

타이어 연구 개발에 CAE 적용

김 균 옥
(주) 한국타이어 기술연구소



● 1952년생
● 복합재료의 구조해석 및 유한요소법을 전공하였으며, NASA에서 항공용 타이어개발, CAE와 타이어 역학분야에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

1888년 영국의 John Dunlop에 의해 공기주입 자전거 타이어의 개발과 1896년 미국의 Goodrich사에서 최초의 자동차 타이어의 개발로 시작된 타이어의 역사는 현재 사용되고 있는 tubeless 및 radial 타이어의 개발에 이르기까지 많은 세월이 소요되었다. 이와 같은 이유는 타이어는 고무, 섬유, 강철코드등으로 구성된 적층의 복합재료로 만들어져 있으며, 또한 복잡한 구조적인 문제로 인해 타이어 내부의 단면상에서 발생하는 이상 현상 및 원인규명과 타이어의 특성예측을 위한 이론적인 해석은 대단히 어렵게 취급 되어 왔기 때문이다.

최근의 컴퓨터의 발달속도와 병행하여 1970년대초부터 CAE기법이 타이어의 설계 및 해석에 적용되었으며, 현재 모든 문제점 및 특성들을 제품의 설계단계에서 파악할 수 있게 되었으며, 이를 해결하여 개발에 응용하고 있는 단계에 이르렀다. 특히 CAE기법중 유한요소법은 타이어의 복잡한 구조를 나타내는데 적합하며, 타이어 단면내부에서 발생하는 응력과 열전도등을 해석할 수 있는 장점으로 인해 가장 많이 사용되고 있는 수치 해석법중의 하나이다.

그러나 타이어가 가지고 있는 특성의 연관성으로 인해 하나의 유한요소 모델로서 모든 문

제점들을 해결할 수는 없으며, 특정성능의 고찰을 위해서는 각 경우에 따른 유한요소 모델 및 이론이 필요하다. 따라서 본 글에서는 타이어에 적용 가능한 유한요소 모델 및 적용분야와 향후 연구방향에 대해 소개하고자 한다.

2. FEM을 이용한 타이어의 구조해석

유한 요소법이 타이어의 설계에 많이 이용되고 있는 이유로는 머리말의 내용이외에 첫째, 다른 해석기법보다 정확하고 둘째, 시뮬레이션을 통해 특성을 미리 예측함으로써 시작품 제작에 드는 많은 시간과 경비를 줄일 수 있고 셋째, 시작품의 갯수를 줄임으로서 실차 및 실내시험에 소비되는 비용을 줄일 수 있고 넷째, 시험용 타이어에서 나타나지 않는 설계인자의 조그마한 변화에 대한 특성 및 경향을 파악할 수 있기 때문이다. 유한 요소법이 타이어에 적용되는데 있어서 고려되어야 할 역학적 문제점을 유한요소, 재료물성, 접촉문제로 나누어 보면 아래와 같다.

2.1 유한요소 해석

(1) 2차원 축대칭 해석

2차원 축대칭 해석^(1,2)은 축대칭의 하중(공기압, 횡축력, 원심력, 비틀력)조건하에서만 정확한 해를 구할 수 있으므로 타이어의 경우 제한적인 경우에만 적용이 가능하다. 축대칭 해

석결과는 하중 작용시의 타이어 변형 및 응력을 예측하는데 사용되기도 하며 설계인자의 영향을 연구하는데 쓰인다. 또한 타이어의 비이드부와 림과의 부합성을 볼 수도 있다. 축대칭 해석의 제한점을 극복하기 위해 원주방향으로 푸리어 급수를 사용하는 준 해석적 축대칭 연속체 요소^(3,4)도 개발되어 비대칭 하중조건에 따른 응력해석에 사용되고 있으나 접지면에서 생기는 접지압을 실험적으로 구하여 하중으로 입력시켜야 하는 단점이 있다.

(2) 셀 해석

셀 요소 또한 타이어 해석에 널리 사용^(5,6)되고 있다. 기본적인 가정은 타이어의 두께를 기본선 축과 두께 벡터로 나타내는 것이다. 셀 해석을 위해서는 적층구조와 이방성 특성을 고려하여야 하며, 곡률과 두께의 기하학적 변화, 전단응력, 대회전등이 고려되어야 한다. 셀 해석은 3차원 해석에 비해 계산시간을 상당히 단축시킬 수 있고 전반적인 타이어의 변형, 하중-변위 곡선 및 접지면적등을 정확히 계산할 수 있으며 어느정도 정확성을 갖는 접지압 분포 계산도 가능하다. 하지만 타이어 내부의 국부적 응력 및 변형을 예측하기 어려운 단점이 있으나 새로운 kinematic의 개발등으로 아주 불가능 하지는 않다고 본다. 또한 비선형 동적해석에 드는 막대한 계산시간을 고려하면 이분야에서는 상당기간 이용되리라 본다.

(3) 3차원 해석

3차원 해석⁽⁷⁾을 위해서는 유한요소의 모델링 시간 및 계산시간이 오래 걸리고 큰 용량의 컴퓨터가 필요하다. 타이어의 구조를 정확하게 모델링 할수 있고 또 최근에 슈퍼 컴퓨터의 도래로 많이 사용되는 추세이나 계산시간의 단축을 위해서 다음과 같은 해석기법들이 개발되어야 한다.

(가) 자유도를 대폭 줄일 수 있는 reduction method : 한 예로서 동적해석의 경우 reduction basis 벡터는 고유벡터⁽⁸⁾를 사용할 수 있다.

(나) 개략 요소로 전체해석을 하고 그 결과를

이용하여 오차를 예측함으로써 국부적인 필요한 부분에만 요소를 잘게 짜르는 적응 요소 생성방법

(다) 강철과 고무와 같이 탄성값의 차이가 큰 재료가 함께 쓰이는 타이어의 특성 때문에 비선형 해석의 경우 국부적인 특이 현상으로 인해 비 수렴 문제가 종종 야기된다. 따라서 일반적으로 널리 쓰이는 뉴턴-랩슨법 보다는 B.F.G.S법⁽⁹⁾ 또는 line-search 반복법⁽¹⁰⁾등이 유용할 수 있으며, 또 타이어 해석에 적합한 다른 해석기법도 개발되어야 한다.

2.2 재료의 물성

(1) 복합재료

타이어는 각각의 특성이 다른 여러종류의 재질로 구성되어 있다. 따라서 각각 구성요소의 재질특성과 타이어에 미치는 영향을 고려하기 위해 연속체 요소로 모델링할 경우 다음과 같은 조합으로 구성하는것이 바람직하다. 일반적으로 고무는 연속체 요소, 벨트는 셀 요소, carcass는 막 요소, 비이드는 빔 또는 로드 요소로 모델링하고 있다. 벨트나 carcass의 물성 계산을 위해서는 적층이론을 적용하여야 하며 Halpin-Tsai식⁽⁹⁾이 가장 많이 사용되고 있다.

(2) 비선형성

타이어의 구성재질(고무, 섬유코드)은 원칙적으로 비선형의 응력-변형률의 관계를 나타낸다. 그러나 해석시 모든 비선형 조건을 도입할 경우, 유한요소 해석을 수행하는데 있어 상당한 어려움이 따른다. 즉 재질의 비선형성은 관심대상의 특정부위에 한정해서 일반적으로 적용한다. 또한 타이어 해석에서는 기하학적 비선형성은 필수적으로 고려되어야 하며, 이 경우 대부분의 적용분야에서는 대회전-소 변형률이면 충분하나 대 변형률을 고려해야 하는 경우도 있다(예, 고무시편의 물리시험 시물레이션)

(3) 비압축성

초기 탄성재료로 가정할 수 있는 고무의 대 변형률에 기인한 비압축성을 고려하기 위해 변

형 에너지 함수를 도입한다.

$$W = c_1(I_1 - 3) + c_2(I_2 - 3) \quad (1)$$

식(1)은 Mooney-Rivlin식으로 신장률(λ)로 정의되는 불변계수(I_1, I_2)와 Mooney-Rivlin 계수(c_1, c_2)로 고무의 일반적인 비압축성을 나타내고 있다. 다른 연구결과⁽¹²⁾에 의하면 2개의 Mooney계수만으로는 multi-axial 시험에서의 curve fitting에 적합하지 않는 것으로 되어 있다. 따라서 좀 더 정확한 표현을 위해서는 다음의 수식이 필요하다.

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{02}(I_2 - 3) \quad (2)$$

식(1), (2)에서 c_1, c_2 를 구하기 위해서는 일축인장 실험, 이축인장 실험, planar 실험등의 세가지 경우로 부터 얻어진 응력-변형률 관계를 이용하여 결정하여야 한다. 예를 들면, 일축 인장의 경우 $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\lambda_1^{-1/2}$ 이므로 I_1 과 I_2 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + 2/\lambda_1 - 3 \\ I_2 &= 2\lambda_1 + 1/\lambda_1^2 - 3 \end{aligned} \quad (3)$$

일축인장시 공칭응력 σ_u 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} = 2(1 - \lambda_1^{-3}) \left(\lambda_1 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \\ &= 2(\lambda_1 - \lambda_1^{-2}) [c_{10} + c_{01}\lambda_1^{-1} + 2c_{20}(\lambda_1^2 + 2\lambda_1^{-1} - 3)3c_{11}(\lambda_1 - \lambda_1^{-1} + \lambda_1^{-2} - 1) + 2c_{02}(2 - 3\lambda_1^{-1} + \lambda_1^{-3})] \end{aligned} \quad (4)$$

또한 순수한 비압축성 모델은 해석중에 잘못된 너무 많은 등방압력값을 계산한다. 따라서 윗식(1)이나 (2)에 체적 탄성계수항이 추가되어야 할 것이다.

고무를 초기 탄성재질로 간주하면 비압축성

조건을 penalty method나 reduced integration으로 설정하여 해석도 한다. 프와송 비는 보통 0.499가 사용되나 Kugler⁽¹¹⁾에 의하면 계산된 응력이 프와송 비에 매우 민감한 반응을 보인다는 발표도 있다. 따라서 정확성을 기하기 위해서는 프와송 비와 변형률의 관계식을 실험으로 구하여 유한요소 해석중에 프와송비를 조정할 필요가 있다.

(4) 점탄성

타이어의 이력손실에 의한 에너지 발산과 이를 이용하여 열 해석을 통한 타이어 내부온도 예측에 관한 연구가 최근에 활발히 이루어지고 있다. 점탄성을 갖는 타이어 고무에서의 문제점은 첫째, 타이어에서의 변형량이나 변형률량이 크다는 점이고 둘째는, 고무가 카본 블랙등으로 채워져 있어 순수하게 점탄성도 아니라는 점이다. 따라서 이러한 특성과 비선형성을 고려한 고무의 점탄성 구성이론의 개발이 필요시 된다. 간단한 고무시편의 시험에서는 실험적인 data-fitting으로 할 수 있지만 타이어 모델링에서는 현재까지는 단순한 맥스웰-캘빈 선형 강체모형이 쓰이고 있다. 이를 hereditary 적분형태로 표시하면 다음식과 같다.

$$\sigma(t) = \int_0^t 2G(\tau - t') \epsilon dt' + I \int_0^t K(\tau - t') \dot{\phi} dt' \quad (5)$$

여기서 ϵ 와 ϕ 는 편차 비틀어짐 텐서 및 체적 텐서이고, K 는 체적 탄성계수, G 는 횡 탄성계수이다. 현 시점에서는 비선형 점탄성을 고려한 만족할 만한 구성이론이 없는 실정이며 타이어의 에너지 손실에서의 불규칙한 변형률의 영향을 고려할 수 있는 구성이론 개발이 이루어져야 한다.

2.1 타이어의 접촉·마찰

타이어와 노면간의 접촉문제를 다룰 경우 가장 흔히 쓰이는 방법이 라그랑주 승수법과

penalty method이다. 라그랑주 승수법은 대수 방정식에서 제로의 대각항을 포함하며, penalty method는 큰 값의 penalty 상수에 대해서 방정식이 ill-condition이 되는 단점들이 있다. 이들 단점들을 보완하기 위해 perturbed (또는 augmented) Lagrangian 방법⁽¹²⁾등이 제안되었다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\pi = \bar{\pi} + \int_{suc} [\lambda g - \frac{1}{2\epsilon} (\lambda)^2] d\Omega \quad (6)$$

여기서 π 는 계에 축적되는 위치 에너지의 범함수로 변분원리를 만족하여야 하며 λ 는 라그랑주 매개변수, ϵ 는 penalty parameter, g 는 gap을 나타낸다. 대부분의 마찰에 관한 모형들은 주로 금속과 금속의 마찰을 주로 다루고 있다. 타이어의 마찰은 차량의 속도, 공기압, 노면의 거친정도, 물이나 얼음의 존재여부등에 크게 영향을 받기 때문에 이들 조건을 만족하는 마찰의 수학적 모델은 얻기가 힘들다. 타이어 해석에 주로 쓰이는 마찰 모형은 (1) Classical friction model (coulomb friction), (2) Adhesion-plowing model⁽¹³⁾, (3) Nonlocal friction model⁽¹⁴⁾등이 있다. 현재로는 쿨롱의 마찰법칙이 타이어 접촉문제에 주로 쓰이고 있는

나 이 또한 공기압의 영향을 고려하는 식의 수정이 필요하며, 보다 일반적으로 사용할 수 있는 3차원 마찰이론의 개발도 필요하다.

3. 유한요소법의 적용분야 및 개발동향

3.1 적용분야

유한요소 해석이 타이어에 적용되고 있는 분야는 크게 다음과 같다.

- (1) Mold의 설계(내압작용으로 인한 변형형상)
- (2) 타이어 스프링 상수의 계산(하중-변위 곡선)
- (3) 벨트 끝단부와 carcass turn-up 부의 내구성 향상
- (4) 접지형상 및 접지압 분포의 계산
- (5) 타이어와 림 사이의 상호작용 관계의 규명
- (6) 타이어의 피로수명의 예측
- (7) Dry traction 시뮬레이션

정적조건하에서 설계인자의 변경이 타이어 특성에 미치는 영향을 고려하기 위해 벨트 각도, 벨트 폭, carcass turn-up의 높이, 벨트 끝단부의 고무의 두께등을 인자로 선택할 수 있으며, 그림 1에서 carcass turn-up의 높이에

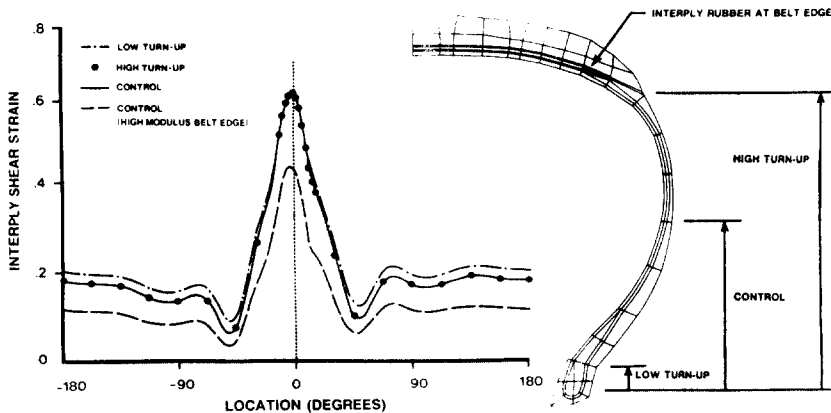


그림 1 층간 전단변형률(1인치 림 변위)

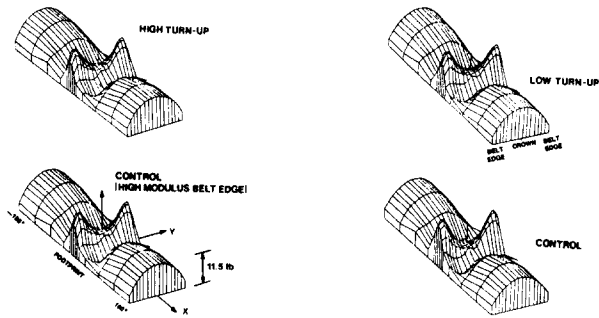


그림 2 벨트층에서의 벨트 장력분포

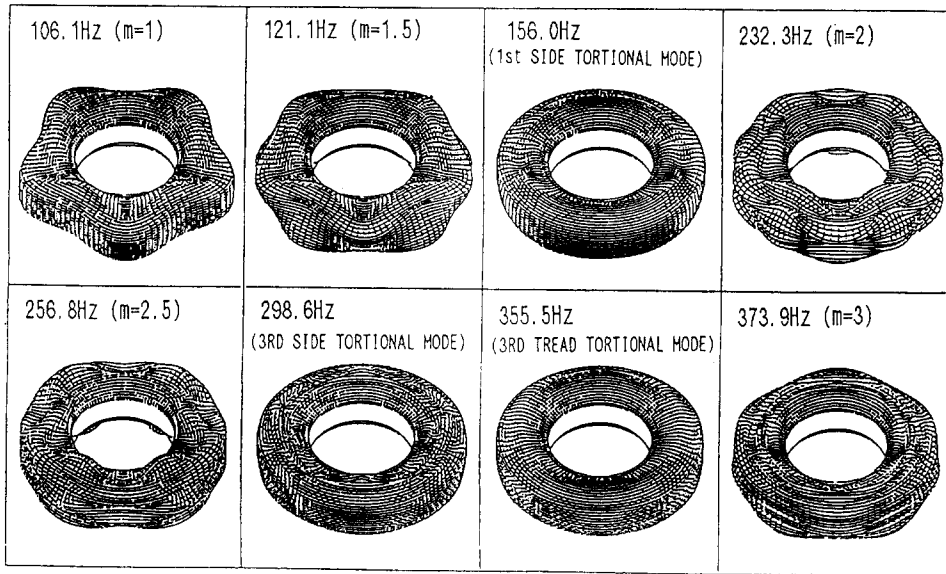


그림 3 유한요소 모달 어날리시스 (m: Meridian wave number)

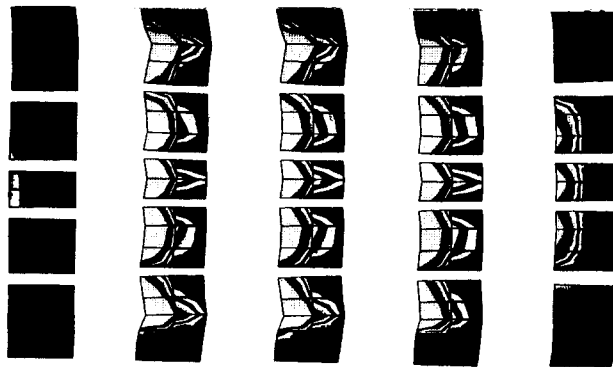
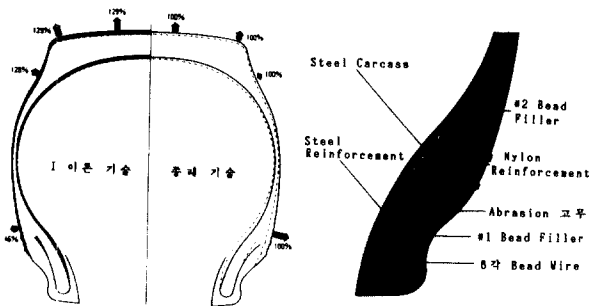


그림 4 제동시 접지압 분포



공기압 작용시 형상 변화 비교



I 이론 기술 중대 기술



마멸에너지

그림 5 I 이론

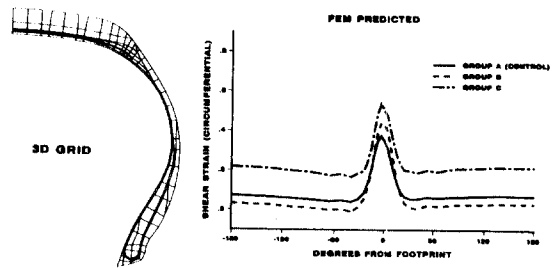
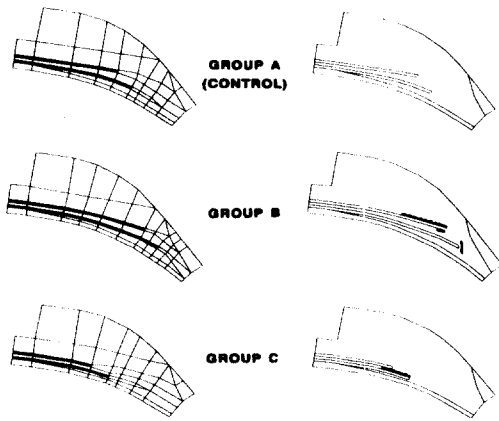


그림 6 벨트 내구 시뮬레이션

(1) TIRE FEM 모델	(2) 變形圖	(3) 코드張力 分布圖	(4) 벨트應力 分布圖
(5) 에너지 分布圖	(6) 接地壓 分布圖	(7) 에너지 contour	(8) 접지면의 응력

그림 7 타이어 유한요소 해석결과

따른 층간 전단변형률⁽⁷⁾을 나타냈다. 그림 2에서는 벨트층에서의 벨트 장력 분포를 나타냈다. 타이어 내부의 층간 전단변형률은 주행시 벨트 박리현상의 원인규명을 위한 기준 및 내구향상을 위한 예측 자료로 이용된다. 또한 벨트 장력은 승차감 및 조종안정성등의 연구에 활용되고 있다.

그리고 주행시 에너지 손실에 타이어 내부의 온도가 미치는 영향을 고찰하기 위한 열전달 기구⁽¹⁵⁾에 관한 연구가 필요하며, 주행시 타이어에서 발생하는 소음 및 진동현상의 고찰을 위해서는 모달 어날리시스⁽¹⁶⁾에 대한 연구가 필요하며 아울러 진동특성과 설계인자와의 상관관계 및 소음과의 상관관계 등도 정립되어야 한다. 그림 3에서 모우드 형상과 각각의 경우에 해당하는 고유진동수를 나타낸다.

또한 타이어의 편마모 및 동적특성 관련 연구로는 주행시의 동 접지압에 관한 연구도 수행되어야 한다. 그림 4는 제동시 접지압 분포⁽¹⁷⁾를 나타낸다.

이외에도 타이어 내구 관련 연구로는 carcass line의 조절로 조종안정성과 승차감의 향상 및 회전저항의 감소를 꾀한 TCOT 이론⁽¹⁸⁾과 그림 5에서와 같이 타이어 접지면의 마모 에너지 감소를 꾀한 I 이론등이 있다. 그림 6은 벨트 폭과 벨트끝단부의 고무두께가 벨트 끝단부의 박리현상에 미치는 영향⁽¹⁹⁾을 나타낸다.

이상에서 유한요소법이 타이어에 적용되는 분야를 소개 하였으며, 타이어 해석시 대표적인 유한요소 해석결과를 그림 7에 요약하여 도시 하였다.

4. 맺 음 말

타이어의 기능 및 문제점들에 대해서는 많은 연구가 수행되었거나 현재 연구가 진행중이나 연구결과가 제품개발 및 향상에 이바지 하기 위해서는 아직 부족한 부분이 많다. 또한 타이어 생산설비 및 공정의 개선 및 향상에도 노력을 기울여야 할 것이다.

특히 타이어·차량간의 상호관계 즉, 핸들링 특성에 관한 연구와 ride 특성에 관한 연구, 소음에 관한 연구들이 CAE기법을 이용하여 추진될 것으로 생각된다. 이는 바꾸어 말하면 어떠한 악조건의 주행하에서도 타이어와 차량간의 운동 일체성을 유지할 수 있는 타이어를 개발하는 것을 말한다. 이를 수행하기 위한 CAE기법으로는 FEM, vehicle dynamic 등의 시뮬레이션이 필요하리라 생각된다.

참고문헌

- (1) Satyamurthy, K. and Hirschfeld, L.R., 1987, "An Axisymmetric Finite Element and It's Use to Examine the Effects of Construction Variables on Radial Tires," Tire Science and Technology, Vol.15, No.2
- (2) Tseng, N.T., 1987, "Finite Element Analysis of Freely Rotating Tires," Tire Science and Technology, Vol.5, No.2
- (3) Kim, K.O., Noor, A.K. and Tanner, J.A., 1989, "Modeling and Analysis of Aircraft Tires Using Semianalytic Finite Element," NASA TP-2937
- (4) Kaga, H., Okamoto, K. and Tozawa, Y., 1977, "Stress Analysis of a Tire Under Vertical Load by a Finite Element Method," Tire Science and Technology, Vol.5, No.2
- (5) Kim, K.O., Tanner, J.A. and Noor, A.K., 1989, "Frictionless Contact of Aircraft Tires," SAE paper No.892350.
- (6) Tielking, J.T. and Schapery, R.A., 1981, "A Method for Shell Contact Analysis," Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, Vol.26.
- (7) Chang, J.P., Satyamurthy, K. and Tseng, N. T., 1988, "An Efficient Approach for the Three-Dimensional Finite Element Analysis of Tires," Tire Science and Technology, Vol.16, No.4.

- (8) Idelsohn S.R. and Cardona, A., 1985, "A Load-Dependent Basis for Reduced Non-linear Structural Dynamics," *Computers and Structures*, Vol.20, No.1~3.
- (9) Parhizgar, S., Weissman, E.M. and Chen, C. S., 1988, "Determination of Stiffness Properties of Single-Ply Cord-Rubber Composites," *Tire Science and Technology*, Vol.16, No.2.
- (10) Tunner D.M. and Brennan, M., 1990, "The Multi-axial Elastic Behavior of Rubber," *Plastics & Rubber Processing & Application*, Vol.14.
- (11) Kugler, H.P., Stacer R.G. and Steimle, C., 1990, "Direct Measurement of Poisson's Ratio in Elastomers," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol.63, No.4.
- (12) Simo, J.C., Wriggers, P. and Taylor, R.L., 1985, "A Perturbed Lagrangian Formulation for the Finite Element Solution of Contract problems," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.50, No.2.
- (13) Tabor, D., 1981, "Friction of the Present State of Our Understanding," *Journal of Lubrication Technology*, Vol.103, No.2.
- (14) Oden J.T. and Pires, E.B., 1983, "Nonlocal and Nonlinear Friction Laws and Variational Principles for Contact Problems in Elasticity," *Journal of Applied Mechanics*, Vol.50, No.1.
- (15) Sarkar, K., Kwon, Y.M. and Prevorsek, D. C., 1987, "A New Approach for the Thermomechanical Analysis of Tires by the Finite Element Method," *Tire Science and Technology*, Vo.15, No.4.
- (16) Nakazina, Y., Inoue, Y. and Ogawa, H., 1989, "Application of Boundary Element Method and Modal Analysis into Acoustic Problems of the Tire," Presented at a Meeting of the Rubber Division, ACS, Detroit, Michigan.
- (17) Tseng, N.T., Private Communication
- (18) Ogawa, H., Furuya, S., Koseki, H., Iida, H., Sato, K. and Yamagishi, K., 1990, "A Study on the Contour of the Truck and Bus Radial Tire," *Tire Science and Technology*, Vol.18, No.4.
- (19) De Eskinazi, J., Ishihara, H., Volk, H. and Warholic, T.C., 1990, "Toward Predicting Relative Belt Edge Endurance with the Finite Element Method," *Tire Science and Technology*, Vol.18, No.4.

