

## 〈論 文〉

## 개폐균열을 갖는 회전체에서의 응력확대계수 계산

전오성\* · 이종원\*\* · 업윤용\*\* · 은희준\*

(1991년 1월 11일 접수)

## Calculation of Stress Intensity Factor in a Rotor with a Breathing Crack

O.S. Jun, C.W. Lee, Y.Y. Earmme and H.J. Eun

**Key Words:** Rotor(회전체), Breathing Crack(개폐균열), Direct Stiffness(직강성), Cross-coupled Stiffness(교차강성), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

**Abstract**

Based on the fracture mechanics, the direct and cross-coupled stiffnesses of a simple rotor with a breathing crack are derived. The equations of motion of a cracked rotor are derived and the breathing phenomenon of crack is investigated. In particular, the variations in stress intensity factor in the crack front are calculated based on the gravitational responses of the cracked rotor, as the crack depth and the rotational speed are varied.

## 1. 서 론

회전체의 효율성이 강조되면서 아울러 고속화와 경량화가 요구되기 때문에 회전체의 설계 제작은 과거와는 달리 필요이상의 안전계수를 부여하지 않고 매우 효율적인 형상을 요구하고 있다. 따라서 회전기계의 사고발생시 커다란 손실을 유발할 가능성을 내포하고 있다. 균열이 회전체에서 발견되거나 축이 부러지는 사고가 발생함에 따라 균열을 가진 회전체에 대한 동특성 연구가 1970년대부터 발표되고 있다.

Mayer와 Davies<sup>(1)</sup>, Gasch<sup>(2)</sup>, 그리고 Henry와 Okah-Avae<sup>(3)</sup>는 단순모형을 도입하여 균열회전체의 동력학을 연구하였다. 그리고 Inagaki 등<sup>(4)</sup>은 전달 행렬법(transfer matrix method)을, Nelson과 Nataraj<sup>(5)</sup>는 유한요소법(finite element method)을 사용하여 균열회전체의 동특성을 연구하였다. 불균형 질량이나 축굽힘등과 같은 비정상성은 운동방정

식의 외력항에 고려하여 일반적으로 처리할 수 있으나, 균열을 가진 회전체를 연구하기 위해서는 강성이 축회전에 따라 변화하는 특성을 고려하여 운동방정식을 새로 세워서 다루어야 하는 문제를 앓고 있다. 특히 강성변화에 대한 수학적 모형화에는 한계가 있어 계속 연구의 대상이 되어 오고 있다.

회전속도가 2차 임계속도보다 철씬 낮을 때는 회전체 모형을 단순화할 수 있는데, 단순회전체 모형을 도입함으로써 균열 회전체의 동특성 해석을 매우 간단히 할 수 있다. 단순회전체 모형을 사용한 여러 연구 문헌을 보면, 균열의 열림으로 인한 강성의 감소를 균열과 일치하는 방향에서만 고려한 것이 많고, 균열의 열림과 닫힘이 순간적으로 발생한다고 가정한 모형을 이용하고 있다<sup>(1~4)</sup>. 이에 반하여 Mayer와 Davies<sup>(6)</sup>, 그리고 Schmied와 Kramer<sup>(7)</sup>는 강성의 크기를 균열방향과 중력방향 사이의 각도의 함수로 나타내어 균열의 부분적 열림상태를 간접적으로 보완하였다. Dimarogonas와 Paipetis<sup>(8)</sup>는 파괴역학적인 개념을 도입하여 6자유도에서의 유연성(flexibility)을 고려하고, 축방향 힘과 굽힘 모멘트가 연성된 경우의 진동특성을 연

\* 정회원, 한국표준연구소

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

구하였다. 이들의 모형이 균열의 개폐 현상으로 인한 강성의 변화에 대해 정직으로 표현한 것에 비하여 Jun 등<sup>(9)</sup>은 파괴역학적 개념에서 유도한 강성방정식과 운동방정식을 사용해서 수치적분 방법을 통하여 개폐균열의 모형을 정립하였고, 강성의 변화를 계단함수로 표현한 운동방정식의 결과와 비교하였다. Lee 등<sup>(10)</sup>은 균열의 열림과 닫힘특성을 구분하는 조건식을 유도하고, 실험과 시뮬레이션에 의하여 모형과 조건식의 타당성을 증명하였다.

이 논문에서는 파괴역학적 개념을 도입하여 수평회전체에 존재하는 횡방향 개폐균열의 모형을 설명하고 균열거동을 분석하였으며, 균열의 깊이, 회전속도 및 회전방향에 따른 균열선단에서의 응력확대계수를 계산하고 그 특성을 분석하였다.

## 2. 수학적 모형 및 해석방법

### 2.1 운동방정식

이 연구에서 사용한 회전체 모형은 단순회전체이며 축의 중앙에 축방향에 수직한 균열(transverse crack)이 위치하고 축은 수평으로 놓여 있다. Fig. 1에서  $y-z$ 와  $\xi-\eta$ 좌표계는 각각 관성좌표계와 회전좌표계이며,  $m$ 은 질량이 무시되는 탄성축의 중앙에 위치한 원판(disk)의 질량이다. 이 회전체는 반경 방향에 대해 강성이 무한대인 강체 베어링에 지지되어 있다.  $e$ 는 원판의 기하학적 중심으로부터 질량 중심까지의 편심을,  $\beta$ 는  $\xi$ 축(균열방향)으로부터 축회전 방향으로 질량중심이 위치한 각도를, 그리고  $\Omega$ 는 축 회전속도이다.

균열을 가진 수평회전체가 잘 밸런스된 상태에서

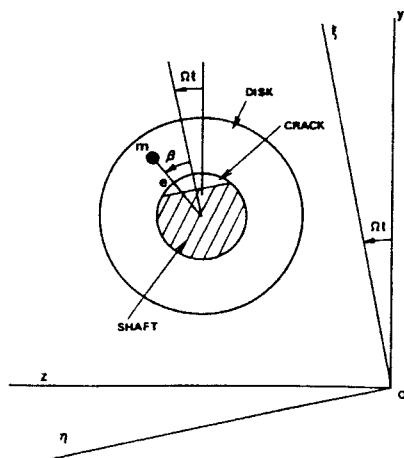


Fig. 1 Coordinates system

회전할 때 중력의 영향을 받아 균열의 열림과 닫힘이 발생하는데, 균열의 부분적 열림을 고려하면  $\xi$ 와  $\eta$ 방향의 직강성(direct stiffness)  $k_\xi$ 과  $k_\eta$ 뿐 아니라 교차강성(cross coupled stiffness)  $k_{\xi\eta}$  ( $k_{\eta\xi}$ )의 존재를 고려할 수 있다<sup>(9)</sup>. 따라서 회전좌표계를 사용하여 운동방정식을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} m[\ddot{\xi} - 2\Omega\dot{\eta} - \Omega^2\xi] \\ + c[\dot{\xi} - \Omega\eta] + k_\xi\xi + k_{\eta\xi}\eta \\ = me\Omega^2\cos\beta - mg\cos\Omega t, \\ m[\ddot{\eta} + 2\Omega\dot{\xi} - \Omega^2\eta] \\ + c[\dot{\eta} + \Omega\xi] + k_{\eta\xi}\xi + k_\eta\eta \\ = me\Omega^2\sin\beta + mg\sin\Omega t. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $c$ 와  $g$ 는 외부감쇠와 중력가속도를 나타낸다. 식(1)의 운동방정식에 표시된 강성은 균열의 열림정도에 따라 변화하는 특성을 지닌다. 즉 회전축이 회전하면서 외력으로 작용하는 중력의 영향을 받아 크랙의 개폐현상이 연속적으로 반복되는데, 균열의 완전닫힘, 부분적 열림 또는 완전열림 등의 상태에 따라 순간순간의 강성이 결정된다. 반면에 크랙의 열림정도는 회전중인 축의 변형상태에 의해 결정되므로, 강성과 축의 변형운동상태는 서로 연계되어(coupled) 시간(회전)에 따라 변화하는 특성을 가진다.

### 2.2 파괴역학적인 강성평가

이제 균열로 인한 강성을 파괴역학 개념을 이용하여 표현하고자 한다. 여기서 서술하는 내용은 참고문헌<sup>(9)</sup>에서 유도한 것과 동일하지만, 개념의 이해를 위해서 다시 정리하여 설명하고자 한다. Fig. 2에서와 같이 회전하는 상태에서, 주어진 순간에 전단력  $Q_\xi$ 와  $Q_\eta$ 가 균열을 포함한 단면상에서  $\xi$ 와  $\eta$ 축 방향으로 작용하여 축의 굽힘이 발생하였다고 할 때 균열로 인한 추가적인 변형량을 파괴역학의 개념을 도입하여 표현할 수 있다.  $Q_\xi$ 와  $Q_\eta$ 가 동시에

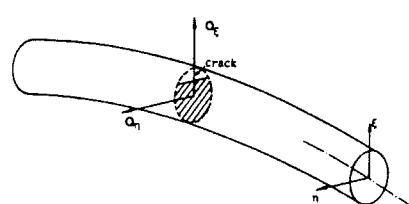


Fig. 2 Forces acting on the cross section containing a crack

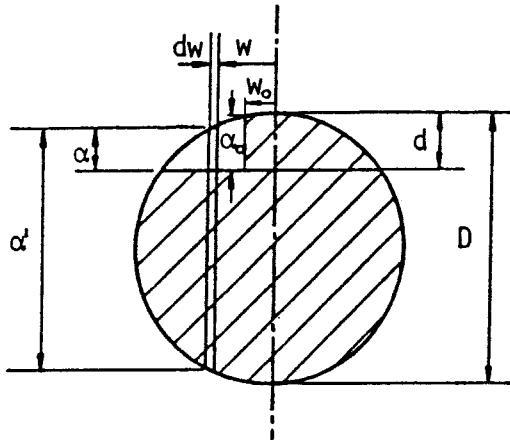


Fig. 3 Cross section containing crack

에 존재할 때 균열선단상의 응력이 동일하지 않으므로, 응력확대 계수는 Fig. 3에 표시된  $w$ 의 함수로 표시된다. 그런데 이 경우의 응력확대 계수는 현재까지 해석해가 존재하지 않으므로 Dimarogonas와 Paipetis<sup>(8)</sup>가 수행한 방법대로 다음과 같이 근사시킨다.

축방향의 길이가 Fig. 3의  $\alpha'$ 보다 훨씬 길면  $w$ 에서의  $Q_\theta$ 로 인한 응력확대계수  $K'_{\theta\theta}$  ( $I$ 는 과괴역학에서의  $I$ 모드)는 단순굽힘 상태하의 균열에 대한 값과 거의 같게 된다. 이때 절단 응력 효과는 무시된다. 따라서 응력확대계수  $K'_{\theta\theta}$ 는 다음과 같이 단순굽힘에 대한 식으로 주어진다<sup>(11)</sup>.

$$K'_{\theta\theta} = \sigma_\theta(w) \cdot \sqrt{\pi\alpha} \cdot F(\alpha/\alpha') \quad (2)$$

여기서

$$\sigma_\theta(w) = \frac{Q_\theta L}{4} \cdot \frac{\alpha'}{2} / (\frac{\pi}{64} D^4),$$

$$F(\alpha/\alpha') =$$

$$\sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2\alpha'}} \cdot \frac{0.923 + 0.199(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2\alpha'})^4}{\cos \frac{\pi\alpha}{2\alpha'}}$$

$$\alpha' = \sqrt{D^2 - (2w)^2}.$$

윗식에서  $L$ 과  $D$ 는 각각 축의 길이와 직경이다.

$w$  위치에 있는 동일 미소 단면적 모형에 대해 힘  $Q_\eta$ 에 의한 응력확대계수  $K'_{\eta\eta}$ 는 같은 방법을 사용하면 다음과 같이 균등인장에 대한 식을 사용할 수 있다.

$$K'_{\eta\eta} = \sigma_\eta(w) \cdot \sqrt{\pi\alpha} \cdot F'(\alpha/\alpha'), \quad (3)$$

여기서

$$\sigma_\eta(w) = \frac{Q_\eta L}{4} \cdot w / (\frac{\pi}{64} D^4),$$

$$F'(\alpha/\alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2\alpha'}}.$$

$$\frac{0.752 \cdot 2.02(\alpha/\alpha') + 0.37(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2\alpha'})^3}{\cos \frac{\pi\alpha}{2\alpha'}}$$

$Q_\theta$ 와  $Q_\eta$ 에 의한 총 응력확대계수  $K'$ 는

$$K' = K'_{\theta\theta} K + K'_{\eta\eta} \quad (4)$$

로 표현된다.

Castigliano의 정리를 사용하면 균열로 인한 추가변형량을  $\xi$ 와  $\eta$ 방향에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(11)</sup>.

$$\Delta_{\text{crack}}^\theta = \frac{2}{E} \int_0^A (K'_{\theta\theta} + K'_{\eta\eta}) \frac{\partial K'_{\theta\theta}}{\partial Q_\theta} dA, \quad (5)$$

$$\Delta_{\text{crack}}^\eta = \frac{2}{E} \int_0^A (K'_{\theta\theta} + K'_{\eta\eta}) \frac{\partial K'_{\eta\eta}}{\partial Q_\eta} dA.$$

균열이 완전히 열린 경우를 가정하면 위의 면적적분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \int_0^A (\ ) dA \\ = \int_{-\sqrt{d(D-d)}}^{\sqrt{d(D-d)}} \int_0^{d-(D/2)-\sqrt{(D/2)^2-w^2}} (\ ) da dw. \end{aligned} \quad (6)$$

균열의 열림과 닫힘 사이를 구분하는 경계, 즉 Fig. 3의  $w=w_0$ 는 축이 회전하는 동안 연속적으로 변화한다. 따라서 부분적으로 균열이 열린 상태에서는, 예를 들어 Fig. 3과 같은 상태에서는, 식(6)의 적분구간  $-\sqrt{d(D-d)}$ 는  $w_0$ 로 대치시킨다.

균열로 인한 추가적인 변형량(5)와 균열존재에 무관한 변형량을 합하면, 힘  $Q_\theta$ 와  $Q_\eta$ 에 의한  $\xi$ 와  $\eta$ 방향의 변형이 아래와 같이 표현된다.

$$\Delta^\theta = Q_\theta g_1 + Q_\eta g_2, \quad (7)$$

$$\Delta^\eta = Q_\theta g_3 + Q_\eta g_4,$$

여기서

$$g_1 = \frac{L^3}{48EI}$$

$$\begin{aligned}
 & + \iint \frac{128L^2\alpha'^2}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha')^2 da dw, \\
 g_2 &= g_3 \\
 & = \iint \frac{256L^2\alpha' w}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha') F'(\alpha/\alpha') da dw, \quad (8) \\
 g_4 &= \frac{L^3}{48EI} \\
 & + \iint \frac{512L^2w^2}{E\pi D^8} \alpha F'(\alpha/\alpha')^2 da dw.
 \end{aligned}$$

이제 식(7)을  $Q_\xi$ 와  $Q_\eta$ 에 대하여 풀고  $\Delta^e$ 와  $\Delta^n$ 를  $\xi$ 와  $\eta$  ( $\xi, \eta$  : 원판 중심의 좌표)로 대치시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Q_\xi &= \frac{g_4 \xi - g_2 \eta}{g_1 g_4 - g_2^2} \\
 Q_\eta &= \frac{-g_2 \xi + g_1 \eta}{g_1 g_4 - g_2^2}
 \end{aligned} \quad (9)$$

한편 힘은 축의 장성으로 인한 복원력과 같으므로 다음과 같은 식을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Q_\xi &= k_\xi \xi + k_{\eta \xi} \eta, \\
 Q_\eta &= k_{\eta \xi} \xi + k_\eta \eta
 \end{aligned} \quad (10)$$

식(9)과 (10)에서  $Q_\xi$ 와  $Q_\eta$ 를 각각 항등시키면 다음과 같이 장성을 표시하는 식을 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned}
 k_\xi &= \frac{g_4}{g_1 g_4 - g_2^2}, \\
 k_{\eta \xi} (k_{\xi \eta}) &= \frac{-g_2}{g_1 g_4 - g_2^2}, \\
 k_\eta &= \frac{g_1}{g_1 g_4 - g_2^2}
 \end{aligned} \quad (11)$$

### 2.3 수치적분방법

앞에서 간략히 서술한 바와 같이, 회전중인 축의 장성과 변형량은 서로 연계되어 있으므로 어느 한쪽이 종속적으로 결정되지 않는다. 이 연구에서는 앞에서 유도한 식들을 이용하여 수치적분법을 통해 해를 구하였다. Fig. 4는 해를 구하기 위한 수치적분 방법을 나타내고 있는데, 회전체의 일회전에 해당하는  $2\pi$ 를 360등분하여 회전각도  $\Omega t$ 를 증가시켜 가며 Runge-Kutta 방법으로 해를 구하였다. Fig. 4에서 각 계산변수 우측상부의 팔호속 숫자는 계산을 한단계씩 증가시켜 가는 순서를 표시하며 360 단계마다 회전체는 동일한 회전각을 갖는 경우에

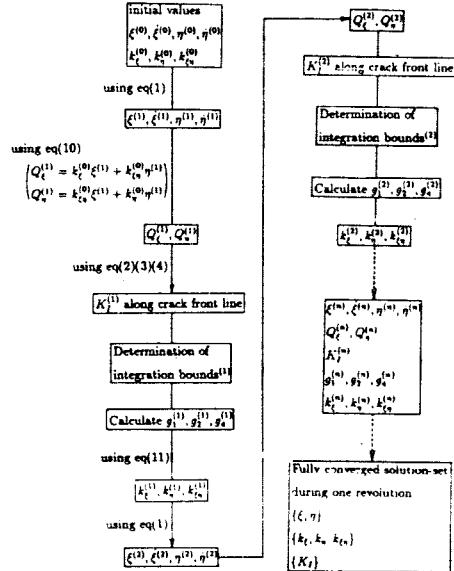


Fig. 4 Calculation procedure

해당된다. 따라서 360단계 간격으로 각 단계의 계산변수의 값을 비교하여 해의 수렴여부를 결정하게 된다. 최종수렴된 해는 최종 360개의 단계에서 구해진 해의 집단(solution set)으로 구성된다.

### 3. 균열의 거동

#### 3.1 균열의 개폐특성과 강성

균열을 가진 수평회전축이 회전할 때 중력의 영향에 의하여 균열의 열림과 닫힘이 반복되는데, 완전닫힘과 완전열림 상태 사이에는 부분적 열림 상태가 존재한다. 이 현상에 대해서는 강성을 평가하는 단계에서 이미 고려하였다. 즉, 균열로 인한 변형을 계산함에 있어 총응력확대계수가 양의 값을 갖는 구간에서만 적분을 하였다.

Fig. 5는 중력의 영향을 받고 있는 균열 회전체에 대한 수치해의 결과이다. 여기서 사용된 모형은 축의 길이와 직경이 700mm와 15mm이고, 원판의 무게는 2.8kg이며  $r$ 는 감쇠계수로  $c/2\omega_0 m$ 이다. ( $\omega_0 = \sqrt{48EI/mL^3}$ ). 균열이 상부를 향해 있는 상태에서 시작하여 축이 회전하면서 수평을 향하게 되면 균열이 열리기 시작하고 직강성  $k_\xi$ 와  $k_\eta$ 가 감소한다. 동시에 교차강성  $k_{\eta \xi}$ 와  $k_{\xi \eta}$ 가 생성하기 시작하여 균열이 완전히 열리면 소멸되어 버린다. 균열의 깊이가 증가하면  $k_\xi$ 와  $k_\eta$ 는 더욱 감소하고  $k_{\eta \xi}$  ( $k_{\xi \eta}$ )의 크기는 증가한다.

그런데 예상외로,  $k_\xi$ 가  $k_\eta$ 보다 큰 값을 갖는 구

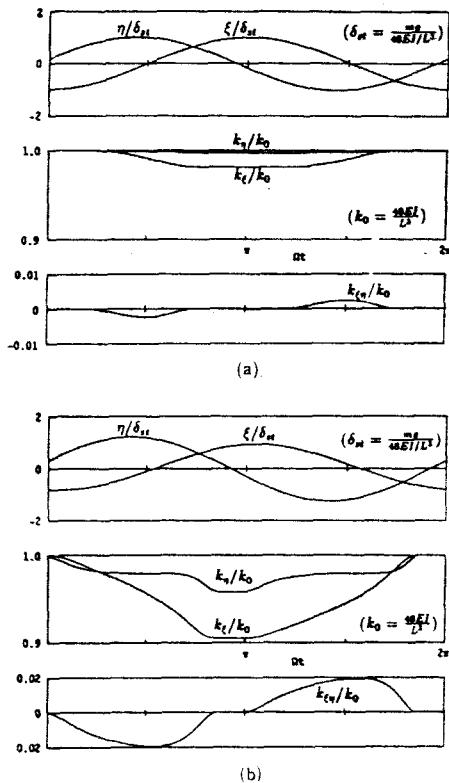


Fig. 5 Gravitational responses and stiffness variations of a damped rotor with a crack at half critical speed ( $\epsilon=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ ) : crack depth ( $d/D$ ) of (a) 0.2, (b) 0.4

간이 발생할 수 있다. 이는 균열이 열리기 시작하는 초기 상태에서 존재할 수 있는데, 열린 균열선단의 길이가  $w_0$ 보다 작을 때, 즉  $D/2-d < w_0$ 에서 발생한다. 이 현상은 균열깊이가  $\sqrt{d(D-d)} > D/2-d$ 를 만족할 만큼 진전되었을 때에만 일어날 수 있는데, 균열깊이가 증가하면서 더욱 오랜기간 이 특성이 유지된다. 그리고 이 현상은 균열이 거의 닫히는 상태에서도 관측된다.

### 3.2 강성 주축

축의 강성으로 인한 복원력을 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} Q_\epsilon \\ Q_\eta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_\epsilon & k_{\epsilon\eta} \\ k_{\eta\epsilon} & k_\eta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}. \quad (12)$$

이때 강성행렬은 대칭행렬이 되며, Fig. 5에서 보는 바와 같이 각 강성값이 회전각에 따라 변화하기 때문에, 역시 회전각에 따라 변화하는 강성주축이

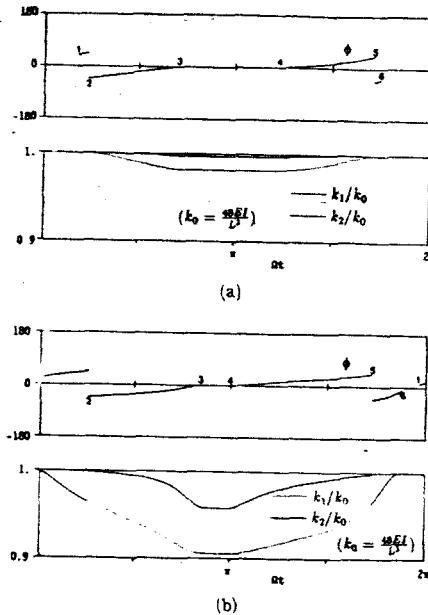


Fig. 6 Inclination angle  $\phi$  of principal stiffness axes

존재한다. 강성주축의 기울기 각을  $\xi-\eta$ 좌표에 대하여 축회전방향으로 나타내면 다음과 같다.

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2k_{\epsilon\eta}}{k_1 - k_2} \quad (13)$$

Fig. 6은 Fig. 5에서 분석한 것과 동일한 모형에서의  $\phi$ 를 보여준다. 균열이 닫혀있는 상태에서는 강성이 모든 방향으로  $48EI/L^3$ 의 값으로 동일하다. 따라서 Fig. 6에서 6-1 구간의 기울기 각  $\phi$ 의 값은 아무런 의미가 없다.  $\sqrt{d(D-d)} > D/2-d$ 를 만족할 만큼 균열이 진전된 경우, 균열이 열리면서  $\phi$ 는 양의 값을 가지며 (그림에서 1위치) ( $D/2-d$ )이  $w_0$ 보다 커질 때(2위치)  $\phi$ 는  $\pi/2$ 만큼 작은 값을 가지면서 갑자기 음의 값을 가진다. 반면에 균열깊이가 작아서  $\sqrt{d(D-d)} < D/2-d$ 의 경우에는 균열이 열리기 시작하는 초기부터 음의 값을 갖게 된다. 그리고 균열이 완전히 열리면(3위치)  $\phi$ 는 0이 된다.

다음과 같이 주축 강성으로 표시하면

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

(그림의 1-2사이에서)  $\phi$ 가 양일 때  $k_1$ 은  $k_2$ 보다 큰 값을 가진다. 따라서, 2위치에서의  $\phi$ 가  $\pi/2$ 만큼

갑작스럽게 변화하는 것처럼 보이지만 실제로는 softer-stiffer axes의 갑작스런 변화를 뜻하는 것이 아님을 알 수 있다. 균열의 달힘 과정에서도 이 현상은 마찬가지이다.

#### 4. 균열선단에서의 응력확대계수

앞에서 검토한 바와 같이, 회전중인 수평회전체 중앙에 있는 균열은 중력에 의해 열림과 닫힘을 반복한다. 잘 밸런스되어 불균형질량이 없는 회전체에 있어서 유일한 외력인 중력은 균열의 개폐를 반복시키면서 동시에 균열을 전전시킨다. 외력으로는 중력외에도 자력, 풍력, 그리고 기어나 벨트와 같은 동력전달기구에 의한 힘 등이 있을 수 있다. 운동방정식(1)에서 중력을  $\frac{1}{2}$ 반직인 힘으로 표현하면 외력에 의한 영향을 검토할 수 있다. 이 연구에서는 불균형질량이 없는 수평회전체에서 중력 영향에 의한 응력확대계수 변화를 계산하고 균열의 거동과 연관시켜 보고자 한다.

식(8)의 적분시 적분구간의 결정을 위해서 균열선단의 각점에서의 응력확대계수를 구했었다. 축이 완전히 1회전 하는 동안 균열선단에서의 응력확대계수를 관찰한다면 균열 선단에서의 응력의 변화를 짐작할 수 있을 것이다. 이를 위해서, 주어진 균열깊이에 대하여 Fig. 7과 같이 균열선단을 8등분하여 각 구간의 중앙위치들에서의 응력확대계수를 관찰하고자 한다.

Fig. 8, 9, 10, 11은  $m=2.8kg$ ,  $L=700mm$ ,  $D=15mm$ ,  $r (=c/2\omega_0 m)=0.02$ 이고 임계속도에 대

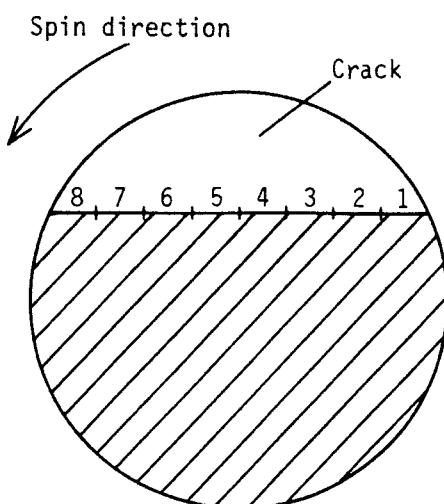


Fig. 7 Crack front line segments

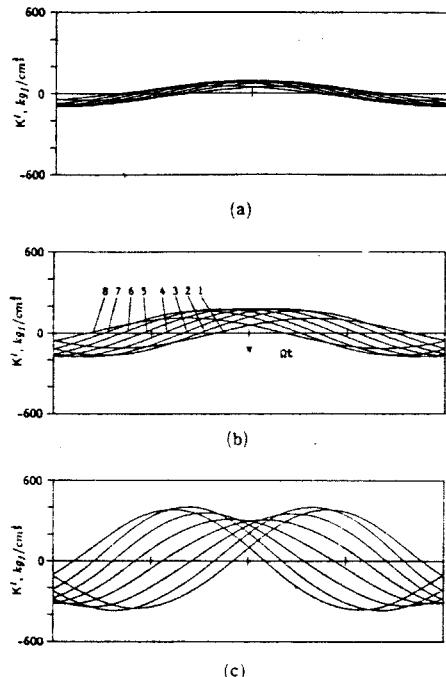


Fig. 8 Variations of total stress intensity factors during a full revolution of shaft ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8kg$ ,  $L=700mm$ ,  $D=15mm$ , 0.3 critical speed) :  $d/D=(a) 0.1$ , (b) 0.3, (c) 0.5

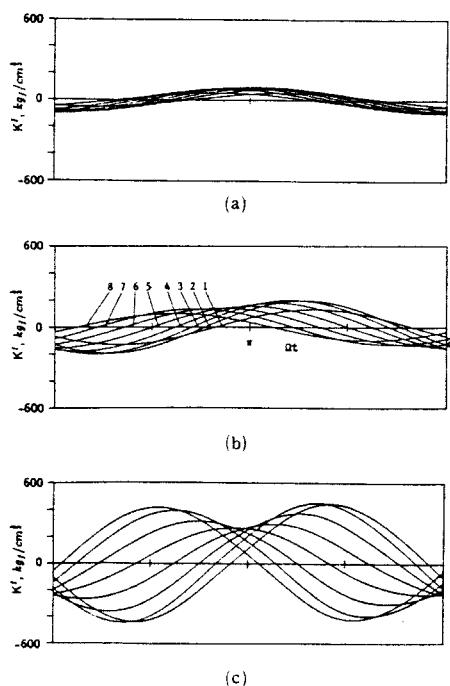


Fig. 9 Variations of total stress intensity factors during a full revolution of shaft ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8kg$ ,  $L=700mm$ ,  $D=15mm$ , 0.5 critical speed) :  $d/D=(a) 0.1$ , (b) 0.3, (c) 0.5

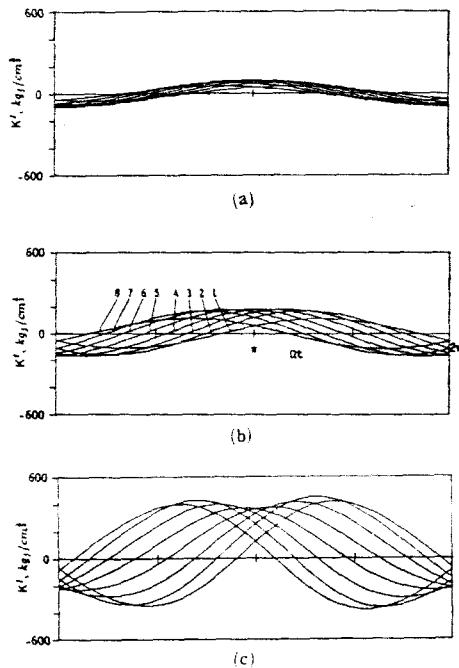


Fig. 10 Variations of total stress intensity factors during a full revolution of shaft ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 0.8 critical speed) :  $d/D =$  (a) 0.1, (b) 0.3, (c) 0.5

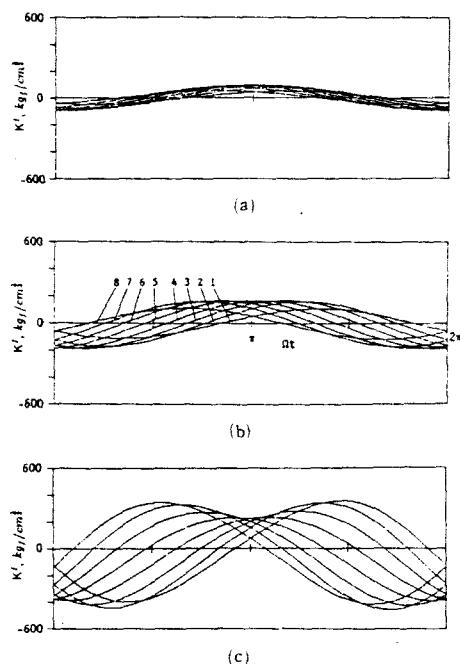


Fig. 11 Variations of total stress intensity factors during a full revolution of shaft ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 1.2 critical speed) :  $d/D =$  (a) 0.1, (b) 0.3, (c) 0.5

한 회전속도에 비가 0.3, 0.5, 0.8, 1.2의 경우에 균열 깊이비( $d/D$ )가 0.1부터 0.5까지 0.2간격으로 변화할 때 응력확대계수  $K'$ 를 보여준다. 균열 깊이가 0.7이상 될 때에는 값이 너무 커서 그림의 비교가 곤란하여 이를 그림에서 생략하였다. 각 그림에서 8개의 곡선은 축이 1회전하는 동안 균열선 단상의 8개의 위치(Fig. 7참조)에서의 응력확대계수 변화를 각각 보여 주고 있다. 축이 회전할 때 균열은 8번 위치에서 먼저 열리기 시작하므로 이 점에서부터 인장응력이 생겨 8번 곡선부터 양의 값을 갖기 시작한다. 응력확대계수가 최대로 되는 위치들이 균열의 깊이 증가와 함께 변화하는 특성도 그림들로부터 알 수 있다. 균열 깊이가 얕은 초기 상태에서는 균열선단상의 중앙부분에 해당하는 위치에서 최대값을 가지다가, 균열깊이가 증가해 가면서 응력확대계수가 최대로 되는 위치가 균열선단의 양 가장자리로 이동해감을 알 수 있다.

Fig. 8, 9, 10, 11에서 보여주고 있는 응력확대계수의 결과로부터, 각 균열깊이에 대해 8개의 위

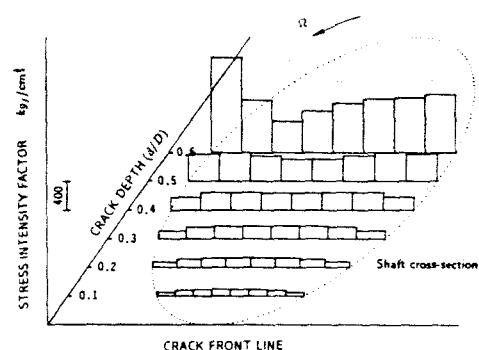


Fig. 12 Maximum total stress intensity factors with crack depth varied ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 0.3 critical speed)

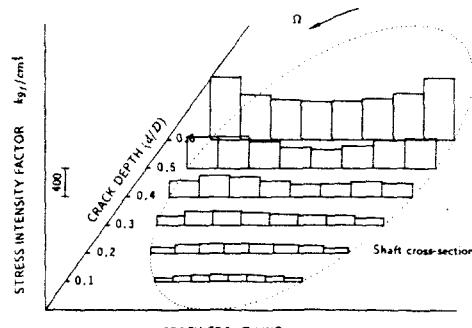


Fig. 13 Maximum total stress intensity factors with crack depth varied ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 0.5 critical speed)

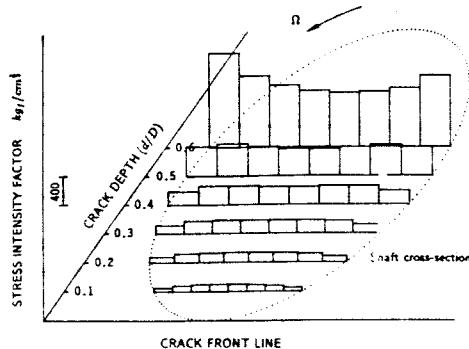


Fig. 14 Maximum total stress intensity factors with crack depth varied ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 0.8 critical speed)

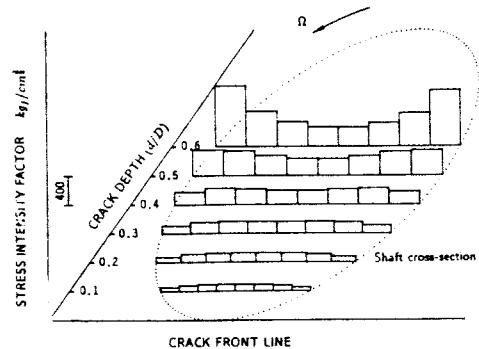


Fig. 15 Maximum total stress intensity factors with crack depth varied ( $e=0$ ,  $r=0.02$ ,  $m=2.8\text{kg}$ ,  $L=700\text{mm}$ ,  $D=15\text{mm}$ , 1.2 critical speed)

치 (Fig. 7 참조)에 해당하는 응력확대계수의 양의 최대값을 균열깊이비( $d/D$ ) 변화에 따라 그리면 Fig. 12, 13, 14, 15와 같다. 이 그림의 결과들은, 균열깊이 증가와 함께 응력확대계수의 최대값은 점차 증가하며 증가하는 비율도 균열이 깊어질수록 커지는 것을 보여준다. Fig. 12에서부터 Fig. 15까지의 결과를 보면, Fig. 13(임계속도의 1/2회전속도)에서의 약간의 예외<sup>(9)</sup>를 제외하고는, 균열깊이비 0.3까지는 균열선단의 중앙부에서 높은 응력확대계수를 나타내며 0.4~0.5 정도에서는 그 기세가 양 선단끝쪽으로 이동하고 그 이상의 균열깊이에서는 선단 양 가장자리 위치에서 최대의 응력확대계수를 나타낸다. 회전축에서의 균열진전에 대한 실험적 연구결과로 참고문헌<sup>(12,13)</sup>에서 찾아볼 수 있는데, 참고문헌<sup>(12)</sup>에서 발췌한 결과를 Fig. 16에 보여

주고 있다. Fig. 16은 균열이 진전중인 4개의 서로 다른 회전체에서 균열진전 실험의 중간 중간에 얻은 beach mark test 결과이다. 이 그림을 보면 균열깊이가 단면의 중심부에 도달할 때까지는 균열선단의 중앙부에서 균열의 진전이 빠르고, 중심부 이상으로 균열이 더욱 진전하면 양끝 부분의 균열진전이 더 빠르다는 사실을 보여준다. 피로균열의 진전특성은 균열의 성장법칙이나 구속조건 등 여러 요소에 의해 결정된다. 그러나 이 연구에서 분석한 응력확대계수의 분포특성은 참고문헌의 실험결과와 매우 유사한 점을 보여주고 있다. 본 연구에서는 균열선단을 직선으로 가정한 경우이지만, 균열이 얇을 때와 균열이 축의 절반이상으로 깊을 때의 응력확대계수의 분포양상이 바뀌는 점은 균열진전 형태를 지배하는 한 원인으로 판단된다.

Crack cross section ( $x_c = 540\text{mm}$ ) Beach marks drawn from experiment				
signature	V01	V02	V04	V05
material	26NiCrMoV 11 5	26NiCrMoV 14 5	26NiCrMoV 11 5	26NiCrMoV 14 5
yield strength(Nmm⁻²)	599	739	669	669
E(Nmm⁻²)	200 000	208 000	200 000	208 000
$S = \sigma_{bw}/\sigma_o^{\max}$	2.2	4.1	3.7	2.6
number of revolution(min⁻¹)	1560	1560	1560	1560

$\sigma_{bw}$ -bending fatigue strength,  $\sigma_o^{\max}$ -maximum of initial bending stress

Fig. 16 Beach mark test result showing the change of crack front lines (from reference (12))

여기서 또한 다른 회전속도와는 달리 임계속도의 1/2회전속도(Fig. 13)인 경우에는 특이한 현상이 있음을 관찰할 수 있다. 다른 회전속도에서는 응력화대계수의 분포양상이 축에 대하여 대체로 대칭적인 크기를 가지고 분포해 있음에 반하여, 임계속도의 1/2 근처에 해당하는 회전속도에서는 대칭성이 깨지는 것을 보여준다. 즉 균열깊이비가 0.2~0.4 정도일 때 2번과 3번 위치에서 응력화대계수가 차별적인 것을 보여준다. 이는 축회전의 반대 방향으로 큰 응력화대계수가 분포하는 것을 의미한다.

Fig. 14와 Fig. 15에서는, 균열 깊이가 작을 때는 대체적으로 같은 크기의 응력화대계수가 균열선단에 분포하지만, 균열이 깊어지면서 임계속도의 0.8 배 회전속도의 응력화대계수가 1.2배 회전속도의 응력화대계수보다 커지는 것을 알 수 있다. 이는 균열이 깊어지면서 임계속도가 낮아지고, 따라서 0.8배 회전속도에서 보다 더 큰 축의 변형이 발생하기 때문이다.

## 5. 결론

균열을 갖는 회전체 모형에 직강성(direct stiffness)뿐만 아니라 교차강성(cross coupled stiffness)를 도입하여 균열의 개폐현상에 대해 설명을 가능케 하였다. 파괴역학적인 개념을 도입하여 강성방정식으로 표현하고, 이와 운동방정식에 대해 수치적분법(Runge-Kutta method)을 사용하여 해를 구하였다.

균열이 열리기 시작하면서 직강성은 감소하면서 교차강성이 생성되고, 균열이 완전히 열리면 일정한 값으로 감소된 직강성만 존재하고 교차강성이 사라지는 것이 설명되었다. 그리고 균열을 가진 회전체에 강성주축이 존재하며 이 강성주축은 축이 회전하면서 계속 변화하며, 주강성값도 변화함을 보였다.

이 연구에서는 균열선단을 직선으로 가정하고 응력화대계수를 계산하였으며, 균열깊이 증가에 따라 균열선단의 응력화대계수값이 증가하며 분포양상은 균열깊이에 따라 다르고 회전속도에 따라서도 다름을 보였다. 아울러 균열깊이 증가에 따른 응력화대계수의 분포양상으로 미루어, 이것이 회전축 균열의 진전양상을 지배하는 한 요인이 될 수 있는 가능성을 보였다.

## 참 고 문 헌

- (1) Mayes, I.W. and Davies, W.G.R., 1976, "The Vibrational Behavior of a Rotating Shaft System Containing a Transverse Crack," *I. Mech. E.*, C168/76.
- (2) Gasch, R. 1976, "Dynamic Behavior of a Simple Rotor," *I. Mech. E.*, C178/76.
- (3) Henry, T.A. and Okah-Avae, B.E., 1976, "Vibrations in Cracked Shafts," *I. Mech. E.*, C162/76.
- (4) Inagaki, T., Kanki, H. and Shiraki, K. 1982, "Transverse Vibrations of a General Cracked-Rotor Bearing System," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp.345~355.
- (5) Nelson, H.D. and Nataraj, C. 1986, "The Dynamics of a Rotor System with a Cracked Shaft," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp.189~196.
- (6) Mayes, I.W. and Davies, W.G.R., 1984, "Analysis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System Containing a Transverse Crack in a Rotor," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106, pp.139~145.
- (7) Schmied, J. and Kramer, E., 1984, "Vibrational Behavior of a Rotor with a Cross-Sectional Crack," *I. Mech. E.*, C279/84.
- (8) Dimarogonas, A.D. and Paipetis, S.A., 1983, *Analytical Methods in Rotor Dynamics*, Applied Science Publishers, London.
- (9) Jun, O.S., Eun, H.J., Earmme, Y.Y. and Lee, C.W. 1992, "Modelling and Vibration Analysis of a Simple Rotor with a Breathing Crack," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 153, No.3 (To appear).
- (10) Lee, C.W., Yun, J.S. and Jun, O.S., "Modeling of a Simple Rotor with a Switching Crack and its Experimental Verification," *ASME Journal of Vibration and Acoustics* (Submitted in revised paper).
- (11) Tada, H., Paris, P.C. and Irwin, G.R., 1973, *The Stress Analysis of Crack Handbook*, Hellertown, Pennsylvania: Del Research Corp.
- (12) Dirr, B.O. and Schmalhorst, B.K., 1988, "Crack Depth Analysis of a Rotating Shaft by Vibration Measurement," *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp.158~164.
- (13) A.S.M. Metals Handbook Vol. 10, *Failure Analysis and Prevention*, p. 102 & p.376.