

〈論 文〉

선택적 M/S요소를 이용한 2차원 스트레칭 공정의 탄소성 유한요소해석

양동열* · 정상보** · 송인섭*** · 심현보**** · 이항수*

(1991년 5월 6일 접수)

Elastic-Plastic Finite Element Analysis of 2-D Stretch Forming by Using the Selective M/S-Elements

Dong-Yol Yang, Sang Bo Jung, In-Seob Song, Hyun-Bo Shim and Hang-Soo Lee

Key Words : Elastic-Plastic Finite Element Method(탄소성 유한요소법), Selective-Membrane/Shell Elements(선택적 막막/셸 요소), Plane-Strain(평면-변형), Normal Anisotropy(수직이방성)

Abstract

The study is concerned with two-dimensional elastic-plastic finite element analysis of stretch forming by using the selective-membrane/shell elements. The membrane analysis is frequently used due to the short computational time. However, in the membrane analysis the bending effects can not be considered at all. On the other hand, the shell analysis allows the consideration of bending effects, but involves too much computational time. As a practical compromise between two kinds of analyses, selective-membrane/shell analysis is proposed which combines the shell elements for the local region where the bending effect should be considered and the membrane elements for the rest of the computational region where the bending effect can be safely neglected.

Two-dimensional stretch forming is analyzed by the conventional membrane analysis, by the shell analysis employing the degenerated shell elements and by the proposed selective-membrane/shell analysis. The selective-membrane/shell analysis is shown to be in good agreement with the shell analysis with less than half of the computational time consumed by the full shell analysis.

기 호 설 명

\bar{u} : 절점 변위의 직교좌표(Cartesian coordinate) 성분으로 구성된 열벡터(column vector)
 u_α, u^α : 절점 좌표계(convected coordinate system)에서의 변위 성분

X : 절점(material point)의 위치 열벡터(column vector)
 \bar{X} : 절점의 위치 열벡터(column vector)
 β_1^*, β_2^* : 시간 Δt 동안 수직벡터의 V_1^* 와 V_2^* 에 대한 회전량
 ϵ : Lagrangian 변형률 텐서(strain tensor)
 $e_{\alpha\beta}$: Lagrangian 변형률(strain) $\epsilon_{\alpha\beta}$ 의 선형부분
 H : 막막해석(membrane formulation)에서 좌표와 변위에 대한 형상함수 행렬 : 셸해석(shell formulation)에서 좌표에 대한 형상

* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과
 ** 대우자동차(주)
 *** 과학기술원 생산공학과
 **** 정회원, 산업과학기술연구소

- 함수 행렬
- H : 셀수식화(shell formulation)에서 변위에 대한 형상함수 행렬
- L^{abcd} : 응력 텐서의 Truesdell 율(rate)과 관련된 구성 텐서(constitutive tensor)
- θ^a : 자연 질점좌표계(natural convected coordinates)
- V_k^i, u_k^i : 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 질점 k 의 셀 중간면(hell mid-surface)에 수직인 단위 수직벡터
- τ^{ab} : Kirchhoff 응력의 Contravariant 성분
- A : 어셈블 연산자(Assemblage operator)

1. 서 론

박판 금속성형법(sheet metal forming)은 성형품이 강도에 비해 경량이며 표면 정밀도가 높고 직접 완제품으로 쓸 수 있는 등의 장점이 있어서 자동차 산업, 항공기 산업, 전자부품 산업 등에 널리 적용되고 있다. 1970년대 이후 수치적 방법에 의해 금속성형 공정의 해석이 많이 시도되어 왔으며 이들 중 유한요소법은 다른 방법에 비해 그 적용의 융통성이 좋으며 다양하고 자세한 정보를 제공할 수 있어 가장 널리 사용되고 있다.

선택적 박막/셀(membrane/shell, 이후 M/S로 약함) 해석은 계산시간이 짧다는 박막(membrane) 해석의 장점과 굽힘효과를 볼 수 있다는 셀(shell) 해석의 장점을 갖춘 방법으로 굽힘효과가 나타나는 부분에서는 셀(shell) 요소를 그렇지 않은 부분에서는 박막(membrane) 요소를 사용하여 굽힘효과를 고려하면서 모든 요소를 셀(shell)요소로 사용했을 때보다 계산시간을 줄여 준다. 이 선택적 M/S 해석방법은 1989년 Onate⁽¹²⁾등에 의해 제안되었고 1990년 Qnate와 Saracilar⁽¹³⁾에 의해 2차원 평면-변형(plane-strain) 사각형 박판의 초소성 성형(super-plastic forming)에 적용되었다. Onate 등^(12,13)은 박막(membrane) 요소를 점성 셀(shell) 요소로 변환시켜주는 조건을 에너지율(energy rate)



Fig. 1 GM 1984 Camaro lift window panel

의 비로서 정의하였지만 이들이 제안한 방법의 특성상 계산시간 절감은 전체적으로 그다지 만족할 만한 정도가 못 되었다.

근래에 컴퓨터의 발전속도가 가속화됨에 따라 연산속도가 빠른 컴퓨터들이 나오고는 있으나 아직도 3차원 시뮬레이션(simulation)에서는 계산시간이 너무 길기 때문에 해석할 수 있는 문제들이 제한된다. Fig.1은 GM의 1984년형 자동차 Camaro의 Lift Window를 나타내고 있다. 이 판넬은 스트레칭이 지배적인 단순한 형태의 자동차 판넬이다. 이 판넬을 해석하려고 하면 계산시간이 많이 걸리는 3차원으로 해석할 필요없이 대칭 단면을 2차원으로 해석하는 것이 훨씬 경제적이다. 본 논문에서는 3차원 스트레칭 문제의 2차원화가 가능한 주요 단면에 대해서 박막요소와 적층 셀(degenerated shell) 요소를 혼합하여 사용하는 선택적 M/S 방법을 이용하여 2차원 문제로 해석하였다. M/S변환 조건으로는 변형형상의 기하학적 조건을 고려하였다.

2. 이론 해석

2.1 탄소성 재료에 대한 Updated Lagrangian 수식화

변형 도중 임의의 한 변형단계 동안의 물체의 비정상 변형(non-steady deformation)을 해석하기 위하여 임의의 시간 t_0 에서 $t_0 + \Delta t$ 사이의 변형을 생각한다. Fig. 2에서 질점 좌표계(convected coordinate) θ^1 축과 θ^2 축은 물체의 표면을 따라 결정되고 θ^3 축은 물체 표면에 수직인 방향으로 결정되어

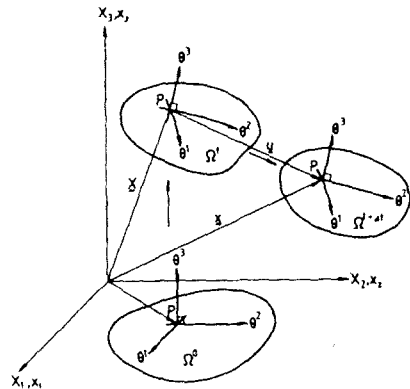


Fig. 2 Convected coordinate system in the deformation process

진다.

구성 방정식이 2nd Piola-Kirchhoff 응력 증분과 Lagrangian 변형률과의 관계식으로 주어졌다면 탄소성 재료에 대한 다음과같은 Updated Lagrangian 수식을 얻을 수 있다^(6,7).

$$\int_{v_0} L^{a\beta\gamma\delta} \epsilon_{a\beta} \delta e_{\gamma\delta} dV + \int_{v_0} \tau^{a\beta} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \frac{\partial \delta u_i}{\partial \theta^\beta} dV = \int_{s_0} s_i^{\alpha} t_i^{\beta} \delta u_i dS - \int_{v_0} \tau^{a\beta} \delta e_{a\beta} dV \quad (1)$$

2.2 막막(membrane) 요소의 유한요소 수식화

X_i 와 x_i 는 각각 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 위치벡터의 직교좌표계 성분이고 u_i 는 Δt 동안의 이동 변위의 직교좌표계 성분이라하자. 요소의 국부 좌표계는 하나의 질점 좌표계이므로 요소의 국부 좌표계 (θ^1, θ^2) 를 그대로 질점 좌표계로 택하여 앞에서 유도된 수식을 그대로 사용하여도 무방하다. 국부 질점 좌표계에서 Lagrangian 변형률의 성분은 다음시으로 주어지고

$$\epsilon_{a\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^a} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \right) \quad (2)$$

형상함수(shape function) \mathbf{H} 를 사용하면 요소내의 위치와 변위는 다음의 행렬식으로 표현된다.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{X}} \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (4)$$

여기서, $\tilde{\mathbf{X}}$ 와 $\tilde{\mathbf{u}}$ 는 각각 절점의 좌표와 변위를 나타낸다. 또 Lagrangian 변형률의 선형부분 성분은 다음식으로 주어지게되고

$$e_{a\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^a} \right) \quad (5)$$

식 (5)를 행렬식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ 2e_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L1} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L2} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L3} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_L \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (6)$$

여기서, \mathbf{B}_{L1} , \mathbf{B}_{L2} 와 \mathbf{B}_{L3} 는 각각 다음과 같이 주어지고 이는 좌표값에 무관하므로 모든요소에 대하여 일정한 값을 가진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{L1} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1} \\ \mathbf{B}_{L2} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \\ \mathbf{B}_{L3} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1} \end{aligned} \quad (7)$$

Lagrangian 변형률의 비선형 부분을 행렬식으로 표현하면

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \theta^1} \\ \frac{\partial u}{\partial \theta^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{NL1} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathbf{B}_{NL2} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{NL} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (8)$$

이다.

여기서,

$$\mathbf{B}_{NL1} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1}, \quad \mathbf{B}_{NL2} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2}$$

방정식 (1)을 유한요소 수식으로 나타내고 선형화시키면 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{K} \cdot \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(i)} = \mathbf{R} - \mathbf{F}^{(i-1)} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \int_{v_0} \mathbf{B}_L^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{B}_L dV + \int_{v_0} \mathbf{B}_{NL}^T \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{B}_{NL} dV \\ \mathbf{F} &= \int_{v_0} \mathbf{B}_L^T \cdot \boldsymbol{\tau} dV \end{aligned}$$

이고 $\mathbf{F}^{(i-1)}$ 은 시간 $t_0 + \Delta t$ 일때 $(i-1)$ 번째 측차(iteration)의 응력 발산(stress divergence) 항이고 \mathbf{R} 은 시간 $t_0 + \Delta t$ 일때 외부로부터 작용한 힘 벡터(vector)이다.

2.3 적층 셸(degenerated shell) 요소의 유한요소 수식화

적층 셸(degenerated shell) 요소는 변위장을 등계수화(isoparametric) 하여 표현할 수 있기 때문에 수식화가 간단하며 두께방향의 재료 특성 변화를 고려하기 위하여 각 요소를 몇 개의 층으로 나눈다. 일반적으로 적층 셸(degenerated shell)은 횡방향(transverse) 수직 응력을 무시한 5개의 응력 성분을 가지지만 본 논문에서는 각 층에서 평면-응력(plane-stress)상태 즉 3개의 응력 성분을 가

지는 것으로 가정하여 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 각 절점의 좌표는 다음과 같다⁽¹⁷⁾.

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^m h_k \mathbf{X}^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k \mathbf{V}_k^* \quad (10)$$

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^m h_k \mathbf{x}^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k \mathbf{v}_k^* \quad (11)$$

여기서, a_k 와 h_k 는 k 번째 절점의 두께와 형상함수이고 m 은 한 요소내의 절점수이다. \mathbf{V}_k^* 와 \mathbf{v}_k^* 는 각각 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 중간층 내의 k 번째 절점의 θ^3 방향 단위 벡터이다.

요소내의 위치와 변위는 형상함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{X}} \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (13)$$

여기서, \mathbf{H} 는 요소내 위치의 형상함수이고 \mathbf{H} 는 요소내 변위의 형상함수이다. $\tilde{\mathbf{X}}$ 와 $\tilde{\mathbf{u}}$ 는 해당 층의 절점 위치와 절점 변위벡터이고 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{\mathbf{X}}^T = \{X_1^1, X_2^1, \dots, X_1^m, X_2^m, X_3^m\}^T \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^T = \{u_1^1, u_2^1, u_3^1, \beta_1^1, \beta_2^1, \dots, u_1^m, u_2^m, u_3^m, \beta_1^m, \beta_2^m\}^T \quad (15)$$

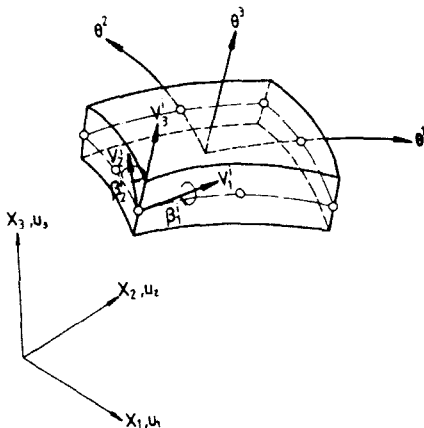


Fig. 3 Nodal degrees of freedom of a degenerated shell element

여기서, β_1^i, β_2^i 는 시간 Δt 동안에 V_1^i 와 V_2^i 에 대한 수직벡터 V_3^i 의 회전량이다(Fig. 3).

자연 절점좌표계(natural convected coordinate)에서 Lagrangian 변형률은 식(2)와 같이 표현된다. 식(6)으로부터 Lagrangian 변형률의 선형 부분인 \mathbf{e} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ 2e_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L1} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L2} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{X}}^T \cdot \mathbf{B}_{L3} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_L \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (16)$$

여기서,

$$\mathbf{B}_{L1} = \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1}$$

$$\mathbf{B}_{L2} = \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_{L3} = \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1}$$

이다. Lagrangian 변형률의 비선형 부분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta^1} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{NL1} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathbf{B}_{NL2} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{NL} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (18)$$

여기서,

$$\mathbf{B}_{NL1} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1}$$

$$\mathbf{B}_{NL2} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \quad (19)$$

이다.

2.4 선택적 M/S요소의 유한요소 수식화

선택적 M/S 요소의 유한요소 수식화에서 난점은 전체 강성행렬(global stiffness matrix)의 구성, 박막요소와 셸요소가 공유하는 절점의 변위 처리와 판별조건의 정의이다.

(1) 선택적 M/S요소를 변환시켜주는 판별조건 박막요소와 셸요소를 변환시켜주는 판별조건을 정의하기 위하여 i -번째 절점에서 다음과 같은 무차원 변수를 도입하였다.

$$\delta = \left(\frac{\bar{I}}{R_i} \right) \left(\frac{t_i}{R_i} \right) \quad (22)$$

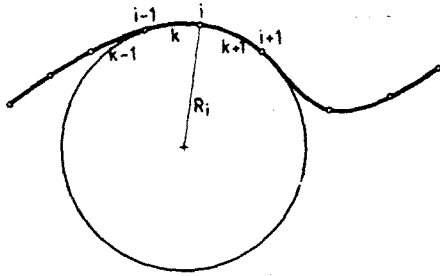


Fig. 4 Criterion for membrane to shell conversion

여기서, R_i 는 Fig. 4에 표시된 바와 같이 인접한 3개의 절점을 지나는 원의 반지름이고 t_i 는 절점 i 의 두께이며 \bar{l} 은 $k, (k+1)$ -번째 요소길이의 효과를 나타내는 상당길이(equivalent length)이다. 물리적으로는, $\frac{t_i}{R_i}$ 는 곡률에 대한 두께효과를 나타내며, $\frac{\bar{l}}{R_i}$ 는 곡률에 대한 해당 절점 전후의 요소길이 효과를 나타내는 보정(correction) 계수이다.

$\delta \geq \epsilon$ 이면 굽힘효과가 커지므로 셸요소로 바꾸어 주고, $\delta < \epsilon$ 이면 굽힘효과를 무시할 수 있으므로 박막요소로 바꾸어 준다. 여기서, ϵ 은 수치적인 실험을 거쳐서 나온 충분히 작은 상수이며, 문제의 특성에 따라 변할 수 있으나 보통 $\epsilon = 10^{-9} \sim 10^{-10}$ 정도이다.

(2) 박막요소와 셸요소가 공유하는 절점의 변위 처리

Fig. 5의 절점 b와 같이 연결되어있는 요소가 셸요소와 박막요소일 경우에 그 절점의 변위는 박막요소에서 보았을 때 $\bar{u}^T = \{u_1^b, u_2^b, u_3^b\}^T$ 이고 셸요소에서 보았을 때 $\bar{u}^T = \{u_1^b, u_2^b, u_3^b, \beta_1^b, \beta_2^b\}^T$ 으로 변위가 서로 일치하지 않게 된다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 불일치를 제거하기 위해서 Fig. 5의 절점 b와 같이 박막요소와 셸요소를 공유하는 절점에서 회전의 연속성(rotation continuity)을 위해서, 회전효과를 제외시켰다. 이것은 프로그램상에서 해당되는 자유도를 영(zero)으로 만드는 것과 같다.

(3) 전체 강성행렬(global stiffness matrix)의 구성

일반적으로 요소의 형태가 섞여있지 않은 경우에는 전체 강성행렬의 구성방법이 잘 알려져 있으나, 본 연구에서와 같이 요소의 형태가 섞여있는

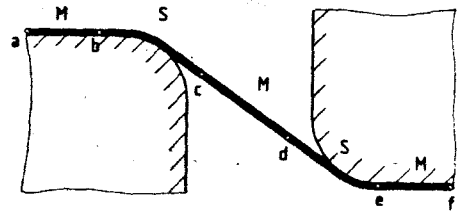


Fig. 5 Selective M/S element scheme

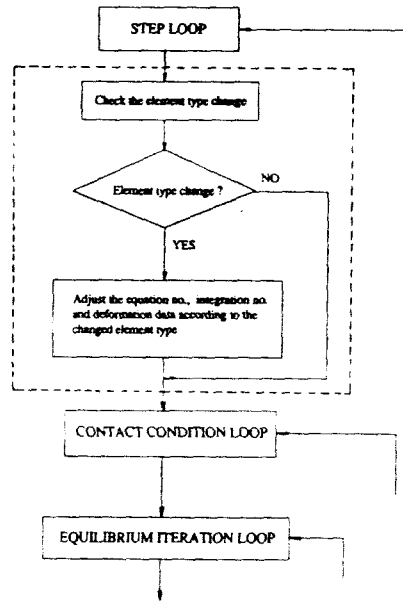


Fig. 6 Flow chart for element type change according to proposed criterion

경우에는 전체 강성행렬의 구성 방법이 프로그램 과정에서 매우 어려운 과정이다.

유한요소법에서 관련되는 전체방정식의 수(global equation number), 전체적분점의 수(global integration number)와 변형자료(deformation data)는 제안된 판별조건에 따라서 Fig. 6의 흐름도(flow chart)에 나타낸 것과 같이 매 스텝(step) 변하게 된다.

본 연구의 수식화 과정에서 박막요소의 요소 강성행렬(element stiffness matrix), $k_i^{(e)}$, 과 셸요소의 요소 강성행렬, $k_s^{(e)}$ 은 각각 (12×12) 와 (20×20) 으로 다르게 나타난다. 이와 같이 서로 다른 요소 강성행렬을 합하여(assemble) 전체 강성행렬을 다음과 같이 구한다.

$$K = \sum_{e=1}^{nel} \mathbf{A} (k^{(e)}) = \sum_{e=1}^{nelm} \mathbf{A} (k^{(e)}) + \sum_{e=1}^{nels} \mathbf{A} (k^{(e)}) \quad (23)$$

여기서, nel은 전체 요소의 수이고, nelm은 전체 요소 중에서 박막요소의 수이고, nels는 전체 요소 중에서 셸요소의 수이다. (nel=nelm+nels) 전체 강성행렬을 구성한후 셸요소와 박막요소를 공유하는 절점의 변위는 앞에서 설명한 바와 같이 해당되는 절점의 회전 자유도(degree of freedom)를 콘덴세이션(static condensation)시켜준다.

3. 실험

3.1 재료 시험

박판 금속의 응력-변형을 관계를 구하기 위한 시험법으로는 단축 인장 시험, 압축 시험, 정수압 별장 시험법 등이 있으며, 이방성 계수를 구하기 위하여 인장 시험이 필요하게 된다. 압연 방향에 대하여 0°, 45°, 90° 방향의 단축 인장 시험으로부터 이방성 계수와 응력-변형을 관계를 구하였다. 본 연구에서는 수직이방성(normal anisotropy)을 고려하므로 하나의 이방성 계수값(R)만을 필요로 한다. 실제 구한 R값은 방향에 따라 다르기 때문에 평균값을 계산하여 사용한다. 압연 방향에 대해서 0°, 45°, 90도 방향의 인장시험편을 ASTM 규격에 따라 취하였다.

실험에 사용된 소재는 냉간 압연 강판으로 인장 시험에 의해 얻어진 재료상수들을 계산에 사용하였다.

3.2 평면-변형 스트레칭 실험

X방향으로 평면-변형(plane-strain) 조건을 만족시켜 주기 위해 Fig. 7에 나타난 Y방향 길이를 X방향 길이보다 길게하였고 Y방향 변형을 방지하고 스트레칭 성형을 위해 직사각형 다이 개구부의 네변에 비이드(bead)를 설치했다. 성형후 박판의 변형률을 측정하기 위해서 성형전에 시편의 표면에 전기-화학에칭(electro-chemical etching)에 의해 10×2mm의 격자(grid)들을 구성하였다.

성형 순서는 하형 다이위에 먼저 시편을 놓은후 상형다이를 이동시켜 시편이 비이드에 의해 단단히 고정된후 펀치를 이동시켜 성형을 하게된다. 펀치를 12mm 이동시켰을때의 Fig. 7에서 X축과 평행한 3개의 격자열은 변형후 중간 격자열을 제외하고는 Y축방향으로 변형이 있어 평면-변형(plane-

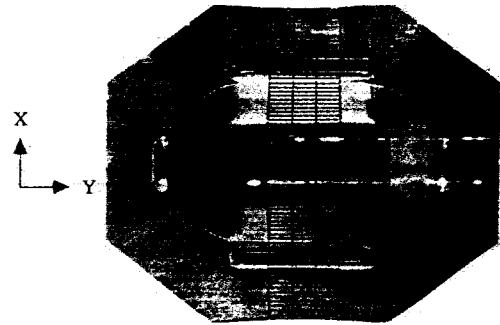


Fig. 7 Deformed pattern when punch stroke is 12mm

strain) 조건을 만족시키지 못했기 때문에 중간 격자열에서 optical projector를 사용하여 데이터를 측정하였다. 시편이 비이드에 의해 성형되었을 때 비이드 주위에서 변형이 일어나기 때문에 변형률의 측정은 초기 시편을 기준으로 삼지 않고 비이드에 의해 성형되었을때의 격자 길이와 펀치 변위가 12mm일때의 격자 길이의 비로부터 구하였다.

4. 계산 결과 및 토론

4.1 평면-변형 스트레칭 유한요소해석

선택적 M/S 요소를 이용한 방법의 타당성을 검토하기 위하여 박막(membrane), 셸(shell), 선택적 M/S 요소를 각각 사용하여 2차원 스트레칭을 해석 비교하였다. Fig. 8은 해석한 스트레칭 공정도와 초기 격자계(Umesh system)를 나타내며 펀치와 다이의 곡률(radius) 부위에서는 격자(mesh)를 조밀하게 배열하여 급효과를 충분히 나타낼 수 있도록 하였고 4절점 사각형요소 19개를 해석에 사

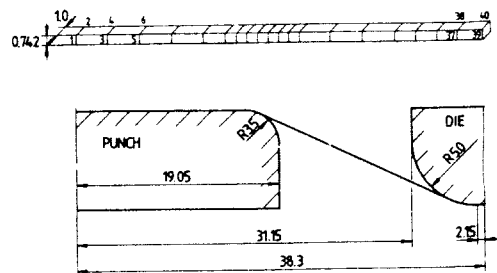


Fig. 8 Geometry of the tooling and finite element mesh system

용하였다.

해석에 사용된 재료 상수와 공정 변수들은 다음과 같다.

- 재질 : 냉간 압연강판
- 탄성계수(E) : 94521 MPa
- 프와송비(ν) : 0.24
- 응력-변형률 곡선 : $\bar{\sigma} = 595.15\bar{\epsilon}^{0.16}$ Mpa
- 마찰계수(μ) : 0.25
- 이방성 계수(R) : 1.66
- 박판두께(t_0) : 0.742mm
- 펀치반경 : 19.05mm
- 펀치 구석반경 : 3.5mm
- 다이 구석반경 : 5.0mm

(1) 박막(membrane) 해석

해석에서는 펀치를 Z방향으로 0.5mm씩 12mm를 이동시켰으며 초기 감속계수를 0.3으로 하였을 때 각 변형단계마다 6~7번의 축차(iteration)를 거쳐 해가 수렴하였다. 계산시간은 SUN-3/110 워크스테이션(workstation)에서 6분 41초가 소요되었다.

Fig. 9는 펀치를 12mm 이동시켰을 때의 변형률 분포를 나타내고 있다. 변형률 분포는 극부적인 대변형 없이 나타나고 있으나 실제적으로는 펀치와 다이의 곡률(radius)부위에서 곡률반경이 작기 때문에 그 부분에서 큰 변형이 예상된다.

(2) 셸(shell) 해석

해석에서는 펀치를 Z방향으로 0.5mm씩 12mm를 이동시켰으며 초기 감속계수를 0.3으로 하였을 때 각 변형단계마다 6~7번의 축차(iteration)를 거쳐 해가 수렴하였다. 계산시간은 SUN-3/110 워크스테이션(workstation)에서 34분 21초가 소요되었다.

Fig. 9는 펀치를 12mm 이동시켰을 때의 변형률 분포를 박막(membrane) 해석과 비교한 것인데 펀치와 다이의 곡률부위에서 셸(shell) 해석이 실험 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 13은 계산시간을 비교한 것인데 셸(shell) 해석은 박막 해석보다 약5배 이상의 계산시간이 소요됨을 알 수 있다. 위의 결과로부터 박막해석은 계산시간이 짧으나 굽힘효과를 고려 할 수 없다는 것과 셸해석은 굽힘효과를 고려 할 수 있지만 계산시간이 길다는 사실을 알 수 있다. 이 두가지 해석 방법의 장점을 취하여 굽힘 효과를 고려하면서 계산시간을 줄이는 방법이 선택적 M/S 요소를 개발하게된 동기

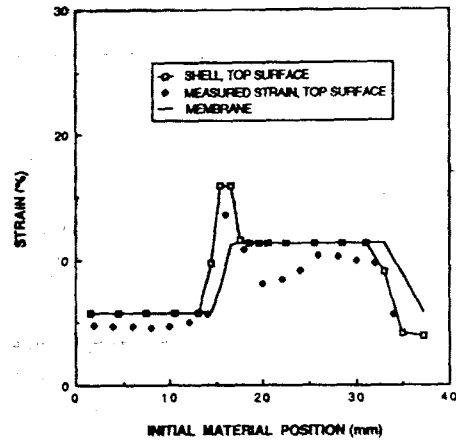


Fig. 9 Comparison of strain distribution between shell analysis and membrane analysis

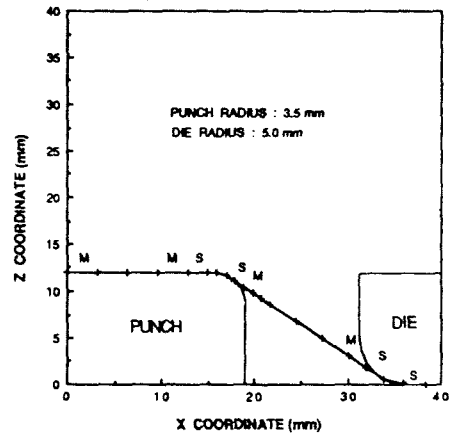


Fig. 10 Distribution of element type by the selective M/S analysis

이다.

(3) 선택적 M/S 해석

해석에서는 펀치를 Z방향으로 0.5mm씩 12mm를 이동시켰으며 초기 감속계수를 0.3으로 하였을 때 각 변형단계마다 6~7번의 축차(iteration)를 거쳐 해가 수렴하였다. 계산시간은 SUN-3/110 워크스테이션(workstation)에서 16분 25초가 소요되었다.

Fig. 10은 펀치를 12mm 이동시켰을 때 박판의 변형된 형상과 제안된 판별조건[식(22)]에 따라서 요소의 형태(type)가 결정된 것을 보여준다. 초기에는 모두 박막요소였으나 12mm 펀치 행정에서는 펀치와 다이의 곡률 부위에 걸쳐있는 8개의 요

소들이 셸(shell) 요소로 변환되었고 나머지 11개의 요소들은 막막(membrane)요소로 남아있다. 이것으로 보아 본 연구에서 제안한 판별조건이 변형형상의 기하학적 조건을 잘 나타낼을 알 수 있다.

Fig. 11은 변형률 분포를 막막해석, 실험, 그리고 선택적 M/S해석과 비교한 것인데 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 실험에서 펀치 극물부위의 변형률이 급격히 감소하는것은 성형 초기에 펀치 곡물 부위에서만 변형이 일어나 이 부분에 가공경화(work hardening)가 생겨 다른 부분에 비하여 항복응력이 증가 하였기 때문이다. 즉 초기변형 이후로는 변형이 전 영역에서 일정하게 일어나 편

차 곡물부위에서의 변형률이 상대적으로 작게 나타나기 때문이다.

Fig. 12는 선택적 M/S 해석에 의한 변형률분포를 셸(shell)해석과 비교한 것인데 거의 일치하고 있다.

Fig. 13은 본 연구에서 제안한 선택적 M/S 변환 판별조건에서 ϵ 값의 변화에 따른 해의 정확도를 나타낸 그림이다. ϵ 값을 10^{-15} , 10^{-10} , 10^{-5} , 10^{-2} , 10^{-1} 로 변화시키면서 계산한 결과인데 $\epsilon=10^{-1}$ 경우에는 모든 요소가 막막요소로 변환 되었고, $\epsilon=10^{-2}$ 인 경우에는 셸요소의 개수가 6개로 줄어들었으나 해의 정확도는 펀치나 다이의 코너부분에서

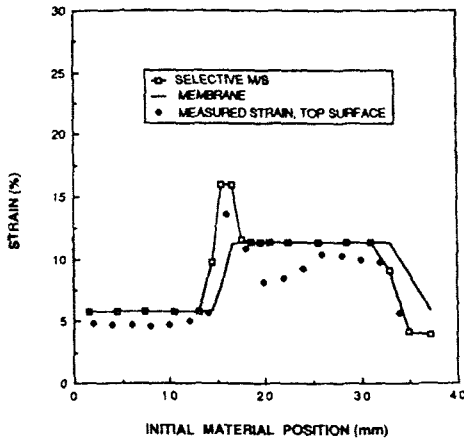


Fig. 11 Comparison of strain distribution between selective M/S analysis and membrane analysis

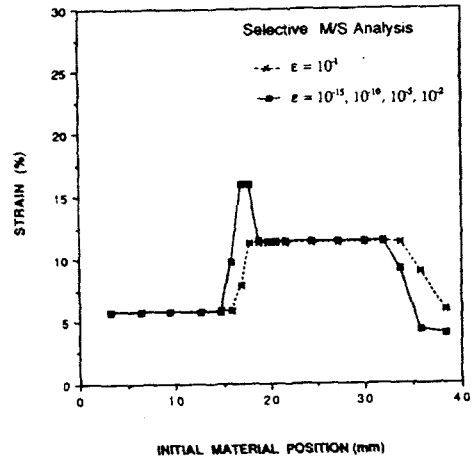


Fig. 13 Strain distribution of selective M/S analysis according to the ϵ -value

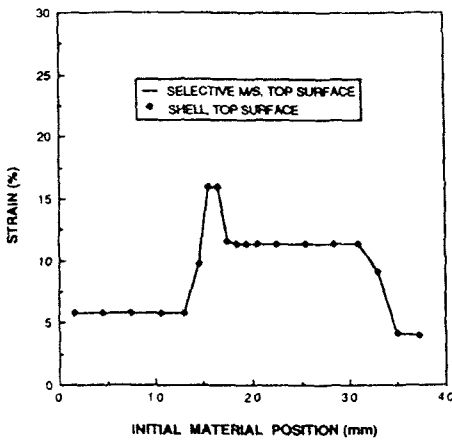


Fig. 12 Comparison of strain distribution between selective M/S analysis and shell analysis

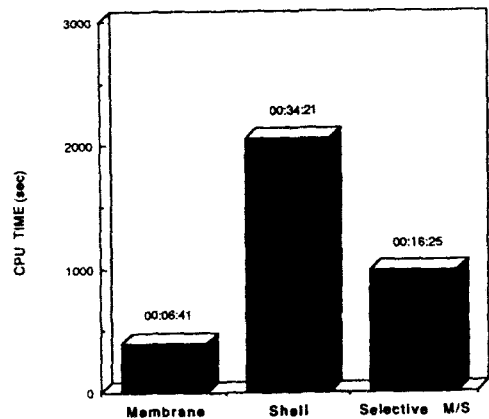


Fig. 14 Comparison of computation time by the membrane, shell and selective M/S analysis

셀요소가 남아있어 두께효과가 잘 나타남을 알 수 있다. 변형을 분포는 $\epsilon=10^{-1}$ 인 경우를 제외하고 네 경우에 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig. 14는 3가지 해석 방법에 따른 계산시간을 비교한 것인데 선택적 M/S 해석은 셀해석의 장점인 굽힘효과를 고려하면서 계산시간은 셀 해석의 약 48%만이 소요되었다. 실험과 비교할 수 있는 변수중의 하나인 편치하중을 비교하지 못한 이유는 해석에서 사용한 이상적인 평면-변형조건을 실험에서 수행하기 어려웠기 때문이다.

5. 결론

평면-변형 스트레칭 공정을 박막요소, 셀요소, 선택적 M/S요소를 각각 사용하여 해석하였으며 실험을 통하여 이론의 타당성을 검증하였고 굽힘효과가 나타나는 스트레칭 공정에서는 계산시간 측면에서 선택적 M/S요소가 셀요소 보다 훨씬 효과적임을 알았다. 이러한 결과들로부터 아래와 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 박막요소, 셀요소, 선택적 M/S요소를 각각 사용하여 박판금속의 평면 변형 스트레칭 공정을 탄소성 유한요소법으로 해석하여 선택적 M/S요소를 이용한 해석 방법의 타당성을 보였다.

(2) 박막요소와 셀요소를 선택적으로 사용할 수 있는 판별 조건을 제안하였고, 선택적 M/S요소를 개발하였으며 실험을 통하여 타당성을 입증하였다.

(3) 선택적 M/S요소는 셀요소보다는 계산시간을 훨씬 적게 사용 하면서 굽힘효과도 나타낼 수 있었으며 계산 정확도 면에서 셀해석과 거의 같은 효과를 얻었다.

근래에 컴퓨터가 급속히 발달함에 따라 시뮬레이션(simulation)에서의 계산 시간이 중요하지 않은 것처럼 여겨지지만 시뮬레이션 해석이 점차 복잡하고 계산시간이 많이 걸리는 3차원 문제 해결에 주안점을 두고 있기 때문에 이 선택적 M/S요소는 3차원 문제 연결에는 필수적이라고 생각된다.

참고문헌

(1) Wang, N.M. and Budiansky, B., 1978, "Analysis of Sheet Metal Stamping by a Finite Element Method," J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol.45, pp.73~82.

(2) Arlinghaus, F.J., Frey, W.H. and Stoughton, T. B., 1985, "Finite Element Modeling of a Stretch-Formed Part," Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process, Edited by Wang, N.M. & Tang, S.C., ASME, pp.51~64.

(3) Stoughton, T.N., 1985, "Finite Element Modeling of 1008 AK Sheet Steel Stretched over a Rectangular Punch with Bending Effects," Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process, Edited by Wang, N.M. & Tang, S.C., ASME, pp.143~160.

(4) Nakamachi, E.N., 1986, "Finite Element Modeling of the Punch Press Forming of Thin Elastic-Plastic Plates," Proc. NUMIFORM'86, pp.333~339.

(5) Takezano, S., Nakamachi E. and Yamaguchi, T., 1980, "Elasto/Viscoplastic Analysis of Thin Circular Plates under Large Strains and Large Deformations," J. of Appl. Mech., Trans. ASME, Vol.47, p.741~747.

(6) Shim, H.B., Chung, W.J. and Yang, D.Y., 1990, "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes(I) : Finite Element Formulation and Analysis of Hydrostatic Bulging," KSME, Vol. 14, No.4, pp.810~817.

(7) Shim, H.B., Chung, W.J. and Yang, D.Y., 1990, "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes(II) : Analysis of Metal Forming Processes with Contact Condition," KSME, Vol.14, No.5, pp.1129~1137.

(8) Onate E. and Zienkiewicz. O.C., 1983, "A Viscous Shell Formulation for the Analysis of Thin Sheet Metal Forming," Int.J.Mech.Sci., Vol.25, pp.305~335.

(9) Wang, N.M. and Tang, S.C., 1986, "Analysis of Bending Effects in Sheet Forming Operations," Proc. NUMIFORM'86, pp.71~76.

(10) Wang N.M., Tang, S.C., 1988, "Analysis of Bending Effects in Sheet Forming Operations," Int.J.for Num.Meth.Eng, Vol.25, pp.253~267.

(11) Hambrecht, J., Choudhry, S., Lee J.K. and Wagoner, R.H., 1989, "Numerical Study of Two-Dimensional Sheet Forming Processes Using Bending, Membrane, and Solid Finite Element

- Models," Proc. UNMIFORM'89, pp.451~456.
- (12) Onate, E., de Saracibar, C.A. and Kalin, J.B., 1989, "Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Problems Using a Selective Voided Viscous Shell Membrane Formulation," Proc. NUMIFORM'89, pp. 23~30.
- (13) de Saracibar, C.A. and Onate, E., 1990, "Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Problems Using a Selective Bending/Membrane Formulation," Advanced Technology of Plasticity (Proc. of 3rd ICTP), Vol.3, pp.1409~1416.
- (14) Yang, D.Y., Chung, W.J. and Kim, Y.H., 1989, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming with, Three Dimensional Dies Considering Contact," KSME, Vol.13, No6, pp. 1092~1103.
- (15) Kim, Y.J. 1985, "A Rigid-Plastic Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and Material Anisotropy with Application to Sheet Metal Working," Ph.D. Thesis, KAIST.
- (16) Mattiasson, K., 1985, "Numerical Simulation of Stretching Processes," SIMOP-I, Edited by K. Lange, Proc. of the 1st Int. Workshop, Stuttgart, pp. 170~213.
- (17) Ahmad, S., Irons, B.M. and Zienkiewicz, O.C., 1970, "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements," Int.J.for Num. Meth.Eng., Vol.2, pp.419~451.