

(論文)

평면 변형 인발의 극한 해석

김병민* · 최인근** · 최재찬* · 이종수***

(1990년 9월 22일 접수)

Limit Analysis of Plane Strain Drawing

Byung-Min Kim, In-Keun Choi, Jae-Chan Choi and Jong-Soo Lee

Key Words: Limit Analysis(극한 해석), Work-Hardening(가공 경화) Limit Load(한계 하중) Plane Strain Drawing(평면 변형 인발) Least Upper Bound(최소상계해)

Abstract

This study is concerned with limit analysis of plane strain forming problems by finite element method. The workhardening effect is considered in the least upper bound formulation and the finite element program is developed for plane strain drawing. Limit loads and velocity fields are directly obtained under various process conditions and strains, strain rates and grid distortion are determined from optimum velocity components by numerical calculation. Experiments are carried out for strip drawing with aluminum alloy specimens. Computational results in deformation and limit load are in good agreement with the experimental observation.

기 호 설 명

H_0, H_f	: 가공 전, 후의 소재 두께	α	: 다이 반각
k	: 전단 항복 응력 (shear yield stress)	β	: 벌칙 함수값 (penalty function value)
K	: 재료 상수	$\bar{\epsilon}$: 유효 변형률 (effective strain)
$[K]$: 강성 행렬 (stiffness matrix)	$\bar{\epsilon}$: 유효 변형률 속도 (effective strain rate)
L_1, L_2, L_3	: 면적 좌표계 (area coordinate)	$\dot{\epsilon}_{ij}$: 변형률 속도 텐서 (strain rate tensor)
m	: 마찰 상수 (friction factor)	$\bar{\sigma}$: 유효 응력 (effective stress)
n	: 가공경화 지수 (workhardening coefficient)	σ_{ij}	: 응력 텐서 (stress tensor)
n_j	: 외향 단위법선의 방향여현	τ	: 마찰에 의한 전단 응력
N	: 반복 횟수 (number of iteration)	ϕ	: 유동 함수 (stream function)
P_u	: 한계 하중 (limit load)		
R	: 단면적 감소율 (reduction of area)		
S	: 물체의 변형 영역		
U_0, U_f	: 소재의 입구 및 출구 속도		
U_x, U_y	: x 및 y 방향의 속도 성분		

1. 서 론

금속이 소성 유동을 일으킬때 비선형성, 속도의 불연속성 등으로 인하여 수학적으로 정확한 하중을 구하기에는 상당히 어렵다.

따라서 실제 해에 근접한 근사 해를 구하는 해석 방법으로써 초등 해석법, 에너지법, 힘 평형법, 미끄럼선장법, 상·하계법 등이 주로 이용되어 왔다.

그러나 이들 방법들은 주로 성형에 필요한 가공

* 정회원, 부산대학교 공대 기계설계학과
 ** 정회원, 부산대학교 대학원
 *** 정회원, 국방과학연구소

력 산정이 주된 목적이며 복잡한 형상 가공이나 응력 분포, 변형 상태 등을 규명하기에는 미흡하다.

최근에 대형 컴퓨터의 보급 및 수치해석 프로그램의 개발로 이러한 한계성을 극복해주는 수치적 해석 방법들이 많이 연구되었다. 특히 유한 요소법은 적용이 다양하고 기하학적으로 복잡한 변형 기구에 대하여 자세하고 유용한 정보를 제공함으로써, 종래의 근사 해법보다 우수하다는 것이 입증되었다.

그러나 초기에 개발된 탄소성 유한 요소법⁽¹⁻²⁾은 매 단계마다 변형량을 증분함으로써 많은 계산 시간이 요구되었고, C.H. Lee와 S.Kobayahi⁽³⁾ 등에 의해 제안된 강소성 유한 요소법은 매트릭스 법을 이용하여 계산 시간과 수식화 과정을 단축시켰으나, 초기에 가정된 속도장이 해에 충분히 접근하지 않을 경우 해의 수렴성이 보장되지 않는 단점⁽⁴⁾이 있다.

최근에 들어 이러한 단점을 보완하고 복잡한 소성 기구 및 변형 상태를, 최소한의 시간과 경비로 필요한 정보만을 정확하게 얻자는 시도로써 극한 해석 이론을 유한 요소법에 적용하기 시작했다.

극한 해석(limit analysis)이란 변형의 경로를 검토하는 증분 해석과 달리, 재료의 점근적 거동을 연구하여 구조물이나 금속 성형 과정의 극한 상태를 해석하는 것으로써 극한 상태 이전의 변형 단계는 고려하지 않는다.

이러한 극한 해석의 연구는 초기에 소성 구조물의 설계에 주로 적용되었는데, Yang⁽⁵⁾이 변분 원리를 이용하여 극한 해석 문제를 취급하는 수식화를 제시한 이후, Yang과 Young⁽⁶⁾, Huh⁽⁷⁾ 등이 유한 요소법으로 여러 평면 응력 상태의 빔이나 평판 문제에 대하여 극한 해석을 함으로써 한계 하중 및 붕괴 모드를 효율적으로 구하였다. 금속 성형 문제에 대한 적용으로는 Lee⁽⁸⁾가 유동 함수를 이용하여 평면 단조문제에 수치적으로 적용을 시도하였고, Liu⁽⁹⁾가 평면 압출 문제에 대하여 유한 요소법으로 극한 해석을 하였는데 모두 가공 경화성을 무시한 완전 강소성 재료에 국한 되어 가공상의 재료 및 변형 특성 파악에 한계성이 있었다.

따라서 본 논문에서는 Liu의 수식화를 바탕으로 가공 경화성을 고려하여 수식화를 재구성하고, 유한요소 프로그램을 개발하여 평면 변형 인발문제를 극한 해석함으로써, 성형에 필요한 한계 하중 및 최적 속도장을 직접적으로 구하였다. 수렴되어진

최적 속도장으로 각 요소에서의 변형률 속도, 변형률 및 격자 변형등을 수치적으로 계산함으로써 가공에 따른 변형 특성도 파악하였다. 한계 하중은 항공기 구조용 소재인 알루미늄 6061 재료를 이용하여 관재 인발 실험을 행함으로써 얻은 결과치와 비교 검토하였으며, 유동 특성을 관찰하기 위하여 격자 왜곡(grid distortion) 실험을 하여 얻은 변형 패턴과 수치 계산에서 구한 격자변형 패턴을 상호 비교하였다.

2. 이론 해석

2.1 극한 해석

일반적으로 금속 성형에서 소성 유동에 필요한 하중을 구하는 정해(exact solution)는 수학적 모델의 비선형성으로 인하여 잘 알려져 있지 않으므로 근사적으로 하중을 구하는 방법이 연구되어 왔다.

그 방법으로써 실제 하중을 과대 평가하는 상계치(upper bound estimate)와 과소 평가하는 하계치(lower bound estimate)의 두 근사 해법이 개발되었고 이를 극한 해석이라 한다.

그러나 위의 두 근사 해법은 부등식의 관계로 인하여 수학적으로 완전하지 못하므로 극한 해석이 수학적으로 완전하게 되기 위해서는 다음과 같은 이원 이론(duality theorem)에 의해 상계해의 최소치가 하계해의 최대치와 같아야만 한다.^(10,11)

$$\begin{aligned} & \text{Max Min } P(\sigma, U) \\ & \quad \sigma \quad U \\ & = \text{Min Max } P(\sigma, U) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 하중 P 는 응력장 σ 와 속도장의 U 의 함수이고 좌변은 최대 하계해를, 우변은 최소 상계해를 각각 의미한다.

일반적으로 금속 성형 공정의 해석에서 한계해에 접근하기 위해서는 상계해를 최소화시키는 방법이 편리하다.

본 논문에서는 평면 변형 인발문제의 극한 해석을 위하여 다음과 같은 가정을 적용한다.

(1) 인발시 소재는 등방성과 균질성을 가지며 Von-Mises 항복조건을 만족한다.

(2) 재료는 가공 경화성을 고려한 강소성체이며

구성식은 $\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n$ 로 가정한다.

(3) 폭 방향의 변형은 없고 마찰은 일정한 전단 응력으로 가정한다.

2.2 하계 수식화 과정

평면 변형에서 물체력이 없는 경우의 평형 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{i,j} = 0 \quad (2)$$

이원 수식(dual formulation)을 유도하기 위하여 식(2)를 Von-Mises 항복 조건과 정적 경계조건을 만족하는 임의의 응력장에 대하여, 구속조건을 가진 최대 하계해의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} && P \\ &\text{subject to} && \sigma_{i,j} = 0 \\ & && \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \leq 2k^2 \\ & && \text{Static B.C.} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 k 는 강소성 재료에 대한 전단 항복 응력을 나타낸다.

2.3 상계 수식화 과정

비압축성 조건과 속도 경계 조건을 만족하는 가용 속도장 U^* 에 대하여 평형 방정식으로부터 다음과 같은 가상 일(virtual work)의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\iint_S \sigma_{ij} U_i^* dS = 0 \\ &= \iint_S \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dS - \int_l F_i U_i^* dl \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)의 우측 두번째 항을 속도 및 견인력이 규정된 항으로 분리하여 정리하면

$$\begin{aligned} \int_l F_i U_i^* dl &= \int_{l_u} \sigma_{ij} n_j U_i dl_u + \int_{l_f} \sigma_{ij} n_j \Delta U_i^* dl_f \\ &= P \cdot A_f \cdot U_f - \int_{l_f} \tau \Delta U^* dl_f \end{aligned} \quad (5)$$

가 된다. 여기서 l_u 는 속도가 규정된 면으로써 인발의 경우 jaw와 소재의 접촉면을 나타내고, l_f 는 견인력이 규정된 표면으로써 다이와 접촉된 면을

나타낸다. 따라서 식(5)를 식(4)에 대입하면 식(3)은 다음과 같이 표현되며,

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} && P \\ &\text{subject to} && P = \iint_S \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dS \\ & && + \int_{l_f} \tau \Delta U^* dl_f \cdot U_f = 1 \\ & && \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \leq 2k^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Von-Mises 응력 변형률속도 관계식과 항복 조건으로부터 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} &\text{Max. } P \\ &= \text{Max.} \left\{ \iint_S \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dS + \int_{l_f} \tau \Delta U^* dl_f \right\} \\ &\leq k \iint_S \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dS + mk \int_{l_f} |U_s| dl_f \\ &= P^* \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\tau = mk$ 이며, P^* 는 최대 하계해에 대한 상계를 의미한다. 최적의 동적 가용 속도장을 구하기 위하여 위에서 구한 P^* 를 최소화시키면 다음과 같은 최소 상계 수식이 성립된다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } P^* \\ &\text{s.t. } P^* = k \iint_S \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dS \\ & && + mk \int_{l_f} |U_s| dl_f \\ & && U_f \cdot H_f = 1 \\ & && \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} = 0 \\ & && \text{Kinematic B. C.} \end{aligned} \quad (8)$$

가공 경화성을 고려한 재료의 구성 방정식으로

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n \quad (9)$$

을 도입하여 전단 항복 응력 $k = \bar{\sigma}/\sqrt{3}$ 을 식(8)에 대입하면, 한계하중을 구하기 위한 상계수식이 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} P_u &= \frac{P^*}{K} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \iint_S (\bar{\epsilon})^n \sqrt{2(\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + 2\dot{\epsilon}_{xy}^2)} dS \right. \end{aligned}$$

$$+ m \int_{l_f} (\bar{\epsilon})^n |U_s| dl_f \quad (10)$$

여기서 K 는 재료의 상수이다.

이를 평면 변형 문제에 적용시키기 위하여 유동 함수 Φ 를 사용하여 자동으로 비 압축성을 만족시키고, 벌칙함수(penalty function) β 를 도입하여 각 요소 경계면 사이의 속도 불연속을 극복하게함으로써 식(10)은 다음과 같이 표현된다.

$$P_u = \iint_s \frac{(\bar{\epsilon})^n}{\sqrt{3}} \left\{ \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right]^2 + 4 \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\}^{1/2} dS \\ + m \int_{l_f} \frac{(\bar{\epsilon})^n}{\sqrt{3}} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right| dl_f + \beta \int_{l_d} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right]^2 dl_d \quad (11)$$

여기서 l_f 와 l_d 는 각각 마찰과 속도 불연속이 존재하는 선 요소를 나타낸다.

2.4 유한요소 방정식의 정식화

상계 수식(11)을 유한 요소 방정식으로 정식화하기 위하여 사용된 요소형태는 비적합성을 고려하기 위하여 10개의 자유도를 가진 4절점 삼각형 요소⁽¹²⁾를 사용하였으며, 요소 내에서의 Φ 를 형상 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\Phi = \{\Phi_e\}^T \{N\} \quad (12)$$

그리고 식(11)에 나타나는 Φ 의 각 미분항은 다음과 같은 매트릭스 형태로 표현 되어질 수 있다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \{\Phi_e\}^T \{N_1\} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \{\Phi_e\}^T \{N_2\} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \{\Phi_e\}^T \{N_{11}\} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \{\Phi_e\}^T \{N_{22}\} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \{\Phi_e\}^T \{N_{12}\} \quad (13)$$

따라서 평면 변형에서의 극한 해석에 의한 유한 요소 방정식은 식(13)을 식(11)에 대입함으로써 다음과 같이 이차 형태(quadratic form)의 매트릭스 식으로 표현된다.

$$P_u = \sum \int_0^1 \int_0^{1-L_2} \frac{\{\Phi_e\}^T \{K_{e1}\} \{\Phi_e\}}{\sqrt{\{\Phi_e\}^T \{K_{e1}\} \{\Phi_e\}}}$$

$$(\bar{\epsilon}^n / \sqrt{3}) J dL_1 dL_2$$

$$+ \beta \sum \int_{l_d} \{\Phi_{e2}\}^T \{K_{e2}\} \{\Phi_{e2}\} dl_d \quad (14)$$

$$+ m \sum \int_{l_f} \frac{\{\Phi_{e3}\}^T \{K_{e3}\} \{\Phi_{e3}\}}{\left| \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|} (\bar{\epsilon}^n / \sqrt{3}) dl_f$$

여기서 변형 에너지에 관한 강성 매트릭스는

$$[K_{e1}] = [\{N_{11}\} - \{N_{22}\}]^T [\{N_{11}\} - \{N_{22}\}] \\ + 4 \{N_{12}\}^T \{N_{12}\} \quad (15)$$

이 된다.

2.5 상계 범함수의 최소화

각각의 요소에 대하여 이차 형태로 표현된 상계 수식(14)에 단순 반복 기법(simple iteration technique)⁽⁹⁾을 적용하여 전 영역에 대하여 표현하면

$$[P_u]_{N-1} = \{\Phi\}^T [K^*]_{N-1} \{\Phi\}_N \quad (16)$$

로 되고, 최소 상계 하중을 구하기 위해서는 미지수 벡터 Φ 에 대하여 다음과 같은 최소화 식이 성립되어야 한다.

$$\frac{\partial [P_u]_{N-1}}{\partial \{\Phi\}_N} = 0 \quad (17)$$

식(17)로 부터 미지수 벡터 $\{\Phi\}_N$ 을 구한 후, 식(16)에 대입하게 되면 $(N-1)$ 번째 반복에서의 상계 해가 얻어지며 이러한 반복은 다음과 같은 관정식에 의해 수렴 범위 내에 도달할 때까지 계속된다.

$$|[P_u]_{N-1} - [P_u]_N| \leq \eta \quad (18)$$

여기서 η 는 입력시 지정된 수렴 공차를 나타낸다.

또한 유효 변형률 속도를 구하기 위해, 각 요소에서 구해진 변형률 속도 성분으로부터 계산하면

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + 2 \dot{\epsilon}_{xy}^2)} \\ = \left[\frac{1}{3} [K_{e1}] \right]^{1/2} \quad (19)$$

이고, $[K_{e1}]$ 은 식(15)에 나타나 있다.

유효 변형률 $\bar{\epsilon}$ 는 식(19)에서 구한 유효 변형률 속도를 유선을 따라서 시간에 대한 수치 적분을 함으로써 구해질 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \int_{t_0}^t \dot{\epsilon} dt \\ &= \int_{x_0}^x \left[\frac{\dot{\epsilon}}{U_x} \right] dx \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 x_0 는 유효 변형률이 0인 변형 영역 내에서 적분을 위한 유선의 기준점이 되며, 이와 같이 계산된 각 요소의 변형률 값은 다음 반복횟수에서 한 제하중과 속도장을 구하기 위한 계산에 사용된다.

3. 실험

관재 인발 실험을 하기 위하여 사용된 기계는 유압으로 작동되는 만능 인장 시험기(U.T.M: TOYO BALDWIN)로써 행정 거리 600mm, 램의 속도는 0.7~70.0mm/min이고 최대 용량이 30ton이다.

본 실험을 위해 설계 및 제작된 금형은 SKD11 공구강을 가공, 열처리 하였고 다이 형상은 단면 감소율 10, 15, 20, 30%에 대하여 다이 반각 6°, 9°, 12°, 15°가 되도록 하여 제작하였으며 그 실험 장치는 Fig. 1에 나타나 있다.

시편 재료로써는 용체화 처리 후 인공 시효시킨



Fig. 1 Experimental die set-up for strip drawing

알루미늄(Al 6061-T6)을 사용 하였으며, 소재의 크기는 평면 변형이 유지되고 측면 변화를 최소화 하기 위하여 5mm×40mm×300mm로 기계 가공을 한 후 연마 하였다. 재료의 기계적 성질을 알기 위해 동일 재료로 인장 시험을 실시하였고, 구해진 실험 데이터를 커브 피팅하여 다음과 같은 응력-변

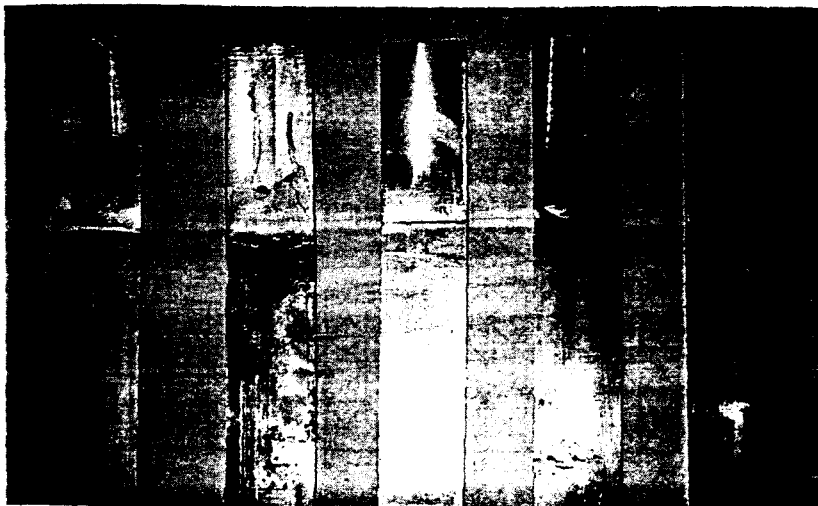


Fig. 2 Drawn products in strip drawing

형률 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 54.1(\bar{\epsilon})^{0.165} \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \quad (21)$$

금형과 소재 사이의 마찰 상수 m 을 결정하기 위해 알루미늄 6061을 시편으로 링 압축시험을 행하였으며, 칼슘 그리스에 MoS₂ 분말을 중량비로 10% 섞은 윤활재를 사용한 결과 m 이 0.10으로 나타났다.

인발 가공 실험은 링 압축 때와 동일하게 윤활 처리된 시편을 다이에 삽입한 후 인발 속도 5mm/min하여 실험하였으며, 인발 하중은 인장 시험기에 부착된 로드셀(load cell)을 이용하여 측정하였다. 또한 소성 유동현상을 실험적으로 구하기 위해 길이 방향으로 분할된 한쪽 시편의 단면에 1mm 간격으로 격자선을 그은다음, 다른 시편과 합쳐 다이에 넣고 인발을 행한 후 유동 패턴을 관찰하였다. Fig. 2는 각 가공 조건에 대하여 판재 인발된 제품을 나타낸다.

4. 결과 및 고찰

평면 변형 문제인 판재 인발 공정을 해석 하기 위해 사용된 요소는 1개의 4각형 요소에 4개의 3각형 요소로 구성되어 있으며 그 격자 계(mesh system) 및 경계 조건은 Fig. 3과 같다.

Fig. 3은 단면 감소율 30%, 다이 반각 9°, 다이 랜드부의 길이 3mm 일때의 유한 요소 모델이며 변형이 심한 다이 경계면 상의 요소를 비교적 조밀하게 구성함으로써 해의 정확성을 꾀하였다.

격자 및 절점 번호등을 자동으로 생성되게 함으로써 유한요소 해석과정의 전 처리과정(pre-

processing)에서 소요되는 시간을 극소화 하였고 최소한의 데이터를 대화식으로 입력함으로써 데이터 입력의 경제성과 효율성을 기하였다.

또한 상계 범함수를 이차 형태로 표현하여 단순 반복 기법으로 최소화시킴으로써 초기 속도장의 정확성에 크게 의존하지 않고 해가 쉽게 수렴되어지며, 따라서 근사적인 초기 속도장은 변형영역에서 체적 일정 조건에 따라 각 절점에서의 x 와 y 의 속도 성분을 계산함으로써, 입력된 단면 감소율 및 다이 반각에 의해 프로그램 내에서 자동으로 지정되어 지게 하였다.

Fig. 4는 단면 감소율 10%의 인발 조건에서 다이 반각 6°, 9°, 12°, 15°에 대하여, 그리고 Fig. 5는 다이 반각 12°에서 단면 감소율 10, 20, 30%로 변화시켰을 때 각각의 이론 및 실험 결과치를 비교한 것으로서, 이론치는 상계 해이기 때문에 실험치 보다는 약간 큰 값을 가지면서 정량적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

또한 실험과 계산에서의 유동 특성을 비교하기 위하여 격자 변형실험 후 시편을 약 7배로 확대 촬영하였고 계산에서 나온 격자변형을 칼컴 플로터(calcomp plotter)로써 자동으로 도시하였는데, Fig. 6에서 보듯이 상호 간에 변형 모양이 거의 유사하게 나타남을 볼 수 있다.

Fig. 7은 각 단면 감소율에 대하여 다이 반각과 인발 하중과의 관계를 도시한 것으로 동일한 단면 감소율에서 다이 반각이 증가함에 따라 인발 하중은 감소하다가 최소값을 가진 후 다시 증가한다. 이때 최소값을 가질 때의 다이 반각은 최적 다이 반각(optimum die angle)이 되며, 단면 감소율이 증가할수록 인발 하중은 커지고 점선과 같이 최적 다이 반각도 서서히 증가함을 알 수 있다.

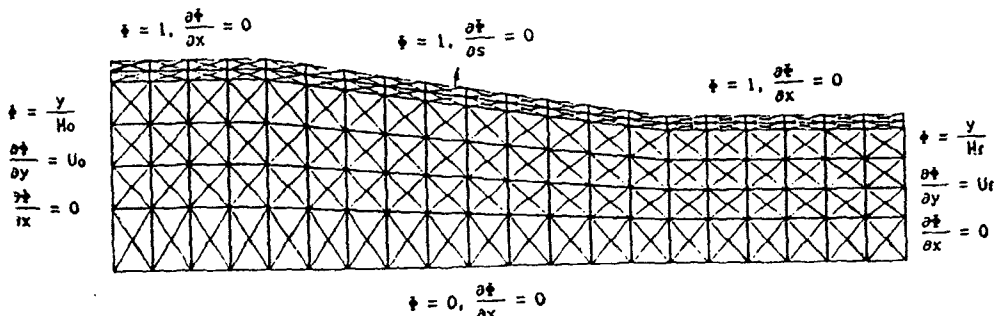


Fig. 3 Mesh system and boundary conditions for strip drawing

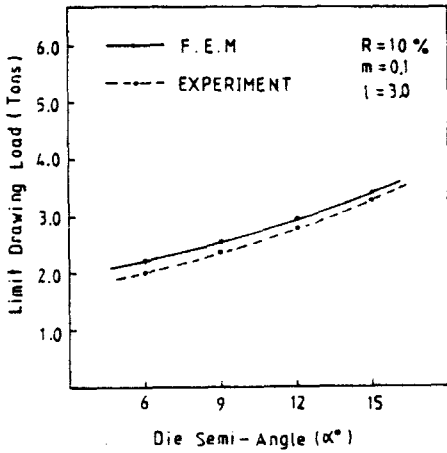


Fig. 4 Comparison of experimental and computed drawing loads for each die semi-angle

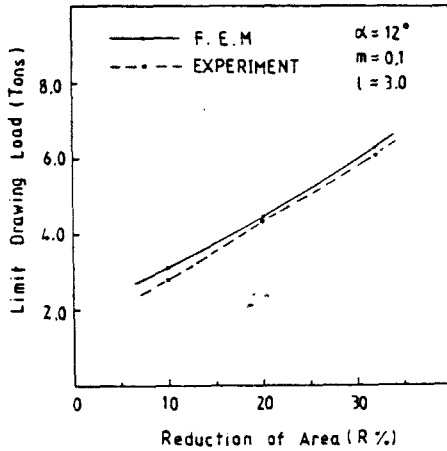


Fig. 5 Comparison of experimental and computed drawing loads for each reduction of area

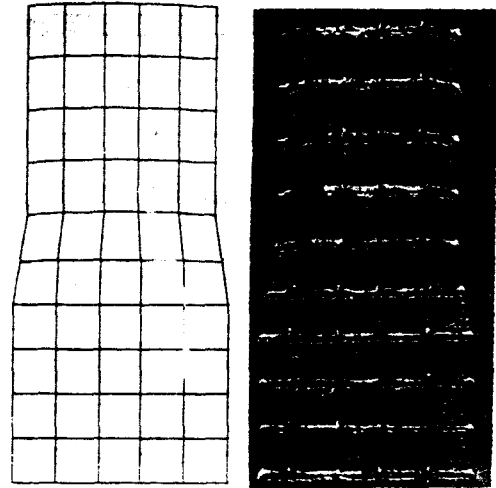


Fig. 6 Comparison of theoretical and experimental flow pattern ($\alpha=9^\circ$, $R=15\%$)

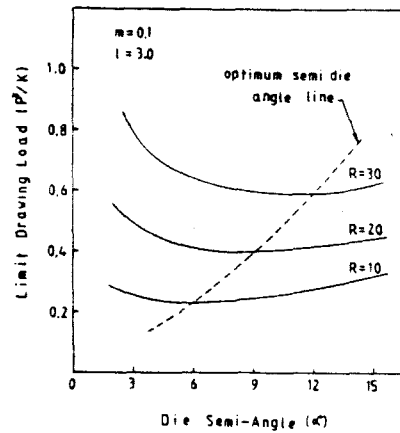


Fig. 7 Variation of limit drawing loads with die semi angle

Fig. 8은 다이 반각 6°, 9° 마찰 상수 0.0 0.2인 경우 단면 감소율에 따른 인발 하중의 이론치를 나타낸 것으로, 단면 감소율이 증가함에 따라서 두 마찰 상수에 대한 하중의 폭은 점점 더 커지는데 이는 단면 감소율이 클수록 마찰의 영향이 크기 때문이라 판단된다.

Fig. 9는 각 다이 반각 및 단면 감소율에 대하여 내부 변형 에너지와 마찰 에너지의 크기를 비교도 시한 것이다.

다이 반각이 감소함에 따라 내부 에너지는 큰 변화를 보이지않으나 마찰 에너지는 크게 증가하여, 4° 이하에서는 단면 감소율이 약 30%까지 내부 에너지보다 오히려 마찰에너지가 더 큰 경향을 보여

주고 있다. 이는 작은 다이 반각에서는 소재와 다이의 접촉면적이 커짐으로써 마찰 손실이 급격히 증가되기 때문이다.

Fig. 10은 다이 반각 9°, 단면 감소율 30%일때 x방향의 속도 U_x 를 y축에 따라 나타낸 것으로써, 입구 부근에서 속도는 다이면에 접근할수록 약간 증가하다가 출구부에서는 오히려 x방향의 속도가 감소함을 알 수 있고 출구를 통과한 후는 강제 부분으로써 속도가 일정하다.

Fig. 11은 y방향의 속도 U_y 를 y축에 따라 나타낸 것으로써, 입구에서 출구 방향으로 갈수록 방향과 속도의 크기는 증가하고 출구를 지난 후의 속도는 x방향과 평행하기 때문에 y방향의 속도는 없음

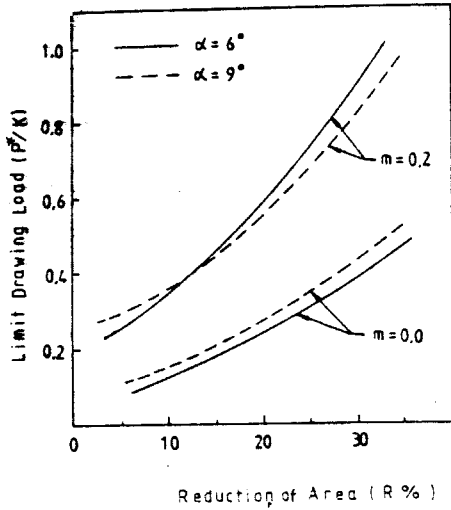


Fig. 8 Relation between limit drawing loads and reduction of area for each die semi-angle

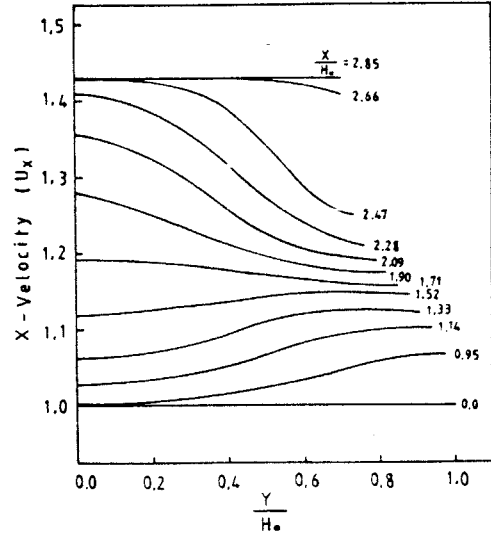


Fig. 10 Velocity distribution (U_x) in strip drawing with $\alpha = 9^\circ$, $R = 30\%$ and $m = 0.1$

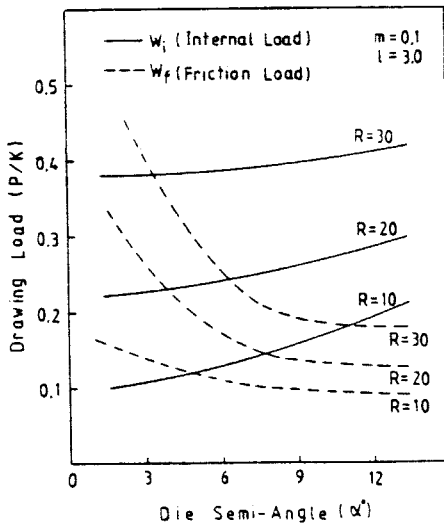


Fig. 9 Relation between friction power and internal power for strip drawing

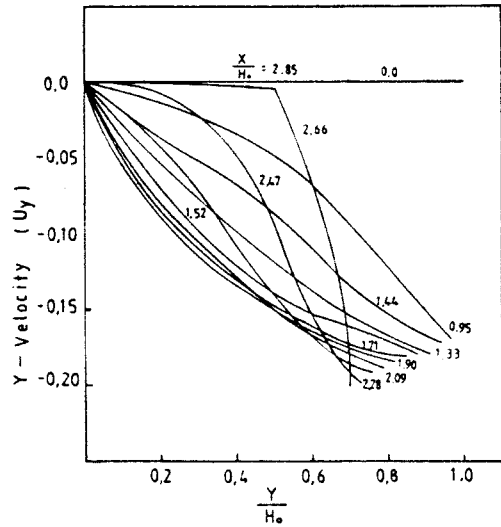


Fig. 11 Velocity distribution (U_y) in strip drawing with $\alpha = 9^\circ$, $R = 30\%$ and $m = 0.1$

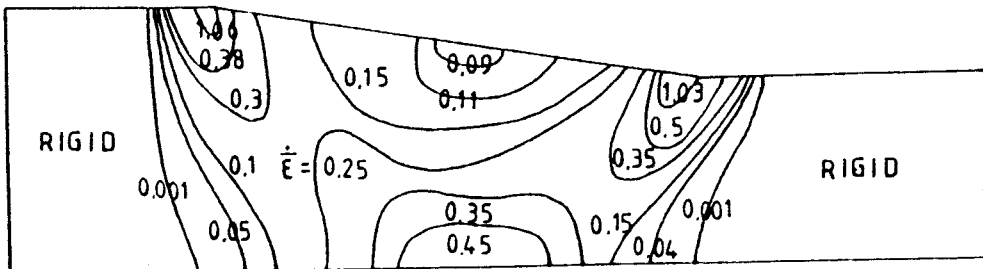


Fig. 12 Effective strain rate distribution for $\alpha = 9^\circ$, $R = 30\%$ and $m = 0.1$

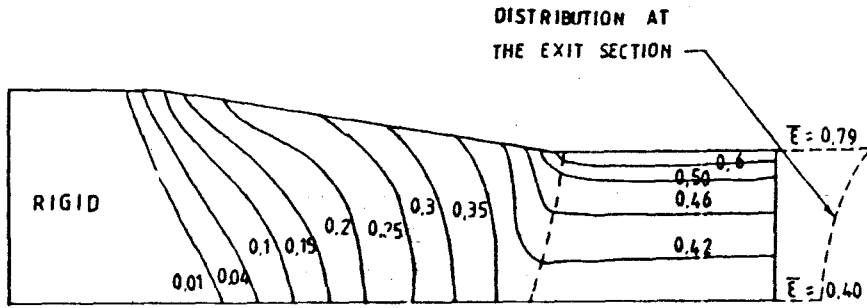


Fig. 13 Total effective strain distribution for $\alpha=9^\circ$, $R=30\%$ and $m=0.1$

을 알 수 있다.

Fig. 12는 유효 변형률 속도의 분포로써 ϵ 가 10^{-3} 이하가 되는 영역은 소성 영역이 아닌 강체 부분(rigid body)으로써 간주하였으며, 변형 영역에서는 다이 입구 부분과 출구 부분에서 최대값을 가지며 다이의 중심부에서는 낮고 중심축 선상으로 가까울 수록 값은 증가함으로써 압출과 유사한 경향을 보인다. 그러나 다이 반각 및 단면 감소율이 압출에 비하여 작고 다이 및 랜드부위와 소재 사이의 마찰 면의 증가로 변형 영역이 보다 확대되어 진다.

Fig. 13은 총 유효 변형률의 분포를 나타낸 것으로 전 영역에 걸쳐 입구에서 출구로, 중심 축에서 다이 경계 부위로 갈수록 증가하는 경향을 보이고 있으며 작은 감소율 및 다이 반각으로 인하여 압출에 비해 비교적 작은 값을 가지고 있다.

5. 결 론

가공 경화성을 고려하여 평면 변형 인발문제를 극한 해석함으로써, 성형에 필요한 한계 하중 및 변형 특성을 구하고 이를 실험과 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 완전 강소성 재료에 대하여 한계 하중 및 속도장만을 구하는 극한 해석의 한계성을 극복하여 가공 경화를 고려함으로써, 재료의 특성 변화에 따른 성형 하중 및 변형률, 변형률 속도, 격자 변형 등 금속 성형에 필요한 세부적인 정보들을 신속하게 얻을 수 있었다.

(2) 본 프로그램에서 얻은 한계 하중과 격자 변형이 알루미늄 6061 소재를 이용한 관재 인발 실험과 비교한 결과 잘 일치함으로써 본 프로그램의 타당

성이 입증 되었다.

(3) 관재 인발은 압출에 비하여 다이면과 랜드부위의 면적이 상대적으로 크기 때문에 한계 하중이 마찰상수에 상당한 영향을 받으며, 변형률 속도 및 변형률 등은 크기에 있어서는 작으나 분포 경향은 유사하게 나타났다.

(4) 본 프로그램을 응용 함으로써 향후 성형 하중 및 변형 모드 해석에 있어 다양한 평면 변형 문제에 적용이 가능하다.

후 기

본 연구는 1989~91년도 한국 과학 재단의 기초 연구비 지원(893-0909-022-2)에 의하여 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사의 뜻을 포함합니다.

참 고 문 헌

- (1) Iwata, K., Osakada, K. and Fujino, S., 1972, "Analysis of Hydrostatic Extrusion by The Finite Element Method," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, Vol. 94, pp.697~703.
- (2) Lee, E.H., Mallet, R.L. and Yang, W.H., 1976, "Stress and Deformation Analysis of The Metal Extrusion Process," SUDAM No. 76-2, Stanford University.
- (3) Lee C.H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solution to Rigid-Plastic Deformation Problems using a Matrix Method," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, Vol.95, pp.865~873.
- (4) Chen, C.C., 1978, "Finite Element Analysis of Plastic Deformation in Metal Forming Processes," Ph.D. Dissertation, University of California, Berkley.
- (5) Yang, W.H., 1982, "A Variational Principle and an

- Algorithm for Limit Analysis of Beam and Plates," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 33, pp.575~582.
- (6) Yang, W.H. and Young, S.L., 1984, "Limit Analysis of Plates by Finite Element Approach," FENOMECH 84, Stuttgart, Sept. 10, 14.
- (7) Huh, H., 1986, "Limit Analysis in Plane Stress," Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- (8) Lee, J.S., 1983, "Plastic Flows of Tubes and Blocks," Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- (9) Liu, K.H., 1986, "Limit Analysis of Plane Strain Extrusion," Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- (10) Temam, R. and Strang, G., 1980, "Duality and Relaxation in the Variational Problems of Plasticity," J.Mecanique, Vol. 19, No.3, pp.493~527.
- (11) Rockafellar, R.T., 1967, "Duality and Stability in Extremum Problems Involving Convex Functions," Pacific J.Math., Vol. 21, No.1, pp.167~187.
- (12) Huebner, K.H., 1975, "The Finite Element Method of Engineers," John Willey and Sons. Inc., New York.