

(論文)

疲勞크랙 進展壽命의 確率特性에 관한 研究(Ⅲ) — 크랙進展速度의 不確定性 評價手法 —

윤 한 용*

(1991년 5월 24일 접수)

A Study on the Probabilistic Nature of Fatigue Crack Propagation Life(Ⅲ) — A Method for Uncertainty Evaluation of Crack Propagation Rate —

Han-Yong Yoon

Key Words : Probabilistic Fracture Mechanics(確率破壞力學), Distribution of Crack Propagation Rate(크랙進展速度의 分布), Uncertainty Evaluation(不確定性 評價)

Abstract

The distribution of crack propagation rate is not constant under any conditions, but changes according to the thicknesses of specimens or material properties. Therefore, the crack propagation rate may be treated as a deterministic value in some cases. In this third paper of a serial research, a method to evaluate the uncertainty of crack propagation rate is suggested by using the results of the first and second paper. And, an example of the application of the proposed method is also shown.

1. 서 론

缺陷이 존재하는 구조물부재의 피로수명의 確率 分布는, 어떠한 확률분포를 가진 初期缺陷으로부터 재료내부의 조직적 불균일성등으로 기인된 크랙진전 속도 자체의 분포가 가미되어 파괴에 이르는 것으로 간단화할 수 있으며 그러므로 해서 確率疲勞破壞의 본질을 파악하기가 쉽다.

本 研究의 第1報⁽¹⁾에서는 初期크랙길이 분포의 수명분포에 미치는 영향을 집중적으로 논했으며, 材料의 不確定性(재료내부의 불균일성 등으로부터 기인된 크랙진전속도 자체의 분포)이 미치는 영향은 그 자체의 확률분포를 초기크랙길이 분포로부터 기인된 수명의 분포에 간단히 가미함으로써 평가할 수 있음도 나타냈다. 第2報에서는⁽²⁾ 材料의

不確定性, 다시말해서, 크랙진전속도가 재료의 두께에 따라 분포에 차이를 나타냄과 동시에 두께와 분포와의 관계로부터 두께의 변화에 따른 분포의 변화를 손쉽게 예측할 수 있는 實用的 방법을 제시했다.

크랙진전속도의 분포는 조건에 관계없이 항상 일정한 것이 아니라 두께에 따라서, 혹은 재료에 따라서 달라지기 때문에 경우에 따라서는 確定値로서의 취급이 가능할 것이며, 될 수 있는 한 確定値로서 취급하는 것이 수명예측에 있어서 편리할 것으로 생각된다. 그렇다면, 분포의 크기가 어느 정도 일때 確定値로서의 취급이 가능할 것인가가 문제가 된다. 초기크랙길이의 분포는 크랙진전속도의 분포에 비해 일반적으로 대단히 크다. 따라서, 크랙진전속도의 분포가 조금 크다고 하더라도 초기크랙길이의 분포가 상당히 클 경우에는 크랙진전속도의 분포를 무시할 수 있는 등 상대적인 취급이 필요하

* 정회원, 목포대학교 기계공학과

다. 本 第3報에서는, 第1報에서의 수법을 이용하여 초기크랙길이의 분포를 고려한 材料의 不確定性 평가수법을 제시하고자 한다.

2. 파괴역학적 피로크랙 진전법칙에 있어서의 材料係數의 확률특성

2.1 재료계수 m 을 確定變數로 하는 이유

Fig. 1, Fig. 2는 제2보의 실험결과를 다시 나타낸 것으로서, 시험편 두께가 5mm, 12.5mm 인 Al2024-T3 재를 가지고 각각 20개씩의 반복 피로크랙 진전 실험으로부터 얻어진 것이다.

이 실험결과를 Paris-Erdogan의 다음식⁽³⁾

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (1)$$

(단, a : 크랙길이, N : 사이클수, C, m : 재료계수 ΔK : 응력확대계수)

의 관계로부터 각각의 C, m 값을 구해(da/dN 의 계산은 5점2차다항식 근사를 이용)고 相關을 나타낸 것이 Fig. 3, Fig. 4이다. 橫軸 이 계수 m 이고, 縱軸 이 계수 C 이다. ○표시가 각시험편의 데이터로부터 얻어진 것이고, 직선은 전 데이터를 최소자승법으로 직선근사해서 얻어진 것이다.

그래프로부터 알 수 있는 것처럼 각 데이터가 거의 직선상에 있으므로 $\log C$ 와 m 사이에는 강한 負의 相關이 있다고 볼 수 있으며 다른 문헌들⁽⁴⁻⁵⁾과 같은결과를 나타낸다. C 와 m 사이 相關이 있다고 하는 것은 하나에 의해 다른 하나가 좌우됨을 의미하므로 양방을 확률변수로 할 필요가 없다. 金澤들⁽⁶⁾은 次元解析의 견지에서 m 을 力學的 조건으로부터 결정되는 定數로 보고 C 가 진전속도의 변동을 나타내는 것으로 보는 것이 타당하다고 하고 있다.

또한, 酒井·田中⁽⁴⁾은 m 을 確定치로 하는 편이 실험결과와 잘 일치한다고 보고하고 있다. 本 연구에서도 이들의 견해와 동일한 관점에 서서 계수 m 을 確定치로 하며 계수 C 에 진전속도의 변동을 집약시키기로 한다.

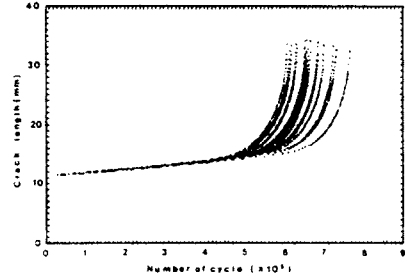


Fig. 2 Relation between crack length and number of cycle (20 specimens of 12.5mm thickness)⁽²⁾

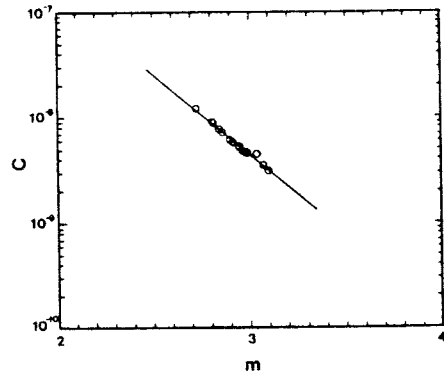


Fig. 3 Relation between C and m (20 specimens of 5mm thickness)

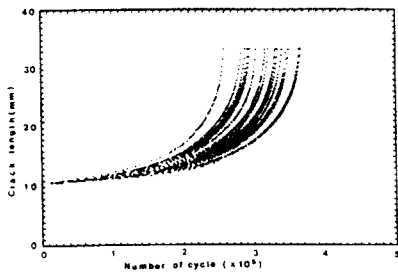


Fig. 1 Relation between crack length and number of cycle (20 specimens of 5mm thickness)⁽²⁾

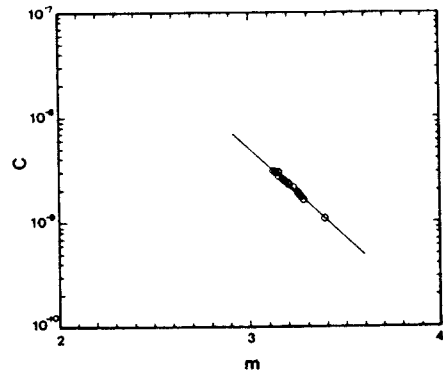


Fig. 4 Relation between C and m (20 specimens of 12.5mm thickness)

2.2 재료계수 C의 확률특성

전술한 바와 같이 log C와 m에는 강한 相關이 있으므로 m을 확정치로 하지만, 제 2보의 Fig. 7, Fig. 8에 나타난 것처럼, Fig. 1, Fig. 2의 a와 N의 관계로부터 각 시험편의 계수 C, m을 구해 보면 둘다 확률분포를 나타내고 있다. 본 논문에서는 변동을 C에 집약시키기 위해 C대신에 m을 확정치로 할때의 계수 C₁을 새롭게 도입하여 C와 m의 확률변동으로부터 C₁의 확률변동을 구하기로 한다.

확정치로 했을 경우의 m을 m₁이라 하면 식(1)은

$$\frac{da}{dN} = C_1 \cdot \Delta K^{m_1} \quad (2)$$

로 되고, 식(1), (2)로부터

$$C_1 \cdot \Delta K^{m_1} = C \cdot \Delta K^m \quad (3)$$

로 되며, 양변에 對數를 취해 정리하면

$$\log C_1 = \log C + (m - m_1) \log \Delta K \quad (4)$$

로 되어 이 식으로부터 log C₁을 구할 수가 있다.

3. 초기크랙 길이분포를 고려한 log C₁의 不確定性 평가

식(2)에서 응력확대계수폭 ΔK는

$$\Delta K = \Delta S \sqrt{\pi x} g(x) \quad (5)$$

로 구할 수 있다. 단, ΔS는 응력진폭, g(x)는 補正係數, x는 無次元化한 크랙길이(중앙크랙의 경우 x=2a/W, 가장자리 크랙의 경우는 x=a/W로서, a, W는 각각, 크랙길이와 판 폭이다)를 나타낸다.

여기서, 수명 N은 식(2)를 직분하므로 해서

$$N = \frac{A}{C_1} G(x) \quad (6)$$

단,

$$G(x) = \int_x^1 (\sqrt{x} \cdot g(x))^{-m_1} dx \quad (7)$$

$$A = \frac{W/2}{(\Delta S \sqrt{\pi} (W/2))^{m_1}} \text{ (중앙크랙)}$$

$$A = \frac{W}{(\Delta S \sqrt{\pi} W)^{m_1}} \text{ (가장자리크랙)} \quad (8)$$

와 같이 구할 수 있다. 여기서, 식(6)의 양변에 對數를 취하면

$$\log N = \log A - \log C_1 + \log G(x) \quad (9)$$

로 되고, 응력조건을 일정응력상태로 한정하면 log A는 확정치이며 C와 G(x)가 獨立이기 때문에 수명의 對數標準偏差는

$$\sigma(\log N) = \sqrt{\sigma^2(\log C_1) + \sigma^2(\log G(x))} \quad (10)$$

와 같이 구할 수 있다. 수명의 변동에 대한 log C₁ 변동의 기여를

$$r = \frac{\sigma(\log C_1)}{\sigma(\log N)} = \frac{\sigma(\log C_1)}{\sqrt{\sigma^2(\log C_1) + \sigma^2(\log G(x))}} \quad (11)$$

로 하면 이 r(이를 不確定性 限界指數라 명한다.)을 가지고 材料의 不確定性 평가의 기준으로 삼을 수가 있다. σ(log C₁)은 식(4)로부터 구할 수 있으며, σ(log G(x))는 第1報의 C의 변동을 생략했을 경우의 σ(log N)와 같은 값으로서 초기크랙의 σ(log x_i)로부터 구할 수 있다.

Fig. 5는 식(11)을 이용해서 구한 것으로 조건은 재료계수 m=3, 초기크랙길이의 中央值 x_i=0.1인 중앙크랙의 경우로서 橫軸은 초기크랙길이의 對數標準偏差 σ(log x_i)이고 縱軸은 재료계수 C₁의 對數標準偏差 σ(log C₁)이며, 세개의 實線은 不確定性 限界指數 r을 파라메터로 해서 나타낸 것이다. 본 그래프가 갖는 의미는 평가대상 구조물의 σ(log x_i)와 σ(log C₁)의 값을 그래프상에서 찾아서 만나는 점이 실선의 오른쪽에 오게 되면 確定值로서의 취급이 가능한 것이고 왼쪽에 오게 되면 確率變數로서의 취급이 불가피한 것으로 평가하면 된다. 여기서, 不確定性 限界指數는 일률적으로 정할 수 있는 것이 아니라 평가대상에 따라서 달라질 것

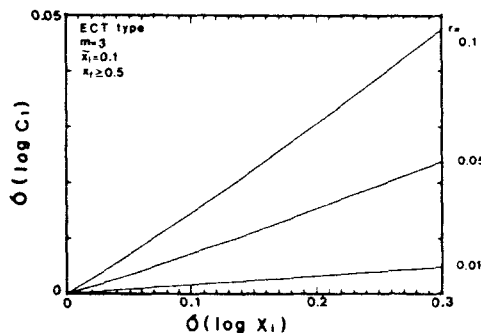


Fig. 5 Diagram for uncertainty evaluation of crack propagation rate

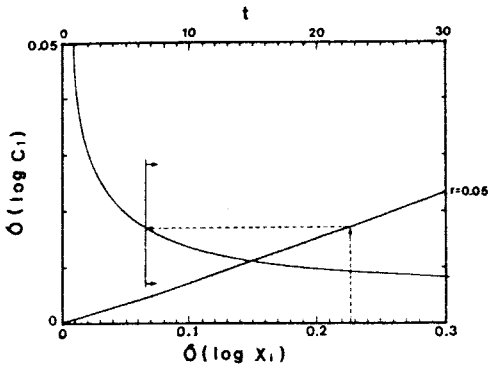


Fig. 6 Example of application of uncertainty evaluation

이다. 예를 들면, 선박 구조물에 비해 더욱 보수적인 안전평가를 해야하는 원자력 구조물의 경우는 不確定性 限界指數를 보다 낮은 값을 택해야 할 것이다.

第2報에서 크랙진전속도의 변동이 항상 일정한 것이 아니라 시험편의 두께가 두꺼울 수록 그 변동이 작아짐을 밝혔다. 그렇다면 어떠한 경우에 있어서는 크랙진전속도의 변동을 무시할 수가 있을 것이다. 즉, 확정치로서의 취급이 가능하다. Fig. 6은 Fig. 5에의 적용의 실례를 나타낸 것으로서 시험편의 두께가 어느 정도일때 확정치로 할 수 있는지를 계산해 본 것이다. 계산조건은 Fig. 5의 경우와 같다. 그래프상에서, 비스듬한 굵은 실선은 不確定性 限界指數를 0.05로 해서 $\sigma(\log x_1)$ 와 $\sigma(\log C_1)$ 와의 관계를 나타낸 것으로 이 선의 우측 아래쪽에서 $\sigma(\log x_1)$ 와 $\sigma(\log C_1)$ 의 데이터가 만나게 되면 크랙진전속도를 확정치로서 취급할 수 있다고 생각하면 된다. 초기크랙의 분포에 관한 정보는 대단히 적다. 본 논문에서는 Pinckert⁽⁷⁾의 논문을 인용하기로 한다. 그는 리머 구멍에 발생된 크랙의 분포를 조사했는데 변동계수가 0.52로서 이것을 對數標準偏差로 환산하면 약0.226으로 이것을 橫軸에서 찾아 윗방향으로 화살표 표시했다. 평가대상의 $\sigma(\log C_1)$ 의 값이 이 화살표와 굵은 실선이 만나는 점(대략0.017) 이하가 되면 크랙진전속도의 분포를 무시할 수가 있게 된다. 또한, 그래프상의 곡선은 제2보의 결과를 이용하여 시험편의 두께와 $\sigma(\log C_1)$ 와의 관계를 나타낸 것으로서 상부 횡축에 두께의 스케일을 나타냈다. 第2報에 의하면 크랙진전속도의 변동계수는 대략 시험편두께의 平方根에

반비례한다. 따라서 시험편두께 5mm材의 $\log C_1$, m 의 변동데이터로부터 식(4)에 의해 $\sigma(\log C_1)$ 을 구한 뒤 다음식을 통하여 곡선을 유도하였다.

$$\sigma(\log C_1) = \alpha / \sqrt{t} \tag{12}$$

로서, t 는 시험편의 두께를 의미하며 α 는 시험편 두께가 1mm일 경우의 $\sigma(\log C_1)$ 로서 이것은 윗식으로부터 5mm의 $\sigma(\log C_1)$ 를 두께 t 의 平方根을 곱해줌으로 해서 구할 수 있다. 본 그래프에서 알 수 있는 것처럼 $\sigma(\log C_1)$ 의 값이 약 0.017 정도 이하가 되는 두께는 약 6.4mm 정도로서 계산대로라면 재료의 두께가 대략 6.4mm 보다 두꺼우면 크랙진전속도의 변동은 무시가 가능하여 확정치로 취급해도 무방하다는 결론에 도달하게 된다. 본 계산의 결과로 얻어진 수치는 일반적인 것이 아니라 상기 그래프의 한 적용례에 불과한 것이다. 왜냐하면, 不確定性 限界指數의 값은 평가 대상에 따라 달라질 수 있으며, 또한, 초기크랙길이의 분포의 크기 여하에 따라 확정치로의 취급이 가능한 $\sigma(\log C_1)$ 의 값이 달라지기 때문이다.

4. 결 론

크랙진전속도의 분포는 조건에 관계없이 항상 일정한 것이 아니라 두께에 따라서, 혹은 재료에 따라서 달라지기 때문에 경우에 따라서는 確定值로서의 취급이 가능하다. 本 第3報에서는 第1報, 第2報의 결과를 이용하여 材料의 不確定性, 다시 말해서, 크랙진전속도의 불확정성 평가에 관한 수법을 제시했으며, 크랙진전속도의 분포가 시험편의 두께에 따라 다름을 나타낸 제2보의 결과를 이용하여 어느 정도의 두께가 되면 그 분포를 무시할 수 있는지를 상기의 수법을 적용하여 나타냈다.

참고문헌

- (1) 윤한용, 1990, "피로크랙 진전수명의 확률특성에 관한 연구(1) — 초기크랙길이 분포의 영향 —", 대한기계학회논문집, 제14권, 제1호, pp. 138~144.
- (2) 윤한용, 1990, "피로크랙 진전수명의 확률특성에 관한 연구(2) — 크랙진전 속도의 분포 —", 대한기계학회논문집, 제14권, 제6호, pp.1561~1567.

- 3) Paris, P.C. and Erdogan, F., 1963, "A critical Analysis of Crack Propagation Laws," Trans. ASME Ser.D. 85, pp.528~534.
- 4) 酒井達雄, 田中道七, 1979, "金屬材料の疲労き裂進展壽命の分布特性に関する統計的一研究", 材料, 第28卷, 第312號, pp.880~886.
- 5) 市川昌弘, 中村武夫, 1985, "疲労き裂傳播則 $da/dN=C(\Delta K)^m$ における m と C の確率特性", 材料, 第33卷, 第312號, pp.8~13.
- (6) 金沢 武, 板垣 浩, 町田, 進, 川本要次, "信頼性工學の概念を導入した欠陥の破壊力學的評價について", 日本造船學會論文集, 第146號, pp. 444~454.
- (7) Pinckert, R.E., 1976, AIAA Aircraft Systems and Technology Meeting, pp. 76~904.