

〈論 文〉

소성가공중 금형과 가공체의 접촉면에 작용하는 응력의 예측을 위한 벌칙 강소성 유한요소법

황상무* · 전만수** · 박재성**

(1990년 6월 11일 접수)

A Penalty Rigid-Plastic Finite Element Method for Prediction of Stress Distributions at the Tool and Workpiece Interfaces in Metal Forming

S.M. Hwang, M.S. Joun and J.S. Park

Key Words: Metal Forming(소성가공), Penalty Rigid-Plastic Finite Element Method(벌칙 강소성 유한요소법), Contact Stress(접촉응력)

Abstract

A penalty finite element method has been developed for accurately predicting stress distributions at the tool-workpiece interfaces. The basic formulation is described, with the emphasis on the algorithm to deal with the normal stress and the frictional stress at the interface. Comparison with the experimental data and the theoretical solutions found in the literature is made for the forming processes selected.

기 호 설 명

- f_i : 체적력의 i 축 성분
- h_i : 표면응력 벡터의 i 축 성분
- k : 전단항복 응력
- m : 마찰상수 (friction factor)
- n_i : 법선 벡터의 i 축 성분
- p : 상수압
- u_i : 가공체의 유동속도 벡터의 i 축 성분
- u_{io} : 경계 Γ_{u_i} 상에서 주어진 속도
- \bar{u}_n : 금형의 법선 속도
- \bar{u}_t : 금형의 접선 속도
- δ_{ij} : 크로네커 함수
- $\bar{\epsilon}$: 유효변형률
- $\dot{\bar{\epsilon}}$: 유효변형률속도
- $\dot{\epsilon}_{ij}$: 변형률속도

- ξ : 벌칙 상수
- μ : 마찰계수 (friction coefficient)
- $\bar{\sigma}$: 유효응력 (유동응력)
- σ_{ij} : 응력 텐서
- σ'_{ij} : 편차응력 텐서
- 하 첨 자
- n : 법선(또는 수직) 성분
- t : 접선 성분

1. 서 론

소성가공에서 가공체를 가공하는데 필요한 하중은 금형과 가공체의 접촉면 상에서의 접촉응력의 형태로 가공체에 작용하고 있다. 이러한 접촉응력의 규명은 중요하다. 가공체의 변형 특성과 가공에 소요되는 하중을 정확히 예측할 뿐만 아니라 가공체의 형상정밀도를 제어하거나 금형의 피로수명을

* 정회원, 포항공과대학 기계공학과

** 정회원, 포항공과대학 대학원

평가하기 위하여 접촉응력에 대한 지식은 필수적이기 때문이다.

접촉응력은 가공체의 형상, 접촉면에서의 마찰조건, 가공체의 기계적 성질 등의 변화에 따라, 그리고 비정상상태(non-steady state)의 경우에는 시간의 경과에 따라 변한다. 공정조건과 가공체의 변형 및 가공하중에 대한 상호연관성에 대한 연구가 강소성⁽¹⁻⁶⁾ 및 탄소성⁽⁷⁻¹⁰⁾ 유한요소법을 이용하여 실시되었고, 강소성 유한요소법은 프리폼(preform)의 설계에 응용되었다⁽¹¹⁻¹⁴⁾. 이러한 해석에서는 접촉면의 압력 또는 응력 분포를 절점의 하중 정보로부터 접촉면을 따라 적당히 평균값을 취하여 구하였다. 따라서 압력분포는 불연속이고, 유한요소격자 체계(mesh system)의 변화에 따라 달라진다.

본 논문에서는 소성가공을 해석하기 위한 별칭 강소성 유한요소 수식화 기법을 제시하였다. 몇 개의 예제에 대하여 유한요소 해석을 실시하였고, 그 결과를 발표된 이론 또는 실험 결과와 비교하였다.

2. 유한요소 수식화

2.1 문제의 정의 및 수식화

시간 t 에서 소성변형(가공)을 받고 있는 가공체를 고려해 본다. 이 가공체는 영역 Ω 와 경계 Γ 로 이루어져 있다. 경계 Γ 는 표면 응력(traction) h_i 가 주어진 Γ_{hi} 와 속도 $u_i = u_{io}$ 가 주어진 Γ_{ui} , 그리고 금형과 가공체가 접하고 있는 Γ_c 로 이루어져 있다.

이 가공체는 비압축성 및 강소성의 성질을 지니고 있고, von Mises 항복 조건을 만족한다고 가정한다. 그리고 금형과 가공체의 접촉면상에서는 Coulomb 마찰 또는 일정 전단응력 마찰의 법칙을 따른다고 가정한다.

위에서 서술한 소성가공 문제는 다음과 같은 경계치 문제로 수식화된다.

(1) 평형방정식:

$$\sigma_{i,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

(2) 속도-변형률속도 관계식:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

(3) 변형률속도-응력 관계식(구성방정식):

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (4)$$

여기서 유동응력 $\bar{\sigma}$ 는 저온에서는 일반적으로 유효변형률 $\bar{\epsilon}$ 의 함수이나, 고온 가공시에는 온도와 유효변형률속도 $\dot{\bar{\epsilon}}$ 의 영향을 크게 받는다. 이러한 관계는 재료에 따라 다르며, 재료실험에 의하여 구해진다.

(4) 비압축 조건:

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{ii} = u_i, \quad i = 0 \text{ on } \Omega \quad (5)$$

(5) 경계조건:

$$\sigma_{ij} n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_{hi} \quad (6)$$

$$u_i = u_{io} \quad \text{on } \Gamma_{ui} \quad (7)$$

$$\sigma_n = -\xi(u_n - \bar{u}_n) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (8)$$

$$\sigma_t = Fn g(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (9)$$

여기서 F_n 은 Coulomb 마찰일 경우는 $F_n = -\mu\sigma_n$ 이고, 일정전단응력 마찰일 경우에는 $F_n = mk$ 이다. ξ 는 σ_n 의 절대값보다 매우 큰 값이다. 따라서 식 (8)은 접촉면 Γ_c 에서의 압력이 비정상적으로 크지 않는 한 가공체가 금형으로부터 분리되거나 금형에 침투되지는 않음을 암시한다. 평형상태에 도달하면 접촉면에서의 법선응력은 유한한 크기의 값을 가지게 됨은 명백하므로 가공체과 금형의 법선속도의 차이는 매우 적게 된다. 따라서 식 (8)은 법선응력을 구할 수 있게 할 뿐만 아니라 접촉면에서의 법선방향의 경계조건을 만족시키게 된다. 위의 경우는 또한 두 개의 금형과 가공체의 접촉면이 댐핑계수가 ξ 인, 접촉면을 따라 균일하게 분포되어 있는, 댐퍼에 의해 연결되어 있는 것으로 간주할 수 있다. ξ 가 무한대가 되면, 실제의 경계조건 $u_n - \bar{u}_n = 0$ 을 받게 된다. 그리고 $g(u_t)$ 는, 식 (9)가 스틱킹(sticking)과 슬라이딩 마찰을 동시에 취급할 수 있게 하기 위하여, Chen과 Kobayashi⁽⁵⁾가 사용한 다음의 함수를 사용한다.

$$g(u_t) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{u_t \cdot \bar{u}_t}{a} \right) \quad (10)$$

여기서 a 는 \bar{u}_t 보다 자리가 몇 개 낮은 작은 값을 가지는 양의 상수이다.

위에서 기술한 경계치 문제의 해 u_i 와 p 는 경계 Γ_{ui} 상에서 주어진 속도 경계조건을 만족하는 모든 속도장과 압력장에서 경계 Γ_{ui} 상에서 영인 임의의 함수 ω_i 와 임의의 함수 q 에 대하여 다음 식을 만족시키므로써 얻어진다.

$$\int_{\Omega} \sigma'_{ij} \omega'_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} f_i \omega_i d\Omega - \sum_i \int_{\Gamma_{hi}} h_i \omega_i d\Gamma - \int_{\Omega} q u_{i,i} d\Omega - \int_{\Gamma_c} \mu \xi (u_n - \bar{u}_n) g(u_t) \omega_t d\Gamma$$

$$-\int_{\Omega} p \omega_{,ii} d\Omega + \int_{\Gamma_c} \xi (u_n - \bar{u}_n) \omega_n d\Gamma = 0 \quad (11)$$

여기서 $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\omega_{i,j} + \omega_{j,i})$ 이고, $\omega'_{ij} = \omega_{ij} - \delta_{ij} \frac{\omega_{kk}}{3}$ 이다.

2.2 유한요소 근사화 및 수식화

구하고자 하는 속도 u_i 및 압력 p 를 다음과 같은 보간함수 (interpolation function) N_{iL} 과 H_M 으로 각각 유한요소 근사화를 실시한다.

$$u_i = N_{iL} V_L \quad (12)$$

$$\omega_i = N_{iL} \omega_L \quad (13)$$

$$p = H_M P_M \quad (14)$$

$$q = H_M Q_M \quad (15)$$

여기서 V_L 과 ω_L 은 절점치 (nodal value) 이고, P_M 과 Q_M 은 절점치 또는 요소치 (element value)이며, ω_L 과 Q_M 은 임의의 값이다. 단, 경계 Γ_{u_i} 상에서 V_L 은 주어진 값이고, ω_L 은 영이다.

식 (12)~(15)를 식 (11)에 대입하여, 임의의 상수인 ω_L 과 Q_M 에 대하여 성립한다는 조건(항등식)으로부터 비선형대수연립방정식을 얻게 된다. 이 방정식의 해는 Newton-Raphson 방법 등을 이용하여 구해진다.

3. 예제의 계산결과 및 고찰

3.1 내압에 의한 링의 팽창

균일한 내압이 작용하는 링의 평면변형 (plane strain) 팽창 문제를 고려하였다. 비록 이 문제는 내압이 작용하는 문제로 해결될 수 있으나, 여기서는 마찰이 없는, 그리고 자유롭게 크게 될 수 있는, 원형의 금형에 의해 하중이 가해지고 있는 것으로 간주하였다. 중심축에 대한 대칭성을 이용하여 Fig. 1에서 보는 바와 같이 링의 1/12만을 해석 모델로 고려하였다. 뿐만아니라, 마찰이 없는 두 개의 고정된 평면 금형이 해석 모델의 양 측면에 놓여져 있어 원주방향으로 재료가 유동하지 못하도록 하였다. 링의 내경과 외경은 각각 20mm와 40mm이고, 항복응력은 50.3MPa이다.

Fig. 1과 2에서 보는 바와 같이 두 개의 격자체에 대한 유한요소해석이 실시되었다. Fig. 1에서 원형 금형과 평면 금형에 작용하는 법선응력의 분포가 실제해 (exact solution)와 비교되었다. 원형 금형에서의 법선응력은 두 가지의 격자체에 대하

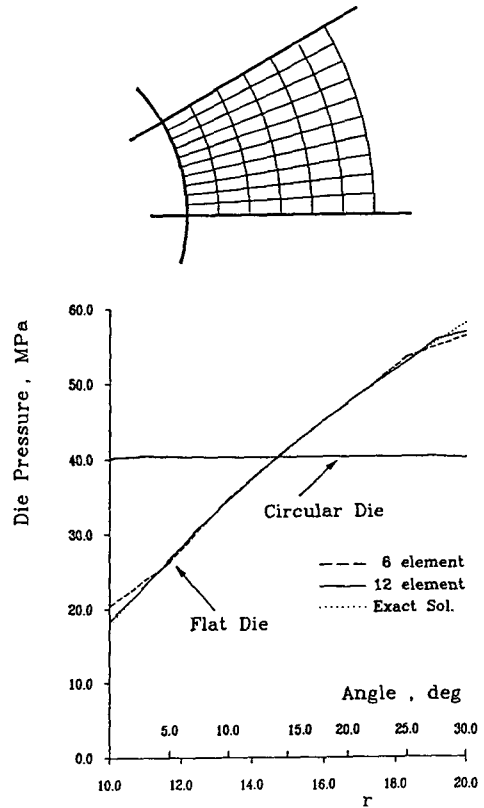


Fig. 1 Comparison of computed contact stress distribution and exact solution for ring expansion. Dies used are described by the bold lines

여 완전히 실제해에 일치하고 있다. 평면 금형에서는 자유표면 주위를 제외한 영역에서 실제해와 매우 잘 일치하고 있으며, 격자체계를 조밀하게 하면 할수록 보다 실제해에 가까와 지고 있다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 같은 문제를 링의 내부의 코너에 있는 절점이 원형 금형에만 접하고 있다고 가정하여 해석하였다. 이 때 이 절점의 원주방향의 자유도는 구속되었다. 이 경우에는 링과 평면 금형의 접촉면에서 법선응력의 진동이 발생하였다. 이 진동은 코너의 절점에 인접한 몇 개의 요소에서 발생하였고, 그 수는 요소의 수량에 따라 큰 변화가 없었다. 이러한 진동이 발생하는 원인은 현재 밝혀지지 않았으나, Fig. 2에서 보는 바와 같이 요소의 수량이 증가함에 따라 진동이 발생하는 몇 개의 요소를 제외한 영역에서 급격히 실제해에 수렴하고 있음을 알 수 있다.

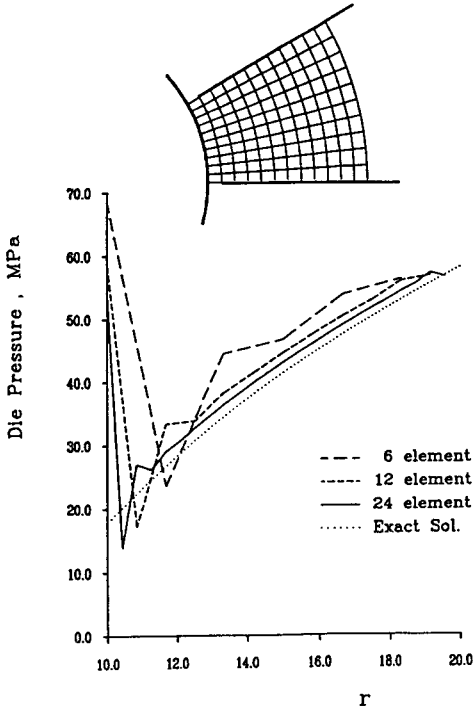


Fig. 2 Effect of the position of the end of the die on the contact stress distribution computed

3.2 평판에 의한 재료의 압축

두 개의 평판 금형에 의한 블록의 평면변형 압축 문제가 해석되었다. 이 금형의 폭은 $2w$ 이고, 블록의 높이는 $2h$ 이며, 블록의 폭은 금형의 폭보다 충분히 크기 때문에 금형의 좌우측에서 변형하지 않는 영역이 있다고 가정한다. 이 문제는 Prandtl⁽¹⁵⁾, Hill⁽¹⁶⁾, 그리고 Alexander⁽¹⁷⁾ 등을 비롯한 많은 사람에 의하여 연구되었다. 이들은 슬립라인 이론으로부터 다양한 비율의 w/h 에 대한 응력 분포 및 속도장에 대한 해석을 실시하였다. Alexander는 슬립라인 이론을 이용하여 마찰력이 Coulomb의 법칙을 따르는 경우에 대하여 고려하였으며, 몇 개의 마찰계수에 대한 평판 금형의 법선응력, 즉 압력을 계산하였다.

본 논문에서는 $w/h=7$ 인 경우의 여러가지 마찰 조건에 대한 시뮬레이션이 실시되었다. Fig. 3은 시뮬레이션 결과와 Alexander의 슬립라인 해석결과를 비교하고 있다. 금형의 중심에 존재하는 대드메탈(dead metal) 영역을 제외한 영역에서 시뮬레이션 결과는 이론적 결과에 매우 잘 일치하고 있

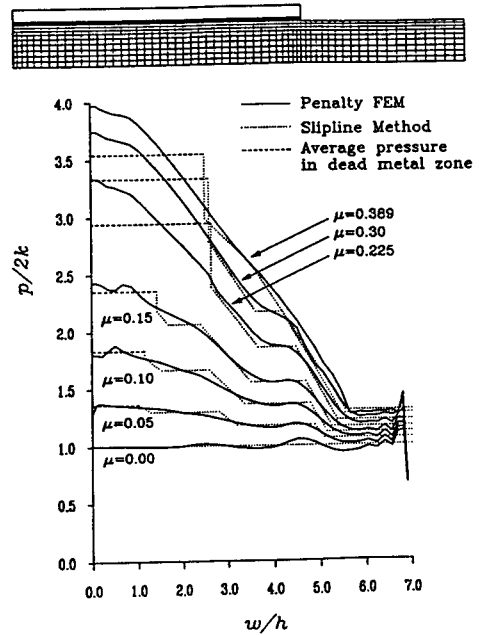


Fig. 3 Comparison of computed pressure distribution on the platens and the slipline solution by Alexander⁽¹⁷⁾. The mesh system used is also shown

다. 대드메탈 영역에서 일치하지 않는 원인은 슬립라인 이론으로부터 압력의 평균값밖에 구할 수 없기 때문인데, 이 영역에서 시뮬레이션 결과의 평균값을 구하면 이론 결과와 매우 유사하다. 그림으로부터 금형의 가장자리에서 일어나는 압력의 진동은 금형의 내부로 감에 따라 급격히 사라짐을 알 수 있다.

3.3 박판압연(Sheet Rolling)

박판압연 공정중의 물은 접촉각이 10%이상 증가할 정도의 큰 변형(flattening)을 받는다. 따라서 물에 작용하는 압력의 분포를 예측하는 능력은 박판의 두께와 모양을 제어하기 위하여 중요하다. 그러나 이를 정확하게 예측할 수 있는 방법이 알려져 있지 않다. Orowan⁽¹⁸⁾과 Bland와 Ford⁽¹⁹⁾는 물의 압력분포의 계산을 위한 근사해법을 제시하였으며, Shima 등⁽²⁰⁾과 Li와 Kobayashi⁽²¹⁾ 등에 의하여 유한요소해석법을 이용한 물의 압력예측이 시도되었다.

본 연구에서는 벌칙 유한요소법을 이용하여

Table 1 Rolling parameters

Process No.	Material properties (MPa)	Roll diameter (mm)	Slab thickness (mm)		Friction coefficient
			Initial	Final	
1	$Y_o=50.3$ $b=0.05$ $n=0.26$	158.75	6.275	5.386	0.1
2	$Y_o=50.3$ $b=0.05$ $n=0.26$	158.75	6.275	4.157	0.1
3	$Y_o=88.7$ $b=0.05$ $n=0.26$	180.0	2.0	1.0	0.14 0.25
4	$Y_o=1.0$ $n=0.0$	80.0	1.0	0.8 0.6 0.4	0.1

Table 1의 네 가지 공정에 대한 롤의 압력 및 접선응력을 계산하였고, 그 결과를 다른 방법에 의한 계산 결과 또는 실험결과와 비교하였다.

해석에 사용된 유효응력(유효응력) σ 와 유효변형률 ε 의 관계식은 다음과 같다.

$$\sigma = Y_o(1 + \varepsilon/b)^n$$

여기서 상수 Y_o, b, n 은 재질에 따른 값으로써 Table 1에 각 공정에 대한 이들의 값이 표시되어 있다. 이 값들은 참고문헌 (18), (20), (21)에서 발췌되었다.

Fig. 4는 공정 1의 롤 압력 및 접선응력에 대한 해석결과와 실험결과⁽²²⁾를 비교하고 있다. 두 개의 롤 압력 분포선도는 두 개의 정점을 가진다는 점에서 유사하다. 접촉면의 중간 부분과 출구 사이에서 해석결과는 실험결과와 잘 일치하지만 그 이외의 영역에서는 계산치가 실험치보다 약간 적다. 이것은 롤의 변형에 기인하는 것으로 판단된다. Fig. 4의 실험결과로부터 접촉각이 약 15% 증가한 것이 이 점을 뒷받침해 주고 있다. 그러나 Fig. 4의 계산결과를 롤의 변형을 해석하기 위한 입력데이터로 사용하여 롤의 변형을 계산하고, 다시 변형된 롤 하에서의 압력분포를 구하는 과정을 반복하므로써 실제의 롤의 형상과 압력분포를 구할 수 있을 것이다.

압하율이 증가하면, 두 개의 분명한 정점이 발생

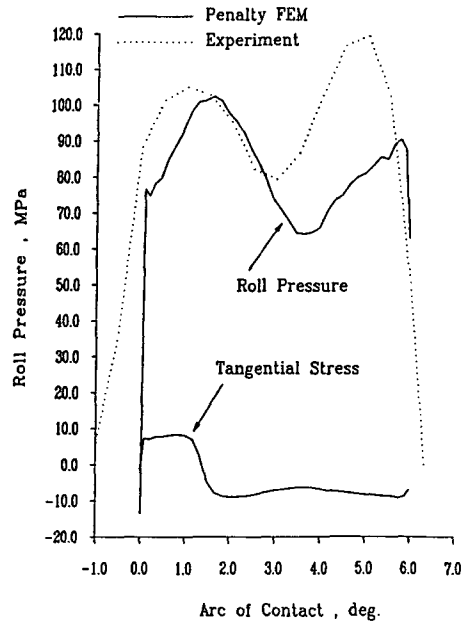


Fig. 4 Comparison of measured⁽²²⁾ and computed roll pressure distribution. Computational conditions: process 1

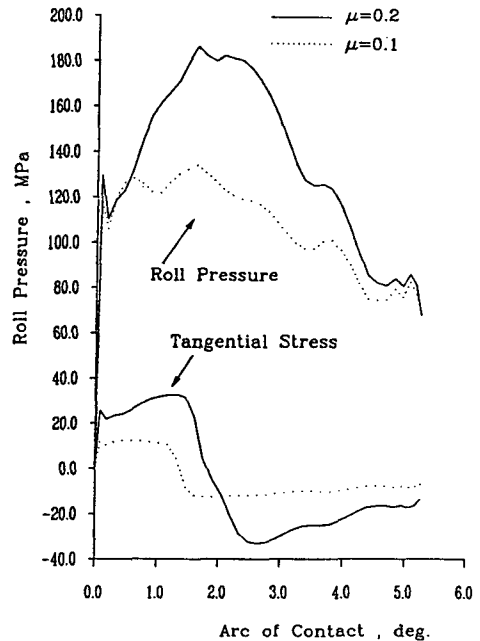


Fig. 5 Effect of interface friction on the roll pressure and the tangential stress. Computational conditions: Process 2

하는 현상이 사라지고, Fig. 5에서 보는 바와 같이 여러 개의 작은 정점들이 나타났다. 이것은 Li와 Kobayashi⁽²¹⁾에 의한 연구결과를 뒷받침해 주고 있다. 마찰계수가 큰 공정에서의 압력분포의 형태는 접측면의 중앙 부근에서 하나의 정점을 가지는 단순한 형태를 하고 있다. 또한 마찰이 클수록 중립점(neutral point)이 접측면의 중심을 향하여 이동한다.

Fig. 4와 5로부터 롤의 압력분포는 압하율과 마찰계수에 민감하게 영향을 받고 있음을 알 수 있다. Fig. 6은 벌칙 유한요소법에 의한 결과와 기존의 유한요소법에 의해 예측된 결과를 비교하고 있다. 해석에 사용된 모든 마찰계수에 대하여, Li와 Kobayashi가 예측한 롤 압력의 분포선도는 기울기가 비교적 완만하며, 정점에서의 값이 다소 작게 나왔다.

Fig. 7은 벌칙 유한요소법을 이용한 해석결과와 Shima 등⁽²⁰⁾에 의한 유한요소 해석결과 및 Bland과 Ford⁽¹⁹⁾의 슬래브 방법에 의한 근사해를 비교하고 있다. 압하율 40%와 60%에 대하여 벌칙 유한요소법을 이용한 해석결과는 슬래브 방법의 해석결과와 잘 일치하고 있음을 보여준다. 압하율이 20%인 경우, 벌칙 유한요소법으로는 뚜렷한 정점이 예측되지 않았으나, 슬래브 방법은 압하율에 관계없

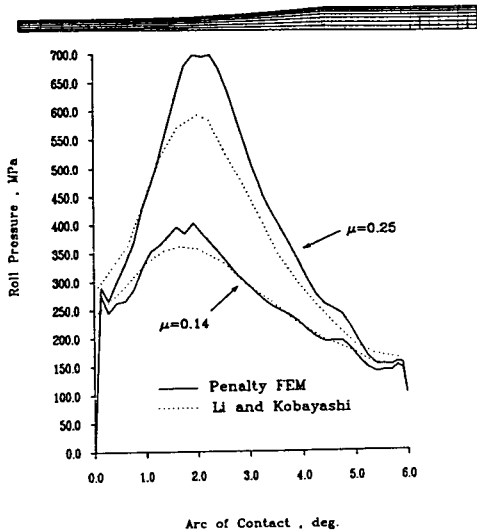


Fig. 6 Comparison of result of penalty finite element simulation and Li and Kobayashi⁽²¹⁾. Computational conditions: Process 3. A typical mesh system used in simulation is also shown

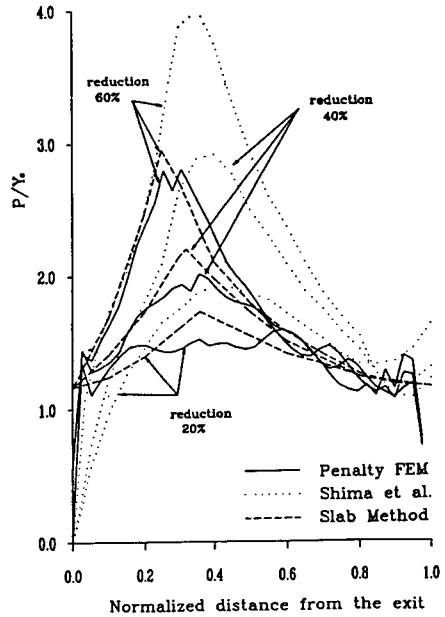


Fig. 7 Comparison of penalty finite element method, slab method, and result of the finite element simulation by Shima et al.⁽²¹⁾ Computational conditions: Process 4

이 마찰언덕(friction hill)이라고 알려진 단순한 압력분포를 제시하고 있다. Shima 등에 의한 결과는, 압하율이 40%와 60%인 경우, 벌칙 유한요소 해석결과 및 슬래브 방법에 의한 해석결과와 많은 차이가 있다. 이것은 기존의 유한요소법이 가지고 있는 Coulomb 마찰 모델을 정확하게 다룰 수 없는 단점에 기인하는 것으로 판단된다.

3.4 마찰의 평가

짧은 링 시편을 두 개의 평행한 평판으로 압축하였을 때, 시편의 내경은 접측면에서의 마찰조건에 따라 증가 또는 감소하게 된다. 링의 압축변형시의 내경의 변화는 시편과 압축 금형의 접측면상에서의 마찰조건에 매우 민감하게 영향을 받기 때문에, 링의 압축시험은 단조가공 공정의 마찰조건을 평가하기 위한 시험으로 널리 사용되고 있다^(5,23-26). 시험결과를 평가하는데 이용되는 시편의 변형형상과 마찰조건 사이의 관계를 확립하기 위하여, 여러가지의 마찰조건에 있어서 링의 압하율에 대한 내경의 변화를 나타내는 일련의 기준곡선들이 이론적 해석법에 의해 만들어져야 한다. 마찰의 평가는 이 곡선과 실험 데이터를 비교하므로써 행하여진다. 본

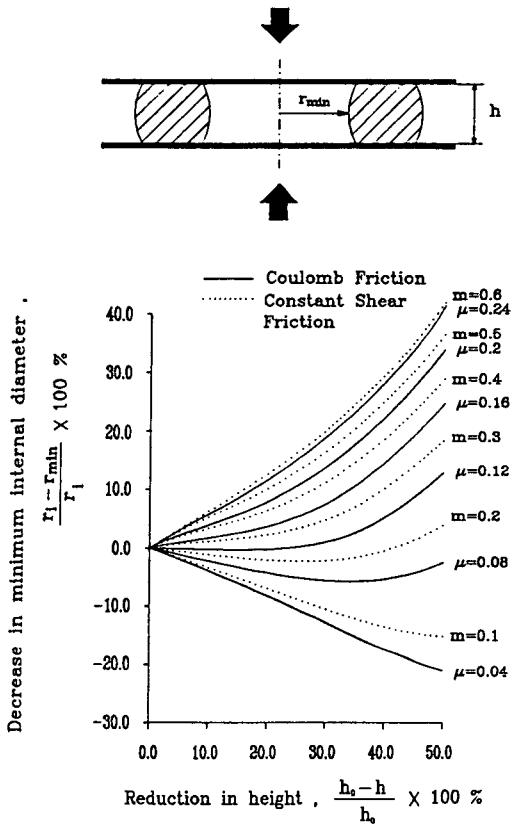


Fig. 8 Calibration curves for evaluation of friction condition in ring test

논문에서 적용한 벌칙 유한요소법은 일정전단마찰과 Coulomb 마찰조건을 동시에 취급할 수 있으므로 두 가지의 마찰 모델을 위한 정확한 기준곡선을 만드는데 사용될 수 있다. Fig. 8은 이 점을 예시하고 있다. 각 마찰 모델에 상응하는 기준곡선들이 그림에 나타나 있다. 해석에 사용된 재료는 순수 알루미늄이고, 시편의 외경 : 내경 : 높이의 비율은 6 : 3 : 2이다. 재료는 참고문헌 (5)에서 발췌되었다.

4. 결 론

소성가공 공정의 벌칙 강소성 유한요소 알고리즘이 가공체와 금형의 접촉면에서의 응력분포를 예측하기 위하여 개발되었다. 이 방법에서는 접촉면상에 존재하는 절점의 접촉응력이 유한요소법의 해의 일부로 계산된다. 이 점이, 접촉응력을 절점력의

접촉면에 대한 평균값으로부터 구하는, 기존의 정상적인 유한요소법과 다른 점이다. 이 방법에 의하여 구한 접촉응력의 정도는 링의 팽창 제약과 블록의 압축 제약에서 보는 바와 같이 매우 양호하다. 이 방법을 이용하여 일련의 박판압연 공정에 대한 시뮬레이션이 실시되었다. 예측된 롤의 압력분포는 이론적인 수치와 잘 일치하였다. 또한 이 방법은 일정전단마찰과 Coulomb 마찰모델을 위한 접촉면 상에서의 마찰조건을 평가하는 데 사용되는 마찰평가 기준곡선을 만드는데도 성공적으로 사용되었다. 따라서 벌칙 유한요소법은 소성가공 공정의 해석을 위한 하나의 유효한 기법임이 밝혀졌다.

참 고 문 헌

- (1) Lee, C. H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solutions to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method", Trans, ASME, J. of Engr. for Ind., vol. 95, pp. 865~87.
- (2) Zienkiewicz, O. C. and Godbole, P. N., 1974, "Flow of Plastic and Viscoplastic Solids with Special Reference to Extrusion and Forming Processes", Int. J. Num. Meth. Engr., Vol. 8, pp. 3~16.
- (3) Shah, S. N. and Kobayashi, S., 1974, "Rigid-Plastic Analysis in Cold Heading by the Matic Method", Proc. of the 15th Int. MTDR Conf., pp. 603~610.
- (4) Kobayashi, S. and Kim, J. H., "Deformation Analysis of Axisymmetric Sheet Metal Forming Processes by the Rigid-Plastic Finite Element Method", Proc. General Motors Symposium on Mechanics of Sheet Metal Forming.
- (5) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression", ASME Publication, AMD, Vol. 28, Application of Numerical Methods to Forming Processes, pp. 163~174.
- (6) Oh, S. I., 1982, "Finite Element Analysis of Metal Forming Process with Arbitrary Shaped Dies", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, p. 479.
- (7) McMeeking R.M. and Rice, J. R., 1975, "Finite Element Formulation for Problems of Large Elastic Plastic Deformation", Int. J. Solids Structures, Vol. 11, pp. 601~613.
- (8) Lee, E. H., Mallett, R. L. and Yang, W.H., 1977, "Stress and Deformation Analysis of the Metal Extrusion Process", Comp. Meth. in App. Mech., Vol. 10, pp. 339~353.

- (9) Lee, E. H., Mallett, R. L. and McMeeking, R. M., 1977, "Stress and Deformation Analysis of Metal Forming Processes", ASME Special Publication PVP-PB-025, p. 19.
- (10) Hartley, P. Sturgess, C. E. N. and Lowe, G. W., 1978, "A Finite Element Analysis of Extrusion-Forging", Proc. VIth NAMRC, SME, p. 212.
- (11) Park, J. J. Rebelo, N. and Kobayashi, S., 1983, A New Approach to Preform Design in Metal Forming with the Finite Element Method", Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 23, p. 71.
- (12) Hwang S. M. and Kobayashi, S., 1984, "Preform Design in Plane-Strain Rolling by the Finite Element Method", Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 24, p. 253.
- (13) Hwang, S. M. and Kobayashi, S., 1984, "Preform Design in Disk Forging", Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 26, p. 231.
- (14) Hwang, S. M. and Kobayashi, S., 1984, "Preform Design in Shell Nosing at Elevated Temperatures", Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 27, pp. 1~14.
- (15) prandtl, L. and Angew, Z., 1923, Math. Mech. Vol. 3, p. 401.
- (16) Hill, R., Lee, E. H. and Tupper, S. J., 1951, J. Appl. Mech., Vol. 18, p.46.
- (17) Alexander, J. M., 1955, J. Mech. Phys, Solids, Vol. 3, p. 233.
- (18) Orowan, E., 1943, "The Calculation of Roll Pressure in Hot and Cold Flat Rolling", Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 150, p. 140.
- (19) Bland, O. R. and Ford, H., 1948, "The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tensions", Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 159, p. 144.
- (20) Shima, S., Mori, K., Oda, T. and Osakada, K., Tokyo, 1980, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Strip Rolling", Proc. 4th Int. Conf. prod. Engr., pp. 82~87.
- (21) Li, G. J. and Kobayashi, S., 1982, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Plane Strain Rolling", Trans. ASME. for Ind., Vol. 104, p. 55.
- (22) Al-Salechi, F. A. et al., 1973, "An Experimental Determination for the Roll Pressure Distributions in Cold Rolling", Int. J. Mech. Sci., Vol. 15, p. 693.
- (23) Male, A. T. and Cockcroft, M. G., 1964, "A Method for the Determination of the Coefficient of Friction of Metals under Conditions of Bulk Plastic Deformation", J. Inst. of Metals, Vol. 93, p. 38.
- (24) Male, A. T. and Depierre, V., 1970, "The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test", Lubrication Technology, p. 389 (Also : AFML tECH. rEP., AFML-TR-70-19).
- (25) Depierre, V. and Gurney, F., 1974, "A Method for Determination of Constant and Varying Friction Factors During Ring Compression Tests", Trans. ASME, J. Lub. Tech., pp. 482~488.
- (26) Hwang, S. M. and Kobayashi, S., 1983, "A Note on Evaluation of Interface Friction in Ring Tests", Proc. XIth NAMRC, SME, pp. 193~196.