은 7ms이며, 제어프로그램은 C언어로 작성되었다. Fig. 5~Fig. 10은 알고리즘 I 과 II에 대한 피칭 및 롤링제어의 실험결과를 보여주고 있다.

Table 1에 보인 실험결과에서 알 수 있듯이 알고리즘 I 과 알고리즘 II는 모두 어느 일정 시간후 움직임량이 5%이내로 안정되면서 주어진 계단상의 목표치에 추종하고 있음을 알 수 있다. Settling 시간에서 알고리즘 I은 롤링일때 6.14sec, 피칭일때 8.5sec, 알고리즘 II는 하중함수 $(D+1/D+2)$ 에서 롤링일때 4.2sec, 피칭일때 2.3sec이고 하중함수 $(D+5/D+2)$ 에서 롤링일때 4.2sec, 피칭일때 3.5sec이다. 또한, overshoot는 알고리즘 I보다 알고리즘 II가 롤링에서 더 작게 되며, 움직임도 작게 나

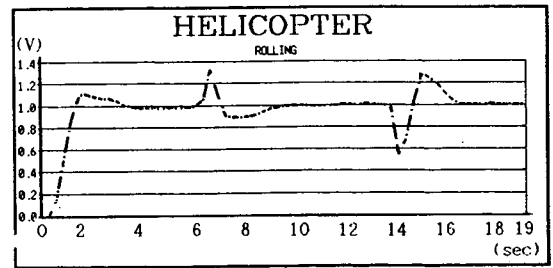


(a) Rolling

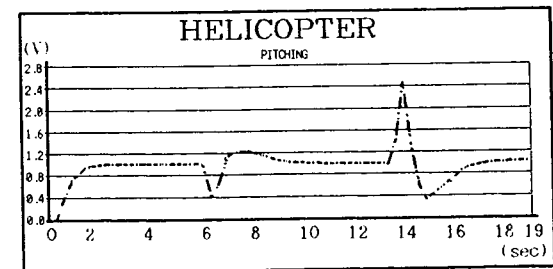


(b) Pitching

Fig. 8 Experimental results for algorithm I with disturbance

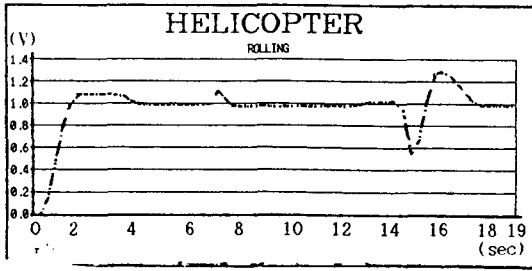


(a) Rolling

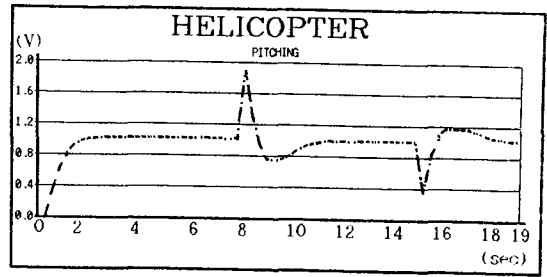


(b) Pitching

Fig. 9 Experimental results for algorithm II with disturbance : $q(D) = (D+1)/(D+2)$



(a) Rolling



(b) Pitching

Fig. 10 Experimental results for algorithm II with disturbance: $q(D) = (D+5)/(D+2)$

Table 1 Experimental results

Design algorithm	Design method	Overshoot[V]	Settling time(sec)	Offset (%)
Algorithm I	Rolling	0.166	6.14	3.20
	Pitching	0	8.50	4.79
Algorithm II with $q(D) = (D+1)/(D+2)$	Rolling	0.159	2.59	0.65
	Pitching	0.020	2.30	2.35
Algorithm II with $q(D) = (D+5)/(D+2)$	Rolling	0.135	4.20	0.88
	Pitching	0.030	3.50	1.62

타나므로 하중함수를 작용시키는 것이 보다 바람직한 제어가 되고 있음을 알 수 있다. 알고리즘 II에서 하중함수 $(D+1)/(D+2)$ 의 경우, 즉 위상진전일 경우가 위상뒤짐 $(D+5)/(D+2)$ 의 경우에 비해 고대역 필터(high-pass filter)의 특성인 약간의 오버슈트를 가지기는 하지만, Settling 시간은 짧음을 알 수 있다. 알고리즘 I과 알고리즘 II에서 롤링과 피칭 모두다 목표치에 도달하여 안정된 후 임의의 외란에 대하여 강인함을 알 수 있다(Fig. 5~Fig. 10).

5. 결 론

본 논문에서는 선형분수변환법을 이용하여 서보시스템의 과도응답특성 개선과 외란에 강인한 서보계 설계알고리즘을 제안하고, R/C헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터를 응용대상으로 실험을 행한 결과는 다음과 같다.

(1) 본 연구에서 제안한 제어기는 선형분수변환법을 이용하여 설계되므로, 극을 구체적으로 어느 위치에 어떤 사양으로 지정해야 할지 애매할 경우

나 페루프계의 특성인 속응성, 진동특성, 안정도등을 고려할 경우 그 유효성은 크다고 할 수 있다.

(2) 제안된 본 강인한 서보계 설계법에서, 내부 모델원리 및 주파수 특성을 고려한 하중연산자를 이용하여 확장시스템을 얻는다고 하는 것은, 종래의 상태 공간에 기초한 제어계 설계에서 이용하지 못했던 주파수특성을 고려할 수 있게 되므로, 고전 제어 설계개념을 이용하여 현대제어 이론의 응용이 가능하다고 하는 점에서 그 결과는 한층 돋보인다고 할 수 있다.

(3) R/C헬리콥터 시뮬레이터설계에서 본 방법을 적용하여 마이크로 컴퓨터로서 실시간 제어를 행한 결과, 임의의 외란하에서도 주어진 목표치에 추종하는 강인성을 가진 제어계 구성이 되고 있음을 확인할 수 있었으며, 보다 실제적인 제어계 설계를 위해 유효하게 응용될 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- (1) Davison, E.J., 1987, "The Output Control of Linear Time Invariant Multivariable Systems with Un-

- measurable Arbitrary Disturbances", IEEE Tran. Auto. Control Ac-17, No.5, pp. 423~427.
- (2) Furuta, K., 1987, "Alternative Robust Servo-Control System and Its Digital Control", INT. J. Control, Vol.45, No.1, pp. 183~194.
- (3) Johnson, C.D., 1971, "Accommodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems", IEEE Trans. Auto. Control, Ac-16, No.6, pp. 635~644.
- (4) Wolovich, W.A. and Ferreira, P., 1979, "Output Regulation and Tracking in Linear Multivariable Systems", IEEE Trans. Auto. Control, Ac-24, No.3, pp. 460~465.
- (5) Ackermann, J., 1985, "Design of Robust Controllers by Multi-Model Methods", 7th International Symposium on the Mathematical Theory of Networks and Systems", Stockholm, June 10~14.
- (6) 安田, 野原, 池田., 1988, "最適ロバストサーボ系の構成", 計測自動制御學會論文集, 24(8), pp. 817~822.
- (7) Anderson, B.D.O., Gibson, J.A. and Sirisena, H.R., 1985, "Phase Lag and Lead Weighting in Linear Quadratic Control", Optimal Control Applications & Methods, Vol.6, pp. 249~263.
- (8) Anderson, B.D.O., Moore, J.B. and Mingori, D.L., 1987, "Relations between Frequency Dependent Control and State Weighting in LQG Problems", Optimal Control Applications & Methods, Vol.8, pp. 109~128.
- (9) 野依, 1989, "ヘリコプタ入門", 鳳林書林.
- (10) Gupta, N.K. and Bryson, A.E. JR., 1976, "Near-hover Control of a Helicopter with a Hanging Load", Journal of Aircraft Vol.13, No.3, pp. 217~222.
- (11) Hall, W.E.JR. and Bryson, A.E.Jr., 1973, "Inclusion of Rotor Dynamics in Controller Design for Helicopters", Journal of Aircraft, Vol.10, No.4, pp. 200~206.
- (12) Murphy, R.D. and Narendra, K.S., 1969, "Design of Helicopter Stabilization Systems Using Optimal Control Theory", J. Aircraft. 6, 2, pp. 129~136.
- (13) 古田., 1981, "ヘリコプタの制御", 電気通信學會誌, 64(6), pp. 632~635.
- (14) Furuta, K., Ohyama, Y. and Yamano, O., 1983, "The Modeling and Control of R/C Helicopter", Simulation in Engineering Sciences, IMACS, pp. 279~284.
- (15) Kim, S.B. and Furuta, K., 1988, "Regulator Design with Poles in a Specified Region", INT. J. Control, Vol.47, No.1, pp. 143~160.
- (16) Furuta, K. and Kim, S.B., 1987, "Pole Assignment in a Specified Disk", IEEE Trans. Auto. Control, AC-32, No.5, pp. 423~427.
- (17) Astrom, K.J. and Wittenmark, B., 1984, "Computer Controlled Systems, Theory and Design", Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs.
- (18) Kuo, B.C., 1980, "Digital Control Systems", Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- (19) Barnett, S., 1983, "Polynomials and Linear Control Systems", Marcel Dekker, INC., New York and Basel.
- (20) Kondo, R. and Furuta, K., 1986, "On the Bilinear Transformation of Riccati Equations", IEEE Trans. Auto. Control, AC-31, No.1, pp. 50~54.
- (21) 古田 勝久, 末長 修., 1989, "周波数依存偏差に基づくサボソトローラ的设计", 計測自動制御學會論文集, Vol.25, No.4, pp. 406~410.